МОУ СОШ №5 – «Школа здоровья и развития» г. Радужный

Производная

Автор: Семёнова Елена Юрьевна

Содержание

Понятие производной

Производной функции $y = f(x)$, заданной на некотором интервале $(a; b)$, в некоторой точке x этого интервала называют предел отношения приращения функции в этой точке к соответствующему приращению аргумента, когда приращение аргумента стремится к нулю.

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f}{\Delta x}$$

Нахождение производной называют дифференцированием

Алгоритм нахождения производной

1. *Зафиксировать значение x_o, найти $f(x_o)$.*
2. *Дать аргументу x_o приращение Δx, перейти в новую точку $x_o + \Delta x$, найти $f(x_o + \Delta x)$.*
3. *Найти приращение функции: $\Delta f = f(x_o + \Delta x) - f(x_o)$.*
4. *Составить отношение $\dfrac{\Delta f}{\Delta x}$.*
5. *Вычислить $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta f}{\Delta x}$.*
6. *Этот предел и есть $f'(x_o)$.*

Примеры

Таблица производных

$f(x)$	$f'(x)$	$f(x)$	$f'(x)$
C	0	$\sqrt{x}$	$1/(2\sqrt{x})$
$kx + b$	k	e^x	e^x
x^2	$2x$	a^x	$a^x \ln a$
x^n	nx^{n-1}	$\mathrm{tg}\, x$	$1/\cos^2 x$
$1/x$	$-1/x^2$	$\mathrm{ctg}\, x$	$-1/\sin^2 x$
$\sin x$	$\cos x$	$\ln x$	$1/x$
$\cos x$	$-\sin x$	$\log_a x$	$1/(x \ln a)$

Физический (механический) смысл производной

Если при прямолинейном движении путь s, пройденный точкой, есть функция от времени t, т. е. $s = s(t)$, то скорость точки есть производная от пути по времени, т.е. $v(t) = s'(t)$.

Производная выражает мгновенную скорость в момент времени t.

Правила нахождения производной

1. Если функции $u(x)$ и $v(x)$ имеют в точке x производные, то их сумма $u(x) + v(x)$ также имеет в этой точке производную, причем

$$(u + v)' = u' + v'$$

2. Если функция $u(x)$ имеет в точке x производную и C – данное число, то функция $C \cdot u(x)$ также имеет в этой точке производную, причем

$$(Cu)' = C \cdot u'$$

Правила нахождения производной

3. Если функции $u(x)$ *и* $v(x)$ *имеют в точке* x *производные, то их произведение* $u(x) \cdot v(x)$ *также имеет в этой точке производную, причем*

$$(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'$$

4. Если функция $v(x)$ *имеет в точке* x *производную и* $v(x) \neq 0$, *то функция* $\frac{1}{v(x)}$ *также имеет в этой точке производную, причем*

$$\left(\frac{1}{v}\right)' = -\frac{v'}{v^2}$$

Правила нахождения производной

5. Если функции $u(x)$ *и* $v(x)$ *имеют в точке* x *производные и* $v(x) \neq 0$, *то функция* $\frac{u(x)}{v(x)}$ *также имеет в этой точке производную, причем*

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

Производная сложной функции

$$\left(f\left(g(x)\right)\right)' = f'\left(g(x)\right)\cdot g'(x)$$

Примеры:

1. $((5x-3)^3)' = 3(5x-3)^2\cdot(5x-3)' =$
$= 3(5x-3)^2\cdot 5 = 15(5x-3)^2$

2. $(\sin(4x+8))' = \cos(4x+8)\cdot(4x+8)' =$
$= \cos(4x+8)\cdot 4 = 4\cos(4x+8)$

Если функция имеет производную (дифференцируема) в точке х, то она непрерывна в этой точке.