

Тема:

Понятие производной.
Геометрический смысл
производной.

Вильгельм Лейбниц **(1646-1716)**



*Немецкий философ,
математик, физик,
языковед. Один
из создателей
дифференциального и
интегрального исчислений.*

Исаак Ньютон (1643 – 1727)



*Английский математик,
механик, астроном и
физик, создатель
классической механики.
Один из первых авторов
дифференциального и
интегрального
счисления.*

Приращение функции и приращение аргумента

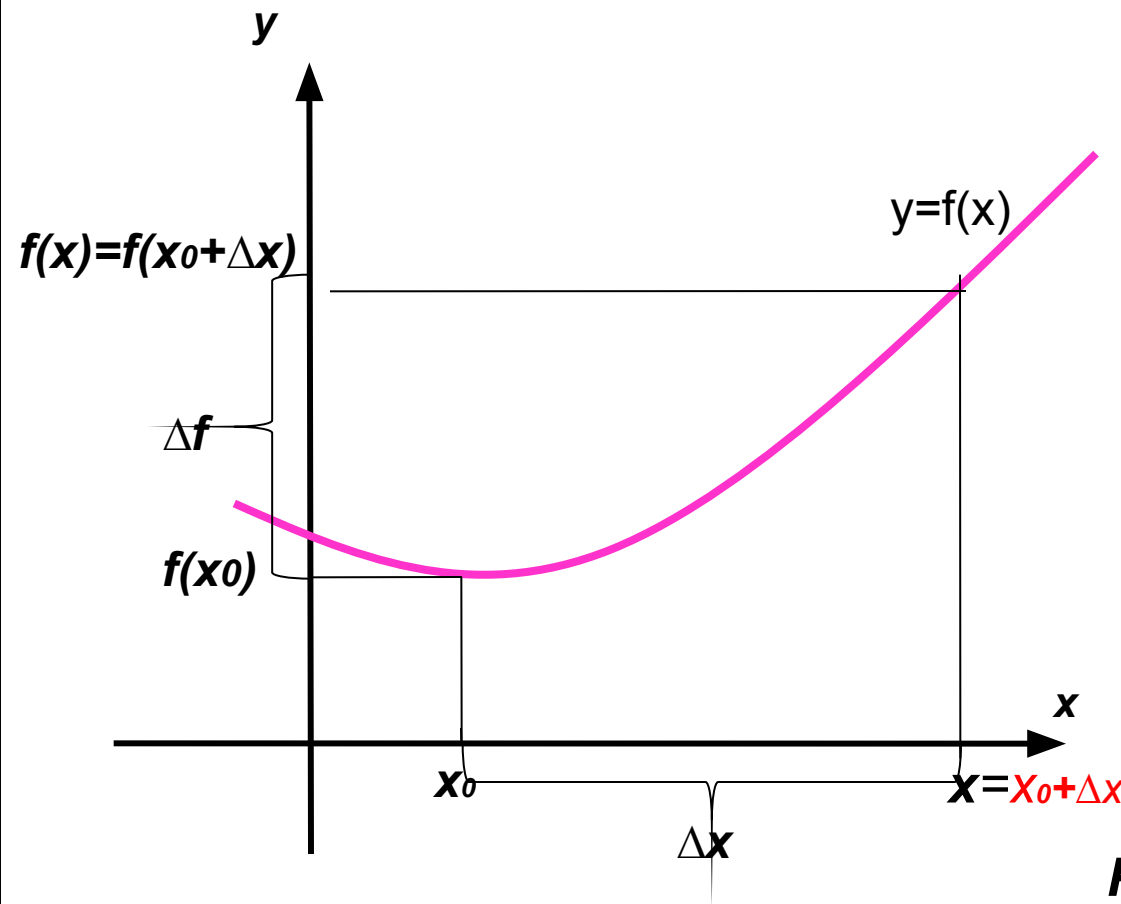
приращение аргумента:

$$\Delta x = x - x_0$$

Приращение функции :

$$\Delta f = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$$

$$\Delta f = f(x) - f(x_0)$$



Т.е. Дана функция $f(x)$ и

**изменилось на величину Δx .
Расстояние между точками
 $f(x_0)$ и $f(x_0 + \Delta x)$ тоже примет
значение Δf . Оно,
которое находится между $f(x_0)$
и $f(x_0 + \Delta x)$ и является
приращением функции при
изменении x на Δx
обозначается Δf
разности между x и x_0 :**

Геометрический смысл приращения аргумента и приращения функции
 прямая, проходящая через все точки графика, называется **секущей**

Уравнение прямой:

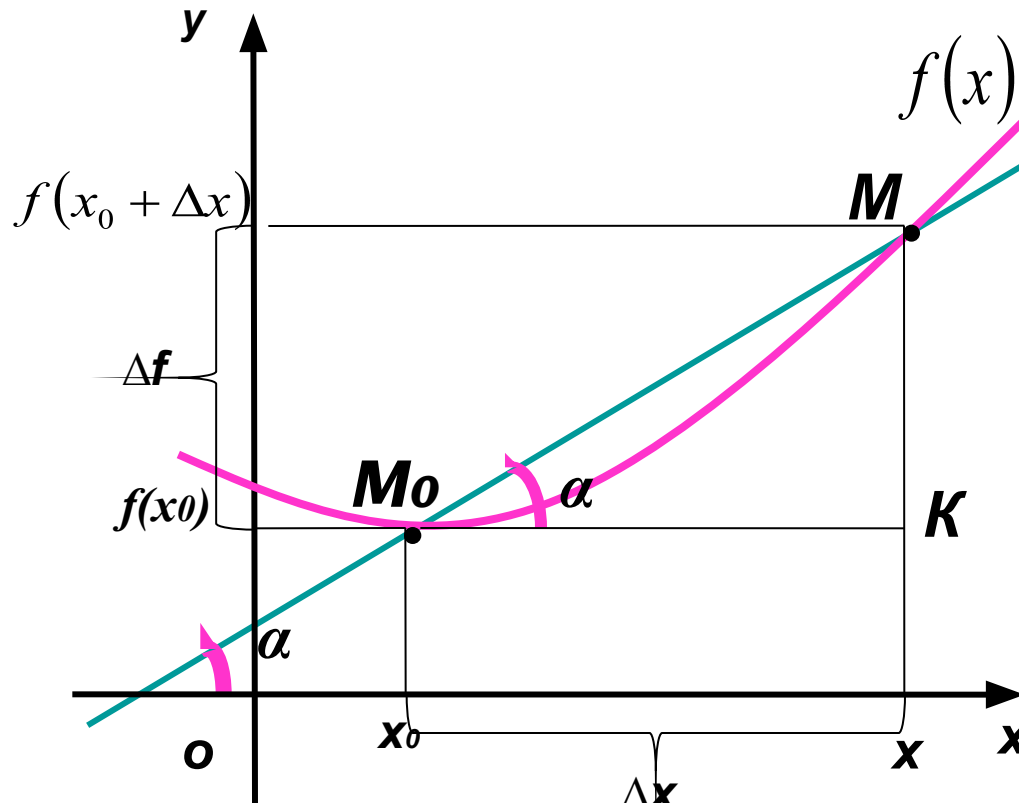
$$y = kx + b$$

$$k = \operatorname{tg} \alpha$$

$$\angle \alpha = \angle M M_0 K$$

$$\operatorname{tg} \angle M M_0 K = \frac{MK}{M_0 K} = \frac{\Delta f}{\Delta x}$$

Вывод: угловой коэффициент секущей, проходящей через точки $M_0(x_0, f(x_0))$ и $M(x_0 + \Delta x, f(x_0 + \Delta x))$ можно рассчитать по формуле: $\operatorname{tg} \angle M M_0 K = \frac{\Delta f}{\Delta x}$.
 Эта формула называется формулой для вычисления приращения функции по приращению аргумента. Она имеет вид: $\operatorname{tg} \angle M M_0 K = \frac{\Delta f}{\Delta x}$.
 где Δx — приращение аргумента, Δf — приращение функции.



$$k = \operatorname{tg} \alpha = \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

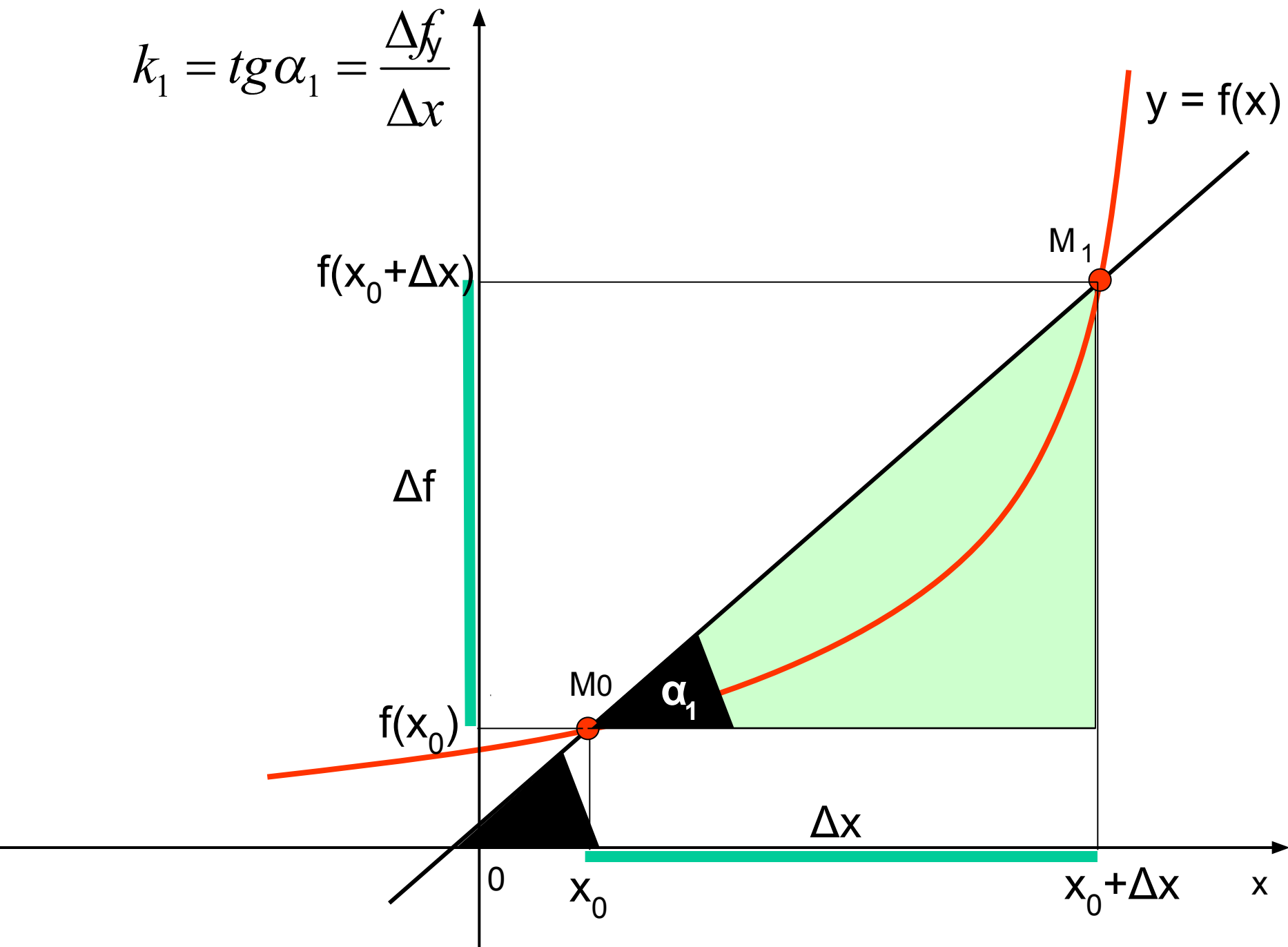
Определение

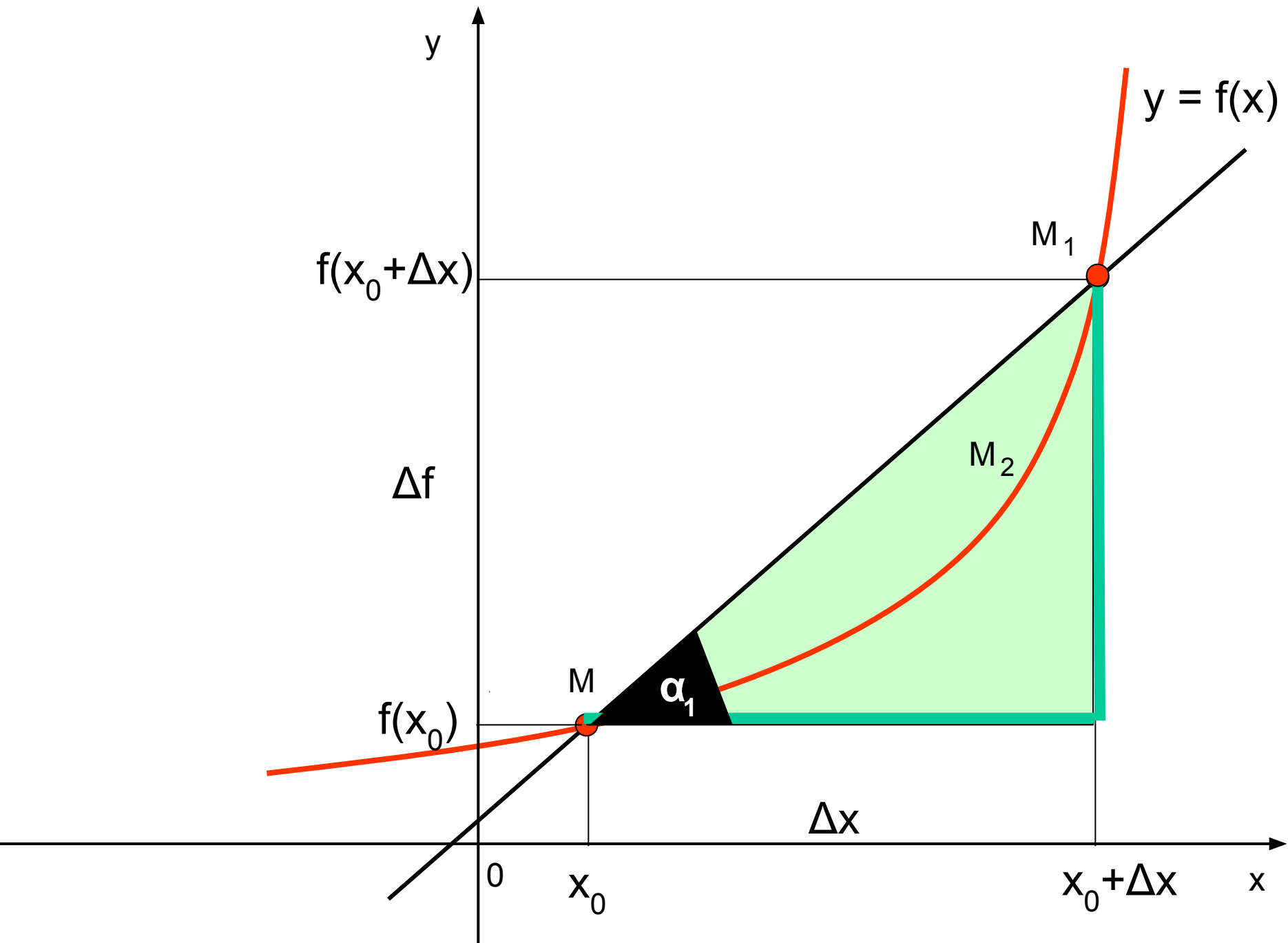
Производной функции $y=f(x)$ называется число, к которому стремится отношение приращения функции к приращению аргумента при $\Delta x \rightarrow 0$

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{x - x_0} = \boxed{f'(x_0)}$$

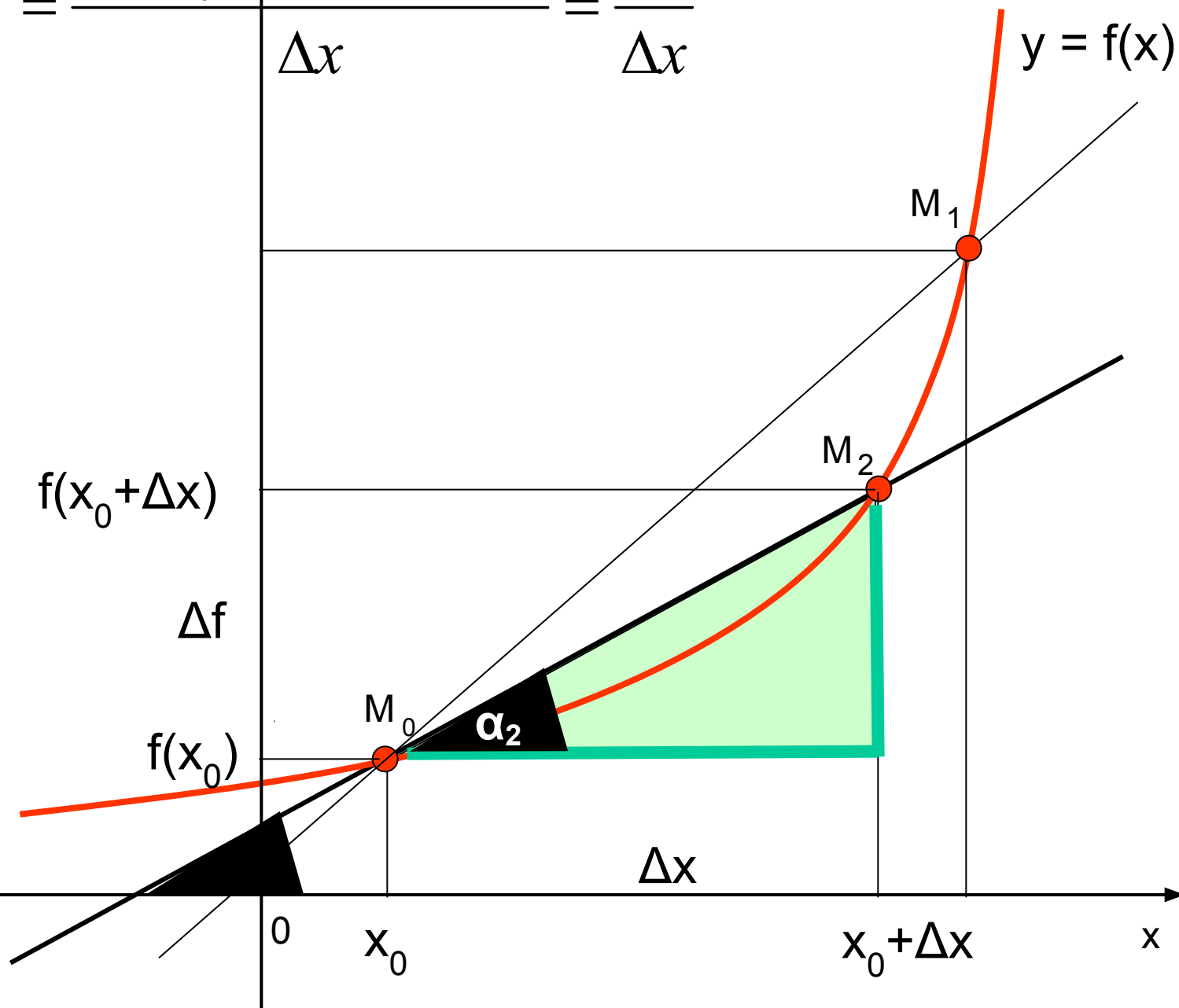
Геометрический смысл производной

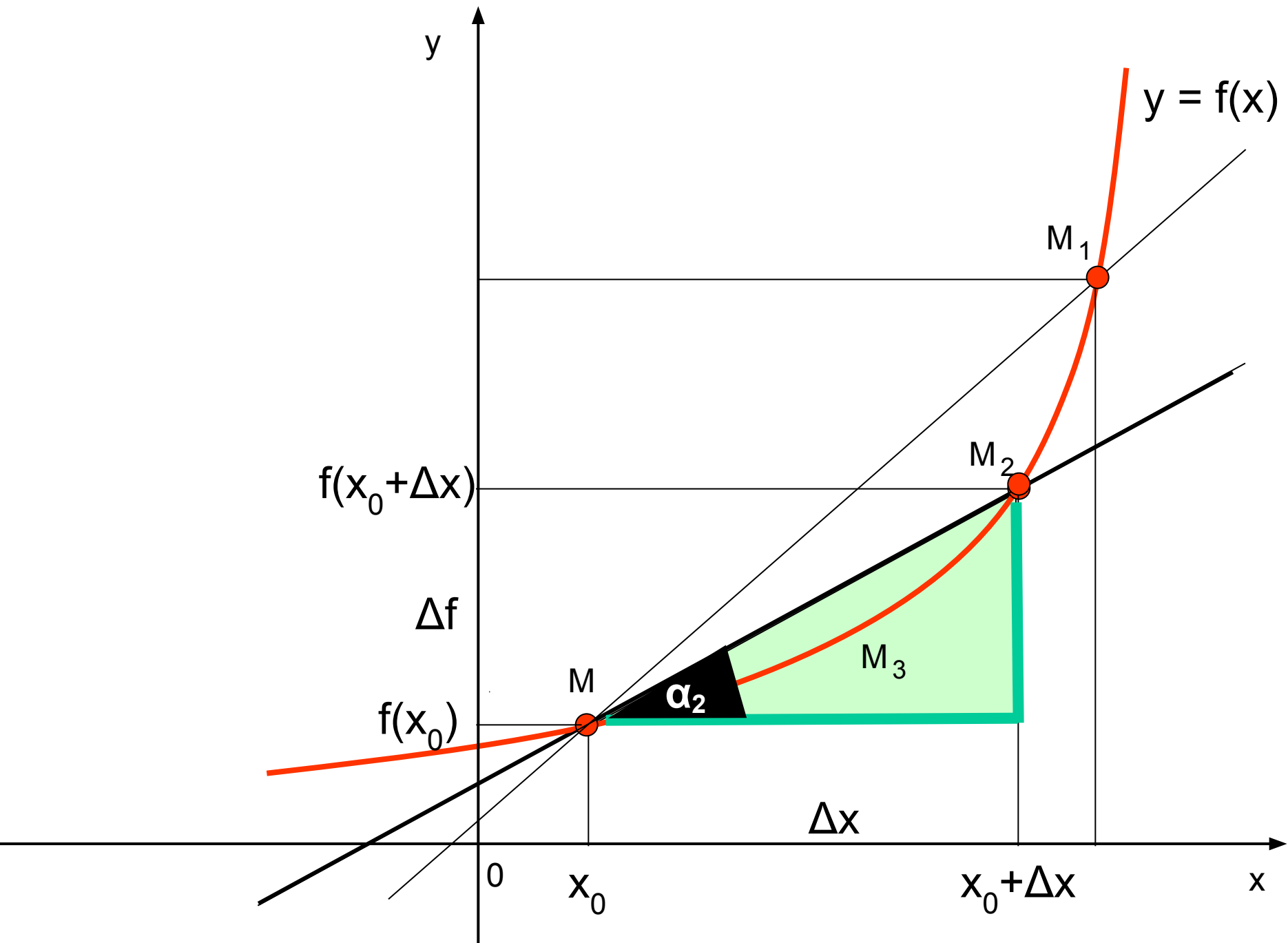
$$k_1 = \operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{\Delta f_y}{\Delta x}$$

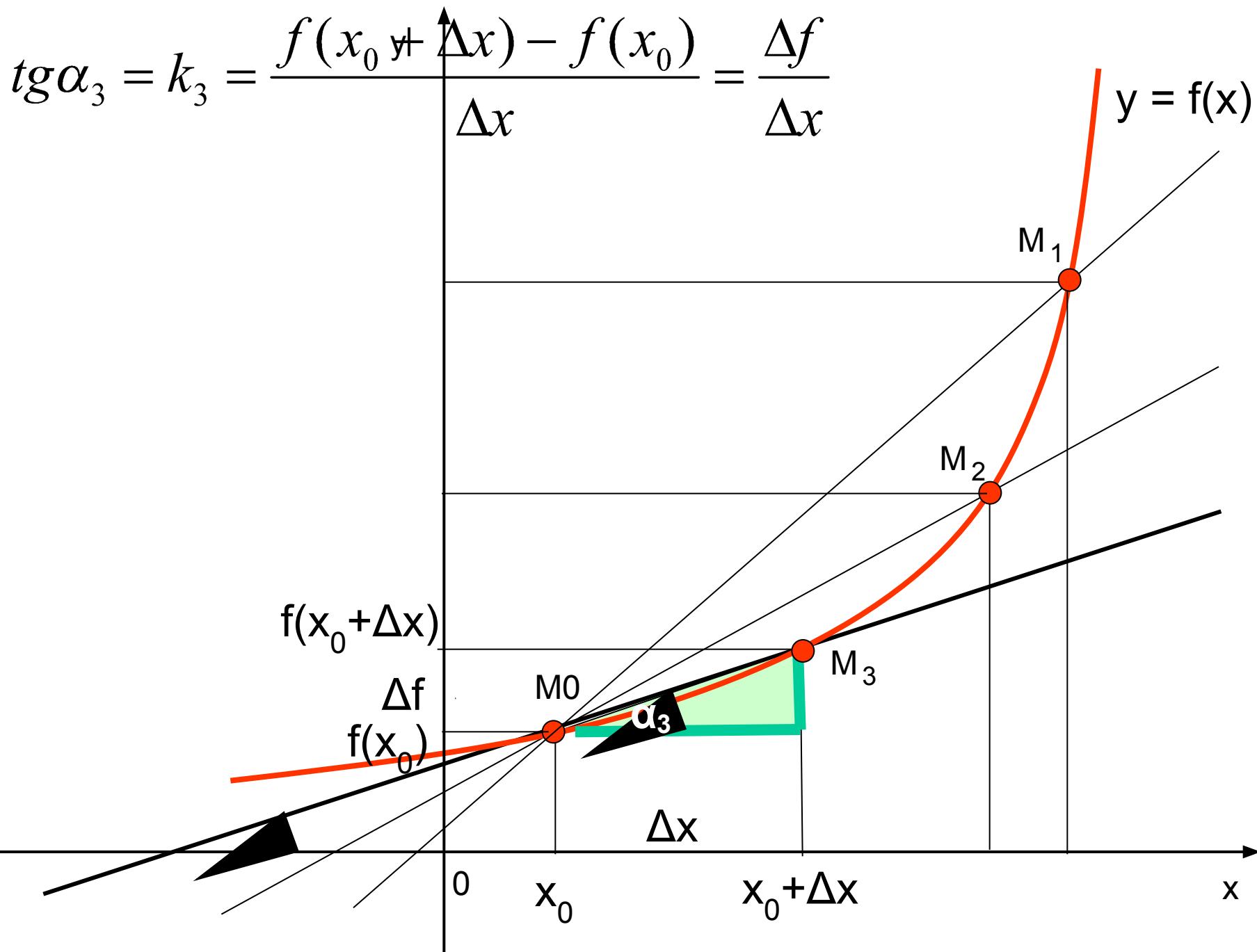


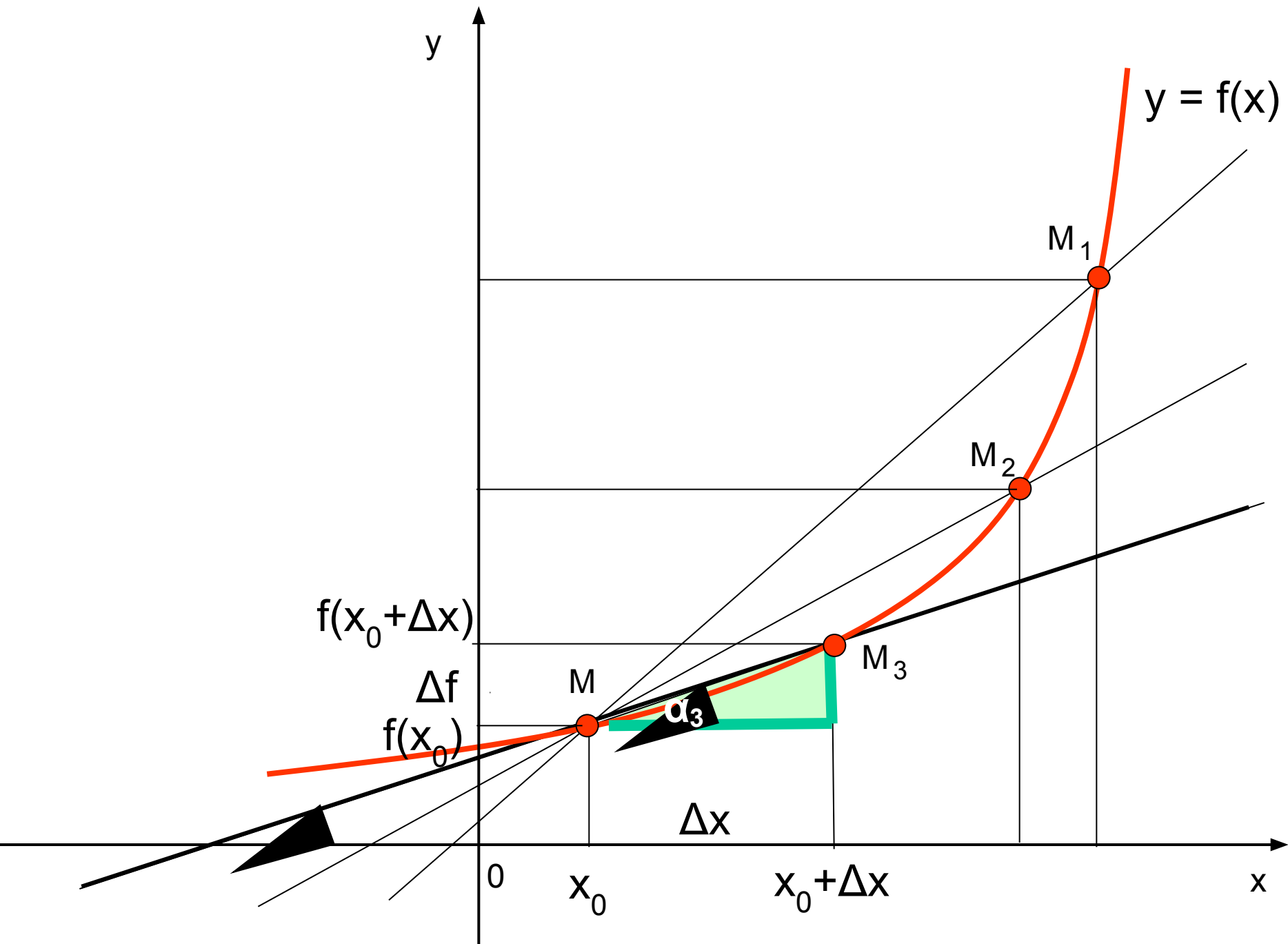


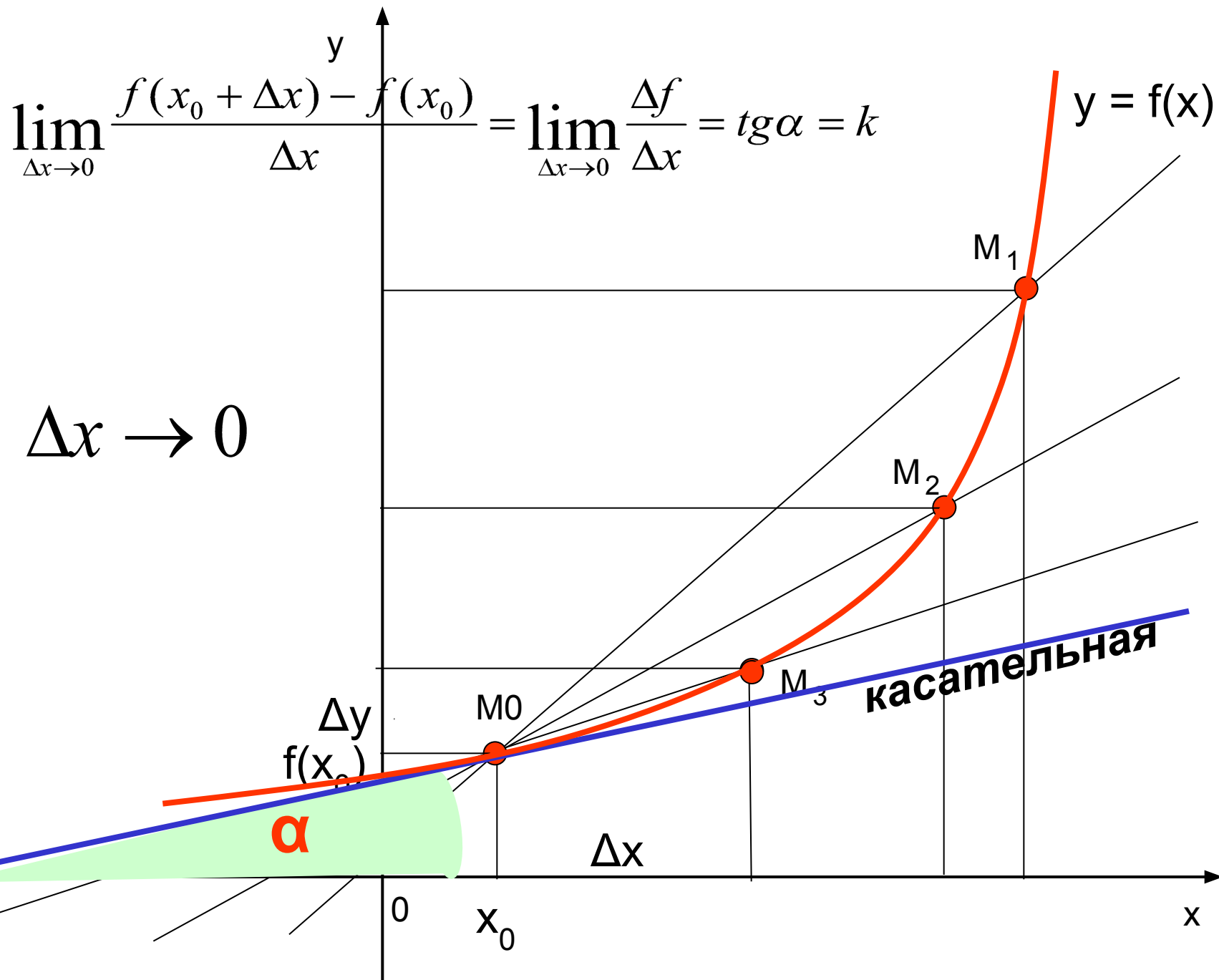
$$k_2 = \operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} = \frac{\Delta f}{\Delta x}$$











Определение

Производной функции $y=f(x)$ называется предел отношения приращения функции к приращению аргумента при $\Delta x \rightarrow 0$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} = \boxed{f'(x_0)}$$

Производная функции f в точке x_0 равна угловому коэффициенту касательной, проведенной к графику функции $y=f(x)$ в точке $M_0(x_0; f(x_0))$.

$$k = \operatorname{tg} \alpha = f'(x_0)$$