



## Лектор

**Мірошник Володимир  
Олександрович,  
канд. техн. наук, доцент  
кафедри  
автоматики та  
робототехнічних систем**

## Лекція 2А

### РОЗРАХУНОК СКЛАДНИХ КІЛ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

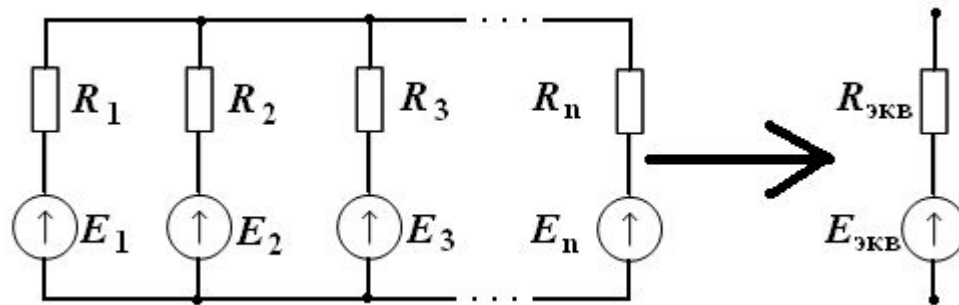
1. **Метод еквівалентних перетворень;  
Метод прямого застосування законів  
Кірхгофа;**
2. **Баланс потужностей;  
Метод вузлових потенціалів (метод  
двох вузлів);  
Метод контурних струмів;  
Метод еквівалентного генератора;  
Метод накладання (суперпозиції);**
3. **Потенціальна діаграма.**

# Методи розрахунку лінійних електричних кіл:

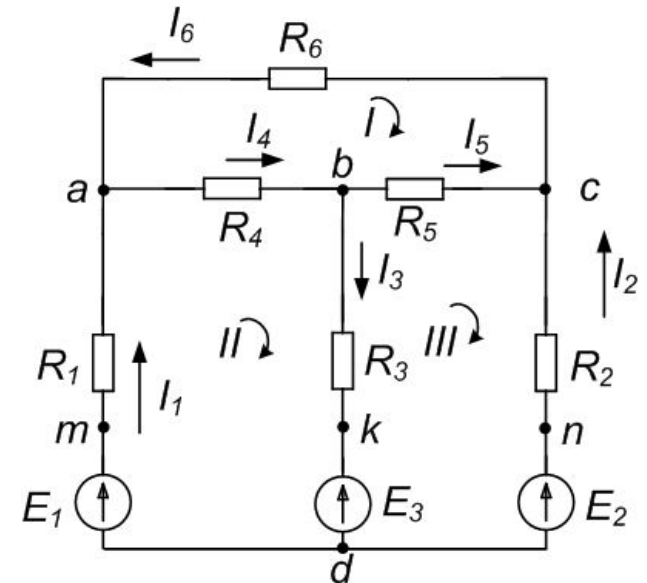
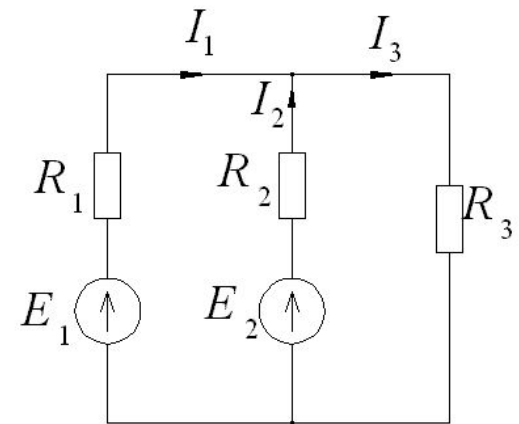
При розрахунку лінійних електричних кіл відомі ЕРС і струми поточних джерел, а також опори всіх резисторів.

Невідомі - струми у вітках.

Пряме застосування законів Кірхгофа;



Еквівалентні перетворення



# Метод прямого застосування законів Кірхгофа

Перед тим як зробити систему рівнянь за законами Кірхгофа, необхідно:

- випадковим чином вибрати і вказати на схемі позитивні напрямки струмів ( $I$ ) у вітках;
- – підрахувати кількість віток без джерел струму ( $m$ ) і кількість вузлів в електричному колі ( $n$ );
- – кількість рівнянь, за першим законом Кірхгофа, є ( $n - 1$ );
- – кількість рівнянь, за другим законом Кірхгофа, є ( $m - (n - 1)$ );

Вибираємо вузли і контури, для яких будемо складати рівняння, і позначаємо їх на схемі електричного кола.

**Віток:**  $m=3$  ( $I_1, I_2, I_3$ ) **Вузлів:**  $n=2$  ( $a, b$ ).

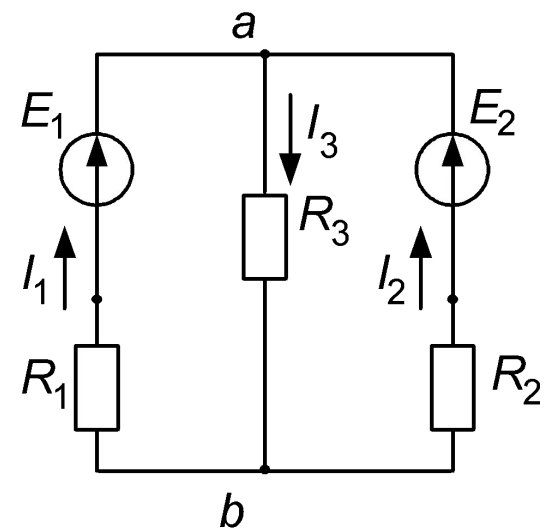
Кількість рівнянь за I-м законом Кірхгофа:

$$(n - 1) = (2 - 1) = 1 \text{ рівняння.}$$

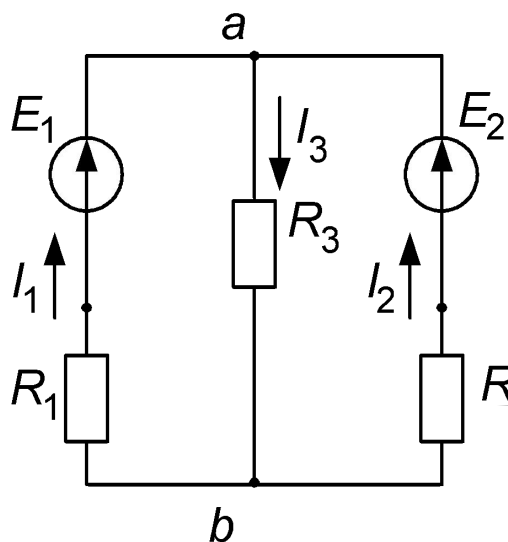
Кількість рівнянь за II-м законом Кірхгофа:

$$(m - (n - 1)) = 3 - 1 = 2 \text{ рівняння.}$$

Контури, для яких будемо складати рівняння, необхідно вказати на схемі електричного кола.



# Приклад застосування законів Кірхгофа



Дано:

$$E_1=70 \text{ В}, E_2=80 \text{ В}, R_1=R_2=R_3=10 \text{ Ом.}$$

Знайти:  $I_1=?$ ,  $I_2=?$ ,  $I_3=?$

**Рішення:**

Для  $I_2$  узла  $a$ , (  $I_1 + I_2 - I_3 = 0$  );

Для  $E_1$  контура  $1-2-3-4-1$  (  $10I_1 + 10I_3 = 70$  );

Для  $E_2$  контура  $2-3-4-5-2$  (  $10I_2 + 10I_3 = 80$  ).

$$\begin{cases} I_1 + I_2 - I_3 = 0, \\ 10I_1 + 10I_3 = 70, \\ 10I_2 + 10I_3 = 80. \end{cases}$$

$$\begin{cases} I_1 = 2, \\ I_2 = 3, \\ I_3 = 5. \end{cases}$$

Перевірка: згідно з першим законом Кірхгофа:  $2+3-5=0$ .

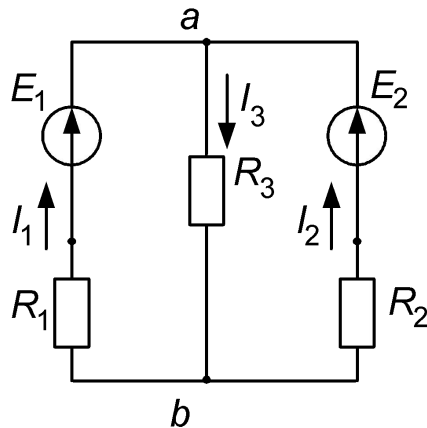
# Енергетичний баланс в електричних колах (Баланс потужності)

У будь-якому електричному колі алгебраїчна сума потужності всіх джерел електричної енергії дорівнює арифметичній сумі потужності всіх приймачів і допоміжних елементів.

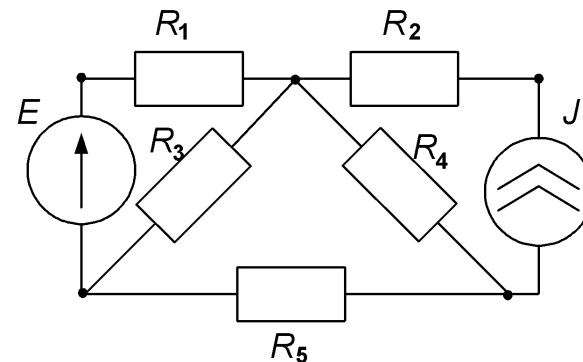
$$\sum \pm EI + \sum \pm U_{ab} J = \sum I^2 R$$

Якщо напрямок ЕРС і напрямок струму вітки не збігаються, то складова потужності цього джерела в балансі потужності береться зі знаком «-». Якщо напрямок джерела струму  $J$  збігається з напрямком прикладеної напруги  $U_{ab}$ , то складова потужності цього джерела в балансі потужності береться зі знаком «+».

Для цього електричного кола баланс потужності:  $I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 = E_1 I_1 + E_2 I_2$ .



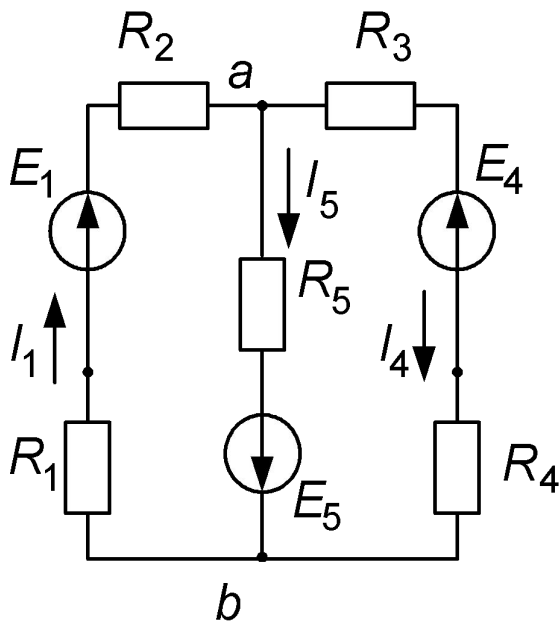
**Самостійно скласти рівняння балансу потужності для електричного кола:**



# Метод контурних струмів (МКС), 1

**МКС дозволяє знизити порядок системи рівнянь і спростити розрахунок.**

У цьому методі невідомі величини є контурними струмами (фіктивними струмами). Допускаємо, що ці струми течуть в колах електричного кола. Тому контурних струмів стільки ж, скільки складають рівняння. Згідно з 2-м законом Кірхгофа.



Давайте позначимо контурні струми -  $I_{11}, I_{22}$

Щоб вивести рівняння, складені відповідно до другого закону Кірхгофа, виражаємо дійсні струми.

$(I_1, I_4, I_5)$  в колі через контурні струми  $I_{11}, I_{22}$

$$I_1 = I_{11}; \quad I_4 = I_{22}; \quad I_5 = I_{11} - I_{22} .$$

Давайте приведемо рівняння відповідно до 2-го закону Кірхгофа для цих контурів.:

$$\begin{cases} I_{11} (R_1 + R_2 + R_5) - I_{22} R_5 = E_1 + E_5, \\ -I_{11} R_5 + I_{22} (R_3 + R_4 + R_5) = -E_4 - E_5. \end{cases}$$

## Метод контурних струмів (МКС), 2

Розв'язуємо систему рівнянь відомим методом відносно  $I_{11}, I_{22}$  невідомих потім визначаємо реальні струми у вітках.

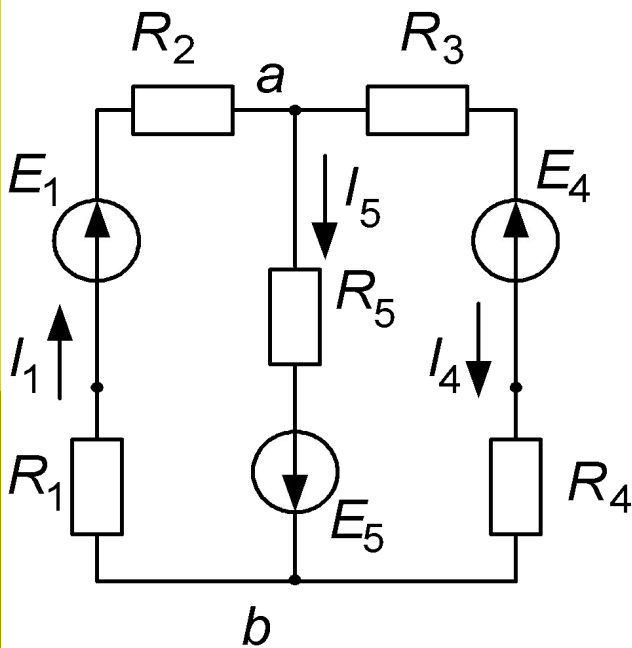
Загалом, остання система може бути записана:

$$\begin{cases} I_{11} R_{11} + I_{22} R_{12} = E_{11}, \\ I_{11} R_{21} + I_{22} R_{22} = E_{22}, \end{cases}$$

де  $R_{11}, R_{22}$  - загальний (власний) опір 1-го контуру, 2-го контуру відповідно.

$R_{12}, R_{21}$  - опір суміжної (загальної) вітки 1-го і 2-го контурів.

Знак «+» перед опором суміжної вітки встановлюється, якщо напрямки контурних струмів збігаються в суміжній (загальній) вітці, «-» - якщо вони не збігаються.



$E_{11}$  – контурна ЕРС 1-го контуру (алгебраїчна сума ЕРС контуру),  
 $E_{22}$  – контурна ЕРС 2-го контуру.

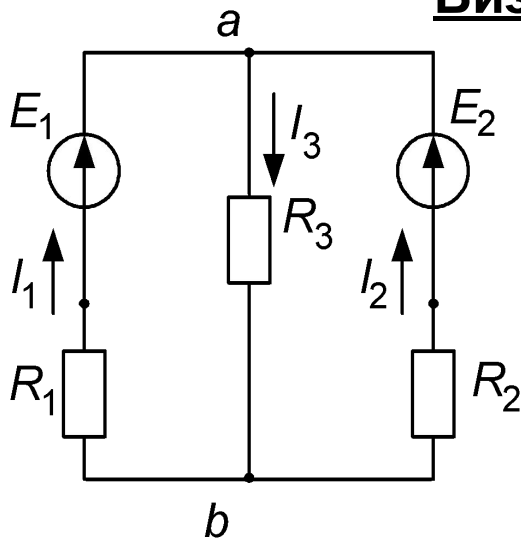
## Метод контурних струмів (МКС), 3

Якщо в електричному колі є три контурних струми, то система рівнянь в загальному вигляді:

$$\begin{cases} I_{11} R_{11} + I_{22} R_{12} + I_{33} R_{13} = E_{11}, \\ I_{11} R_{21} + I_{22} R_{22} + I_{33} R_{23} = E_{22}, \\ I_{11} R_{31} + I_{22} R_{32} + I_{33} R_{33} = E_{33}. \end{cases}$$

### Завдання для самостійної роботи.

### Визначення струмів електричного кола.



Дано:

$$E_1 = 70 \text{ В}, E_2 = 80 \text{ В}, R_1 = R_2 = R_3 = 10 \text{ Ом.}$$

Знайти:  $I_1 = ?$ ,  $I_2 = ?$ ,  $I_3 = ?$  методом контурних струмів.

Рішення:

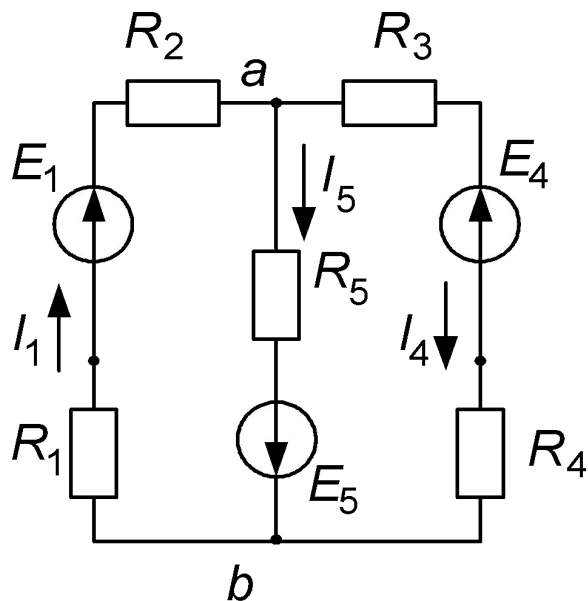


# Метод вузлових потенціалів (МВП)

Метод розрахунку електричних кіл, при якому значення потенціалів в вузлах електричного кола беруться як невідомі величини, називається **методом вузлових потенціалів**. МВП дозволяє знизити порядок системи рівнянь і спростити розрахунок.

## Метод двох вузлів

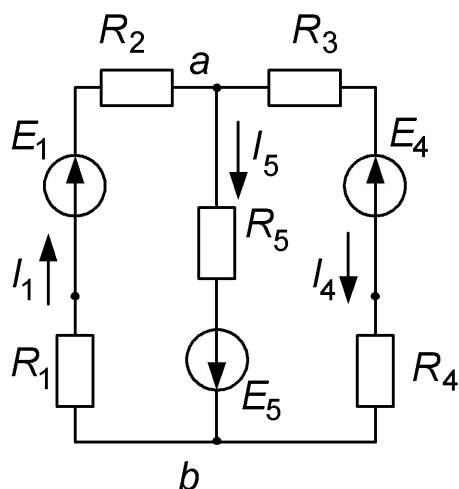
1. При цьому методі значення напруги між вузлами приймається як невідоме значення. ( $U_{ab}$ ).



$$U_{ab} = \frac{\sum \pm E_k g_k + \sum \pm J_k}{\sum g_k};$$

$$U_{ab} = \frac{E_1 \frac{1}{R_1 + R_2} - E_5 \frac{1}{R_5} + E_4 \frac{1}{R_3 + R_4}}{\frac{1}{R_1 + R_2} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_3 + R_4}}.$$

# Метод двох вузлів, 1



Аналогічно визначають струми в інших вітках схеми:

Струми у вітках схеми можна також визначити за другим законом Кірхгофа:

$$I_1 R_1 + I_1 R_2 + U_{ab} = E_1; \quad I_1 = \frac{-U_{ab} + E_1}{R_1 + R_2}.$$

3. Перевірка: за першим законом Кірхгофа:

$$\text{Для } I_4 \text{ узла } a, \quad ( \quad \quad ).$$

2. Струми у вітках визначаються відповідно до закону Ома для ділянки схеми з ЕРС.

$$\varphi_b = \varphi_a + I_1 R_2 - E_1 + I_1 R_1;$$

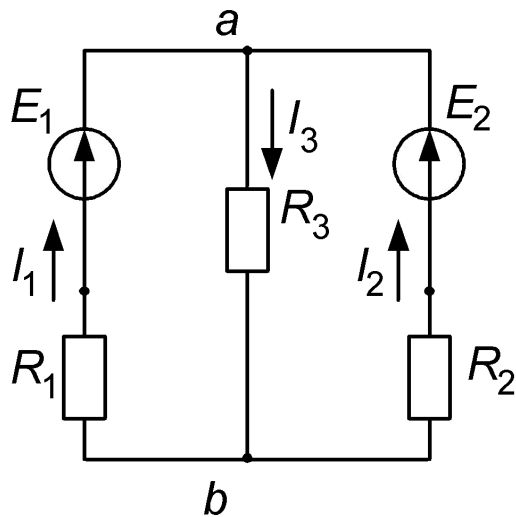
$$U_{ab} = \varphi_a - \varphi_b = -I_1 (R_1 + R_2) + E_1;$$

$$I_1 = \frac{-U_{ab} + E_1}{R_1 + R_2}.$$

$$I_5 = \frac{U_{ab} + E_5}{R_5}; \quad I_4 = \frac{U_{ab} - E_4}{R_3 + R_4}.$$

# Задача на метод двох вузлів

Задача 1. Визначення струмів електричного кола.



Дано:

$$E_1 = 70 \text{ В}, E_2 = 80 \text{ В}, R_1 = R_2 = R_3 = 10 \text{ Ом.}$$

Знайти:  $I_1 = ?$ ,  $I_2 = ?$ ,  $I_3 = ?$  методом двох вузлів.

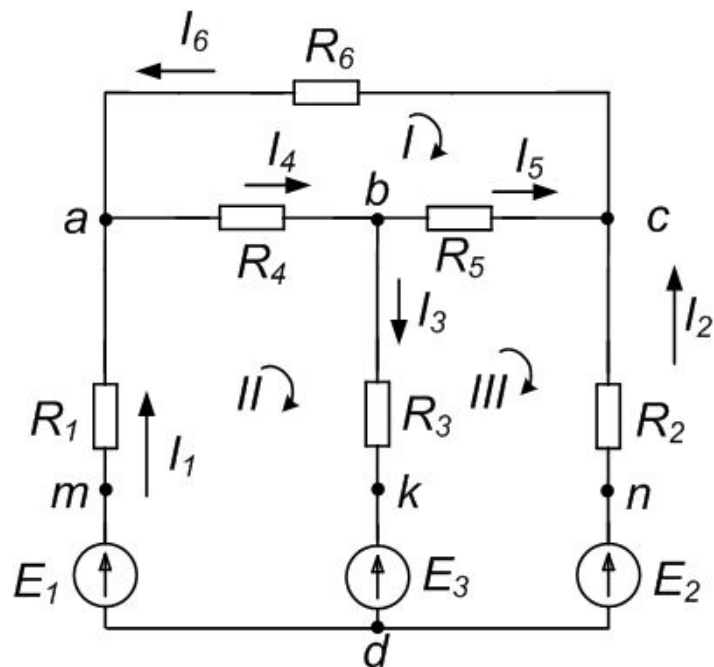
Рішення:

$$E_1 := 70 \quad E_2 := 80 \quad R_1 := 10 \quad R_2 := 10 \quad R_3 := 10$$

$$U_{ab} := \frac{E_1 \cdot \frac{1}{R_1} + E_2 \cdot \frac{1}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} \quad U_{ab} = 50 \quad I_3 := \frac{U_{ab}}{R_3}$$
$$I_3 = 5$$

$$I_1 := \frac{E_1 - U_{ab}}{R_1} \quad I_1 = 2 \quad I_2 := \frac{E_2 - U_{ab}}{R_2} \quad I_2 = 3$$

# Метод вузлових потенціалів (МВП)



Нехай  $\varphi_a = 0$

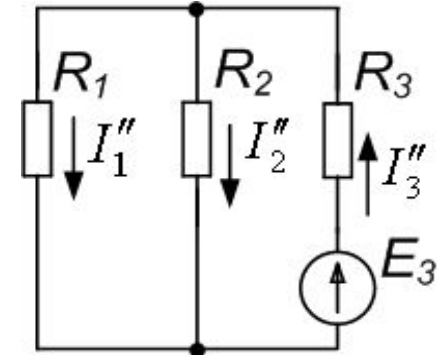
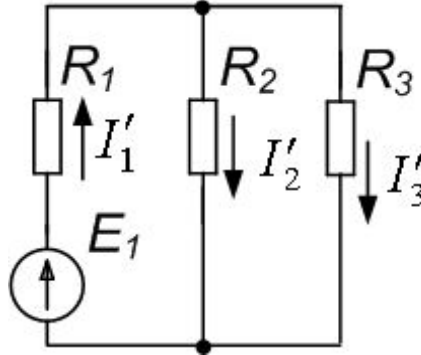
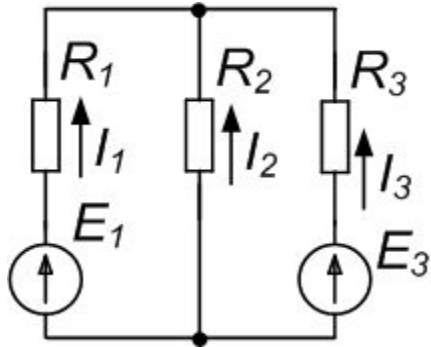
$$\begin{cases} \varphi_b (g_{bb}) + \varphi_c (-g_{bc}) + \varphi_d (-g_{bd}) = I_b, \\ \varphi_b (-g_{cb}) + \varphi_c (g_{cc}) + \varphi_d (-g_{cd}) = I_c, \\ \varphi_b (-g_{db}) + \varphi_c (-g_{dc}) + \varphi_d (g_{dd}) = I_d. \end{cases}$$

# Метод накладання

**Принцип накладання** каже, що струм в будь-якій даній вітці дорівнює алгебраїчній сумі струмів, викликаних кожною з схем ЕРС окремо. Цей принцип справедливий для всіх **лінійних** електричних кіл. Він дозволяє обчислювати струми без складання і розв'язування системи рівнянь. Застосовується до кіл з невеликою кількістю електричних джерел енергії.

Принцип накладання є основою методу розрахунку, названого **метод накладання**.

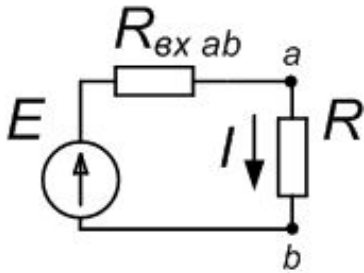
При розрахунку за цим методом поступають наступним чином: по черзі обчислюють струми, що виникають від впливу кожної з ЕРС, при цьому видаляючи всі інші джерела з схеми, залишаючи при цьому свої внутрішні опори, а потім знаходять струми в вітках, додаючи алгебраїчну суму часткових струмів



Струми в вихідній схемі  
через часткові струми:

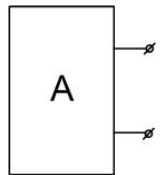
$$I_1 = I_1' - I_1''; \quad I_2 = -I_2' - I_2''; \quad I_3 = -I_3' + I_3''.$$

# Двухполюсники

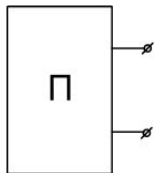


На будь-якій електричній схемі завжди можна подумки вибрати одну вітку, а інша частина діаграми, незалежно від її структури і складності, може бути умовно зображена якимось прямокутником. По відношенню до обраної вітки вся схема, яка позначається прямокутником і є так званим двухполюсником.

**Двухполюсник** - це загальна назва схеми, два вихідних затискачі (полюси), прикріплені до виділеної вітки.



- **активний двухполюсник**, двухполюсник у якого є джерело ЕРС або ( $i$ ) струму. В даному випадку в прямокутнику ставлять букву А.



- **пасивний двухполюсник**, двухполюсник у якого немає джерела ЕРС і (або) струму. В даному випадку в прямокутнику або не ставлять жодної букви, або ставлять букву П.

Активні двухполюсники використовуються для розрахунків струму в **методі еквівалентного генератора**, коли необхідно визначити струм в одній вітці кола.

# Потенціальна діаграма

**Потенціальна діаграма це** - графічне представлення розподілу електричного потенціалу по замкнутому контуру в залежності від опору областей, включених в обрану схему.

Щоб створити потенціальну діаграму, виберіть закритий контур. Ця схема ділиться на секції таким чином, що на ділянці є один споживач або джерело енергії. Граничні точки між секціями повинні бути позначені буквами або цифрами.

Одну точку контуру довільно «заземлюємо», її потенціал умовно вважається нульовим.

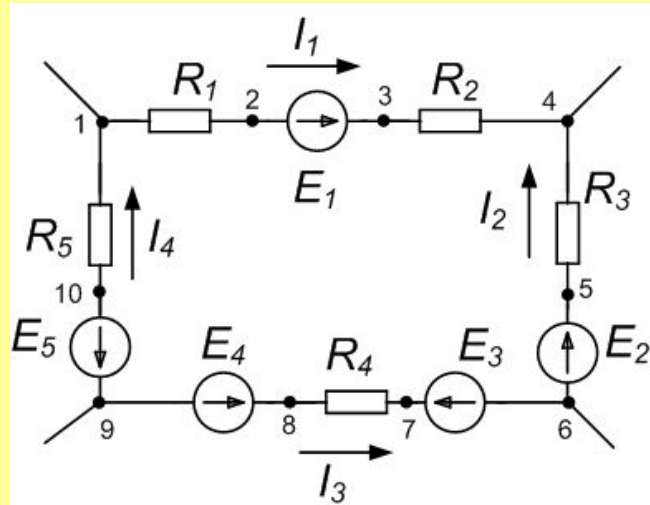
Проходячи контур за годинниковою стрілкою від точки з нульовим потенціалом, визначається потенціал кожної наступної граничної точки.

Якщо напрямки струму через резистор і обхід кола збігаються, знак напруги «від'ємний», інакше він «додатній».

Якщо на сайті є джерело ЕРС: якщо напрямок обходу кола і напрямок ЕРС збігаються, складова потенціалу позитивна, інакше вона негативна.

Після розрахунку потенціалів всіх точок будується потенціальна діаграма в прямокутній системі координат. На осі абсциси опір ділянок відкладається на шкалі в послідовності, в якій вони зустрічалися при обході контуру, а уздовж осі ординат - потенціалів відповідних точок. Потенціальна діаграма починається з нульового потенціалу і закінчується після обходу контуру з нульовим потенціалом.

# Побудова потенціальної діаграми



$$\varphi_1 = 0$$

$$\varphi_2 = \varphi_1 - I_1 R_1$$

$$\varphi_3 = \varphi_2 + E_1$$

$$\varphi_4 = \varphi_3 - I_1 R_2$$

$$\varphi_5 = \varphi_4 + I_2 R_3$$

$$\varphi_6 = \varphi_5 - E_2$$

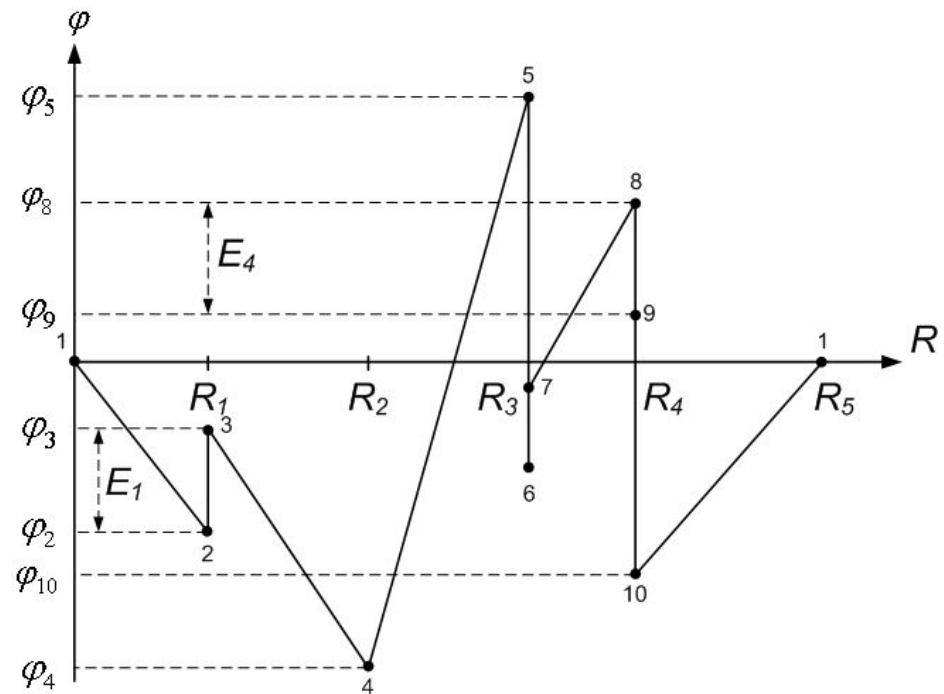
$$\varphi_7 = \varphi_6 + E_3$$

$$\varphi_8 = \varphi_7 + I_3 R_4$$

$$\varphi_9 = \varphi_8 - E_4$$

$$\varphi_{10} = \varphi_9 - E_5$$

$$\varphi_1 = \varphi_{10} - I_4 R_5 = 0$$





# *Контрольні запитання*

---

1. ?