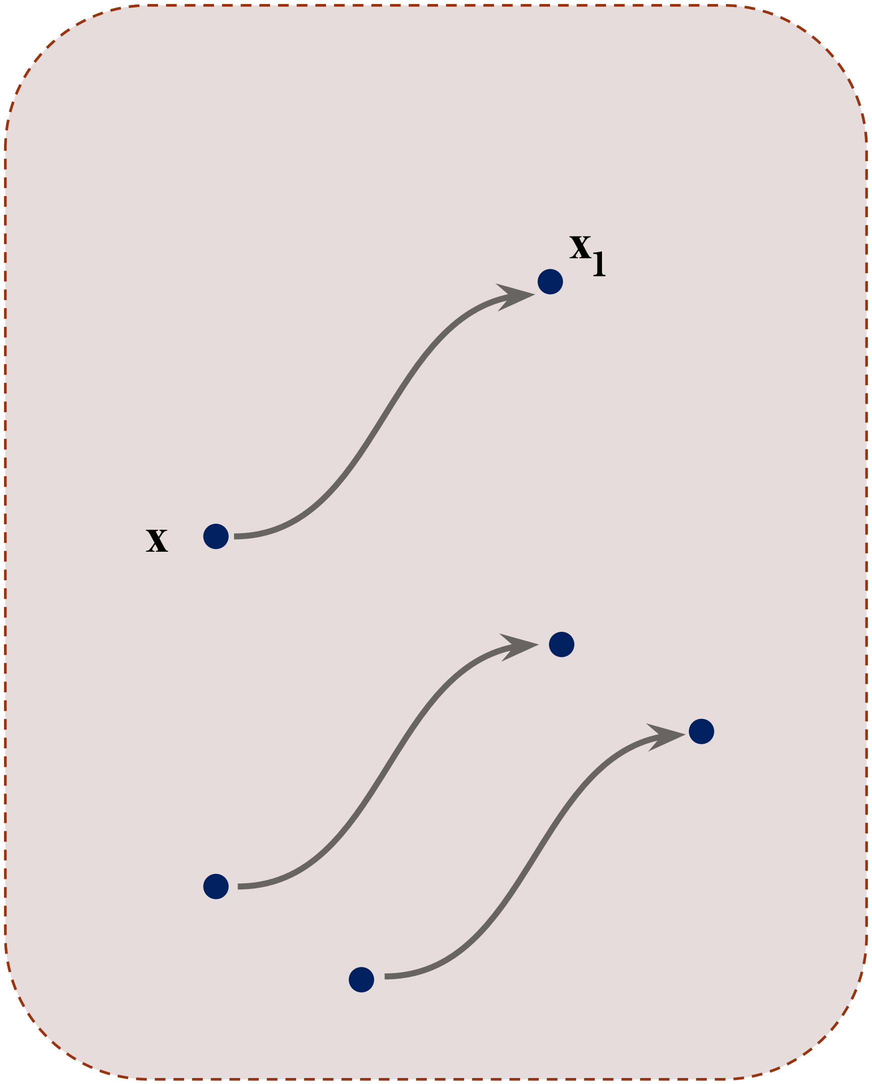
14.04.2023
9-А,Б,В классы
Геометрия
Тема урока: Понятие о движении плоскости. Центральная и осевая симметрии

Отображение плоскости на себя



Поставим в соответствие **каждой** точке плоскости какую-либо точку этой же плоскости.

Говорят, что дано отображение плоскости на себя.

$X \rightarrow X_1$ по какому-либо правилу

Каждое правило определяет какое-то отображение

Движение – это такое отображение плоскости на себя, при котором расстояния между точками сохраняются:

AB = A'B'

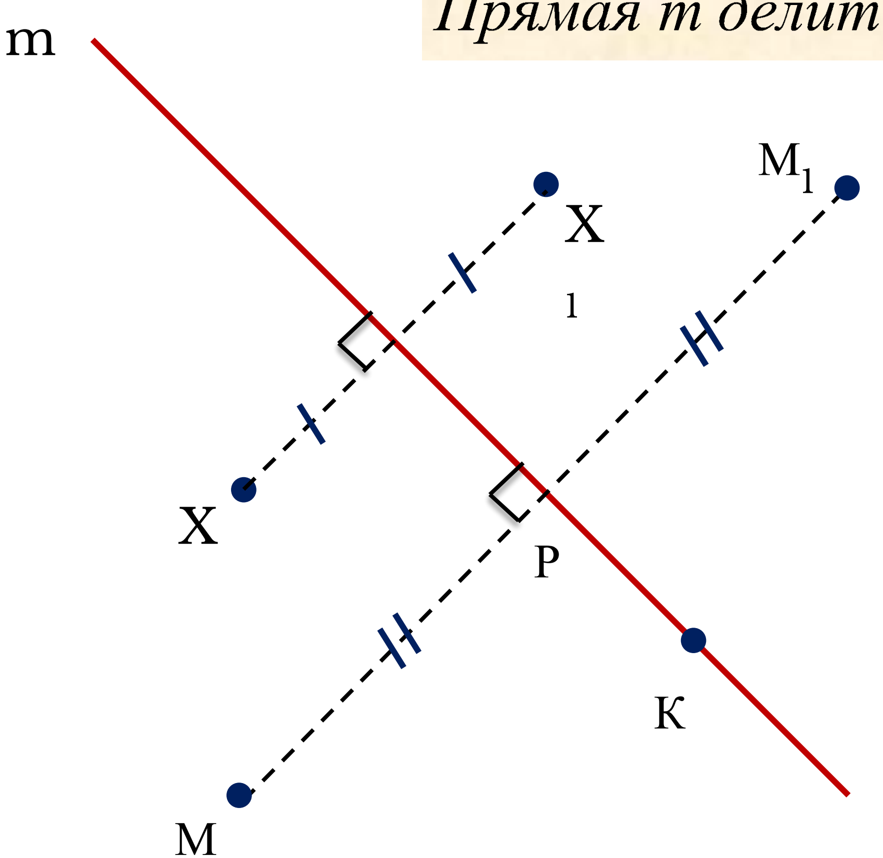
где **A** и **B** – любые две точки плоскости;
A' и **B'** – образы точек **A** и **B**.

Осевая симметрия

Пусть дана какая-то прямая **m**, которую назовем осью симметрии. Осевой симметрией называется отображение плоскости на себя, при котором каждой точке X ставится в соответствие точка X_1 по следующему правилу:

$XX_1 \perp m$

Прямая m делит отрезок XX_1 *пополам*



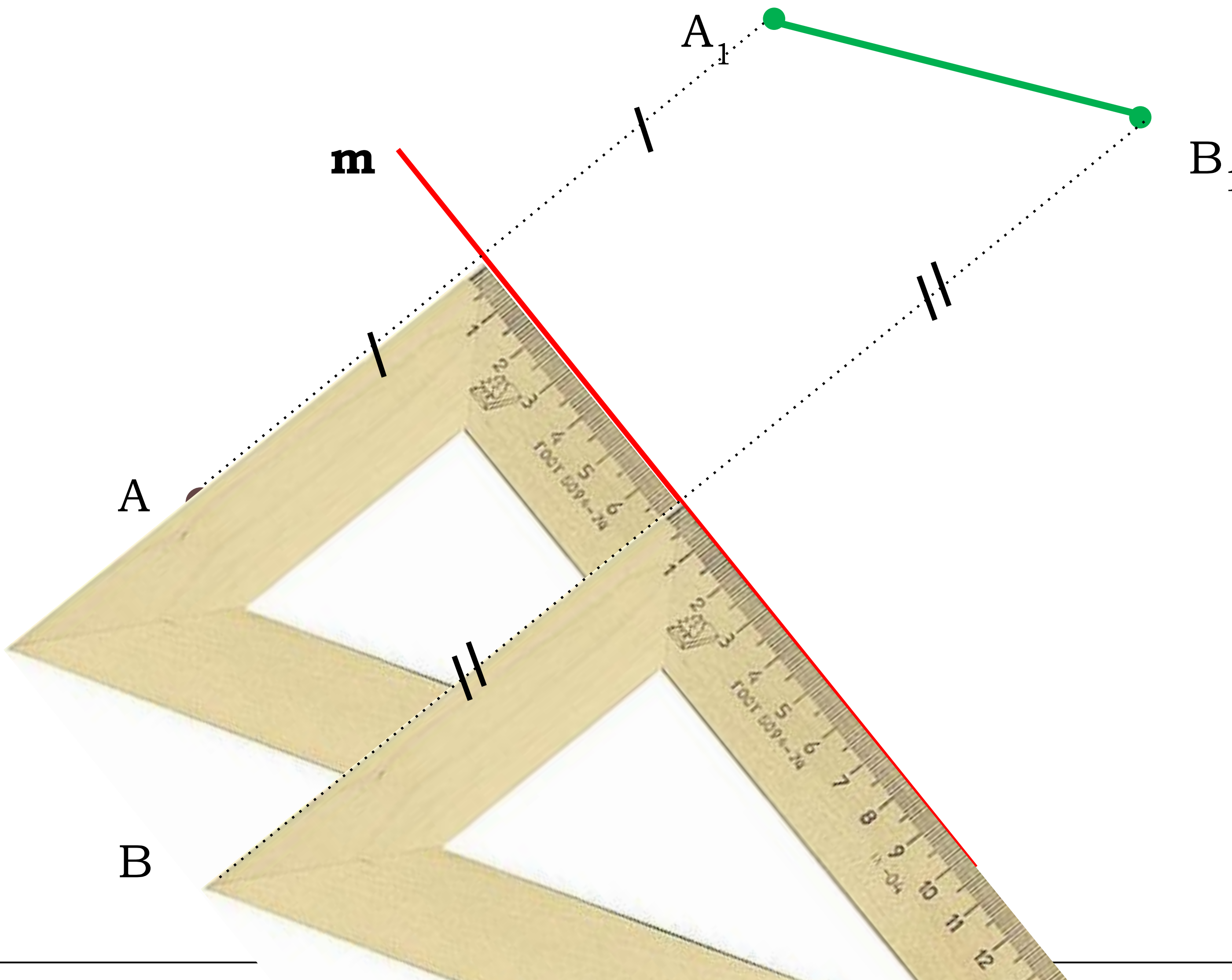
Как для точки M построить точку M_1?

Из точки M опустим перпендикуляр MP на прямую m.

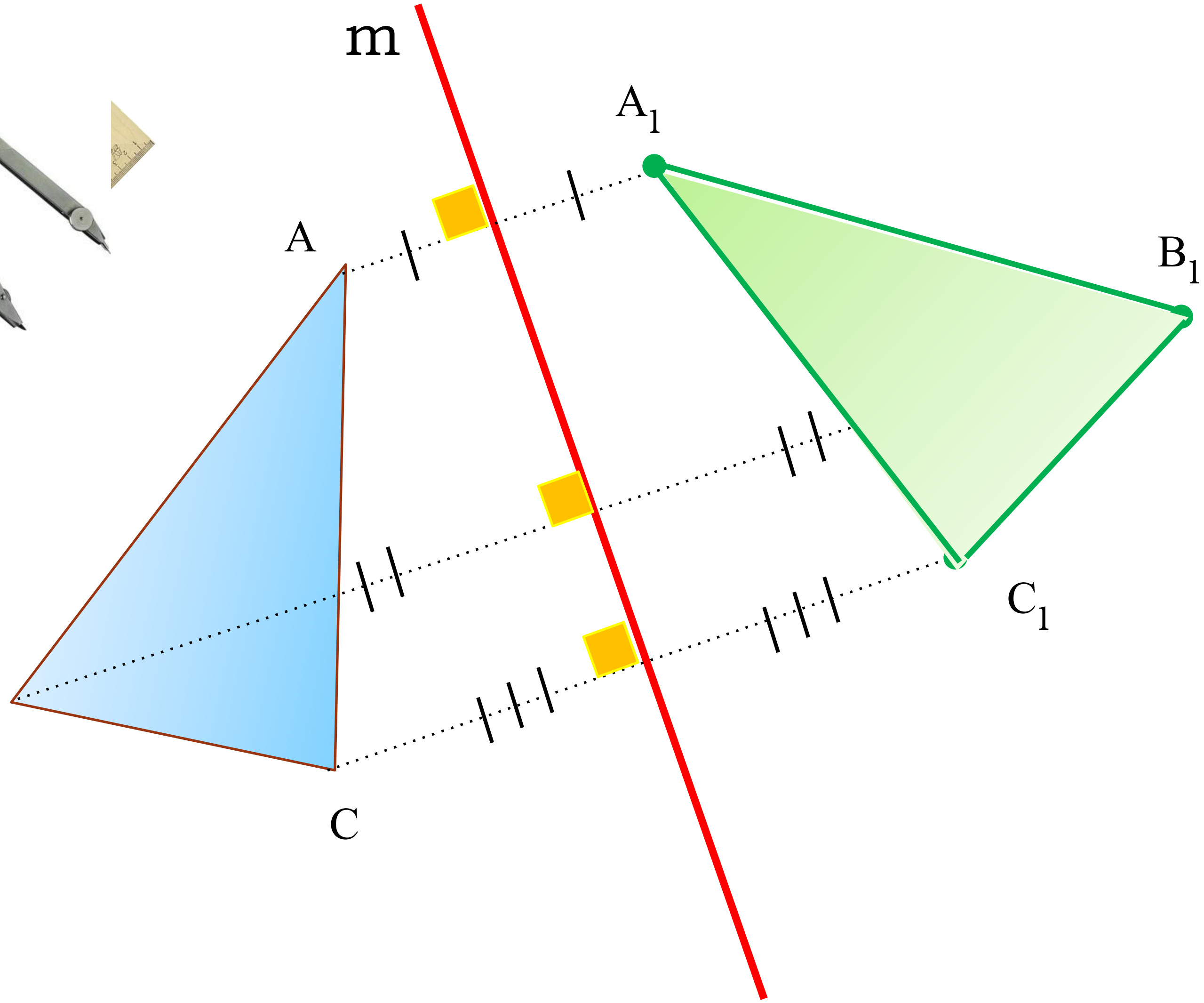
Отложим на прямой MP отрезок PM_1, равный отрезку MP.

Точка, лежащая на прямой m, симметрична сама себе

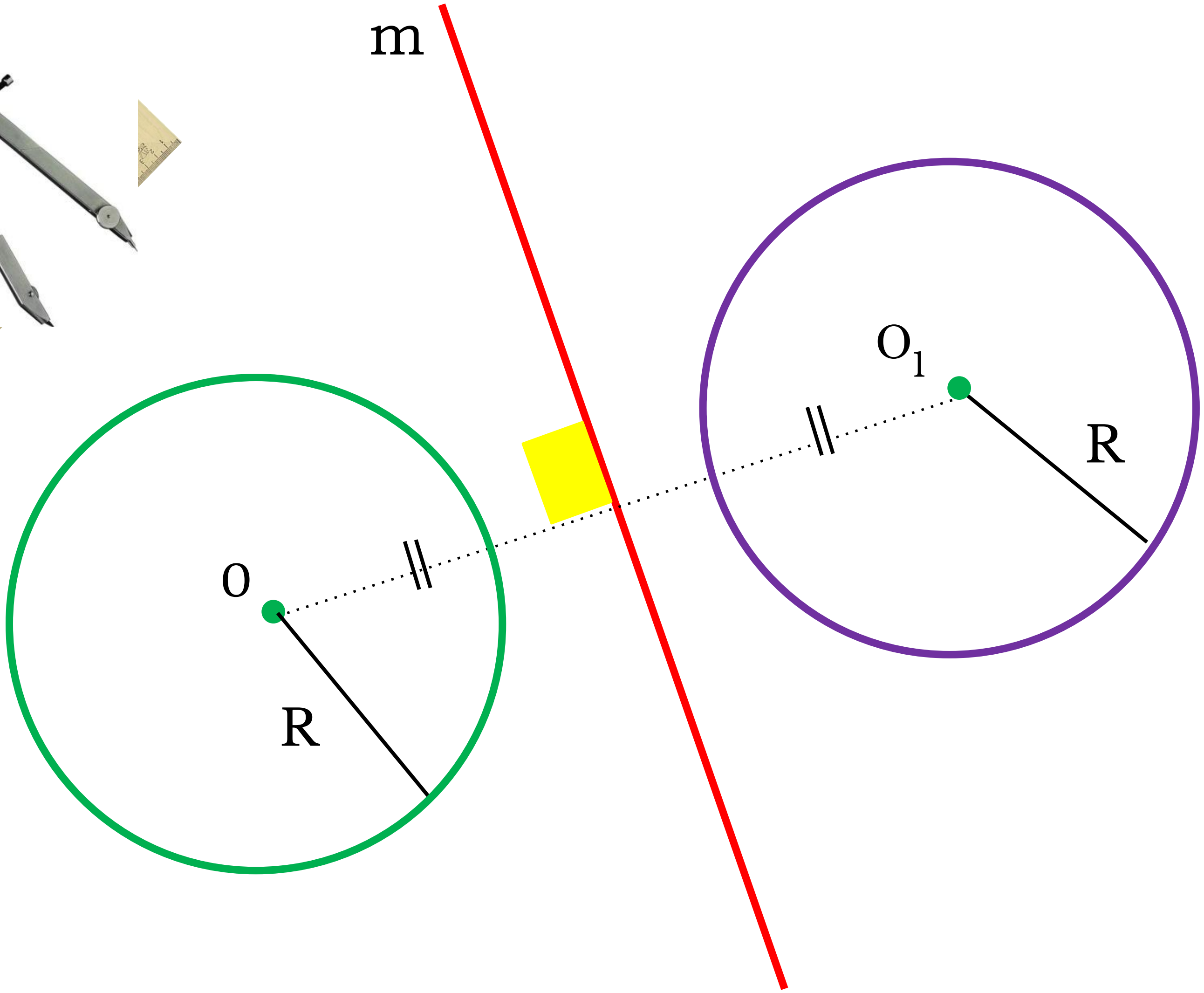
Построение отрезка, симметричного данному относительно **прямой m**



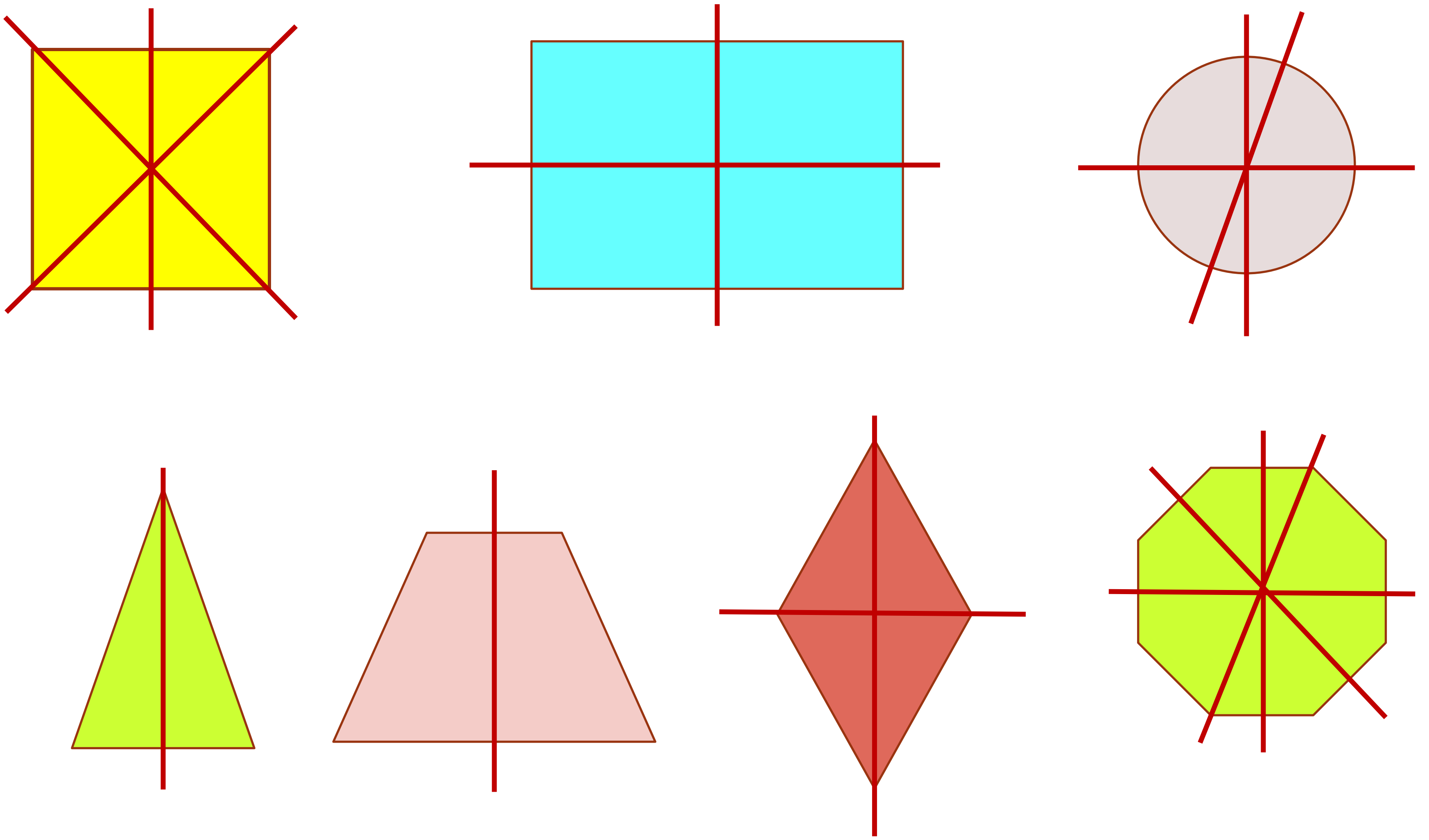
Построение треугольника, симметричного данному относительно прямой m



Построение окружности, симметричной данной относительно **прямой m**



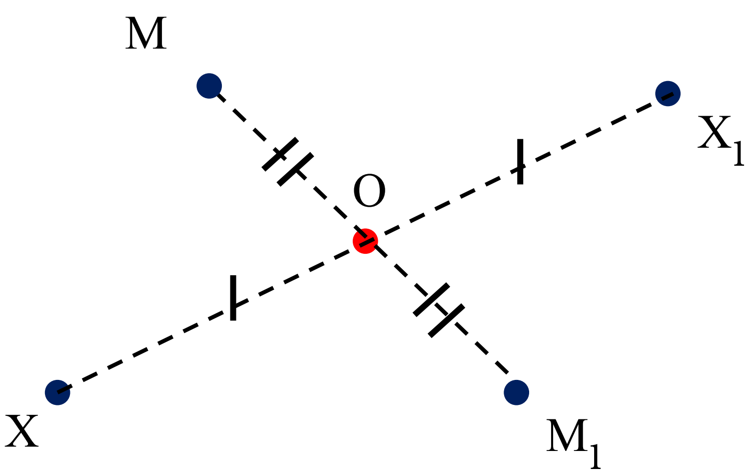
Фигуры, имеющие ось симметрии



Центральная симметрия

Пусть дана какая-то точка О, которую назовем центром симметрии. Центральной симметрией называется отображение плоскости на себя, при котором каждой точке X ставится в соответствие точка X_1 по следующему правилу:

О – середина отрезка XX_1



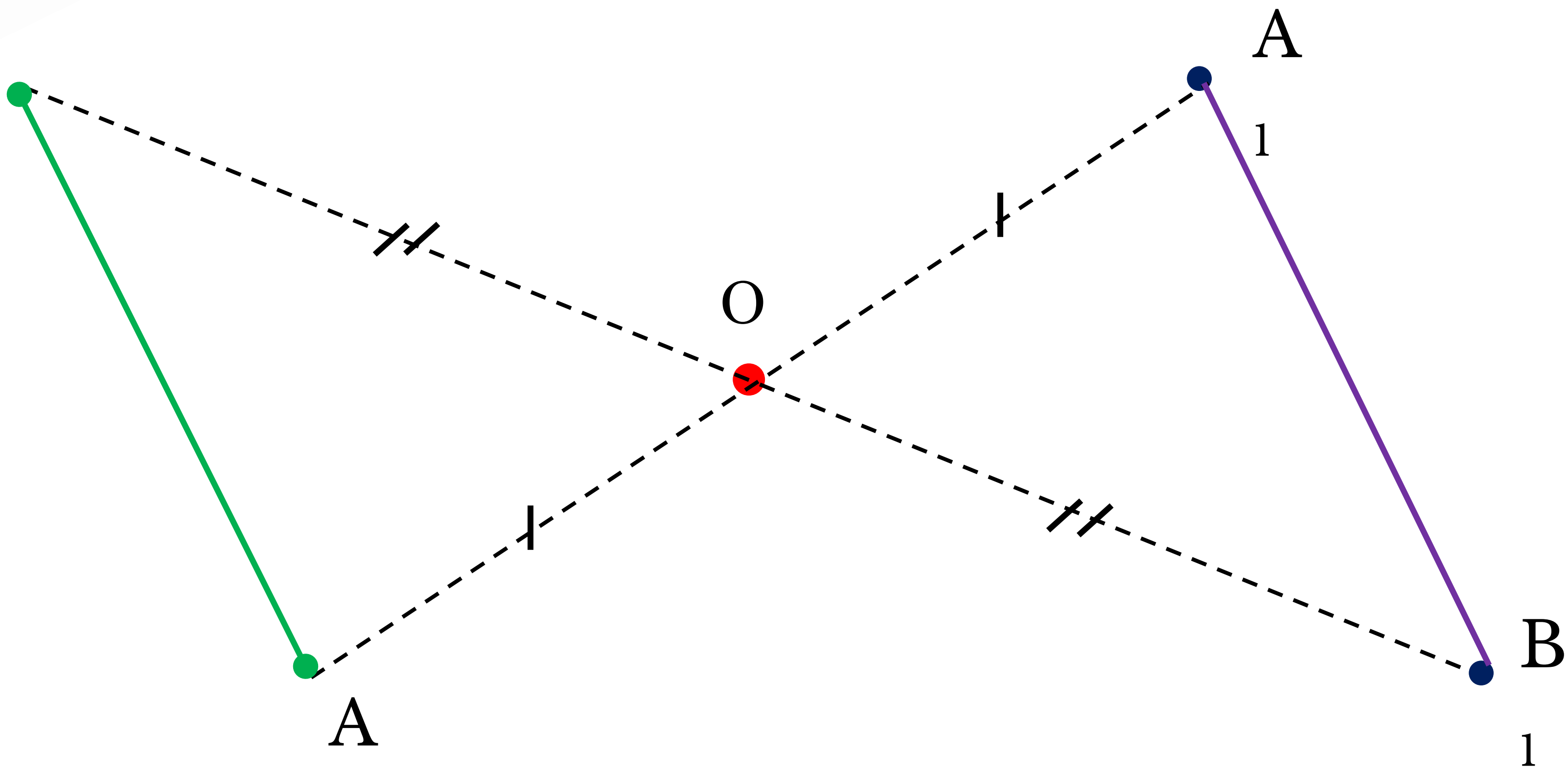
Как для точки М построить точку M_1?

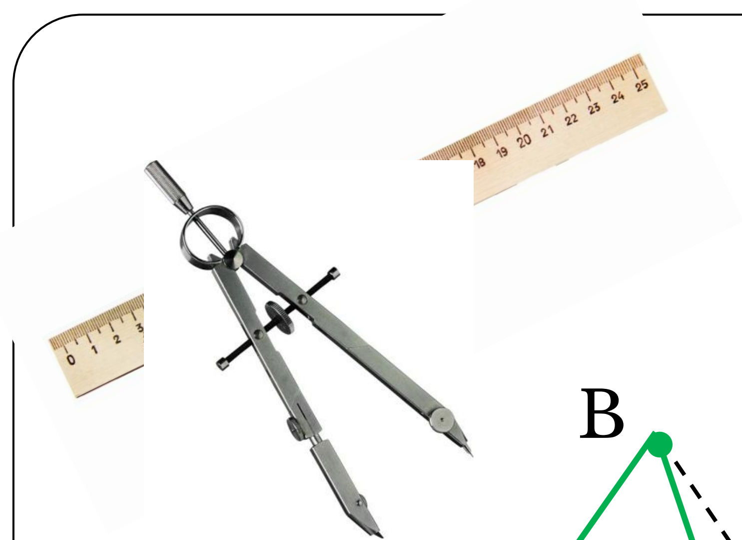
Проведем луч МО

Отложим на луче МО отрезок OM_1, равный отрезку ОМ.

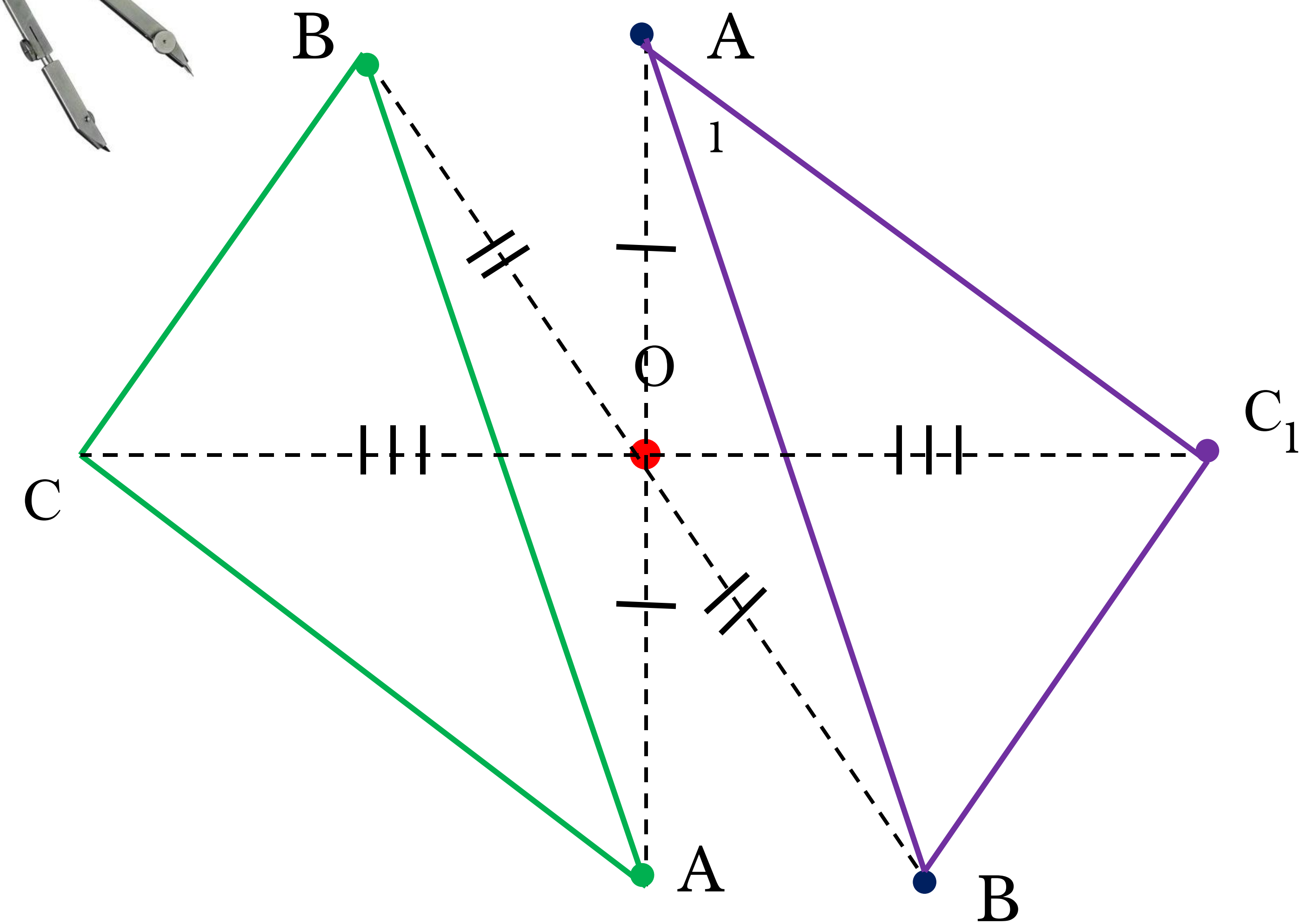
Точка О (центр симметрии) симметрична сама себе.

Построение отрезка, имметричного данному относительно точки О

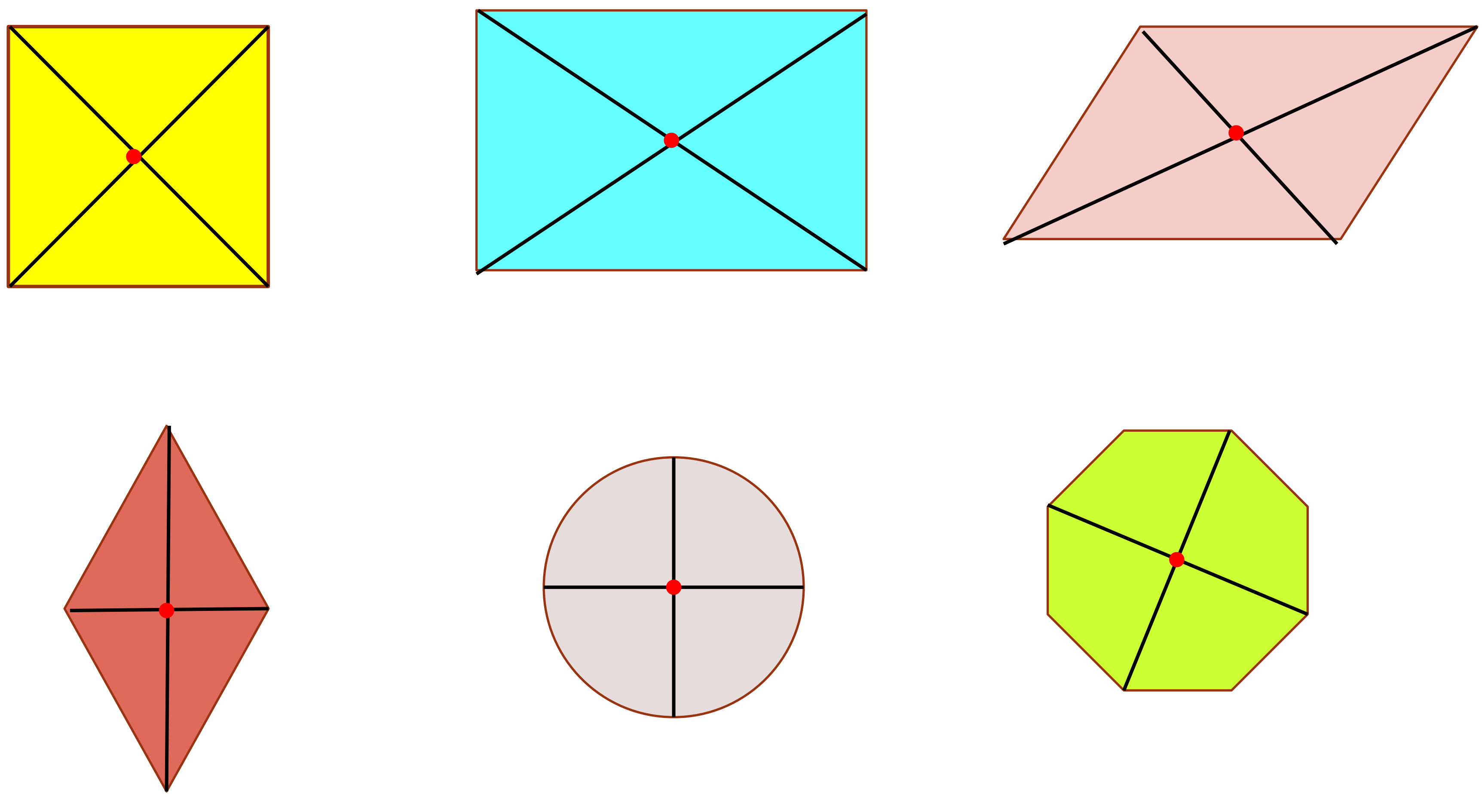




Построение треугольника, симметричного данному относительно **точки О**

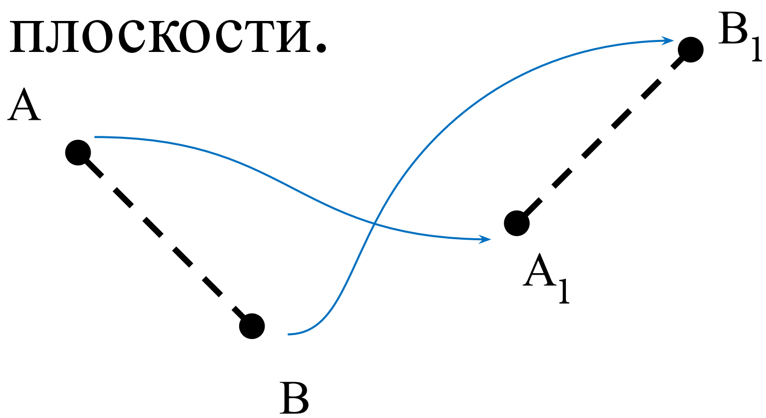


Фигуры, имеющие центр симметрии



Движение плоскости

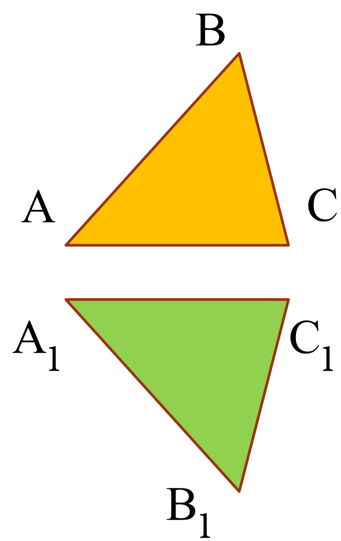
- Отображения плоскости на себя, которое сохраняет расстояние между точками, называется движением плоскости.

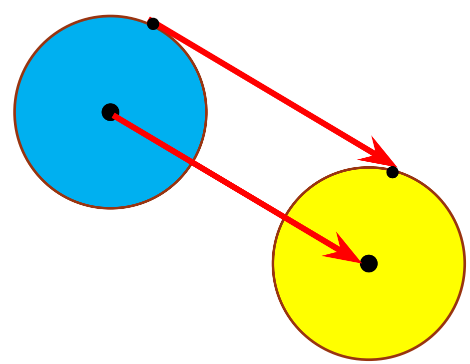


$A \rightarrow A_1$

$B \rightarrow B_1$

$AB = A_1B_1$





f - движение

$A \rightarrow A_1$

$B \rightarrow B_1$

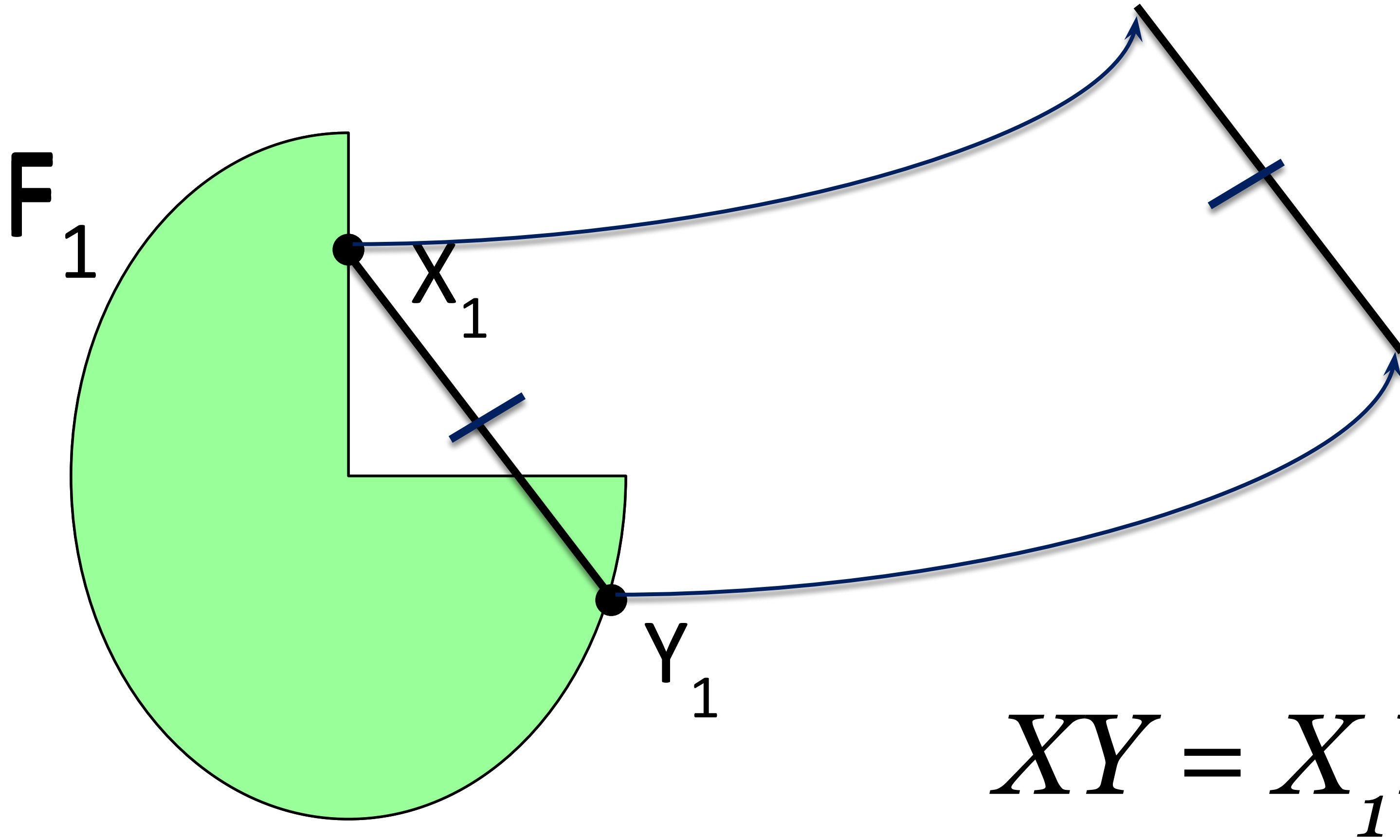
$C \rightarrow C_1$

$AB = A_1B_1$

$BC = B_1C_1$

$AC = A_1C_1$

Движение



$$XY = X_1Y_1$$

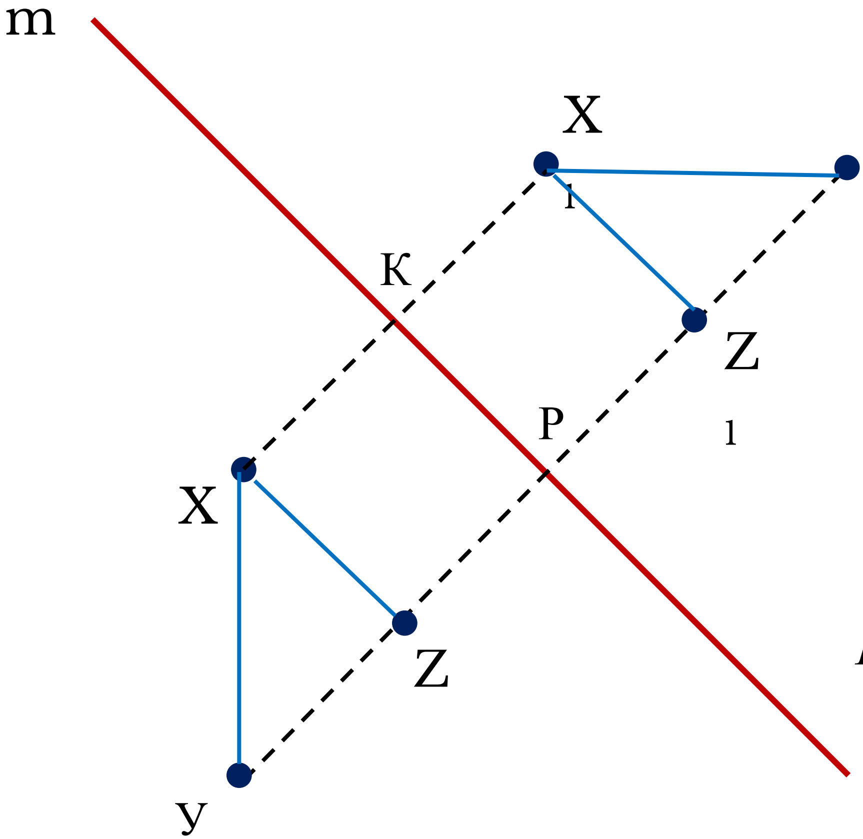
Теорема. Осевая симметрия - движение

Дано: f – осевая симметрия,
прямая m - ось симметрии

$X \to X_1$

$У \to У_1$

Доказать: $XУ = X_1У_1$

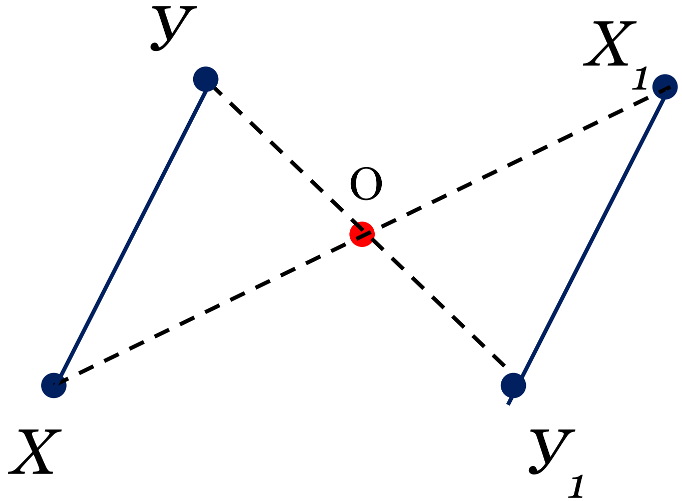


Проведем $XZ \perp УУ_1$ *и* $X_1Z_1 \perp УУ_1$

$$\begin{cases} XZ = X_1Z_1 \\ YZ = Y_1Z_1 \end{cases} \Rightarrow \quad \Delta XYZ = \Delta X_1Y_1Z_1$$

Из равенства $\Delta XYZ = \Delta X_1Y_1Z_1 \Rightarrow XY = X_1Y_1$

Теорема. Центральная симметрия - движение



Дано: f – *центральная симметрия,*
O - центр симметрии

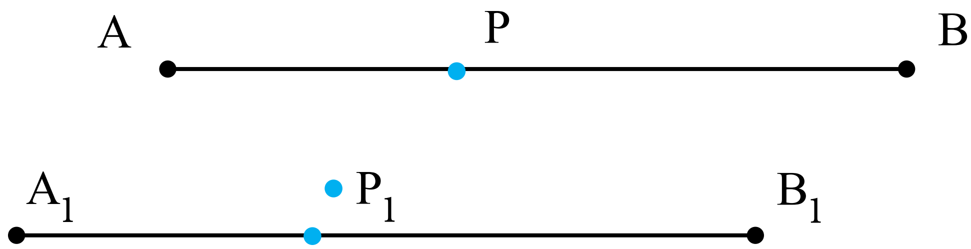
$$X \to X_1$$
$$У \to У_1$$

Доказать: $XУ = X_1У_1$

$$\Delta XУO = \Delta X_1У_1O \ (\textit{Почему?}) \Rightarrow XУ = X_1У_1$$

Свойства движения

1. *При движении отрезок отображается на отрезок*



$f - движение$

$A \to A_1 \quad B \to B_1$

$P \in AB \quad P \to P_1$

$Доказать: \quad P_1 \in A_1B_1 \quad (A_1P_1 + P_1B_1 = A_1B_1)$

$f - движение$

$A \to A_1 \quad B \to B_1 \quad P \to P_1$

$AB = A_1B_1 \quad AP = A_1P_1 \quad PB = P_1B_1$

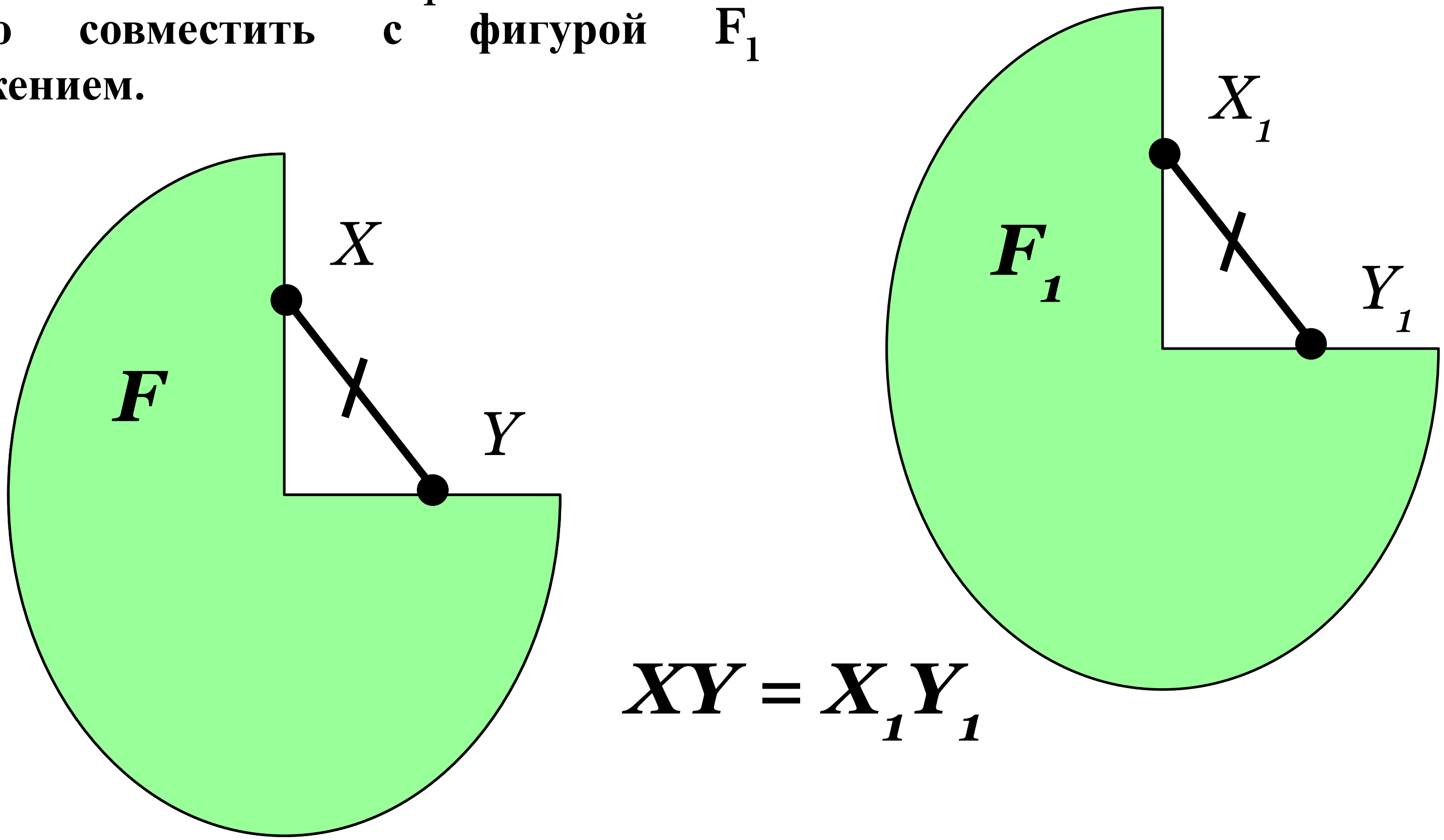
$P \in AB \to AP + PB = AB$

$A_1P_1 + P_1B_1 = AP + PB = AB = A_1B_1$

$Получили: \; A_1P_1 + P_1B_1 = A_1B_1 \Rightarrow P_1 \in A_1B_1$

НАЛОЖЕНИЯ И ДВИЖЕНИЯ

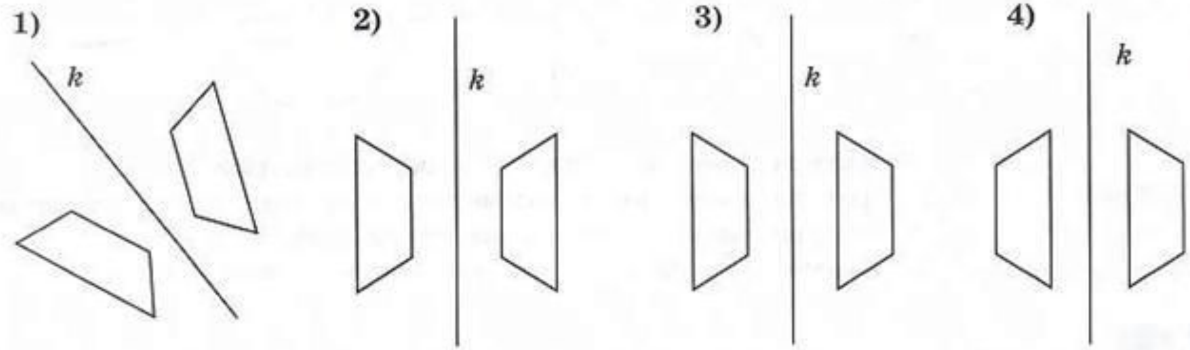
Фигура F равна фигуре F_1, если фигуру F можно совместить с фигурой F_1 наложением.



$$XY = X_1Y_1$$

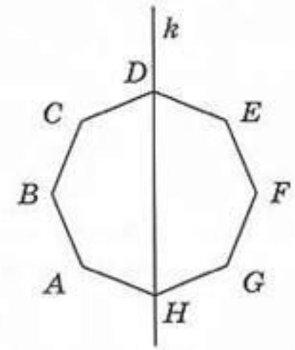
Наложение – это отображение плоскости на себя.
При наложении отрезок отображается в равный себе отрезок.
Значит наложение – это движение.

1 На одном из рисунков два четырёхугольника не симметричны относительно прямой k. Укажите этот рисунок.



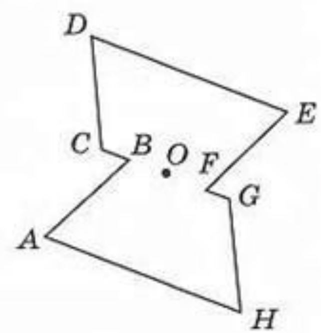
① ② ③ ④

2 Прямая k — ось симметрии многоугольника. Укажите сторону многоугольника, симметричную стороне AB.



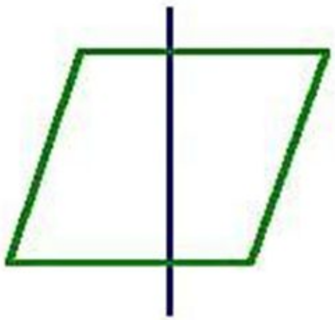
Ответ: ________________.

3 Точка O — центр симметрии многоугольника. Какая вершина симметрична вершине A относительно точки O?

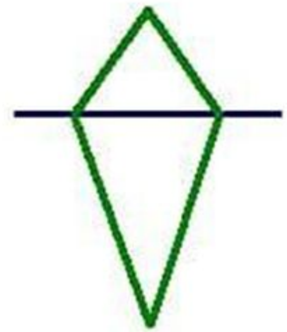


Ответ: ________________.

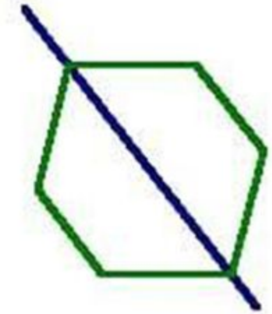
Является ли проведенная прямая осью симметрии фигуры? Почему?



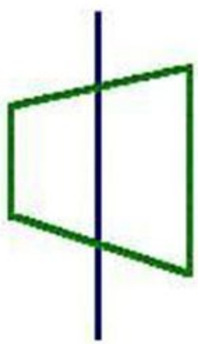
а)



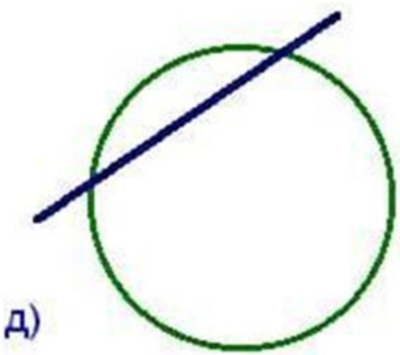
б)



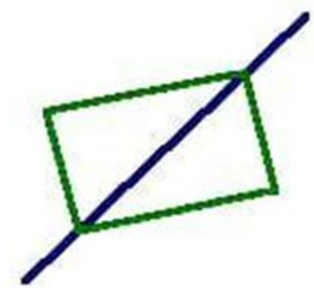
в)



г)



д)



е)

Задача 3. Карточку, изображённую на рисунке 16, повернули на 90° по часовой стрелке.

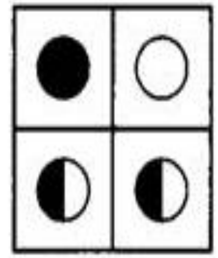


Рис.16

Какая из карточек, изображённых на рисунке 17, при этом получилась?

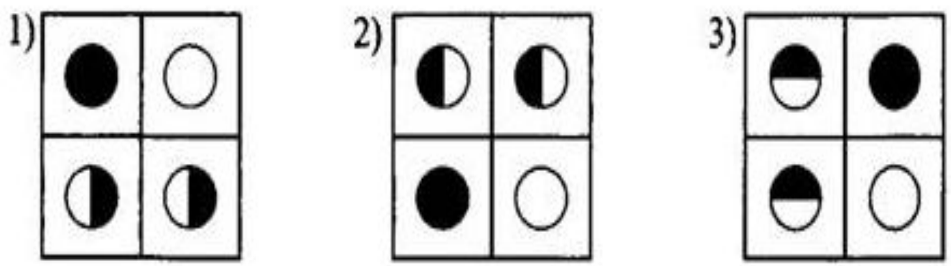


Рис.17

Решение.

При повороте карточки на 90° по часовой стрелке можно получить только карточку 3 на рисунке 17, потому что, например, чёрный кружок повернётся и попадёт в правый верхний угол (см. рис. 18). Убедитесь, что и другие круги перейдут на места кружков карточки 3 рисунка 17.

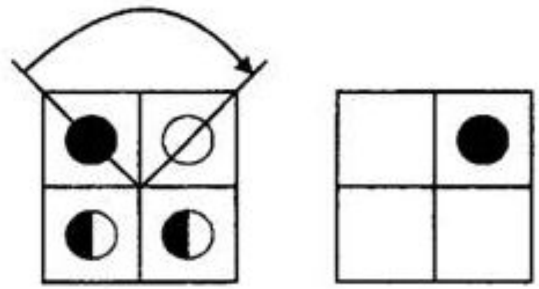
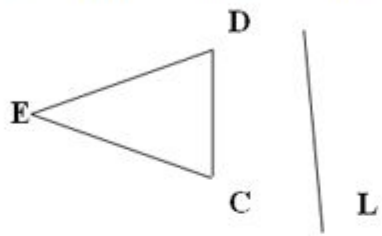
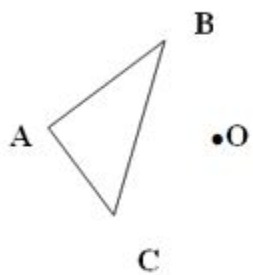
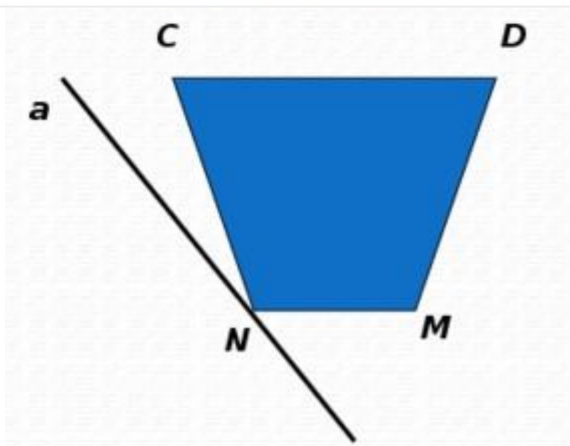


Рис.18

Ответ: 3.

№1 Симметрия относительно прямой (осевая симметрия).	Постройте треугольник $C_1E_1D_1$, симметричный треугольнику CED относительно прямой L. 
№2 Симметрия относительно точки (центральная симметрия).	Постройте треугольник $A_1B_1C_1$, симметричный треугольнику ABC относительно центра O. 

№3
Постройте фигуры, симметричные данным относительно прямой а:



Домашнее задание: учить п.117-118 и выполнить задание

Центральная симметрия. Вариант 1. Постройте фигуры, симметричные данным относительно точки O.