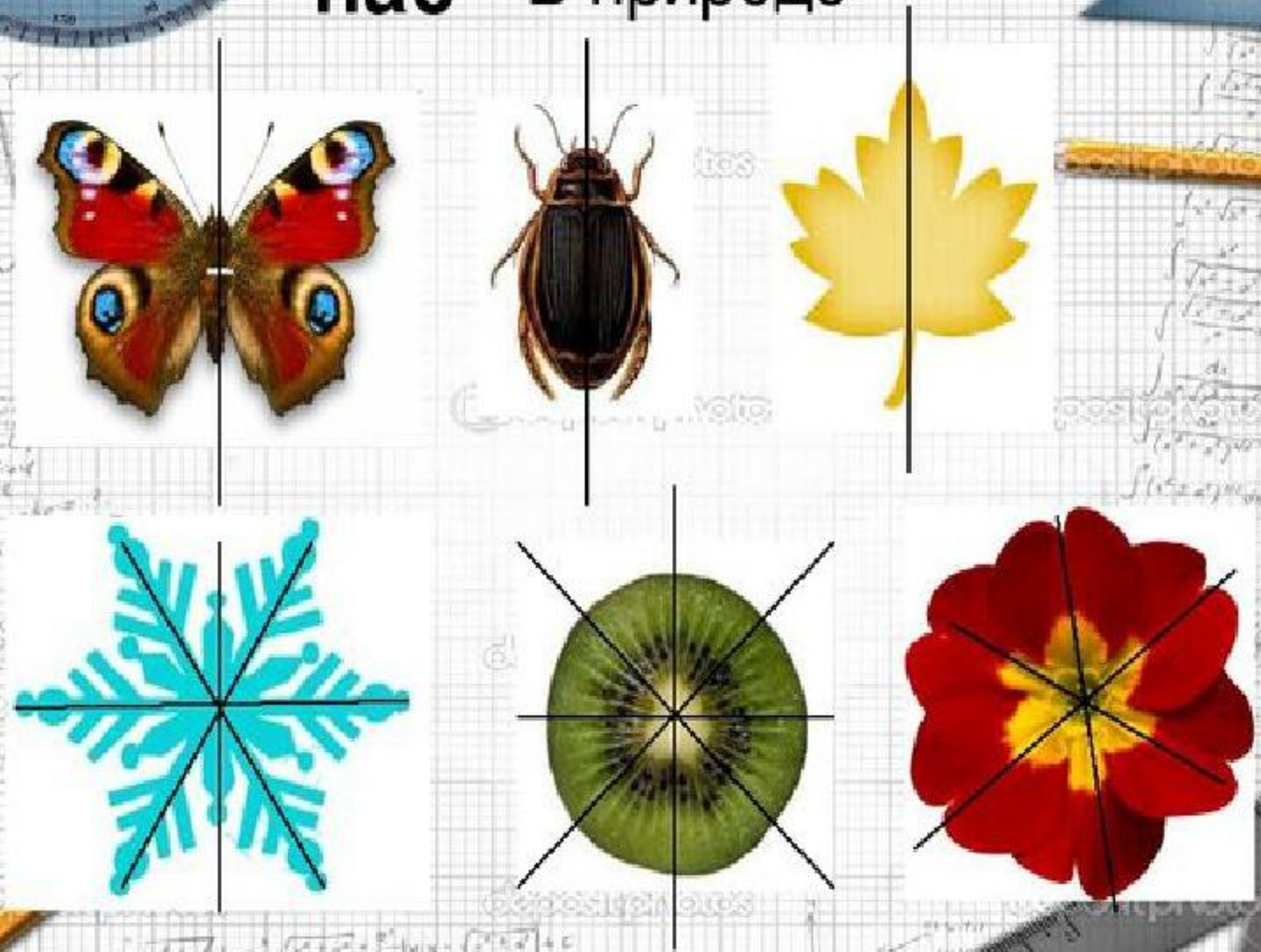
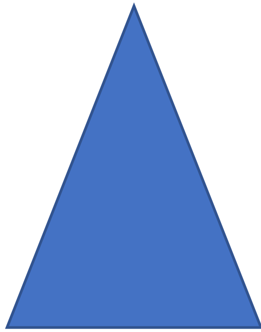
Геометрическое преобразование пространства

Симметрия вокруг нас

В природе




Преобразования фигур
в пространстве
Движения
Подобие
Симметрия относительно
точки
Симметрия относительно
прямой
Гомотетия
Симметрия относительно
плоскости
Параллельный перенос
(вектор)
Поворот



Движение

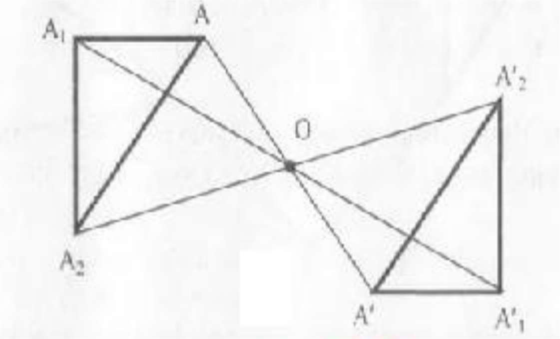
Движение – преобразование фигур, при котором сохраняются расстояния между точками.

Виды движения

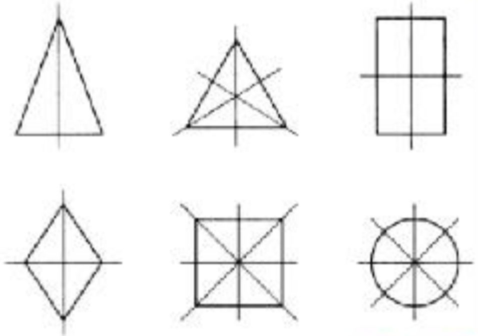
- Осевая симметрия
- Зеркальная симметрия
- Центральная симметрия
- Поворот
- Параллельный перенос

Виды симметрии

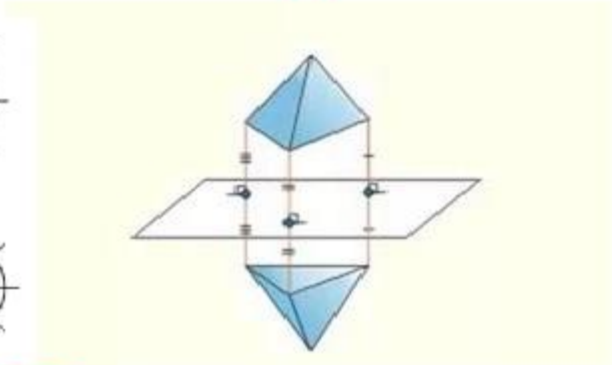
- **1.Центральная симметрия**



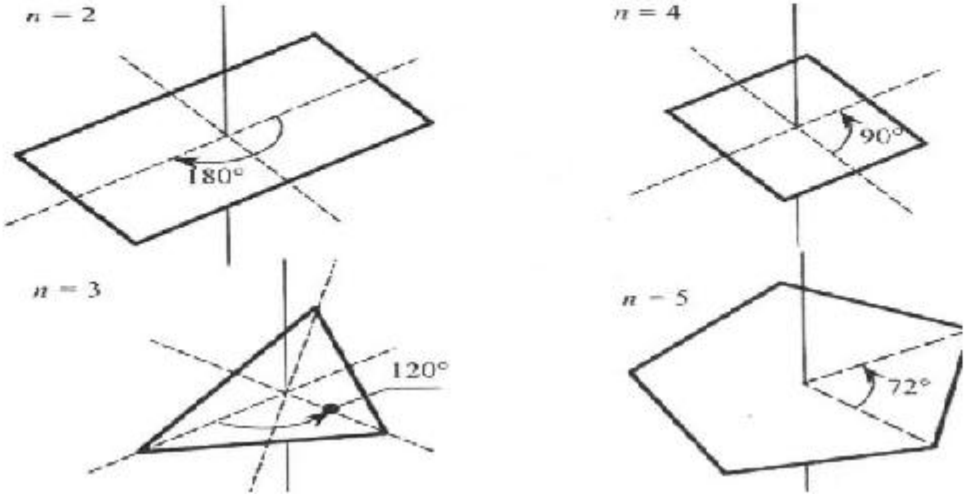
- **2.Осевая симметрия**



- **3.Зеркальная симметрия**



- **4.Поворотная симметрия**



- **5.*Переносная симметрия***

Преобразование пространства,

при котором сохраняются расстояния между любыми двумя точками, называется движением **пространства**. Свойства: при движении в **пространстве** прямые переходят в прямые, полупрямые – в полупрямые, отрезки – в отрезки, плоскости – в плоскости; сохраняются углы между полупрямыми

Две фигуры называются равными, если они совмещаются движением.

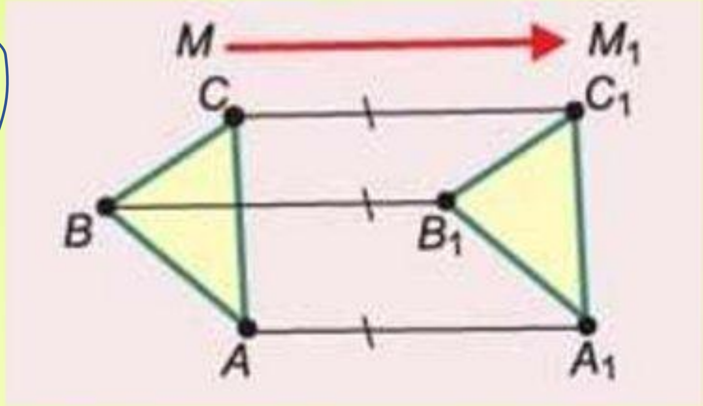
Параллельный перенос:

Определение. Параллельным переносом на вектор называется такое преобразование пространства, при котором любая точка отображается на такую точку , что выполняется векторное равенство . <u>Это перенос (движение) всех точек пространства в одном и том же направлении, на одно и то же расстояние</u>

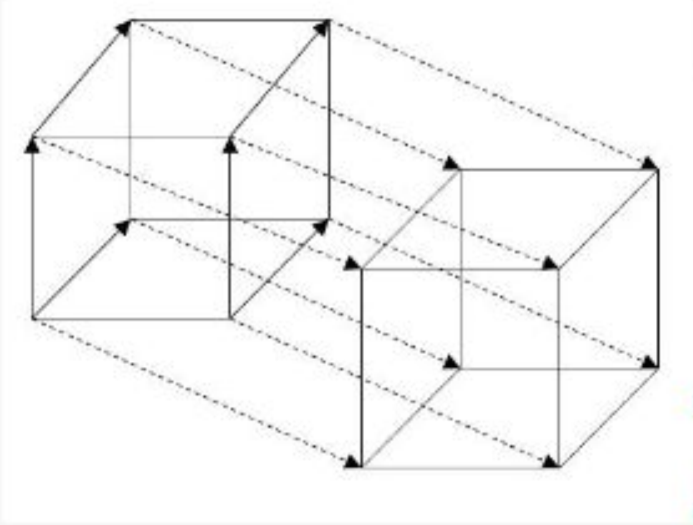
Если плоскость (прямая) не параллельна вектору переноса, то при переносе на этот вектор она отображается на параллельную ей плоскость (прямую).

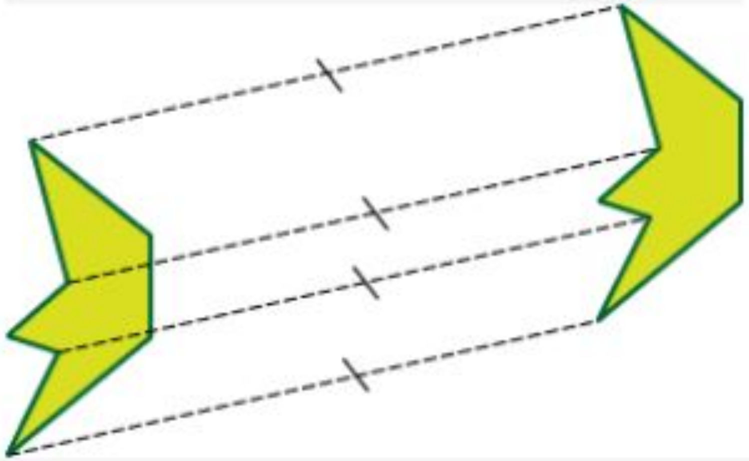
Параллельный перенос

- на вектор $\mathbf{MM_1}$ называется отображение плоскости на себя, при котором каждая точка **A** отображается в такую точку $\mathbf{A_1}$, что вектор $\mathbf{AA_1}$ равен вектору $\mathbf{MM_1}$



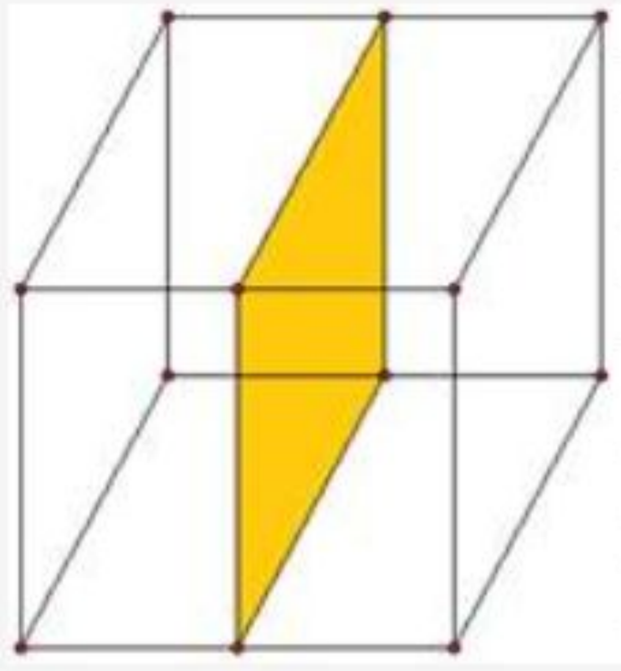
Параллельный перенос

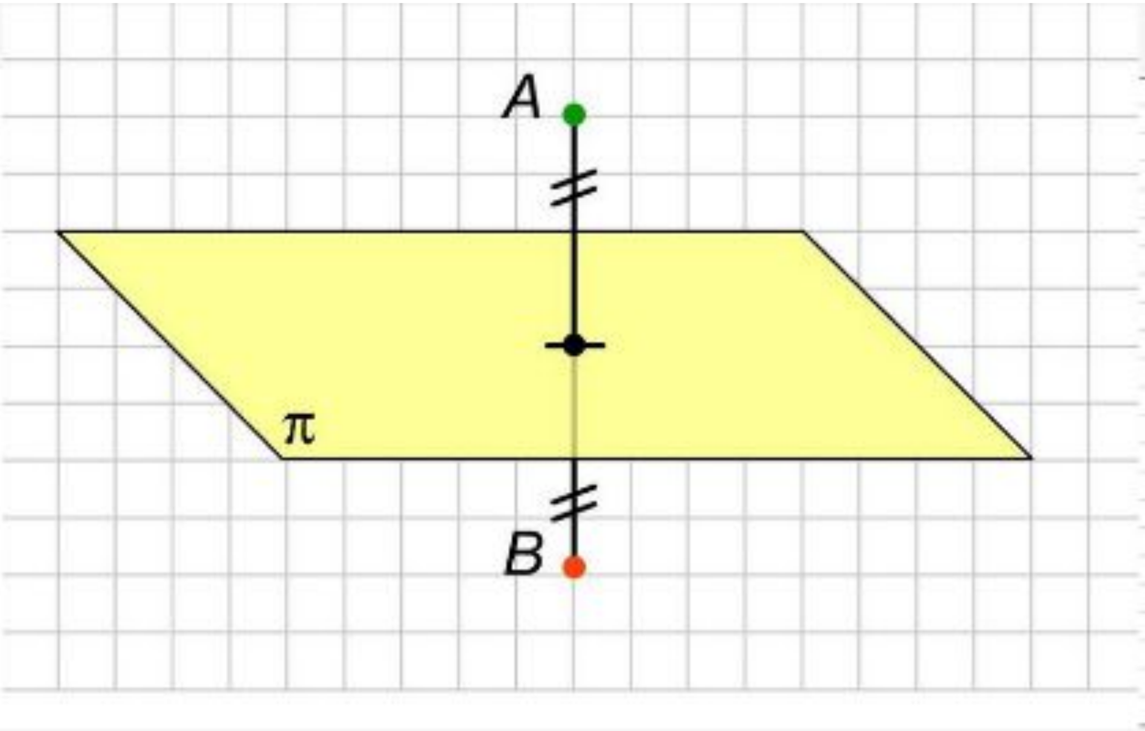




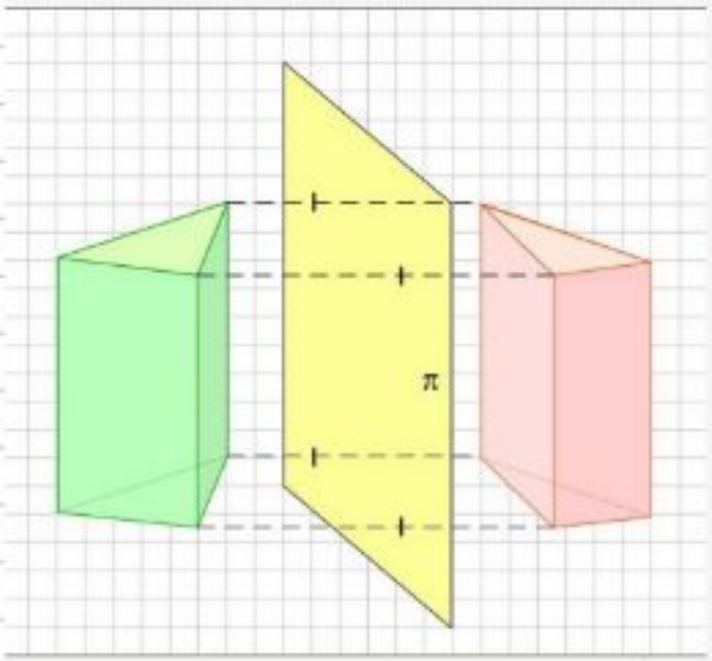
Симметрия относительно плоскости:

Определение. Преобразование пространства, при котором каждая точка пространства отображается на точку, симметричную ей относительно плоскости , называется симметрией пространства относительно плоскости . Плоскость называется плоскостью симметрии.



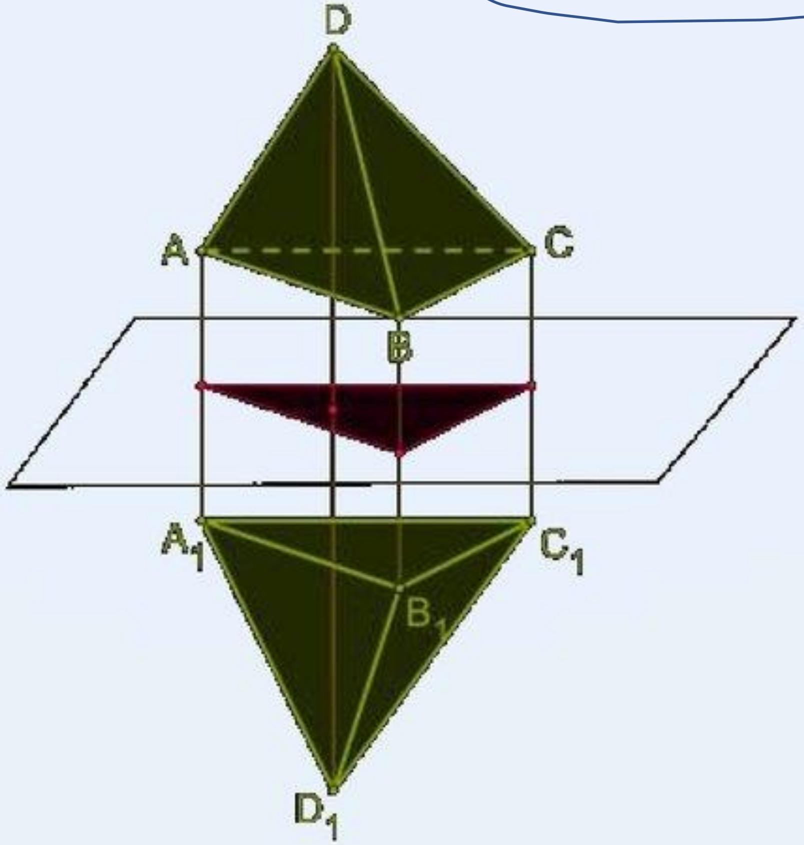


A
π
B



π

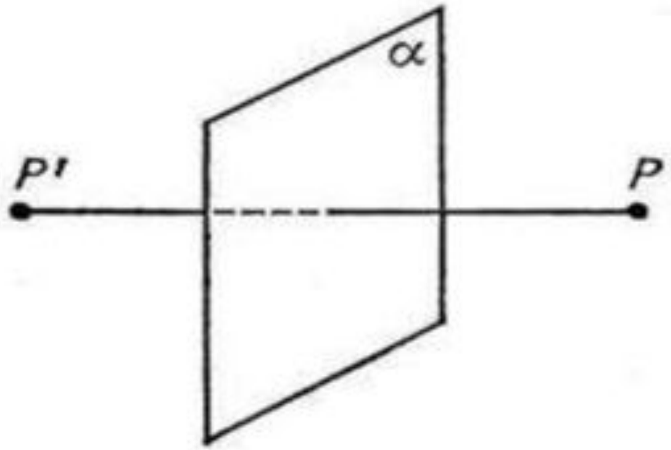
Зеркальная симметрия (симметрия относительно плоскости)

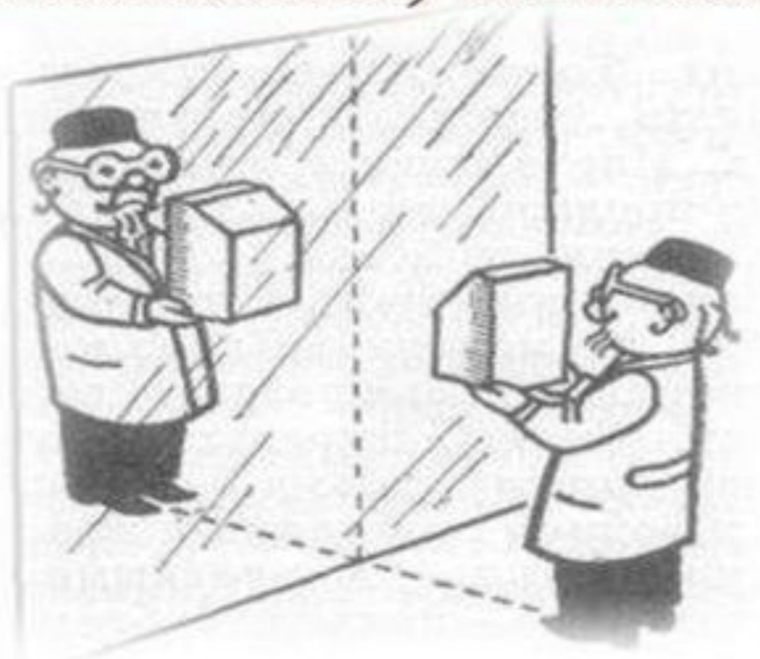


Отображение пространства на себя, при котором любая точка переходит в симметричную ей относительно плоскости α точку

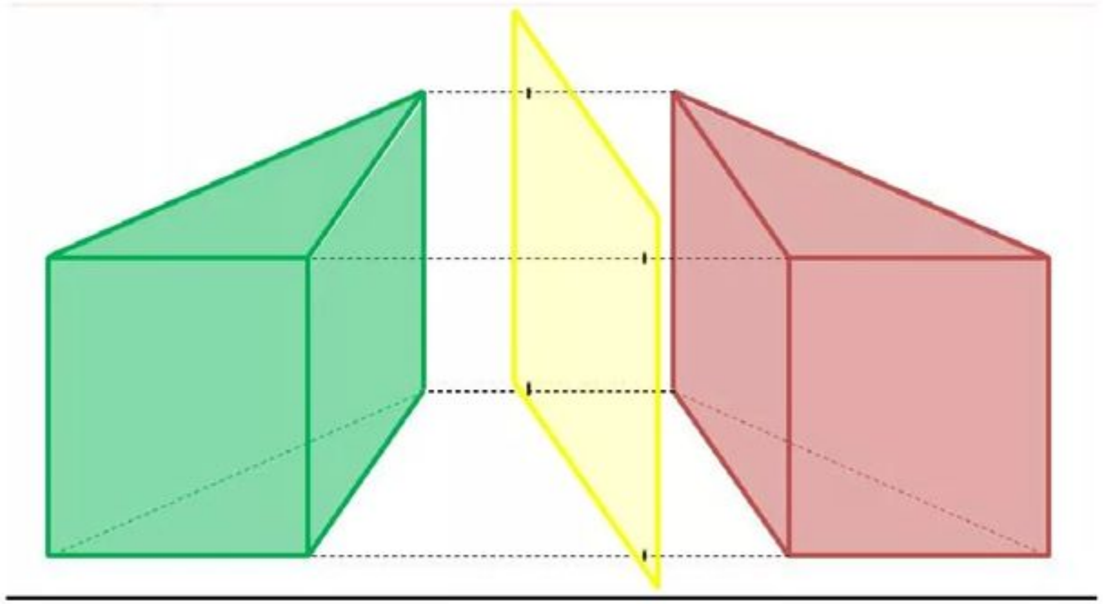
Симметрия относительно плоскости

- Точки **А** и **А1** называются симметричными относительно плоскости **а** (плоскость симметрии), если плоскость **а** проходит через середину отрезка **АА1** и перпендикулярна к этому отрезку. Каждая точка плоскости **а** считается симметричной самой себе. Две фигуры называются симметричными относительно плоскости (или зеркально-симметричными относительно), если они состоят из попарно симметричных точек. Это значит, что для каждой точки одной фигуры симметричная ей (относительно) точка лежит в другой фигуре.





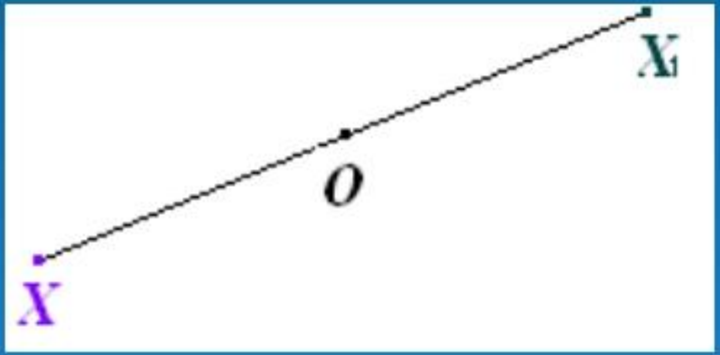
Зеркальная симметрия

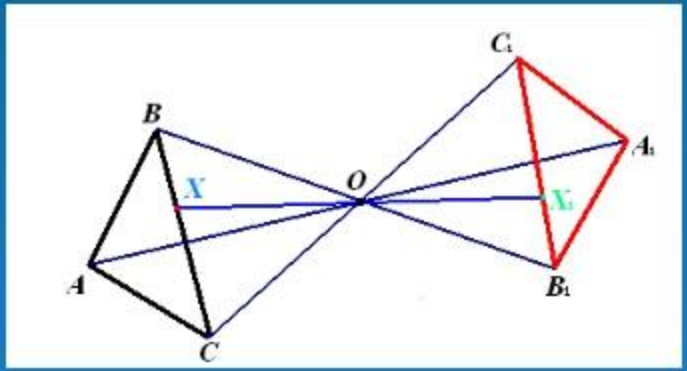


Симметрия растений

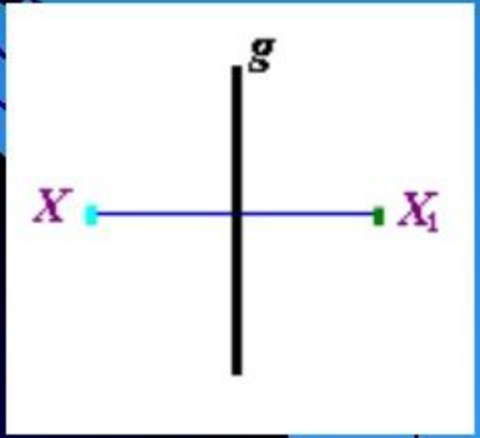
- Симметрия
  - Осевая
  - Центральная

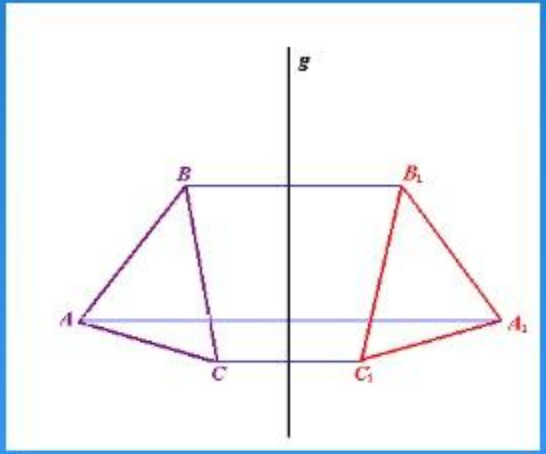
I.Симметрия относительно точки – центральная симметрия.





II.Симметрия относительно прямой – осевая симметрия.

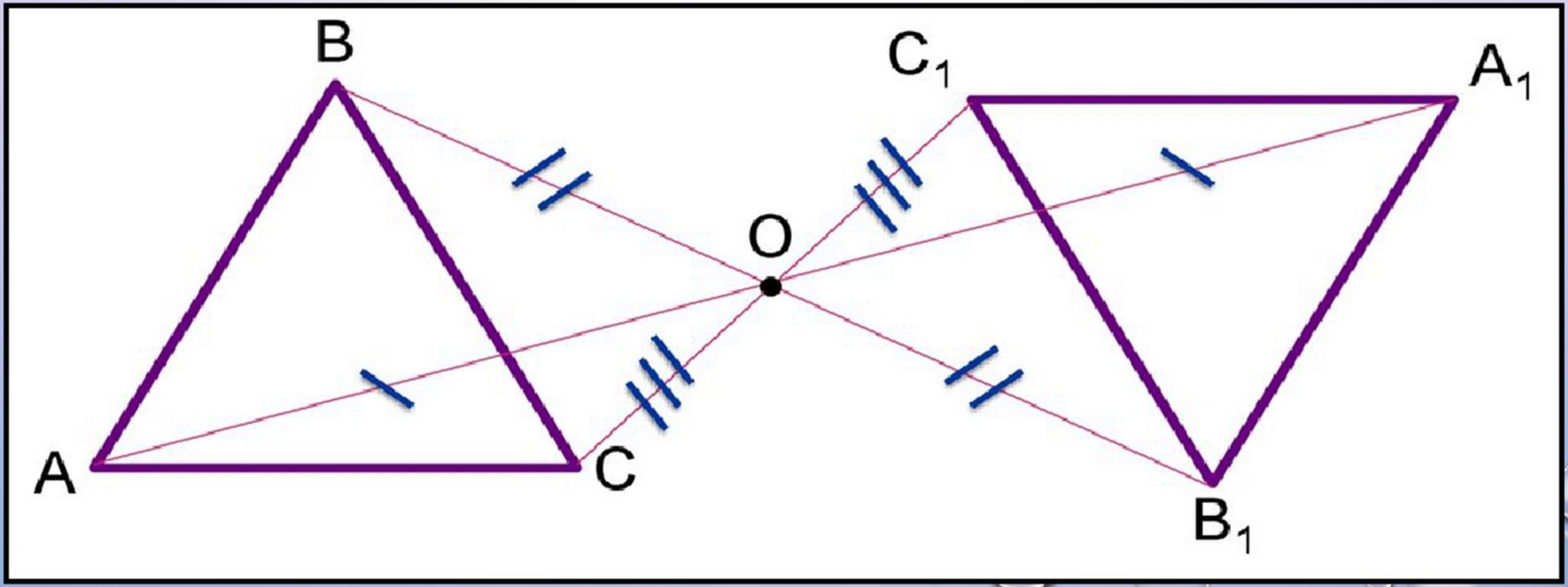




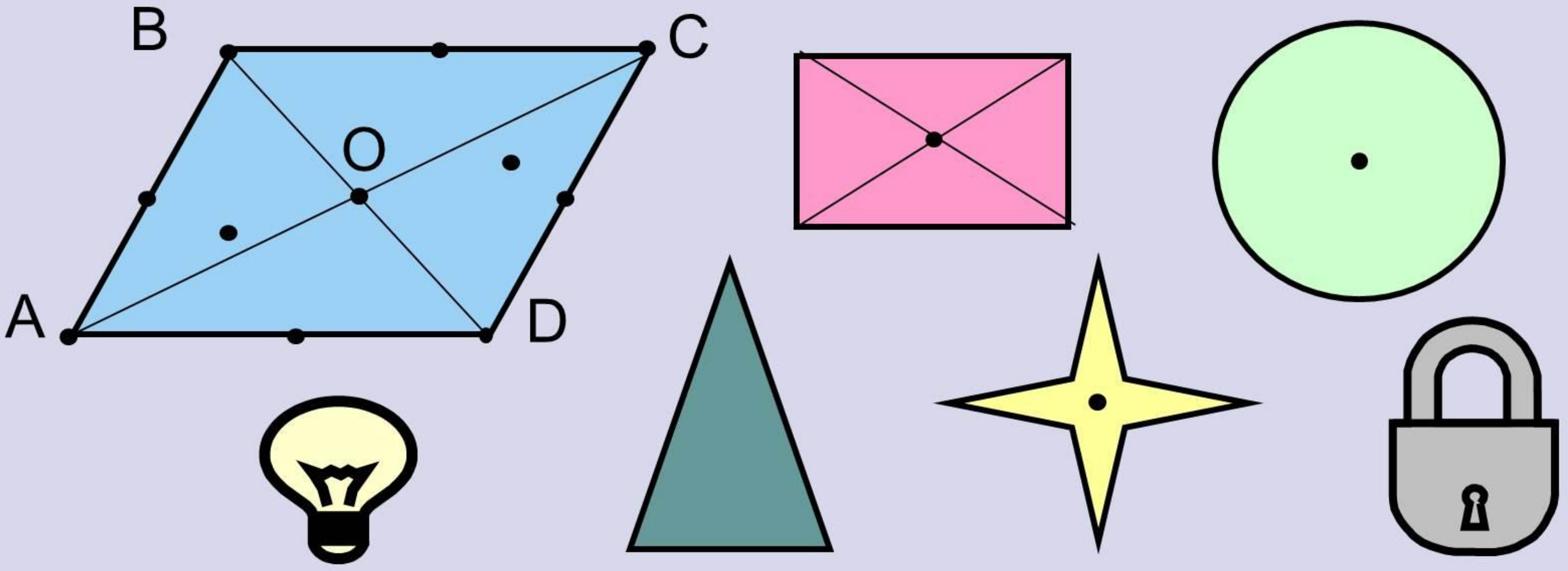
Центральная симметрия

В качестве примера движения пространства на данном этапе изучения стереометрии можно привести преобразование центральной симметрии, доказав координатным способом, что при этой симметрии сохраняются расстояния между точками.

1. Центральная симметрия (симметрия относительно точки)



Симметричность фигуры относительно точки



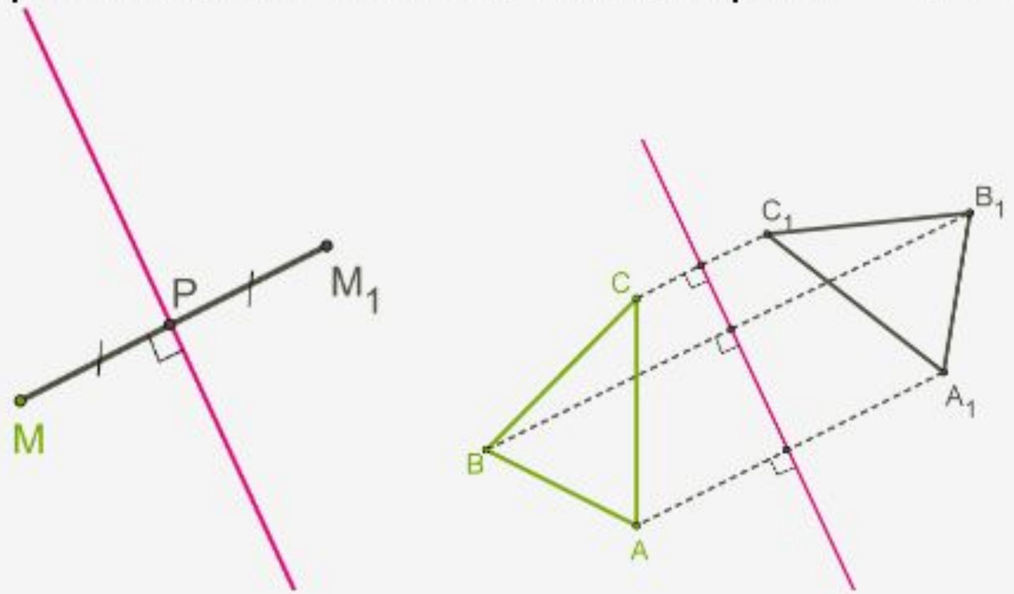
- **Определение**

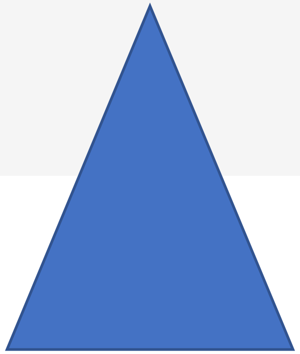
  Фигура называется *симметричной относительно точки*, если для каждой точки фигуры симметричная ей точка также принадлежит этой фигуре.

- **Какие из данных фигур имеют центр симметрии?**

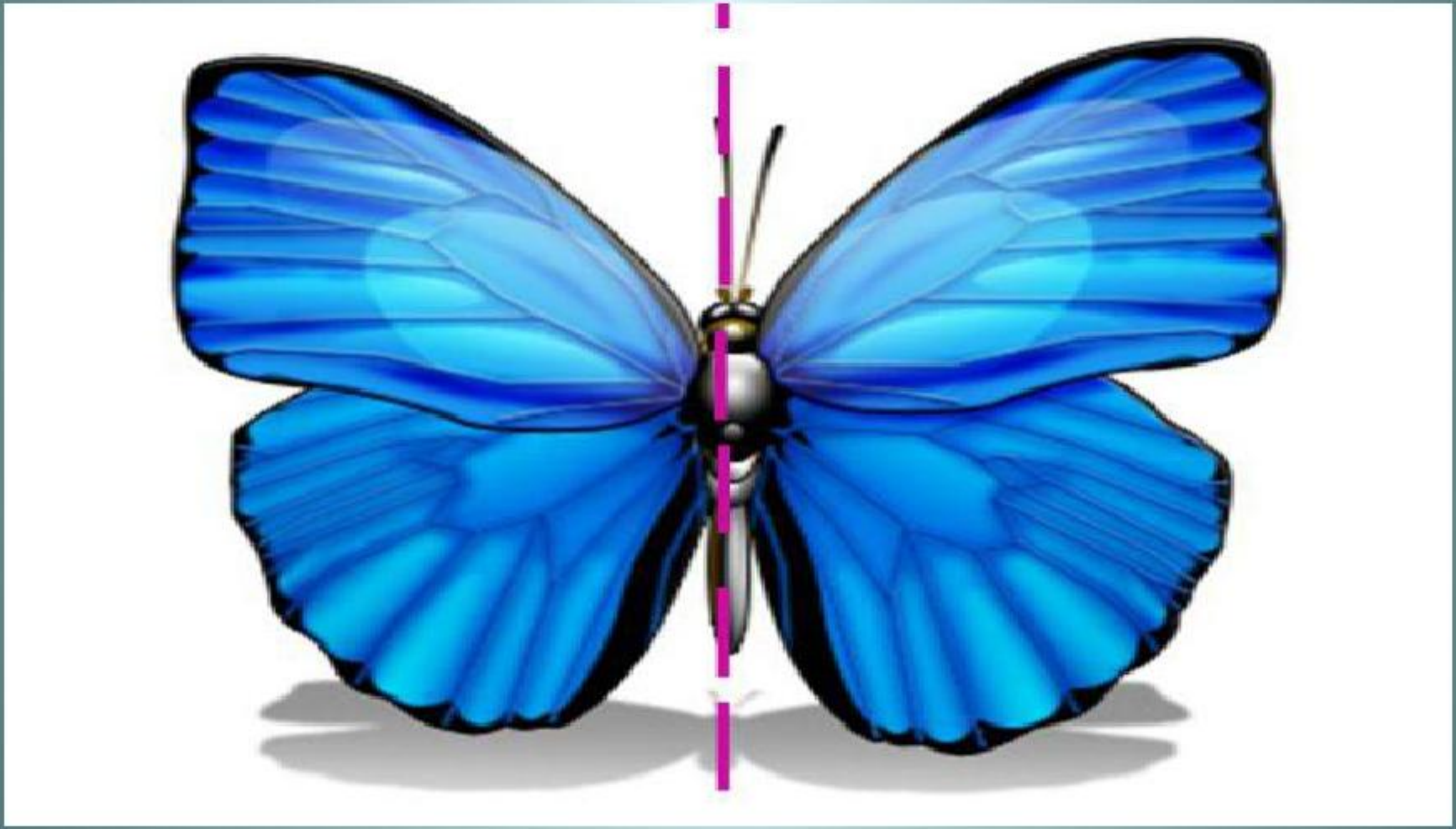
Осевая симметрия:

Определение. Осевая симметрия — это симметрия относительно проведённой прямой (оси

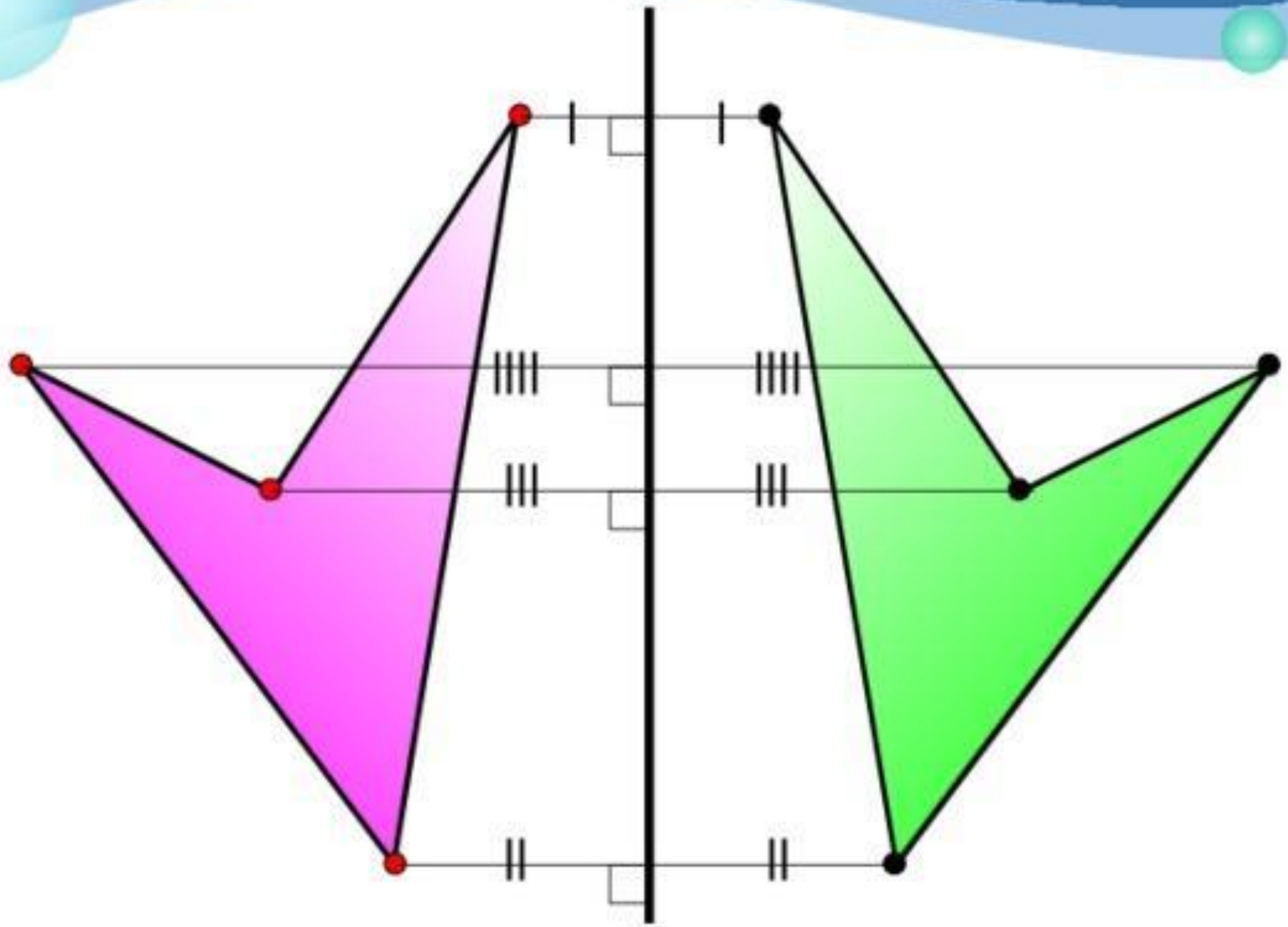




Осевая симметрия



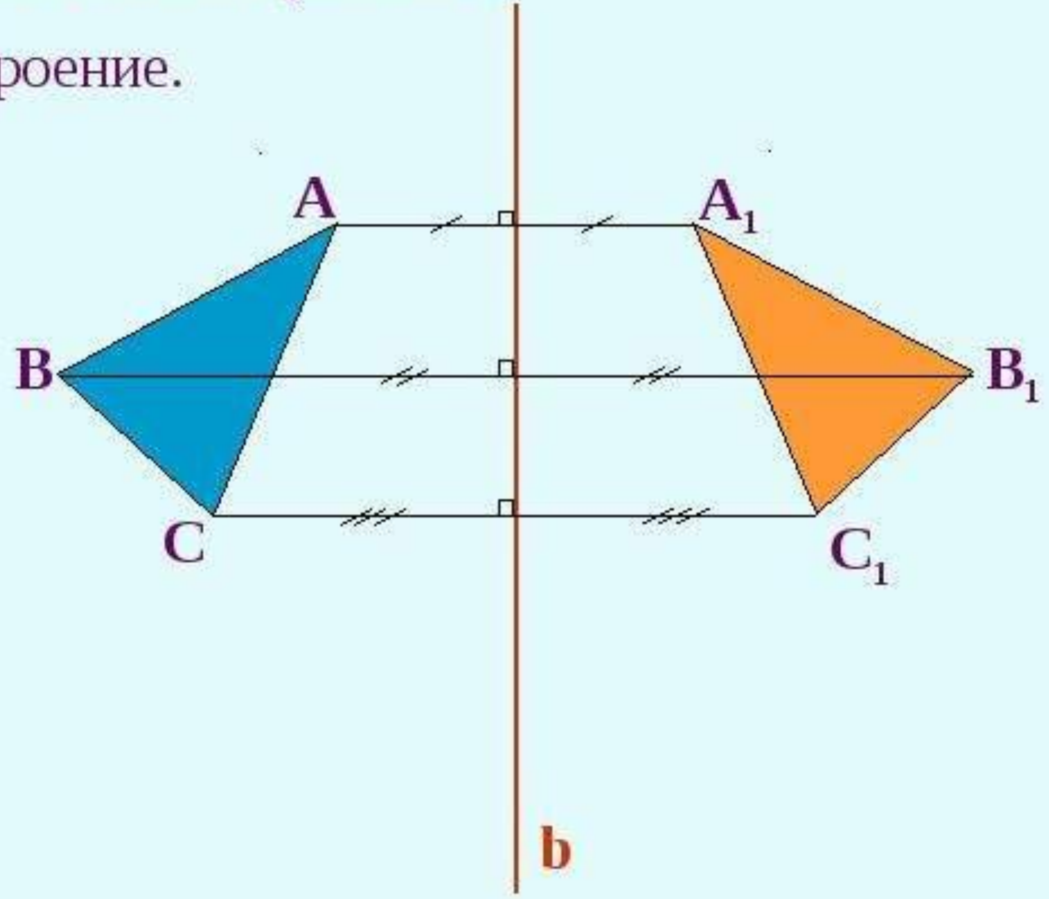
Осевая симметрия



Задание 2

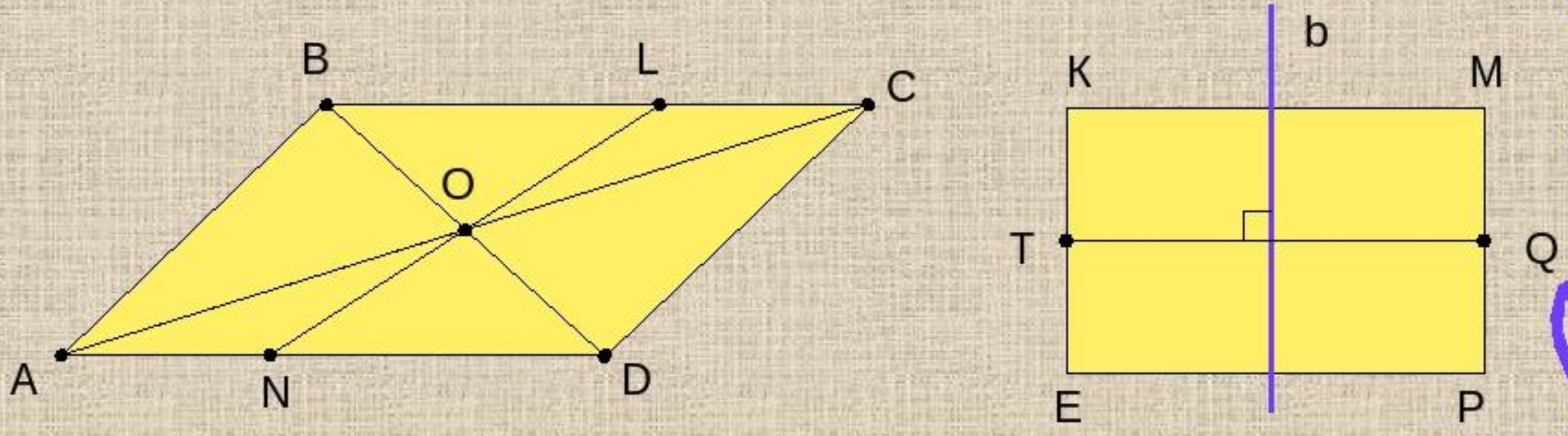
Построить треугольник, симметричный △ ABC относительно прямой b

Построение.



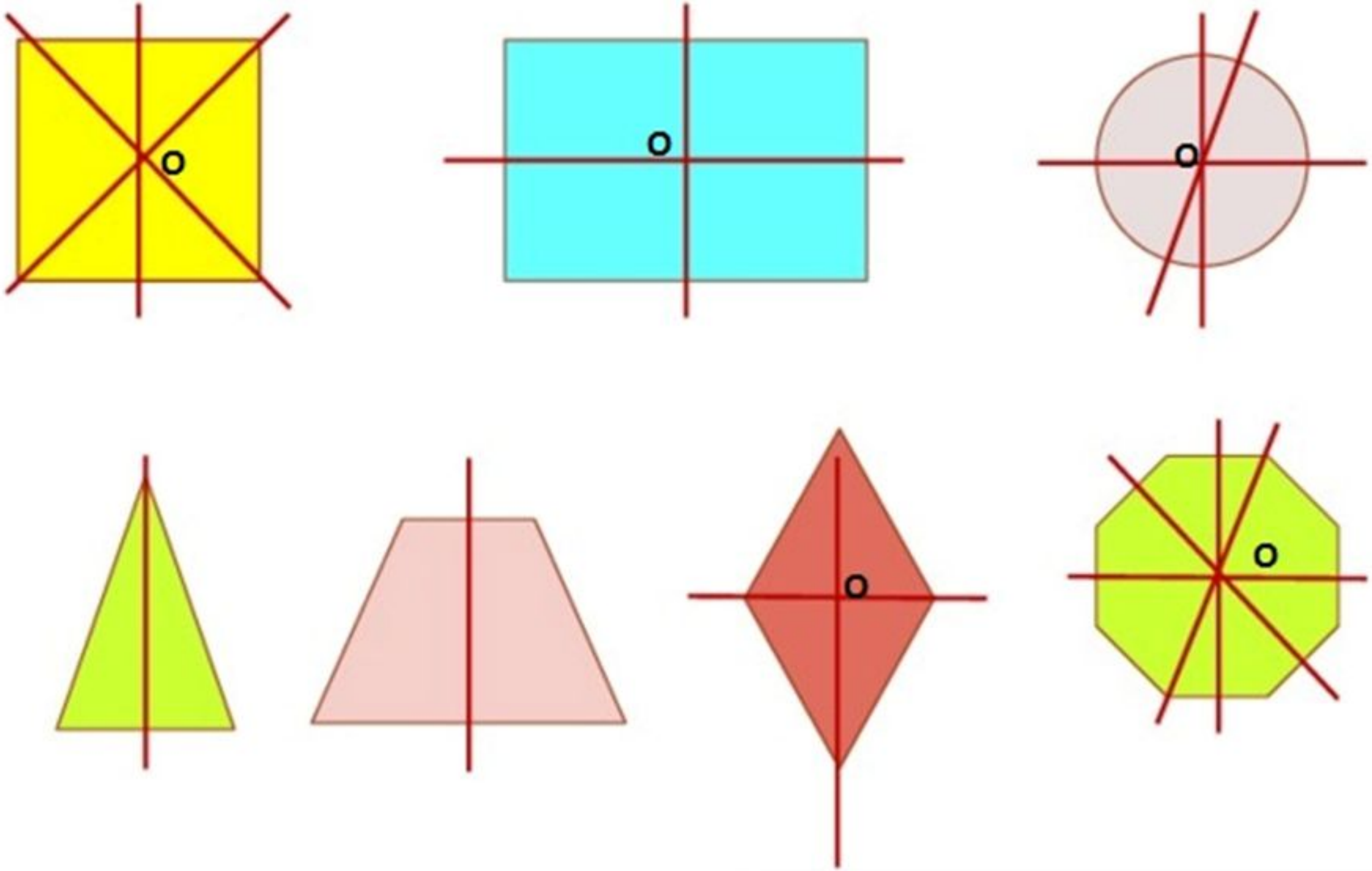
Фигуры, обладающие центральной и осевой симметрией

Фигура называется *симметричной относительно точки O*, если для каждой точки фигуры симметричная ей точка относительно точки O также принадлежит этой фигуре.



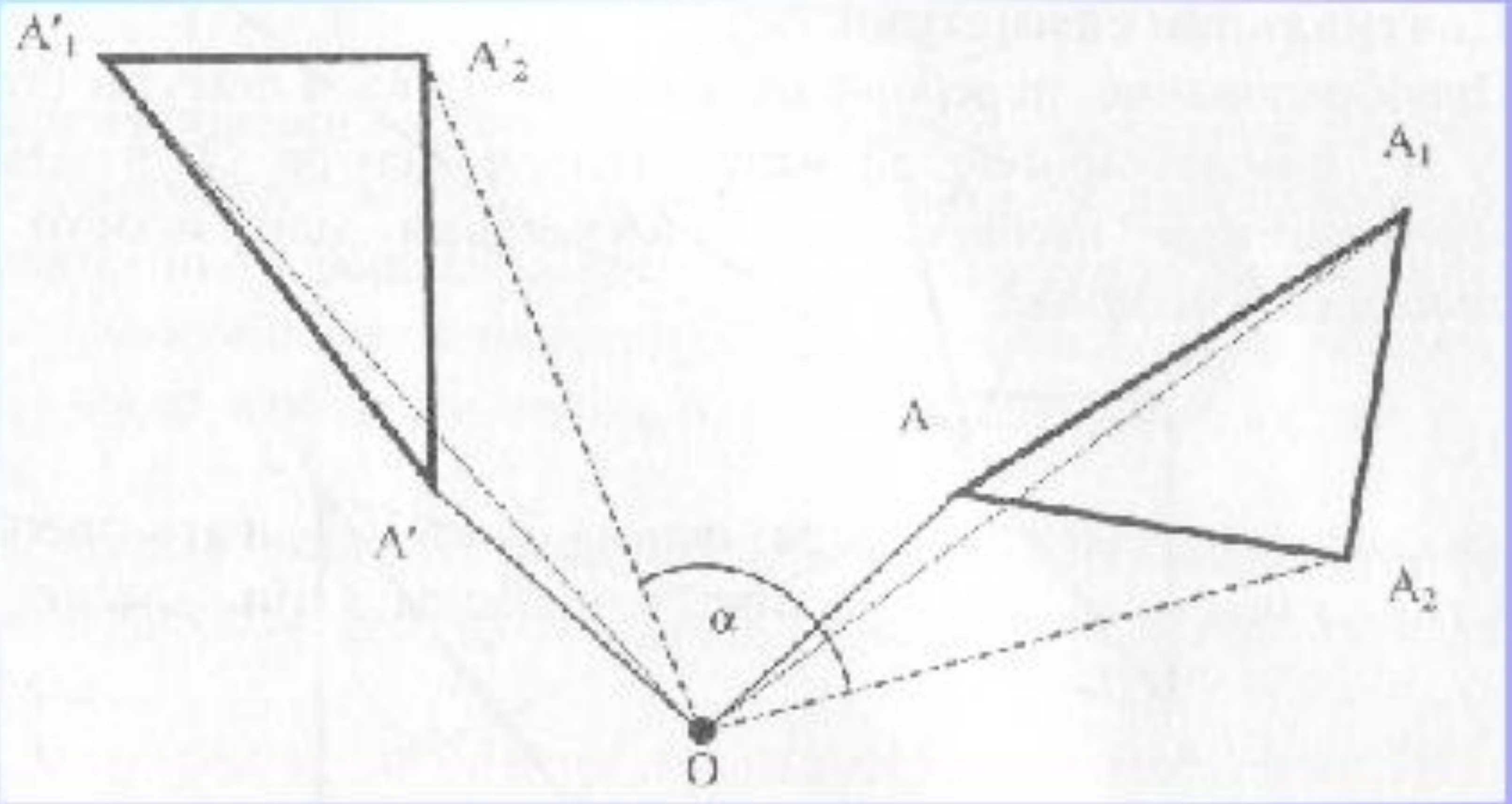
Фигура называется *симметричной относительно прямой a*, если для каждой точки фигуры симметричная ей точка относительно прямой *a* также принадлежит этой фигуре.

Фигуры, имеющие ось симметрии



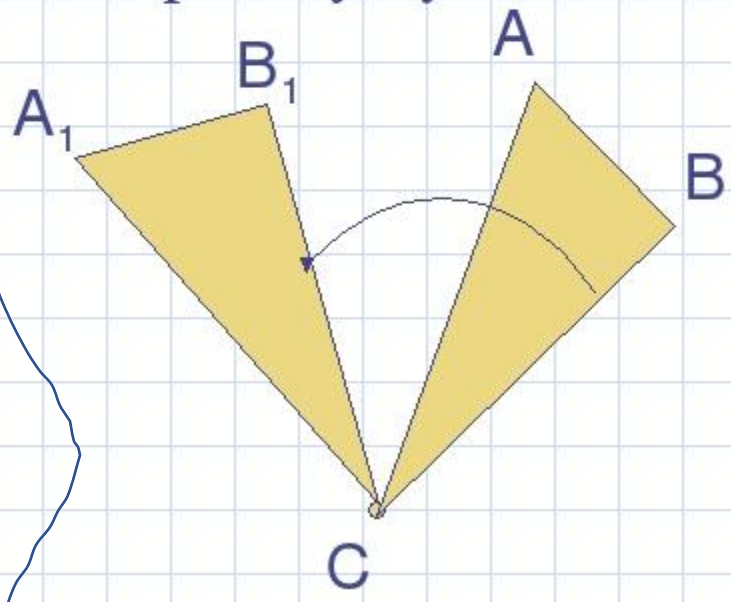
В качестве примера движения пространства на данном этапе изучения стереометрии можно привести преобразование центральной симметрии, доказав координатным способом, что при этой симметрии сохраняются расстояния между точками.

Поворот на угол



2.Поворот

Поворотом плоскости вокруг точки О на угол ***a*** называется отображение плоскости на себя, при котором каждая точка А отображается в такую точку A_1, что $OA=OA_1$ и угол AOA_1 равен углу ***a***.

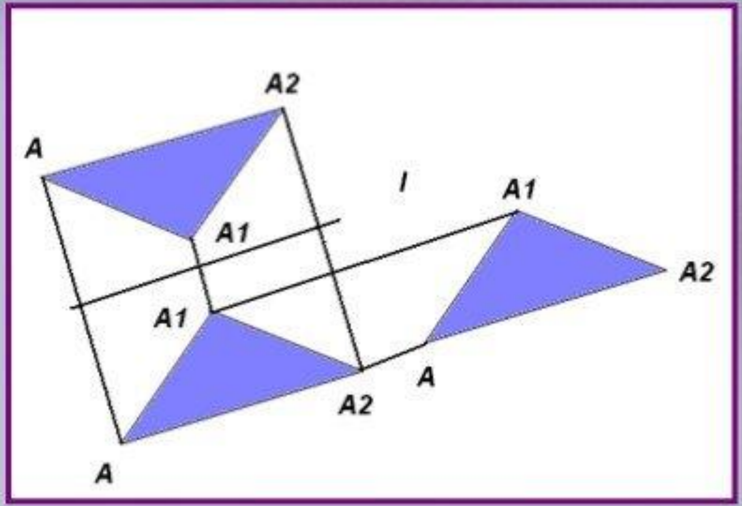


Поворот является движением, т.е. отображением плоскости на себя, сохраняющим расстояния.

$\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$

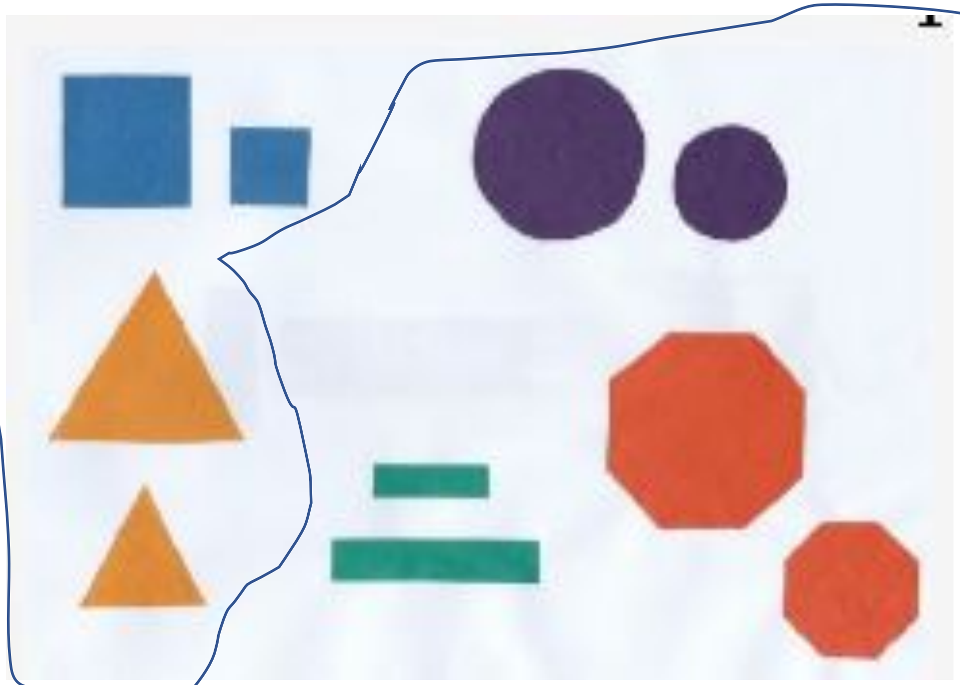
СКОЛЬЗЯЩАЯ СИММЕТРИЯ

Скользящей симметрией называется такое преобразование, при котором последовательно выполняются осевая симметрия и параллельный перенос.



Подобие:

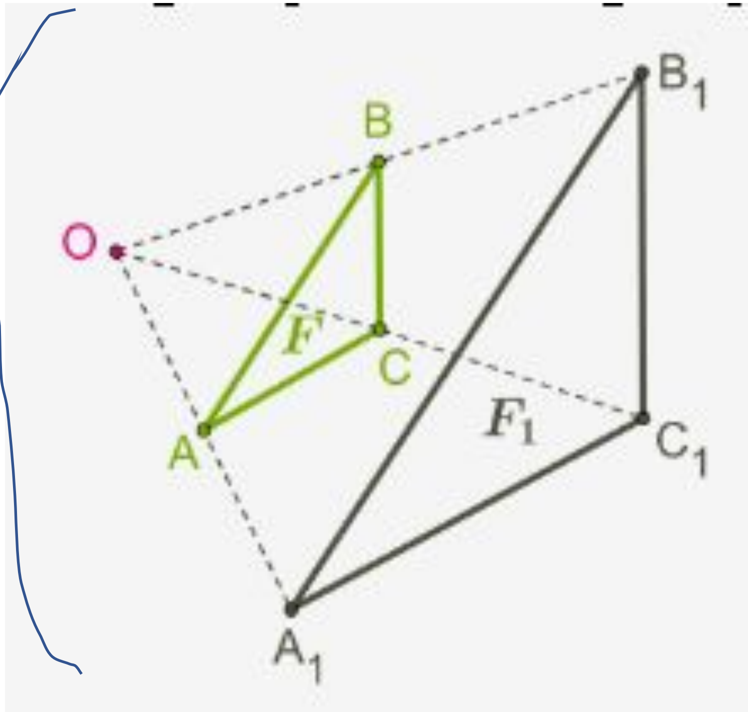
Определение. Преобразования фигуры в фигуру называется преобразования **подобия**, если при этом преобразовании расстояние между точками изменяется в одно и тоже число раз. То есть преобразование, которое сохраняет форму фигуры, но изменяет их размеры.



Гомотетия:

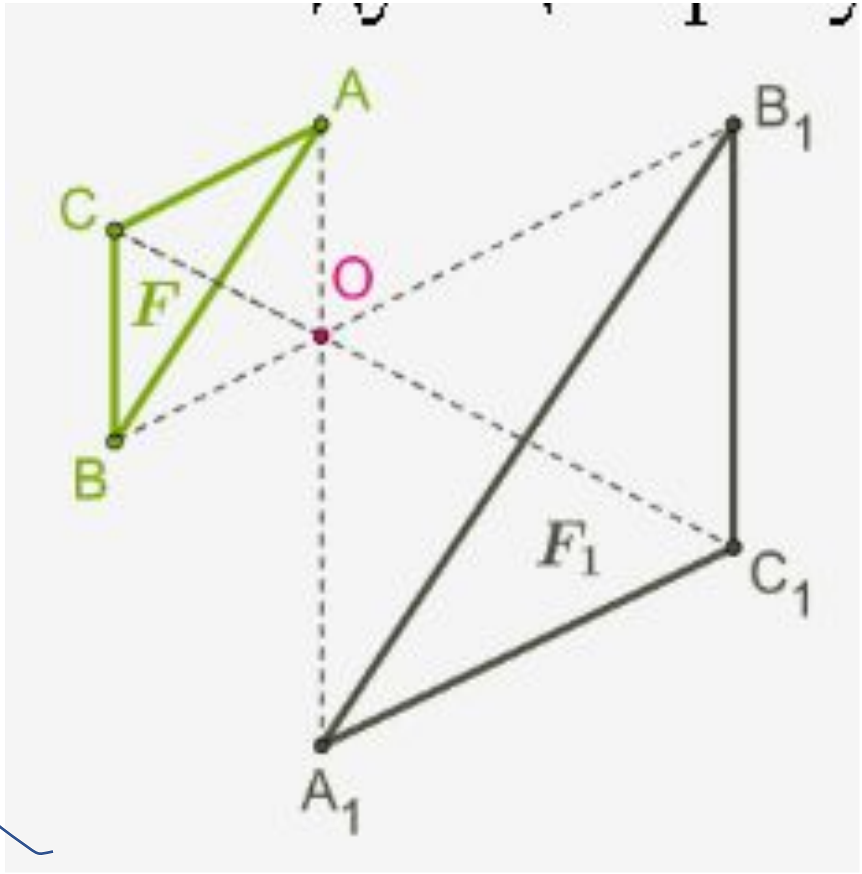
Определение. **Гомотетия** — это преобразование подобия. Это преобразование, в котором получаются подобные фигуры (фигуры, у которых соответствующие углы равны и стороны пропорциональны). Чтобы гомотетия была определена, должен быть задан центр гомотетии и коэффициент. Это можно записать: гомотетия .

На рисунке из фигуры можно получить фигуру гомотетией



Если фигуры находятся на противоположных направлениях от центра гомотетии, то коэффициент отрицательный.

На следующем рисунке из фигуры можно получить фигуру гомотетией



В отличие от гомотетии, геометрические преобразования — центральная симметрия, осевая симметрия, поворот, параллельный перенос являются движением, т.к. в них фигура отображается в фигуру, равную данной.

Гомотетичные фигуры подобны, но подобные фигуры не всегда гомотетичны (в гомотетии важно расположение фигур).

В орнаментах (на рисунке фракталы) можно видеть бесконечное множество подобных фигур, но обычно они не гомотетичны, т.к. у них невозможно определить центр гомотетии.

12 мин

https://youtu.be/ioKoyFkKuhg

https://youtu.be/kLkj_ZZaal8