

Решение квадратных неравенств методом интервалов

Алгоритм решение квадратных неравенств методом интервалов

- Разложить многочлен на простые множители
- Найти корни многочлена
- Изобразить их на числовой прямой
- Разбить числовую прямую на интервалы
- Определить знаки множителей на интервалах знакопостоянства
- Выбрать промежутки нужного знака
- Записать ответ (с помощью скобок или знаков неравенства)

Пример 1. Решить неравенство: $(x - 4)(2x + 3) > 0$

найдем корни квадратного трехчлена из уравнения:

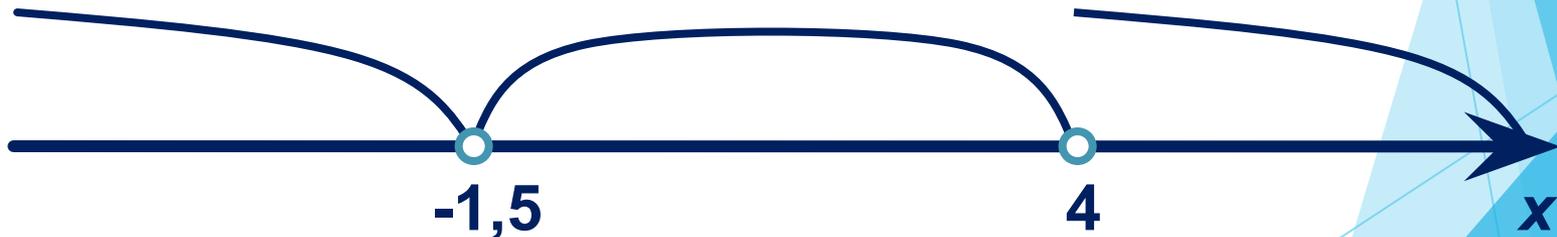
$$(x - 4)(2x + 3) = 0$$

$$x - 4 = 0 \text{ или } 2x + 3 = 0$$

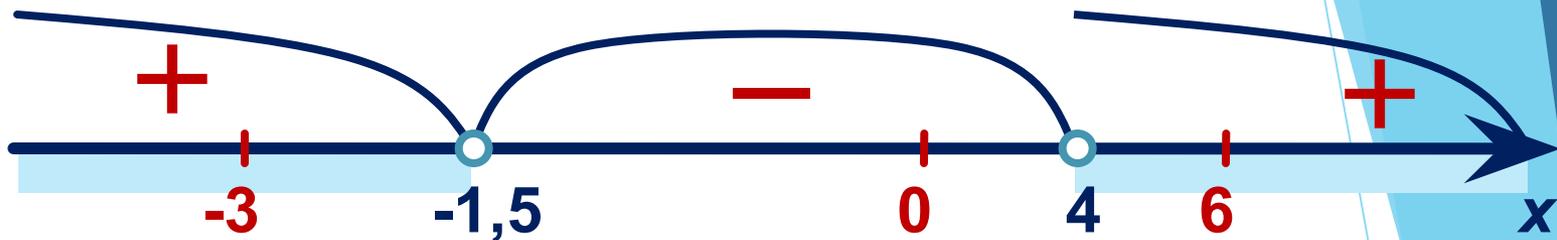
$$x_1 = 4; \quad x_2 = -1,5$$

Отметим эти корни на числовой прямой:

Получим три промежутка:



Определим знаки $(x - 4)(2x + 3)$ на каждом из полученных промежутков:



$$1). (x - 4)(2x + 3) = (-3 - 4)(-6 + 3) > 0$$

$$2). (x - 4)(2x + 3) = (0 - 4)(0 + 3) < 0$$

$$3). (x - 4)(x + 3) = (6 - 4)(12 + 3) > 0$$

Т.к. по условию $(x - 4)(2x + 3) > 0$, то решением является множество $x \in (-\infty; -1,5) \cup (4; +\infty)$

Ответ: $(-\infty; -1,5) \cup (4; +\infty)$.

Пример 2. Решить неравенство: $x(x + 7) < 8$

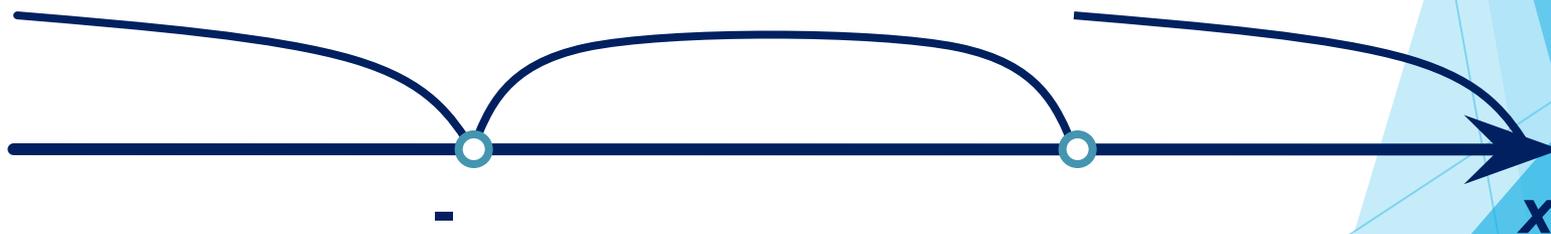
Найдём корни квадратного трехчлена из уравнения:

$$x^2 + 7x - 8 = 0$$

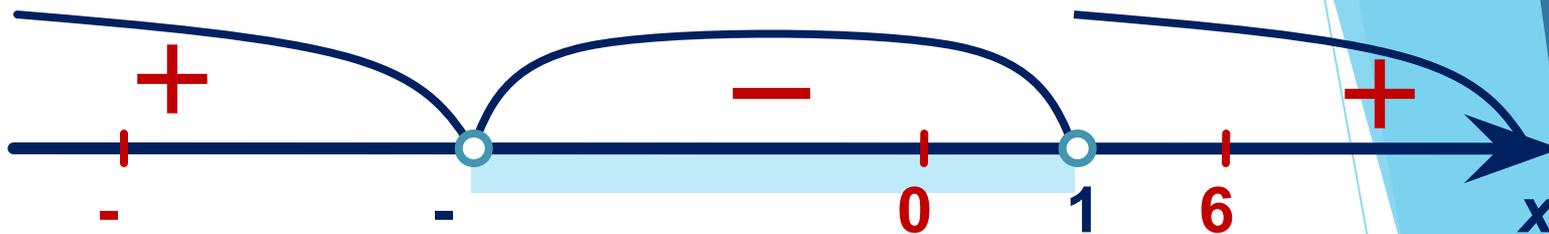
$$x_1 = 1; x_2 =$$

Отметим эти корни на числовой прямой:

Получим три промежутка:



Определим знаки $x^2 + 7x - 8$ на каждом из полученных промежутков:



$$1). \quad x^2 + 7x - 8 = (-9)^2 + 7 \cdot (-9) - 8$$

$$> 0$$

$$2). \quad x^2 + 7x - 8 = 0^2 + 7 \cdot 0 - 8$$

$$< 0$$

$$3). \quad x^2 + 7x - 8 = 6^2 + 7 \cdot 6 - 8$$

$$> 0$$

Т.к. по условию $x^2 + 7x - 8 < 0$, то решением является множество $x \in (-\infty; -8) \cup (1; +\infty)$

Ответ: $x \in (-\infty; -8) \cup (1; +\infty)$

Пример 3. Решить неравенство: $x^2 - 3x - 4 > 0$

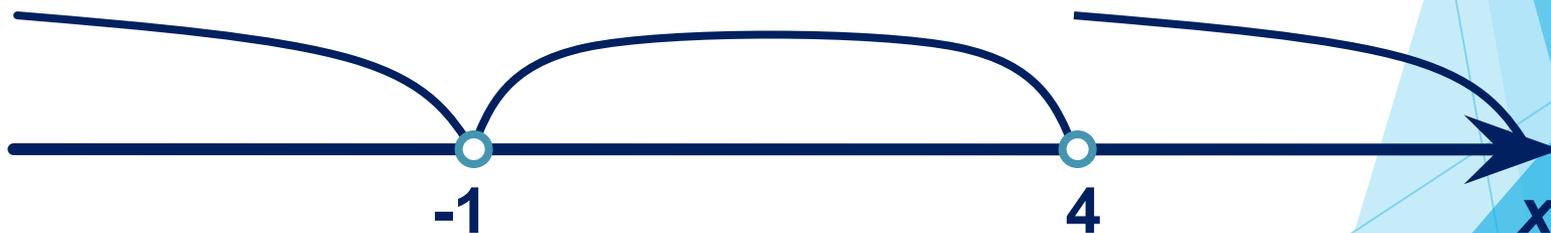
Найдём корни квадратного трехчлена из уравнения:

$$x^2 - 3x - 4 = 0$$

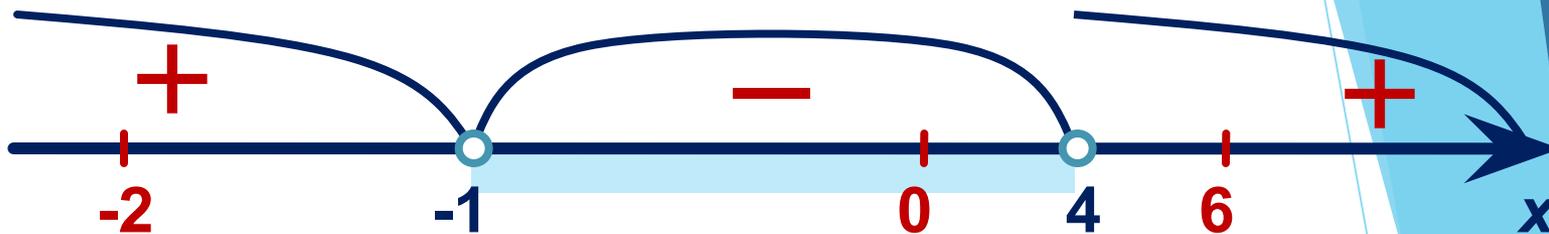
$$x_1 = -1; x_2 = 4$$

Отметим эти корни на числовой прямой:

Получим три промежутка:



Определим знаки $x^2 - 3x - 4$ на каждом из полученных промежутков:



$$1). x^2 - 3x - 4 = 2 \cdot (-2)^2 - 3 \cdot (-2) - 4 > 0$$

$$2). x^2 - 3x - 4 = 2 \cdot 0^2 - 3 \cdot 0 - 4 < 0$$

$$3). x^2 - 3x - 4 = 2 \cdot 6^2 - 3 \cdot 6 - 4 > 0$$

Т.к. по условию $x^2 - 3x - 4 > 0$, то решением является множество $x \in (-\infty; -1) \cup (4; +\infty)$

Ответ: $x \in (-\infty; -1) \cup (4; +\infty)$

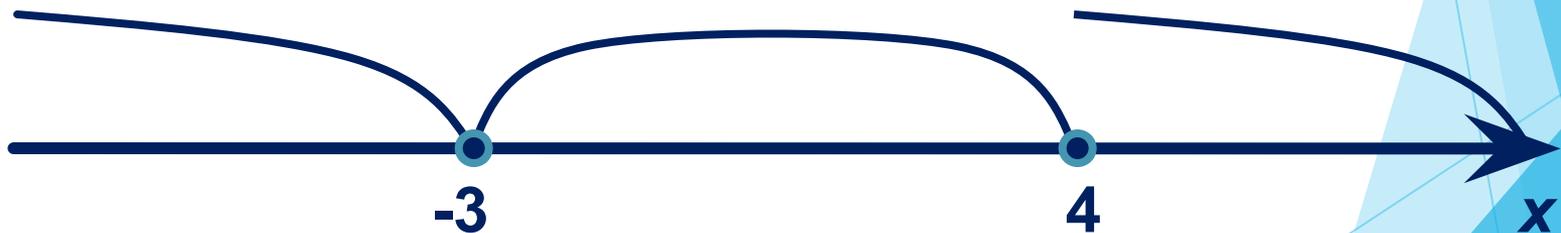
Пример 3. Решить неравенство: $-x^2 + x + 12 \geq 0$
Найдём корни квадратного трехчлена из уравнения:

$$-x^2 + x + 12 = 0$$

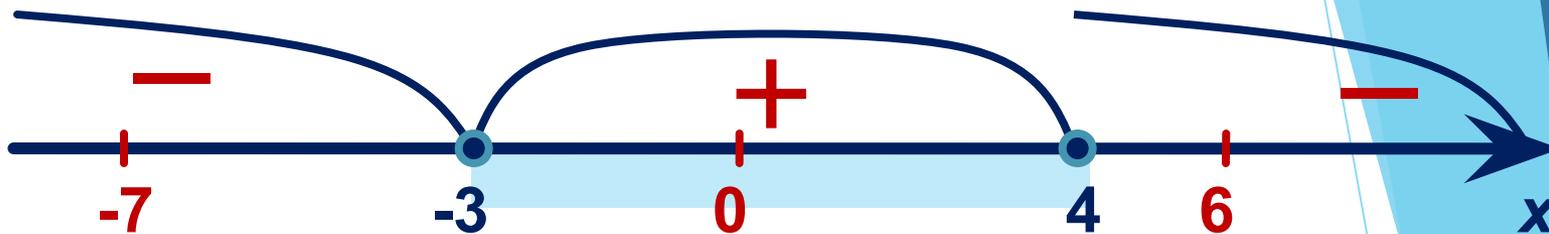
$$x_1 = 4; \quad x_2 = -3$$

Отметим эти корни на числовой прямой:

Получим три промежутка:



Определим знаки $-x^2 + x + 12$ на каждом из полученных промежутков:



$$1). -x^2 + x + 12 = -(-7)^2 + (-7) + 12 < 0$$

$$2). -x^2 + x + 12 = -0^2 + 0 + 12 > 0$$

$$3). -x^2 + x + 12 = -6^2 + 6 + 12 < 0$$

Т.к. по условию $-x^2 + x + 12 \geq 0$, то решением является множество $x \in [-3; 4]$

Ответ: $[-3; 4]$.

Домашнее задание

- ▶ Изучить презентацию. Записать алгоритм и решение неравенств в тетрадь.
- ▶ По учебнику решить квадратные неравенства методом интервалов и записать в тетрадь. №313, 312(а,б)