

Упрощение логических выражений

Упрощение сложных высказываний

- - это замена их на **равносильные** на основе **законов** алгебры высказываний с целью получения высказываний более **простой формы**

Основные законы формальной логики

- Закон исключённого третьего
- **$A \& \neg A = 0$**
- **$A \vee \neg A = 1$**
- Закон двойного отрицания
 $\neg \neg A = A$

- Не могут быть одновременно истинными суждение и его отрицание
- Высказывание может быть либо истинным либо ложным, третьего не дано
- Если отрицать дважды некоторое суждение, то получается исходное суждение

Свойства констант

- $\neg 0 = 1$ $\neg 1 = 0$
- $A \vee 0 = A$ $A \& 0 = 0$
- $A \vee 1 = 1$ $A \& 1 = A$

Законы алгебры ЛОГИКИ

- Постоянство

$$A \vee A = A \quad A \& A = A$$

- Переместительный закон

$$A \vee B = B \vee A \quad A \& B = B \& A$$

- Сочетательный закон

$$A \vee (B \vee C) = (A \vee B) \vee C$$

$$A \& (B \& C) = (A \& B) \& C$$

Законы алгебры

ЛОГИКИ

- Распределительный закон

$$A \vee (B \& C) = (A \vee B) \& (A \vee C)$$

$$A \& (B \vee C) = (A \& B) \vee (A \& C)$$

- Законы де Моргана

$$\neg(A \vee B) = \neg A \& \neg B \quad \neg(A \& B) = \neg A \vee \neg B$$

Огастес де МОРГАН



Морган Огастес (Августус) де (27.6.1806-18.3. 1871) - шотландский математик и логик. Секретарь Королевского астрономического общества (1847г.), член Лондонского королевского общества. Первый президент Лондонского математического общества. Родился в Мадуре (Индия). Учился в Тринити-колледж (в Кембридже). Профессор математики в университетском колледже в Лондоне. Основные труды по алгебре, математическому анализу и математической логике. В теории рядов описал логарифмическую шкалу для критериев сходимости; занимался теорией расходящихся рядов. Один из основателей формальной алгебры. Продолжая работы Дж. Пикока, Морган в 1841-1847 гг. опубликовал ряд работ по основам алгебры. В трактате "Формальная логика или исчисление выводов необходимых и возможных" (1847г.), Морган некоторыми своими положениями опередил Дж. Буля. Позднее Морган успешно изучал логику отношений - область, не охваченную исследованиями предшественников. Написал много исторических работ, в частности книгу "Бюджет парадоксов" (1872г.). Большой вклад внес также в дедуктивную логику вообще и математическую в частности. Лондонское математическое общество учредило медаль им. О. Моргана.

Основные приемы замены

- $X = X \wedge 1$] - По свойствам констант
- $X = X \vee 0$]
- $1 = A \vee \neg A$ - По закону исключения третьего
- $0 = B \wedge \neg B$ - По закону непротиворечия
- $Z = Z \vee Z \vee Z$ - По закону
идемпотентности
- $E = \neg \neg E$ - По закону двойного отрицания

Пример

Упростить: $A \wedge B \vee A \wedge \neg B$

По закону дистрибутивности вынесем A за скобки

$$A \wedge B \vee A \wedge \neg B = A \wedge (B \vee \neg B) = A \wedge 1 = A$$

Выполните задания

Упростите логические выражения и проверьте правильность решения при помощи таблицы истинности (построить таблицы истинности для самого выражения и полученного ответа отдельно, сравнить последние полученные столбцы-они должны быть идентичны):

$$1. F = A \vee (\overline{A \vee \overline{B}})$$

$$2. F = (\overline{\overline{A} \vee \overline{B}}) \wedge A$$

$$3. F = (\overline{\overline{A} \vee \overline{B}}) \vee (\overline{\overline{A} \vee B})$$