

Лекция №2

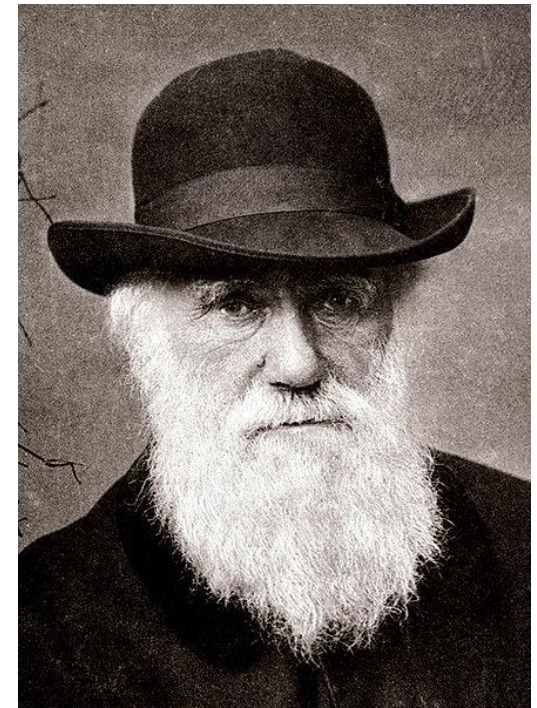
Методика изучения
первых аксиом, теорем,
понятий о простейших
фигурах

*«У людей, усвоивших великие
принципы математики, одним
органом чувств больше, чем у
простых смертных»*

Ч. Дарвин

*«Ни одно человеческое
исследование не может
назваться истинной наукой, если
оно не прошло через
математические
доказательства»*

Леонардо да Винчи



Суть математики

это ее дедуктивный метод, ее способность вывести все свои утверждения из немногих основных, называемых аксиомами. При этом четкая формулировка аксиом, как правило, завершает целый этап ее развития, оформляет достигнутые результаты. Принципы – не исходный пункт исследования, а его конечный результат.

План лекции

1. Место темы в школьном курсе математики.
Характеристика знаний учащихся и особенности проведения первых уроков.
2. Опорный конспект к теме.
3. Этапы методики введения понятий о простейших фигурах, аксиом.

Начально-пропедевтический

Систематический

- 4. Методические рекомендации к изучению
темы

Место темы

Начала систематического курса планиметрии посвящены изучению простейших геометрических фигур (точка, прямая, отрезок, луч, угол) и их свойств.

7 класс.

Трудности первых уроков систематического курса геометрии обусловлены:

1. Выделением курса геометрии в **специальную** математическую дисциплину.
2. **Новизной** структуры курса.
3. Резким повышением уровня **строгости** логических рассуждений.
4. **Абстрактностью** материала.
5. Введением большого количества **новых** понятий, терминов, непривычной символики.
6. **Несформированностью** навыков обобщения, абстрагирования.

Характеристика знаний учащихся. 7 класс

1. Имеют геометрические представления о **фигурах** и их взаимном расположении.
2. Не имеют представления о **методе геометрии**.
3. Знакомство с **новыми фигурами**, воссоздание их образа и усвоение свойств.
4. Овладение **терминологией**, геометрическим языком.
5. Переход от наивных представлений к **абстрактным понятиям** и их определениям.
6. От геометрических фактов к их **доказательству**.
7. Отражается сторона аксиоматического метода, связанная с **логической организацией** материала.
8. Одновременное изучение на интуитивном уровне и **дедуктивно построенной** теории
9. Частично освящается **суть аксиоматического метода**.

Основные принципы методики

1. Постепенность перехода **от конкретного к абстрактному**.
2. Обращение к **наглядности**, окружающей действительности.
3. Воспитание **потребности в доказательстве** утверждений; (критическое отношение к заключениям, основанным на неполной индукции; использование особенности зрительных восприятий (иллюзии); показ относительности результатов измерений).
4. Обучение умению **обосновывать** математические предложения;
5. Помощь в ориентации в аксиомах, определениях, теоремах, постепенное знакомство с **логическим строением** курса планиметрии.

Опорный конспект

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ
неопределяемые

ТОЧКА

ПРЯМАЯ

A, B, C...

ОБОЗНАЧЕНИЕ

a, b, c...

РАСПОЛОЖЕНИЕ

AB, CD...,
€, ₠

АКСИОМЫ

ПРОСТЕЙШИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ФИГУРЫ
определяемые

ОТРЕЗОК

AB, CD

ЛУЧ

OA, h

УГОЛ

$\angle hk$, $\angle O$, $\angle AOB$

СРАВНЕНИЕ

Наложением

Равные фигуры, середина отрезка,
биссектриса угла

ИЗМЕРЕНИЕ

Сравнением с единицей измерения,
сколько раз укладывается – число=длина

Прямой, острый, тупой

Стороны, вершина,
развернутый, внутренняя,
внешняя область.

2

1

1

1

1

2

Этапы: Начально-пропедевтический

Начальная школа, 5-6 кл.

Основой формирования у детей представлений о геометрических фигурах является **способность их к восприятию формы.**

Первый этап: достаточно **показать** ему ту или иную геометрическую фигуру и **назвать** ее соответствующим термином. Например: **это отрезки, это квадраты.**

Второй этап: выделение тех элементов, из которых состоят фигуры, их **существенных** признаков. Для этого выполняют **практические** действия. При изучении точки – **проводят** через нее линии, получают прямые линии **перегибанием** бумаги так, что линия сгиба проходит через точку.

Вывод: преобладают *наглядно-эмпирические* методы (практические) знакомства с первыми аксиомами и основными понятиями.

При знакомстве с **отрезком** выделить такие его признаки, по которым можно легко опознать эту фигуру: отрезок **имеет концы и его следует проводить по линейке**. При изображении отрезка обязательно фиксируются точки концов, а при изображении **прямой** линии – нет.

Если из данной точки провести по линейке прямую линию, то получим **луч**, если два луча – то **угол**. Вначале угол – фигура, состоящая из двух лучей с общим началом, а затем понимание как части плоскости. Нужны **модели** угла.

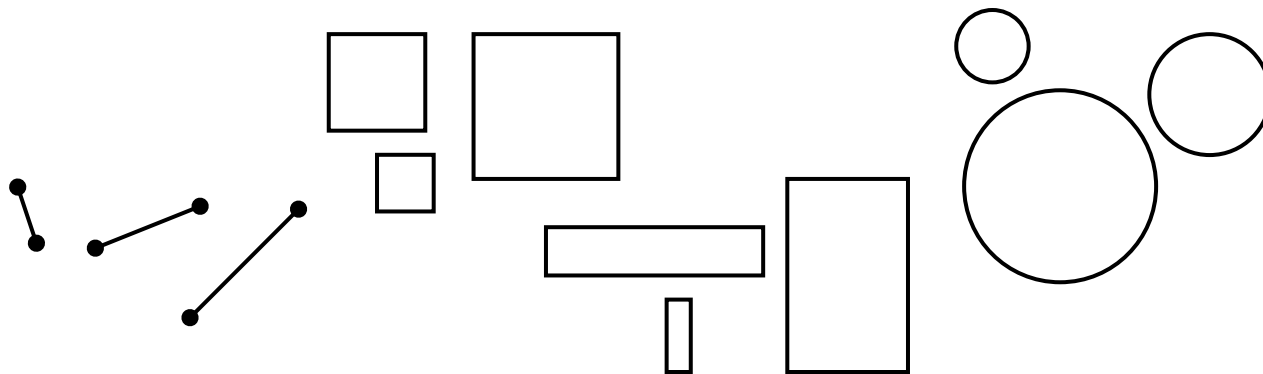
Модели углов

Модель прямого угла получают перегибанием бумаги дважды.

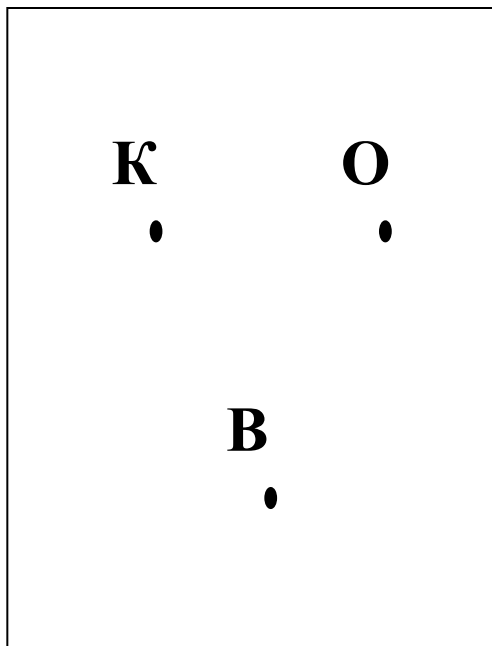
Не знакомятся с единицей измерения углов, пользуются приемами наложения и представлениями о луче. (Стороны угла – лучи, а значит их можно продолжить). Если стороны совпадут, то углы равны.

При знакомстве с острыми, тупыми углами, пользуются моделями трех видов. Сравнение с прямым углом: две стороны моделей и вершины совмещают, а другая сторона пройдет внутри прямого (для острого), вне его (для тупого).

Изученные фигуры распознают в треугольниках, четырехугольниках и др.



Проведи прямые линии
через точку К и через
точку В так, чтобы они
пересеклись в точке О.



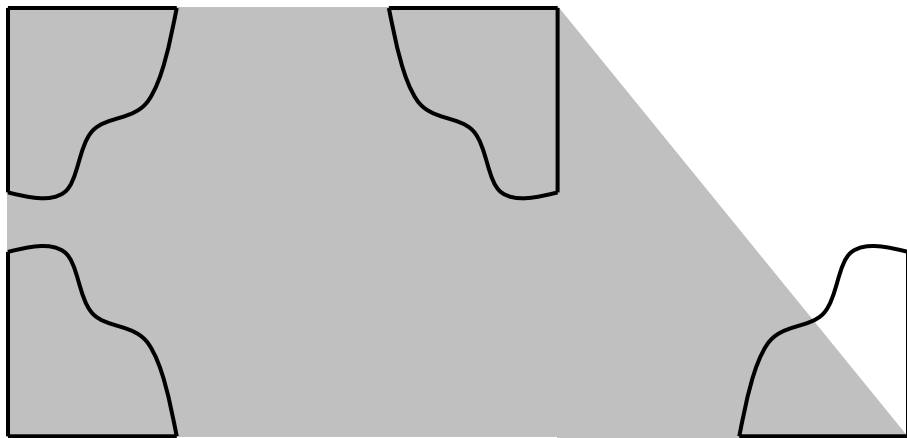
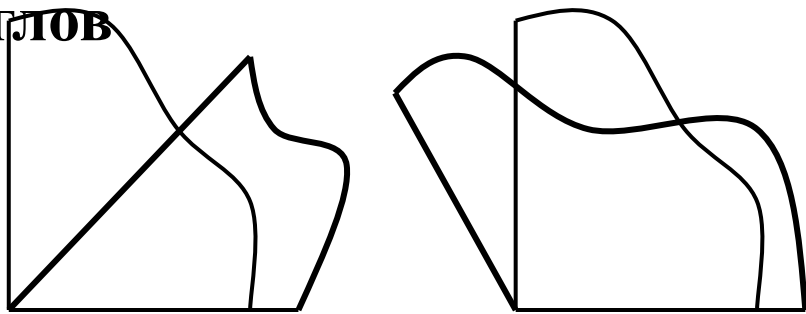
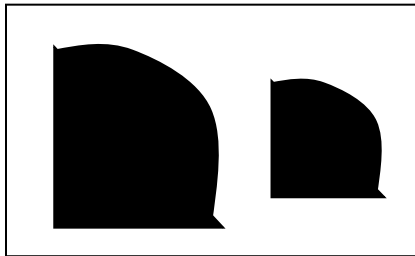
*Установление
различий во фразах:
«точка пересечения
двух линий», «линия
проходит через
точку», «линия
соединяет две точки»,
«точка принадлежит
линии»*

Понятие об угле



Сравнение

углов



Систематический этап. 7-9.

В начале курса **нет работы по структуре** теоремы: как выделять условие, заключение.

Как формулировать умозаключения - структура дедуктивного вывода (общее положение, частное утверждение – вывод).

Многие теоремы сформулированы в **категоричной** форме.

Нет разъяснения метода **от противного**.

Нет образца краткой записи и доказательства (только у Руденко), нет разбиения на шаги.

Доказательства проведены **синтетическим** методом.

Дальнейшее обучение

По ходу изучения геометрии эти вопросы разъясняются.

Учителю следует иметь в виду, что аксиомы принимаются без доказательства не потому, что они очевидны, а потому что они **суть первые предложения**, для доказательства которых еще нет никакого исходного материала.

Уделить внимание **возникновению первых доказательств**. **Фалес Милетский** первым начал игру в «докажи», «почему это так», а не готовый рецепт к действию (теорема о вертикальных углах).

Методические рекомендации к изучению темы

✓ **Беседа** о возникновении и развитии геометрии

✓ Показать **модели** плоских и пространственных фигур, выявить различие, ввести название раздела – **планиметрия**.

✓ **Прямая, точка** вводятся **на наглядной основе** с учетом представлений, сложившихся у учащихся в результате опыта и изучения математики в 1-6 классах

✓ Напомнить, что прямая **безгранична**, ее можно представить лишь мысленно, а на рисунке – часть прямой.

Замечание

отличие от пропедевтического этапа:
простейшие понятия планиметрии – точка,
прямая – предстают в новом виде, как
основные понятия, свойства которых
раскрываются в аксиомах.

А) Практически отрабатываются знания **о взаимном расположении точек и прямой**. Читают по записи, выполняют запись по рисунку и характеризуют. Должны усвоить: **на каждой прямой лежит сколько угодно точек и вне каждой прямой – тоже.**

Б) О проведении прямой через две точки. Практически. Эти положения являются наглядно очевидными и не вызывают сомнений. *Сначала провести прямую через одну точку, убедиться, что их несколько, затем задать вторую точку и убедиться в единственности прямой.* Сделать вывод: **через любые две точки можно провести прямую и притом только одну.** Нарисовать образец. Прямую можно обозначать двумя большими латинскими буквами.

Методическая схема введения аксиом:

- иллюстрация содержания аксиомы примерами, на моделях, в практической работе
- формулировка
- иллюстрация рисунком
- краткая запись
- анализ математического содержания.

Первые теоремы

В) Случай взаимного расположения двух прямых на плоскости (на рисунках, практические работы, вопросы). **Усвоить: две прямые либо имеют одну общую точку, либо не имеют общих точек.** Здесь аксиома прямой используется при доказательстве первых предложений, которые еще **не носят название теорем** (от противного).

При решении задач опираться на **наглядные представления** учащихся.

Пример: Могут ли прямые OA и AB быть различными, если точка O лежит на прямой AB ? (Не могут, так как обе они проходят через точки A и O , а через две точки проходит только одна прямая).

Методика введения понятий о простейших фигурах

Отрезок, луч, угол – первые понятия, которым даются более или менее строгие определения – части прямой или плоскости, ограниченные точками или лучами. Для этого детально рассматриваются свойства расположения точек на прямой, прямых на плоскости.

Цель: закрепить понятие отрезка, понятия луча, дополнительных лучей, угла как геометрической фигуры, внутренней и внешней области, его видов, обозначения луча и угла, с символической записью принадлежности.

Отрезок

Понятие отрезка ввести с помощью рисунка, выделив части:

Две точки – концы отрезка, принадлежащие ему;

Все точки, лежащие между его концами.

-Частью какой, известной нам фигуры является отрезок? (Прямой)

-Итак, отрезок – это часть прямой, ограниченная двумя точками и включающая все точки, лежащие между его концами.

Луч, угол

Аналогично **описательно** вводится понятие луча, (*отметим точку на прямой, разобьем на две части – луча*) как **части прямой, ограниченной одной точкой**

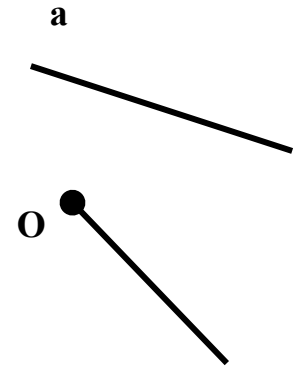
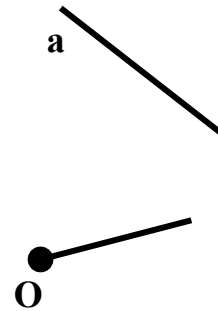
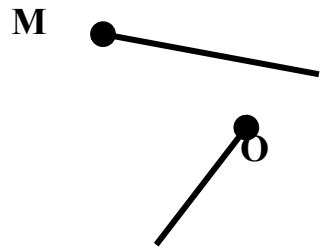
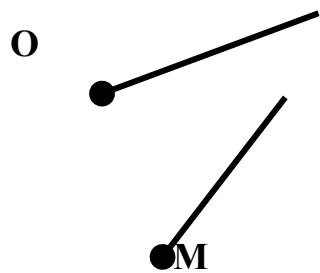
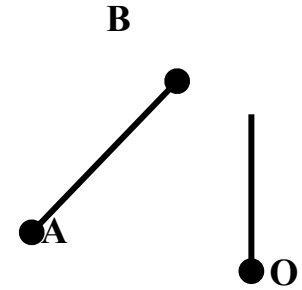
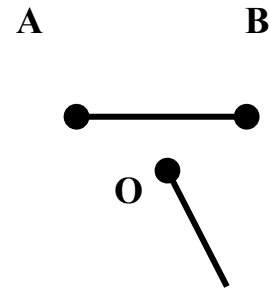
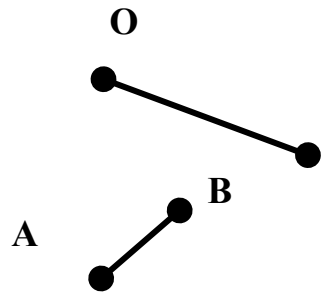
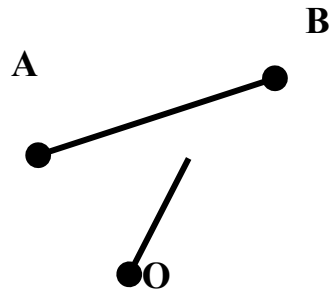
Понятие угла вводится **формально-логически** (*это геометрическая фигура, которая состоит из точки и двух лучей, исходящих из этой точки*), при этом оно имеет **двойкий смысл**:

Точка и два луча, из нее исходящие

Угол с внутренней областью.

В учебнике Атанасяна отражены оба подхода.

Упражнения на ГОТОВЫХ чертежах



Теоремы

Изучаются две первые теоремы о смежных и вертикальных углах.

Углы смежные, у которых одна сторона общая, а две другие являются продолжениями одна другой.

Терминов **теорема, доказательство** нет. Шаги рассуждений и обоснования не выделены.

Доказательство просто и опирается на интуицию, здравый смысл. Если детализировать, то будет загромождено, можно представить:

- Углы смежные
- Одна сторона является продолжением другой, значит обе стороны лежат на одной прямой.
- Если стороны угла лежат на одной прямой, то угол развернутый.
- Его мера – 180.
- Значит сумма углов – 180.