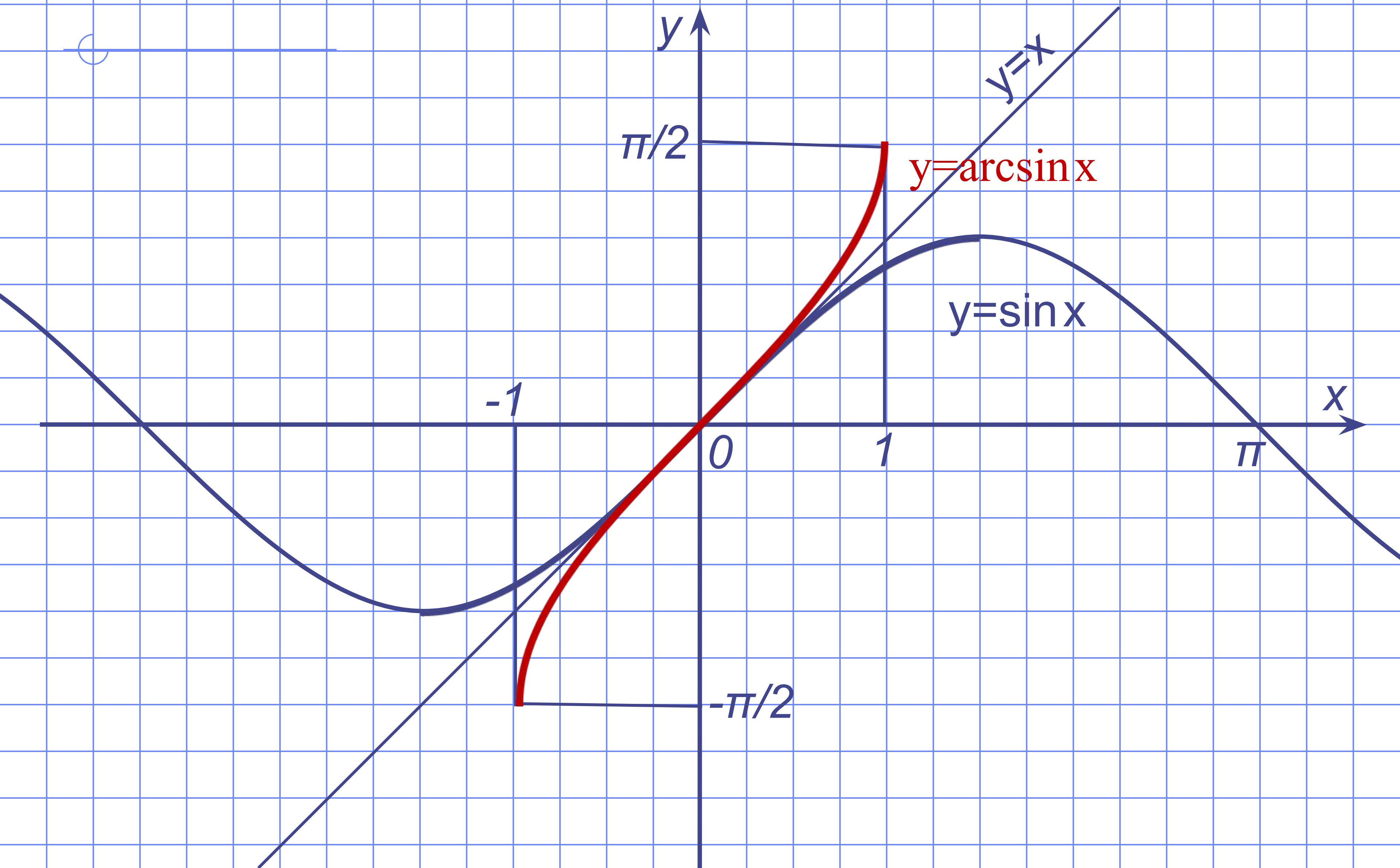
Обратные тригонометрические функции и их свойства

Содержание

- *Функция* $y = \arcsin x$ *и ее свойства*
- *Функция* $y = \arccos x$ *и ее свойства*
- *Функция* $y = \operatorname{arctg} x$ *и ее свойства*
- *Функция* $y = \operatorname{arcctg} x$ *и ее свойства*

Функция y=arcsin x и ее график



Свойства функция

$y=\arcsin x$

1. $D(y) = [-1; 1]$.
2. $E(y) = [-\pi/2; \pi/2]$.
3. $\arcsin(-x) = -\arcsin x$ – функция нечетная.
4. Функция возрастает на $[-1; 1]$.
5. Функция непрерывна.

Понятие arcsina

Записи y= arcsinx и x= siny, $-\frac{\pi}{2} \leqslant y \leqslant \frac{\pi}{2}$ эквивалентны.

Значит, x = sin(arcsinx).

Следовательно для любого x $\in [-1; 1]$ имеем

sin(arcsinx) = x, $-\frac{\pi}{2} \leqslant$ arcsinx $\leqslant \frac{\pi}{2}$

Что же такое arcsina?

Определение arcsina

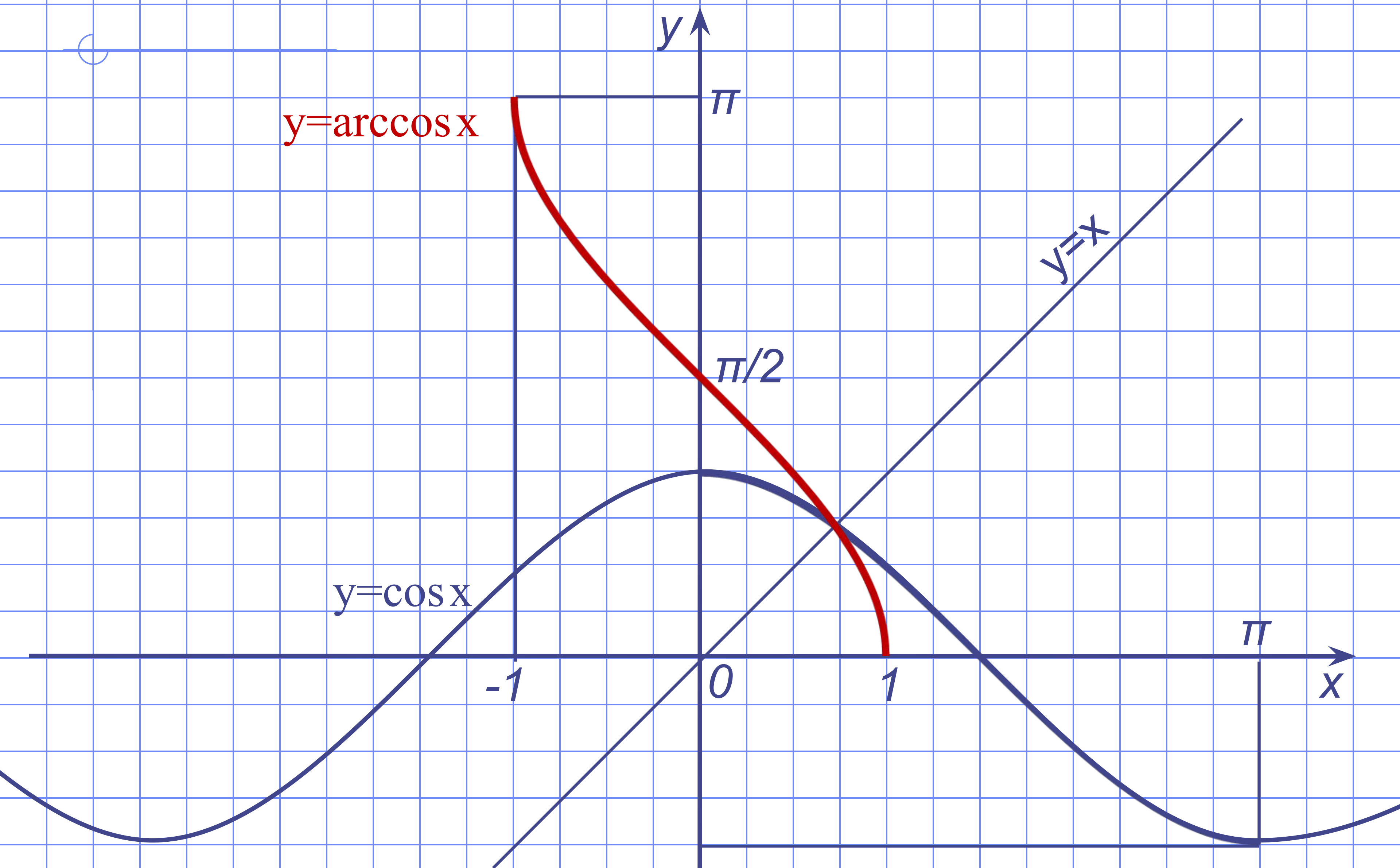
Если $|a| \le 1$, то $\arcsin a$ – это такое число из отрезка $[-\pi/2;\pi/2]$, синус которого равен a.

Если $|a| \le 1$, то

$$\arcsin a = t \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin t = a, \\ -\pi/2 \le t \le \pi/2; \end{array}\right.$$

$$\sin(\arcsin a) = a$$

Функция y=arccos x и ее график



Свойства функция

$y = \arccos x$

1. $D(y) = [-1; 1]$.
2. $E(y) = [0; \pi]$.
3. Функция не является ни четной, ни нечетной.
4. Функция убывает на $[-1; 1]$.
5. Функция непрерывна.

Понятие arccosa

Записи y= arccosx и x = cosy, 0$\leqslant$ y $\leqslant \pi$ эквивалентны.
Значит, x = cos(arccosx).
Следовательно, для любого x $\in$ [-1; 1] имеем:
cos(arccosx) = x, 0 $\leqslant$ arccosx $\leqslant \pi$.

Определение arccosa

Если $|a| \le 1$, то $\arccos a$ – это такое число из отрезка $[0; \pi]$, косинус которого равен a.

Если $|a| \le 1$, то

$$\arccos a = t \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos t = a, \\ 0 \le t \le \pi; \end{array}\right.$$

$$\cos(\arccos a) = a$$

$$\arccos(-a) = \pi - \arccos a, \text{ где } -1 \le a \le 1$$

Функция y=arctg x и ее график

Свойства $y = \operatorname{arctg} x$

1. $D(y) = (-\infty; +\infty)$.
2. $E(y) = (-\pi/2; \pi/2)$.
3. $\operatorname{arctg}(-x) = -\operatorname{arctg} x$ – *функция нечетная.*
4. *Функция возрастает на* $(-\infty; +\infty)$.
5. *Функция непрерывна.*

Определение

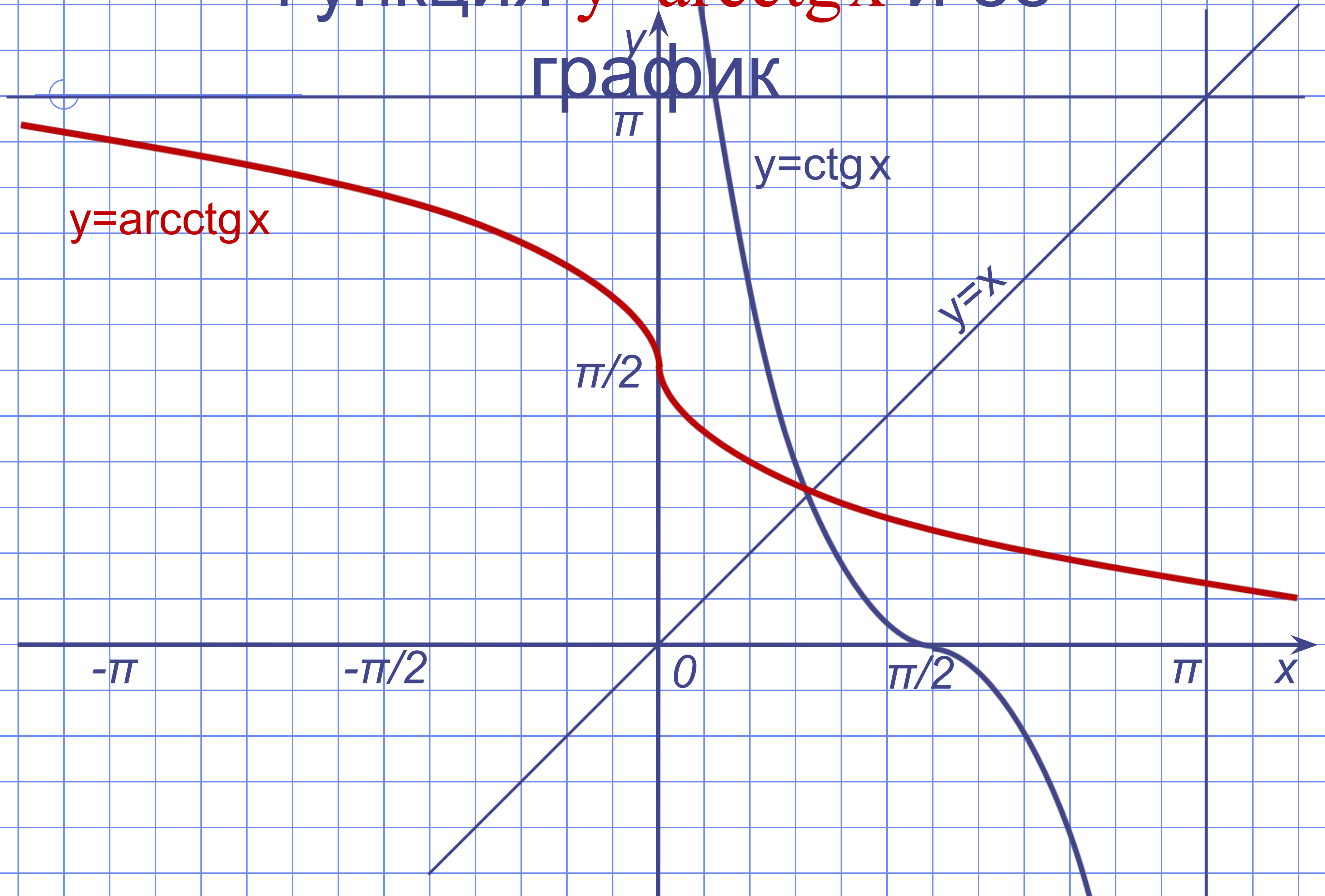
arctg a

arctg a – это такое число из интервала (-π/2; π/2), тангенс которого равен a.

$$\operatorname{arctg} a = t \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \operatorname{tg} t = a, \\ -\pi/2 < t < \pi/2; \end{array}\right.$$

$$\operatorname{tg}(\operatorname{arctg} a) = a$$

Функция y=arcctg x и ее график



Свойства функции

$y = \mathrm{arcctg}\, x$

1. *$D(y) = (-\infty; +\infty)$.*
2. *$E(y) = (0; \pi)$.*
3. *Функция не является ни четной, ни нечетной.*
4. *Функция убывает на $(-\infty; +\infty)$.*
5. *Функция непрерывна.*

Определение arcctg a

arcctg a – это такое число из интервала (0; π), котангенс которого равен a.

$$\operatorname{arcctg} a = t \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \operatorname{ctg} t = a, \\ 0 < t < \pi; \end{array}\right.$$

$$\operatorname{ctg}(\operatorname{arcctg} a) = a$$

$$\operatorname{arcctg}(-a) = \pi - \operatorname{arcctg} a$$