

Законы Ньютона

Динамика – раздел теоретической механики, изучающий механическое движение с самой общей точки зрения. Движение рассматривается в связи с действующими на объект силами.

Динамика точки – изучает движение материальной точки с учетом сил, вызывающих это движение.

Основной объект - материальное тело, обладающей массой, размерами которого можно пренебречь.

Динамика механической системы – изучает движение совокупности материальных точек и твердых тел, объединяемых общими законами взаимодействия, с учетом сил, вызывающих это движение.

Основные допущения:

– существует **абсолютное пространство** (обладает чисто геометрическими свойствами, не зависящими от материи и ее движения).

– существует **абсолютное время** (не зависит от материи и ее движения).

Отсюда вытекает:

– существует **абсолютно неподвижная система отсчета**.

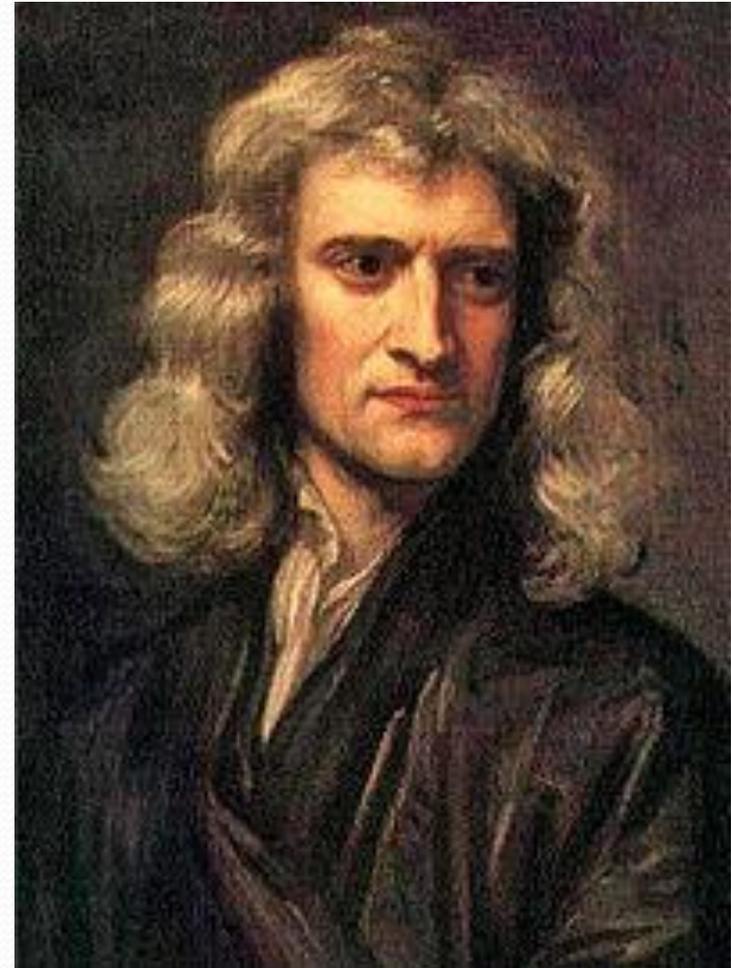
– **время не зависит от движения системы отсчета**.

– **массы движущихся точек не зависят от движения системы отсчета**.

Эти допущения используются в классической механике, созданной Галилеем и Ньютоном. Она имеет до сих пор достаточно широкую область применения, поскольку рассматриваемые в прикладных науках механические системы не обладают такими большими массами и скоростями движения, для которых необходим учет их влияния на геометрию пространства, время, движение, как это делается в релятивистской механике (теории относительности).

Сэр Исаак Ньютон

Сэр Исаак Ньютон —
английский —английский
физик —английский физик,
математик —английский физик,
математик, механик —
английский физик,
математик, механик и астроном
—английский физик,
математик, механик и астроном,
один из создателей классической
физики. Автор
фундаментального труда
«Математические начала
натуральной философии —
английский физик,
математик, механик и астроном,
один из создателей классической
физики. Автор
фундаментального труда
«Математические начала



Какие мы знаем виды ДВИЖЕНИЯ?

- **Равномерное прямолинейное**
(*скорость постоянна по величине и
направлению*)
- **Прямолинейное равноускоренное**
(*скорость изменяется, ускорение
постоянно*)
- **Криволинейное движение**
(*меняется направление движения*)

В чем причина движения?

- *Аристотель* – движение возможно только под действием силы; при отсутствии сил тело будет покоится.
- *Галилей* – тело может сохранять движение и в отсутствии сил. Сила необходима для того чтобы уравновесить другие силы, например, силу трения.
- *Ньютон* – сформулировал законы движения.

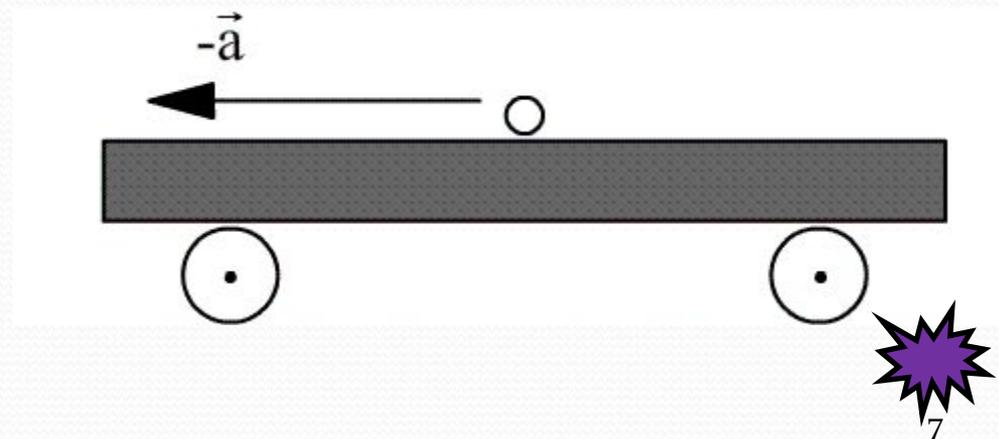
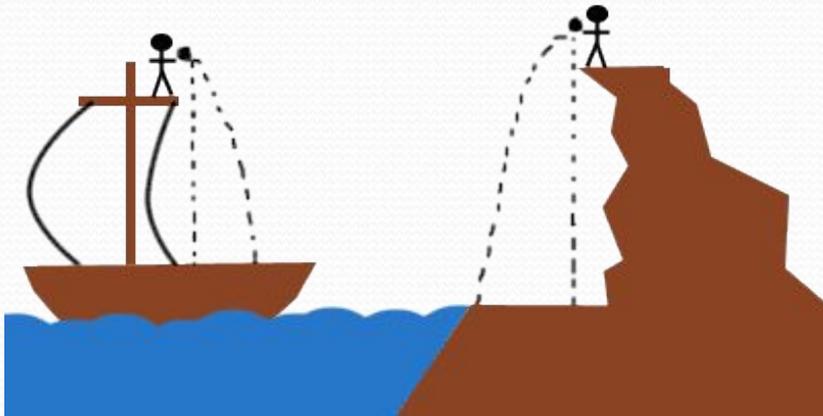
Системы отсчета (СО)

- Тело отсчета
- Система координат
- Прибор для измерения времени

Виды СО

Инерциальные – системы отсчета, в которых выполняется закон инерции (тело отсчета покоится или движется равномерно и прямолинейно).

Неинерциальные – закон не выполняется (система движется неравномерно или криволинейно).

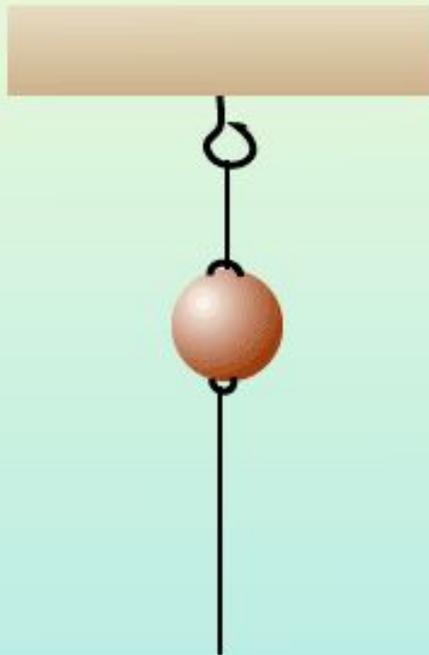


Масса

Масса – это свойство тела, характеризующее его инертность. При одинаковом воздействии со стороны окружающих тел одно тело может быстро **изменять свою скорость**, а другое в тех же условиях – значительно медленнее. Принято говорить, что второе из этих двух тел обладает **большей инертностью**, или, другими словами, второе тело обладает большей массой.

Инертность тел

– свойство тел не мгновенно изменять свою скорость. Из двух тел более инертно то, масса которого больше



*нити одинаковые,
тело – массивное*



тянут медленно

*инертность тела больше
инертности нити*



резко дергают

Сила

Сила – это количественная мера взаимодействия тел. Сила является причиной изменения скорости тела. В механике Ньютона силы могут иметь различную физическую причину: сила трения, сила тяжести, упругая сила и т. д. Сила является **векторной величиной**. Векторная сумма всех сил, действующих на тело, называется **равнодействующей силой**.

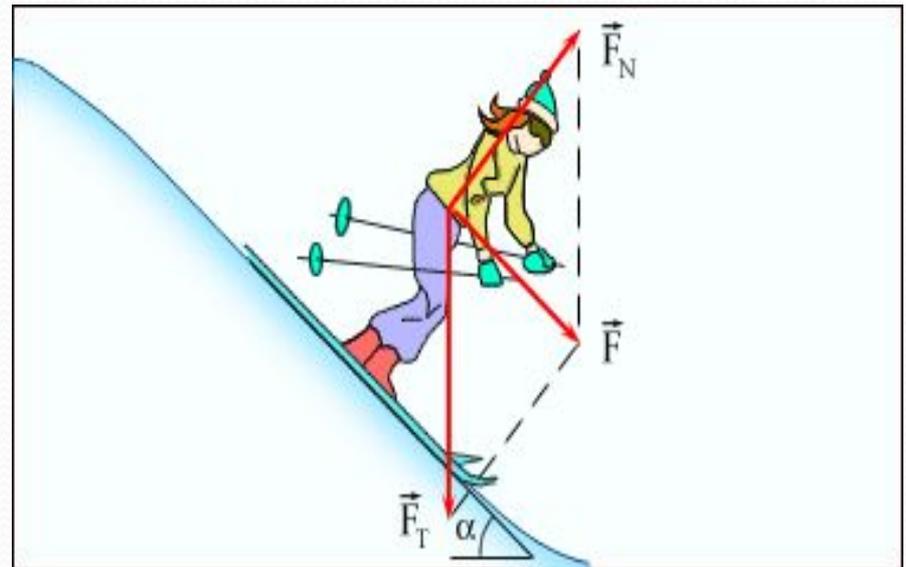
Характеристики силы

- Модуль
- Направление
- Точка приложения

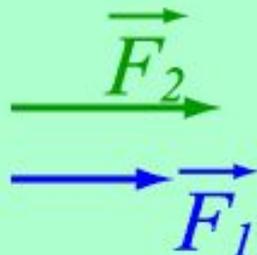
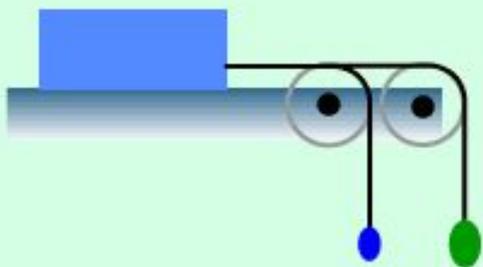
Обозначается буквой **F**

Измеряется в ньютонах (Н)

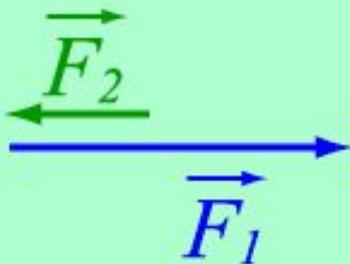
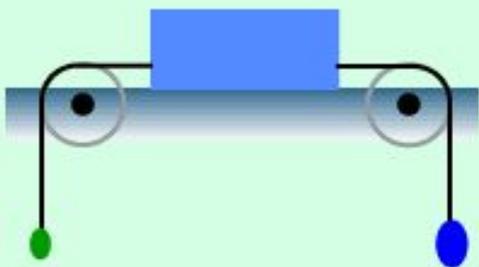
Прибор для измерения силы - динамометр



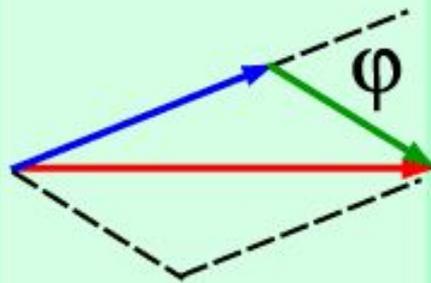
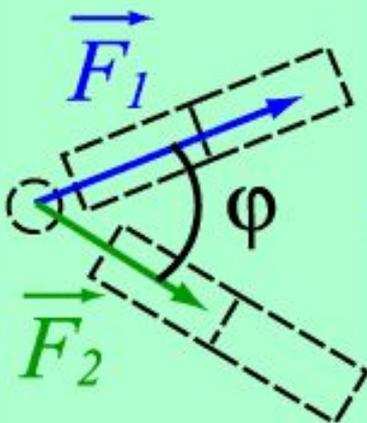
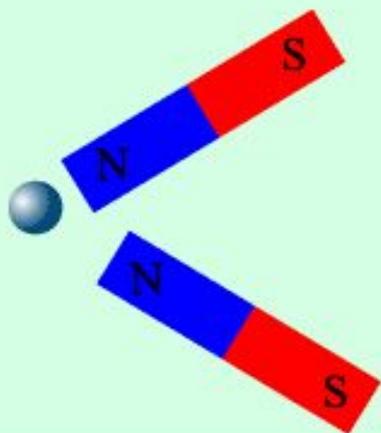
Сложение сил



$$F_p = F_1 + F_2$$



$$F_p = F_1 - F_2$$



$$F_p^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos \varphi$$

Вывод

1. $\vec{F} = 0$ РПД ($\vec{a} = 0, \vec{v} = \text{const}$)

если равнодействующая сила равна нулю

то тело покоится или движется равномерно и прямолинейно.

2. $\vec{F} \neq 0$ РУД ($\vec{a} = \vec{F}/m$)

если силы нескомпенсированы, то тело движется равноускоренно.



■ **Основные законы динамики** – впервые открытые Галилеем и сформулированные Ньютоном составляют основу всех методов описания и анализа движения механических систем и их динамического взаимодействия под действием различных сил.

■ **Закон инерции (закон Галилея-Ньютона)** – Изолированная материальная точка тело сохраняет свое состояние покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, приложенные силы не заставят ее изменить это состояние. Отсюда следует эквивалентность состояния покоя и движения по инерции (закон относительности Галилея). Система отсчета, по отношению к которой выполняется закон инерции, называется **инерциальной**. Свойство материальной точки стремиться сохранить неизменной скорость своего движения (свое кинематическое состояние) называется **инертностью**.

■ **Закон пропорциональности силы и ускорения (Основное уравнение динамики - II закон Ньютона) –**

Ускорение, сообщаемое материальной точке силой, прямо пропорционально силе и обратно

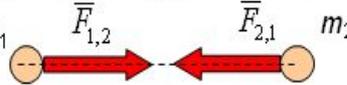
пропорционально массе этой точки: $\bar{a} = \frac{1}{m} \overline{F}$ или $m\bar{a} = \overline{F}$.

Здесь m – масса точки (мера инертности), измеряется в кг, численно равна весу, деленному на ускорение свободного падения:

$$m = \frac{G}{g}.$$

F – действующая сила, измеряется в Н (1 Н сообщает точке массой 1 кг ускорение 1 м/с², 1 Н = 1/9.81 кг·с).

■ **Закон равенства действия и противодействия (III закон Ньютона)** – Всякому действию соответствует равное по величине и противоположно направленное противодействие:

$$\vec{F}_{1,2} = -\vec{F}_{2,1}$$


Закон справедлив для любого кинематического состояния тел. Силы взаимодействия, будучи приложенные к разным точкам (телам) не уравновешиваются.

■ **Закон независимости действия сил** – Ускорение материальной точки под действием нескольких сил равно геометрической сумме ускорений точки от действия каждой из сил в отдельности:

$$\vec{a}(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots) = \vec{a}_1(\vec{F}_1) + \vec{a}_2(\vec{F}_2) + \dots$$

$$\vec{a}(\vec{R}) = \vec{a}_1(\vec{F}_1) + \vec{a}_2(\vec{F}_2) + \dots$$

■ **Основное уравнение динамики** :

$$m\vec{a} = \sum \vec{F}_i$$

- соответствует векторному способу задания движения точки.

■ **Дифференциальные уравнения движения материальной точки:**

Подставим ускорение точки при векторном задании движения

$$\vec{a} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2}$$

в основное уравнение динамики:

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \sum \vec{F}_i \quad (1)$$

- дифференциальное уравнение движения точки в векторном виде.

В координатном виде: Используем связь радиуса-вектора с координатами и вектора силы с проекциями:

$$\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$$

$$\vec{F}_i = X_i\vec{i} + Y_i\vec{j} + Z_i\vec{k}$$

После группировки векторное соотношение распадается на три скалярных уравнения:

$$(x) : m \frac{d^2 x}{dt^2} = \sum X_i$$

$$(y) : m \frac{d^2 y}{dt^2} = \sum Y_i$$

$$(z) : m \frac{d^2 z}{dt^2} = \sum Z_i$$

$$m \frac{d^2}{dt^2} (x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}) = \sum (X_i\vec{i} + Y_i\vec{j} + Z_i\vec{k})$$

или:

$$m\ddot{x} = \sum X_i$$

$$m\ddot{y} = \sum Y_i$$

$$m\ddot{z} = \sum Z_i$$

- дифференциальные уравнения движения точки в координатном виде.

Этот результат может быть получен формальным проецированием векторного дифференциального уравнения (1).

■ **Естественные уравнения движения материальной точки** – получаются

проецированием векторного дифференциального уравнения движения на естественные (подвижные) оси координат:

$$(z) : m a_{\phi\phi} = \sum F_{i\phi}$$

$$(n) : m a_n = \sum F_{in}$$

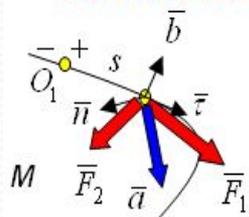
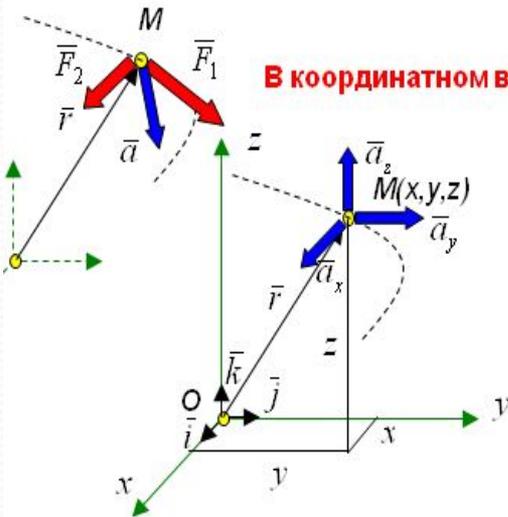
$$(b) : m \cdot 0 = \sum F_{ib}$$

$$m\ddot{s} = \sum F_{i\phi}$$

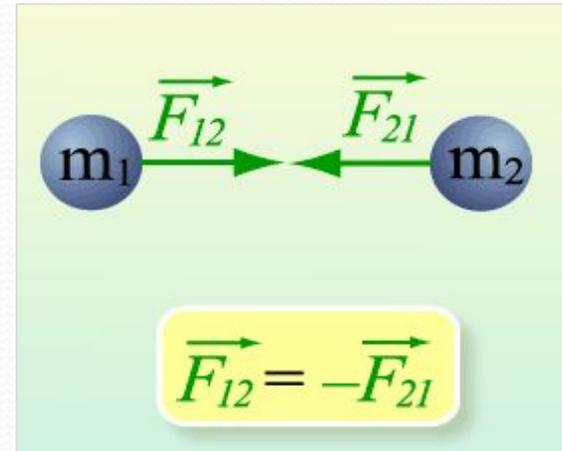
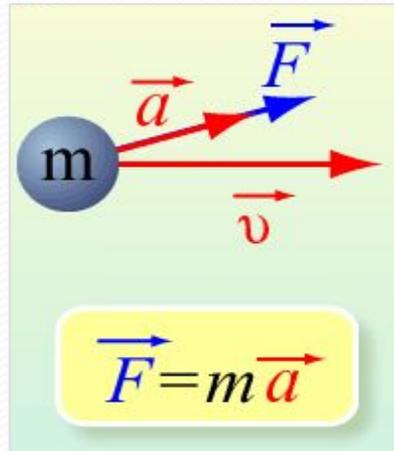
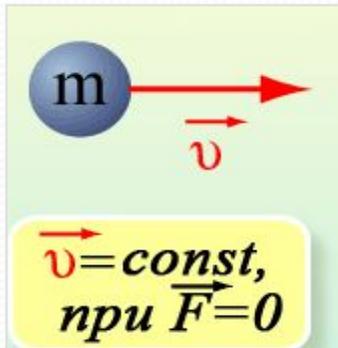
$$m \frac{s^2}{\rho} = \sum F_{in}$$

$$m \frac{s^2}{\rho} = \sum F_{in}$$

- естественные уравнения движения точки.



Законы Ньютона



I закон

Существуют такие системы отсчета, в которых всякое тело будет сохранять состояние покоя или равномерного и прямолинейного движения до тех пор, пока действие других тел не заставит его изменить это состояние.

II закон

Под действием силы тело приобретает такое ускорение, что его произведение на массу тела равно действующей силе.

III закон

Силы, с которыми взаимодействующие тела действуют друг на друга, равны по модулю и направлены по одной прямой в противоположные стороны.

Примеры выполнения I Закона Ньютона



2.



1. Земля – опора
2. Земля – нить

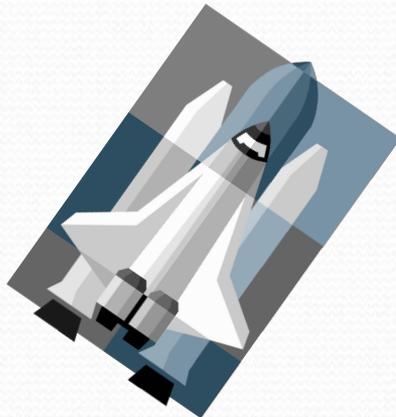
тело в покое
 $v = 0$



4.



5.



3. Земля – воздух

4. Земля – двигатель
прямолинейное

5. Действия нет

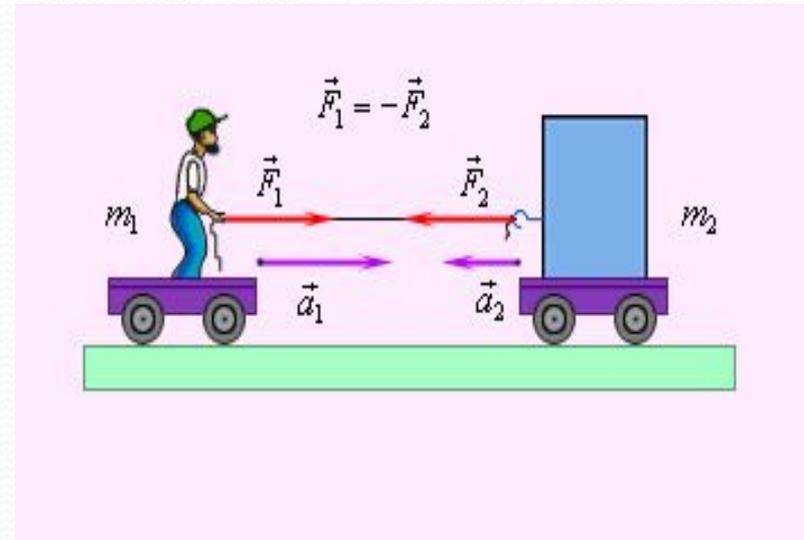
движение
равномерное

$v = \text{const}$

III Закон Ньютона

Особенности закона:

1. Силы возникают парами
2. Возникающие силы одной природы
3. Силы приложены к различным телам, поэтому не уравнивают друг друга



	I закон	II закон	III закон
Физическая система	Макроскопическое тело		Система двух тел
Модель	Материальная точка		Система двух материальных точек
Описываемое явление	Состояние покоя или равномерного прямолинейного движения	Движение с ускорением	Взаимодействие тел
Суть закона	Постулирует существование инерциальной системы отсчета (если $\vec{\Sigma F} = 0$, то $\vec{V} = \text{const}$)	Взаимодействие определяет изменение скорости. т.е. ускорение $\vec{a} = \frac{\vec{\Sigma F}}{m}$	Силы действия и противодействия равны по модулю, противоположны по направлению, приложены к разным телам, одной природы. $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$
Примеры проявления	Движения космического корабля вдали от притягивающих тел	Движение планет, падение тел на Землю, торможение и разгон автомобиля.	Взаимодействие тел: Солнца и Земли, Земли и Луны, автомобиля и поверхности Земли, бильярдных шаров.
Границы применимости	Инерциальные системы отсчета Макро- и мегамир Движение со скоростями, много меньшими скорости света.		



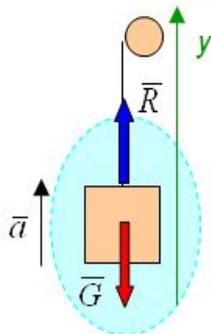
■ **Две основные задачи динамики:**

- 1. Прямая задача:** Задано движение (уравнения движения, траектория). Требуется определить силы, под действием которых происходит заданное движение.
- 2. Обратная задача:** Заданы силы, под действием которых происходит движение. Требуется найти параметры движения (уравнения движения, траекторию движения).

Обе задачи решаются с помощью **основного уравнения динамики** и проекции его на координатные оси. Если рассматривается движение несвободной точки, то как и в статике, используется **принцип освобождения от связей**. В результате реакции связей включаются в состав сил, действующих на материальную точку. Решение первой задачи связано с операциями дифференцирования. Решение обратной задачи требует интегрирования соответствующих дифференциальных уравнений и это значительно сложнее, чем дифференцирование. Обратная задача сложнее прямой задачи.

■ **Решение прямой задачи динамики** - рассмотрим на примерах:

Пример 1. Кабина весом G лифта поднимается тросом с ускорением a . Определить натяжение троса.



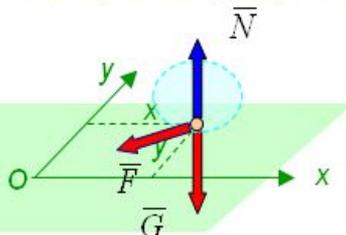
1. Выбираем объект (кабина лифта движется поступательно и ее можно рассматривать как материальную точку).
2. Отбрасываем связь (трос) и заменяем реакцией R .
3. Составляем основное уравнение динамики: $m\bar{a} = \sum \bar{F}_i = \bar{G} + \bar{R}$.
4. Проецируем основное уравнение динамики на ось y : $(y): ma_y = R - G$.

Определяем реакцию троса: $R = G + ma_y = G + \frac{G}{g}a_y = G(1 + \frac{a_y}{g})$.

Определяем натяжение троса: $\bar{T} = -\bar{R}; T = R = G(1 + \frac{a_y}{g})$.

При равномерном движении кабины $a_y = 0$ и натяжение троса равно весу: $T = G$.
При обрыве троса $T = 0$ и ускорение кабины равно ускорению свободного падения: $a_y = -g$.

Пример 2. Точка массой m движется по горизонтальной поверхности (плоскости Oxy) согласно уравнениям: $x = a \cdot \cos kt, y = b \cdot \cos kt$.
Определить силу, действующую на точку.



1. Выбираем объект (материальную точку).
2. Отбрасываем связь (плоскость) и заменяем реакцией N .
3. Добавляем к системе сил неизвестную силу F .

4. Составляем основное уравнение динамики: $m\bar{a} = \sum \bar{F}_i = \bar{G} + \bar{N} + \bar{F}$.
5. Проецируем основное уравнение динамики на оси x, y : $(x): m\ddot{x} = F_x;$
 $(y): m\ddot{y} = F_y.$

Определяем проекции силы:

$$F_x = m\ddot{x} = -mak^2 \cos kt = -mk^2 x;$$

$$F_y = m\ddot{y} = -mak^2 \sin kt = -mk^2 y.$$

Модуль силы:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} =$$

$$= mk^2 \sqrt{x^2 + y^2} = mk^2 r.$$

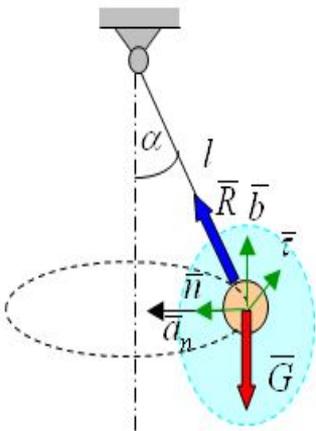
Направляющие косинусы:

$$\cos(\bar{F}, x) = \frac{F_x}{F} = -\frac{x}{r}; \cos(\bar{F}, y) = \frac{F_y}{F} = -\frac{y}{r}.$$

Таким образом, величина силы пропорциональна расстоянию точки до центра координат и направлена к центру по линии, соединяющей точку с центром.

Траектория движения точки представляет собой эллипс с центром в начале координат:

$$\begin{aligned} x^2 &= a^2 \cos^2 kt, \\ y^2 &= b^2 \sin^2 kt. \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 = 1$$



Пример 3: Груз весом G подвешен на тросе длиной l и движется по круговой траектории в горизонтальной плоскости с некоторой скоростью. Угол отклонения троса от вертикали равен α . Определить натяжение троса и скорость груза.

1. Выбираем объект (груз). 2. Отбрасываем связь (трос) и заменяем реакцией R .

3. Составляем основное уравнение динамики: $m\bar{a} = \sum \bar{F}_i = \bar{G} + \bar{R}$.

4. Проецируем основное уравнение динамики на оси τ, n, b : $(\tau): ma_\phi = 0$;

$$(n): ma_n = R \sin \alpha,$$

$$(b): 0 = R \cos \alpha - G.$$

Из третьего уравнения определяем реакцию троса:

$$R = \frac{G}{\cos \alpha}.$$

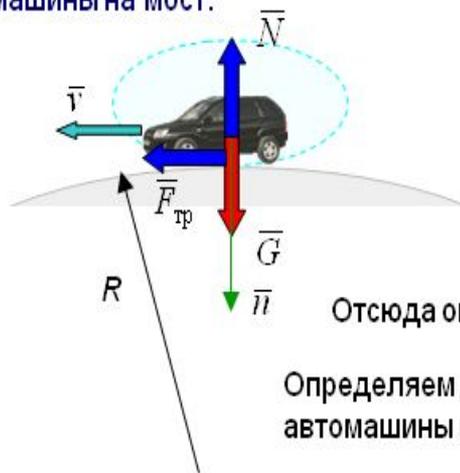
Определяем натяжение троса: $\bar{T} = -\bar{R}$; $T = R = \frac{G}{\cos \alpha}$.

Подставляем значение реакции троса, нормального ускорения во второе уравнение и определяем скорость груза:

$$\frac{G}{g} \frac{v^2}{l \sin \alpha} = \frac{G}{\cos \alpha} \sin \alpha.$$

$$v = \sqrt{\frac{gl \sin^2 \alpha}{\cos \alpha}}.$$

Пример 4: Автомашина весом G движется по выпуклому мосту (радиус кривизны равен R) со скоростью V . Определить давление автомашины на мост.



1. Выбираем объект (автомашина, размерами пренебрегаем и рассматриваем как точку).

2. Отбрасываем связь (шероховатую поверхность) и заменяем реакциями N и силой трения $F_{тр}$.

3. Составляем основное уравнение динамики: $m\bar{a} = \sum \bar{F}_i = \bar{G} + \bar{N} + \bar{F}_{тр}$.

4. Проецируем основное уравнение динамики на ось n : $(n): ma_n = G - N$.

Отсюда определяем нормальную реакцию: $N = G - ma_n = G - m \frac{v^2}{R} = G(1 - \frac{v^2}{gR})$.

Определяем давление автомашины на мост: $\bar{Q} = -\bar{N}$; $Q = G(1 - \frac{v^2}{gR})$.

Отсюда можно определить скорость, соответствующую нулевому давлению на мост ($Q = 0$):

$$v = \sqrt{gR}.$$

литературных произведениях

Семь приключений Хатема (персидская сказка)

В поиске говорящей горы прекрасный юноша Хатем долго шел по пустыне. Усталый и истомленный жаждой, присел он отдохнуть.

«По прошествии некоторого времени прилетел орел и опустился на землю неподалёку от Хатема. Походил, походил орел и скрылся в какой-то яме, но вскоре появился снова, и, и когда встряхнул крыльями, с перьев его полетели водяные брызги. Хатем тотчас направился к яме и увидел, что она полна чистой прозрачной воды».

Почему слетают водяные брызги, когда птица встряхивает крыльями?

О Ваське-Муське (русская сказка)

Хозяин выгнал кота Ваську-Муську из дома, потому что стал тот старым и не мог больше ловить мышей и крыс. Чтобы добыть себе пищу, пошел кот на хитрость и притворился мертвым.

«Сбежались все крысы и мыши к Ваське-Муське и решили, что надо бы схоронить Ваську-Муську, чтобы он не ожил. Было их около десяти тысяч. Притянули они артелью дровни, закатали Ваську-Муську на дровни, а он лежит, не шевелится. Привязали штук семь веревок, стали на лапки, веревки взяли через плечо, а около двухсот мышей и крыс сзади с лопатами да кирками. Все идут, радуются, присвистывают».

Оцените, какова сила тяги мышей и крыс. Задайте сами массу кота и дровней. Коэффициент трения принять равным 0,1.

А. А. Блок. «Все чаще я по городу
брожу...»

Запнулась запыхавшаяся лошадь,
Уж силой ног не удержать седла,
И утлые взмахнулись семена,
И полетел, отброшенный толчком...

- *Объясните падение всадника с точки зрения физики.*

Исцеление Ильи Муромца (былина)

- Я ведь слышу-то силушку в себе великую;
Кабы было кольцо в матушке в сырой земле,
Я бы взял-то я сам бы единую рукой,
Поворотил бы всю матушку сыру землю.

- *Как вы считаете, смог бы Илья Муромец выполнить обещанное?*

И. А. Бунин. **Отлив**

В кипящей пене валуны,
Волна, блистая, заходила-
Ее уж тянет, тянет сила
Восходящей за морем луны.

Во тьме кокосовых лесов
Горят стволы, дробятся тени-
Луна глядит - и, в блеске, в
пене,
Спешит волна на тайный зов.

- *О какой силе говорит поэт в данном отрывке?*

А. П. Гайдар. Чук и Гек

«Весело взвизгнув, Чук и Гек вскочили, но сани дернули, и они дружно плюхнулись в сено».

- *Почему мальчики плюхнулись в сено?*

Ф. Искандер. Святое озеро

Герой рассказа поскользнулся и полетел по крутому склону ледника вниз. Поперек его пути была глубокая траншея, «где клокотала и неслась талая вода. Он подумал, что сейчас погибнет, попав в эту траншею, но перелетел через нее и на пологом склоне затормозился».

- *Какое физическое явление помогло герою рассказа не упасть в траншею?*

Л. Кэрролл. Алиса в зазеркалье

«Стоило Коню остановиться... как Рыцарь тут же летел вперед. А когда Конь снова трогался с места... Рыцарь тотчас падал назад».

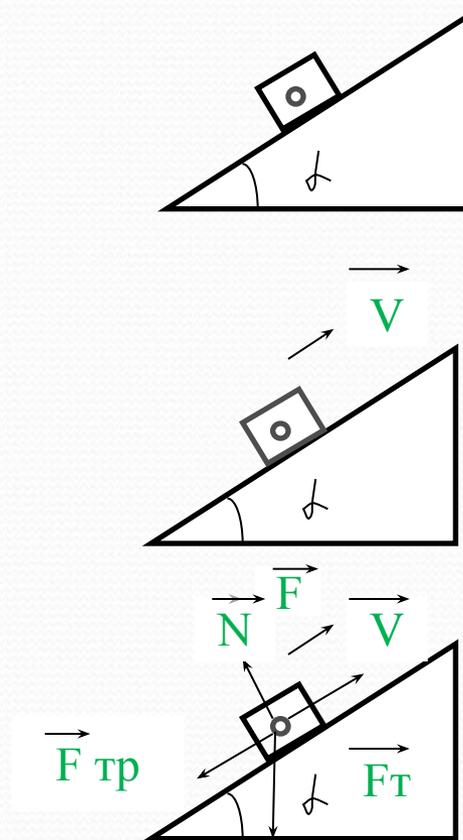
- *Объясните явление.*



Алгоритм решения задач по динамике

Изобразите

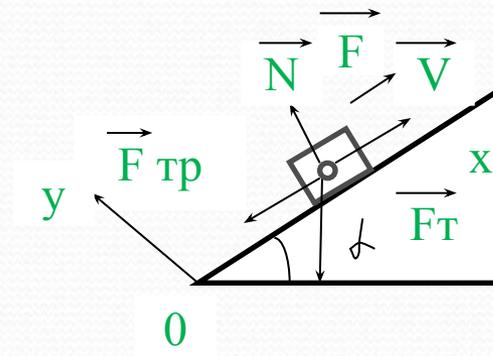
1. тела (материальные точки, о которых идет речь в задаче)
2. направление вектора скорости
3. силы, действующие на них.



Выберите

1. инерциальную систему отсчета

2. удобные направления координатных осей



Запишите

1. основное уравнение динамики в векторной форме

$$\vec{F}_T + \vec{F} + \vec{N} + \vec{F}_{тр} = m\vec{a}$$

2. формулы для определения сил

$$\vec{F}_T = mg$$
$$\vec{F}_{тр} = \mu N$$

3. основные уравнения кинематики (если они нужны)

$$V_x = V_{0x} + a_{xt}$$
$$X = X_0 + V_{0xt} + a_{xt} / 2^2$$

4. все векторные равенства запишите в проекции на выбранные оси

$$- F_T \sin \alpha + F - F_{тр} = ma_x$$
$$- F_T \cos \alpha + N = 0$$
$$F_T = mg$$
$$F_{тр} = \mu N$$



Задача 1

Сила тяги ракетного двигателя первой ракеты на жидком топливе равнялась 660 Н , масса ракеты 30 кг . Какое ускорение приобрела ракета во время старта?

Вопросы к задаче

1. Какие силы действуют на ракету?
2. Как они направлены?
3. С какой силой совпадает по направлению ускорение?
4. Как записать уравнение второго закона Ньютона?

Решение 1

Дано:

$$m = 30 \text{ кг}$$

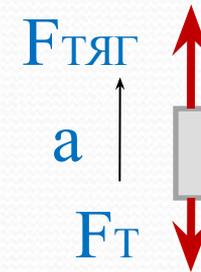
$$F_{\text{тяг}} = 660 \text{ Н}$$

a - ?

Решение

$$ma = F_{\text{тяг}} - F_{\text{Т}}$$

$$F_{\text{Т}} = mg$$



$$a = \frac{F_{\text{тяг}} - mg}{m}; a = \frac{660 \text{ Н} - 10 \text{ м/с}^2 \cdot 30 \text{ кг}}{30 \text{ кг}} = 12 \text{ м/с}^2$$

Ответ: 12 м/с²

Задача 2

Мальчик массой 45 кг качается на качелях, длина которых 3 м. Найдите силу давления на качели при прохождении нижней точки, если скорость в этот момент равна 2 м/с.

Решение 2

Дано:

$$m = 45 \text{ кг}$$

$$R = 3 \text{ м}$$

$$v = 2 \text{ м/с}$$

P - ?

Решение

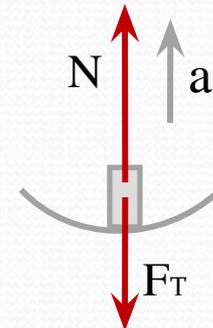
N - сила реакции опоры

$$ma = N - F_T \quad (\text{II з. Ньютона})$$

$$N = ma + F_T \quad P = -N \quad (\text{III з. Ньютона})$$

$a = v^2/R$ – центростремительное
ускорение

$$P = 45 \cdot 10 + 45 \cdot 2^2/3 = 450 + 60 = 510 \text{ Н}$$



Ответ: 510Н

