

Решение логических
задач средствами
алгебры логики

Упростить логическое выражение

$$F = (A \vee B) \rightarrow \overline{(B \vee C)}$$

5. Закон общей инверсии (законы де Моргана):

$$\overline{A \vee B} = \bar{A} \ \& \ \bar{B}$$

$$\overline{A \ \& \ B} = \bar{A} \vee \bar{B}$$

$$\overline{(A \rightarrow B)} = A \ \& \ \bar{B}$$

$$A \rightarrow B = \bar{A} \vee B$$

Решение

$$F = (A \vee B) \rightarrow \overline{(B \vee C)}$$

$$= A \vee B \ \& \ \overline{\overline{(B \vee C)}} =$$

1. Закон двойного отрицания

$$A = \overline{\overline{A}}$$

Решение

$$F = (A \vee B) \rightarrow \overline{(B \vee C)}$$

$$= A \vee B \ \& \ \overline{\overline{(B \vee C)}} =$$

$$= (A \vee B) \ \& \ (B \vee C) =$$

4. *Распределительный (дистрибутивный) закон:*

— для логического сложения:

$$(A \vee B) \& C = (A \& C) \vee (B \& C)$$

— для логического умножения:

$$(A \& B) \vee C = (A \vee C) \& (B \vee C)$$

Решение

$$F = (A \vee B) \rightarrow \overline{(B \vee C)}$$

$$= A \vee B \ \& \ \overline{\overline{(B \vee C)}} =$$

$$= (A \vee B) \ \& \ (B \vee C) =$$

$$= B \vee (A \ \& \ C)$$

**Проверим правильность
упрощения формулы
построением таблиц
истинности**

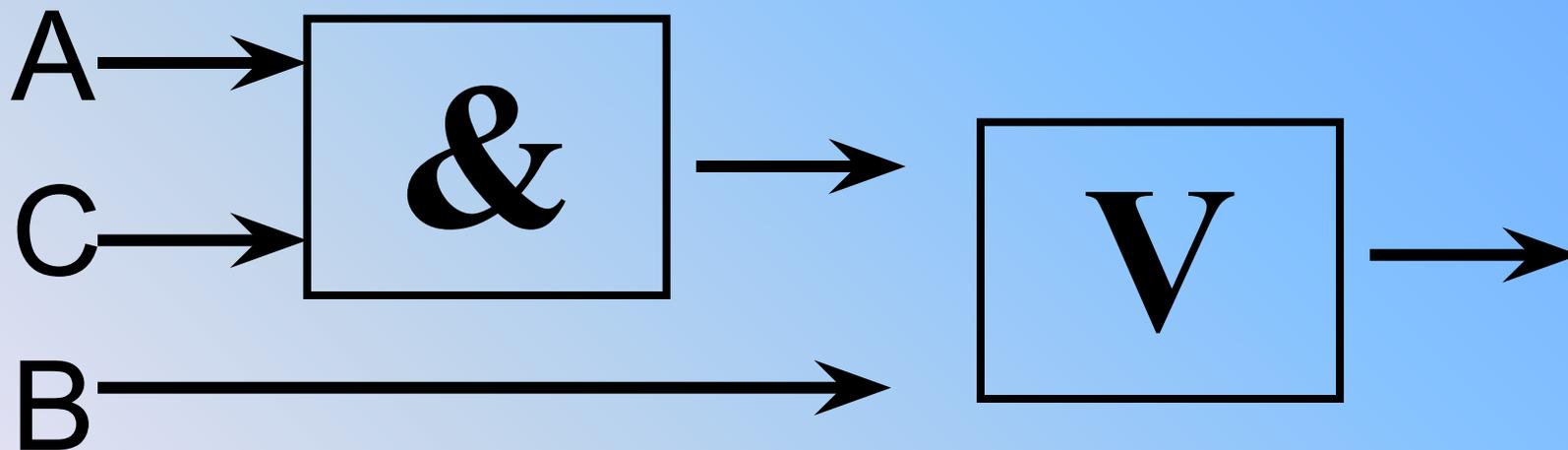
$$F = (A \vee B) \rightarrow \overline{(B \vee C)}$$

A	B	C	A ∨ B	B ∨ C	$\overline{B \vee C}$	$(A \vee B) \rightarrow \overline{(B \vee C)}$	F
0	0	0	0	0	1	1	0
0	0	1	0	1	0	1	0
0	1	0	1	1	0	0	1
0	1	1	1	1	0	0	1
1	0	0	1	0	1	1	0
1	0	1	1	1	0	0	1
1	1	0	1	1	0	0	1
1	1	1	1	1	0	0	1

$$F = B \vee A \& C$$

A	B	C	A & C	B V A & C
0	0	0	0	0
0	0	1	0	0
0	1	0	0	1
0	1	1	0	1
1	0	0	0	0
1	0	1	0	0
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

**Построить логическую схему
данного упрощенного
логического выражения
 $F = B \vee A \& C$**





ИТЬ ЛОГИЧЕСКУЮ ЗАДАЧУ



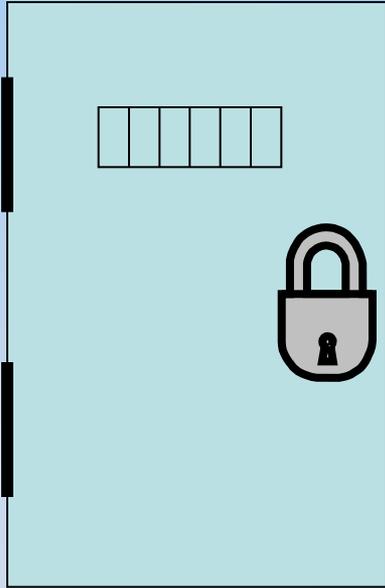
Принцу необходимо спасти принцессу от злого колдуна. Принцесса находится в одной из комнат с надписями на дверях:

- 1. В этой комнате сидит тигр.**
- 2. Принцесса находится в комнате 1.**
- 3. Тигр сидит в комнате 2.**

Колдун сообщил принцу, что одно из этих утверждений является истинным. И если принц с первого раза отгадает, где находится принцесса, то колдун освободит ее.

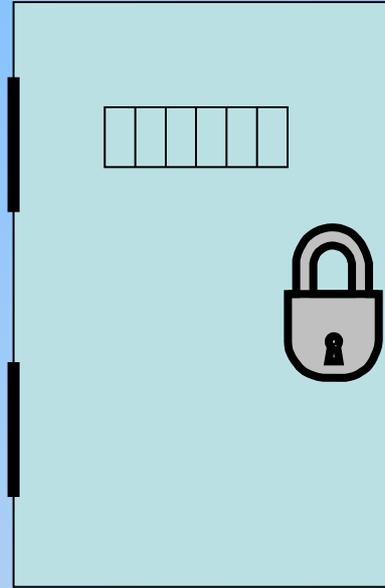


1



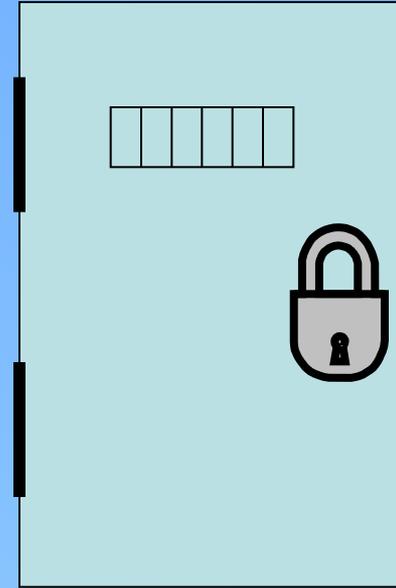
**Здесь сидит
Тигр!**

2

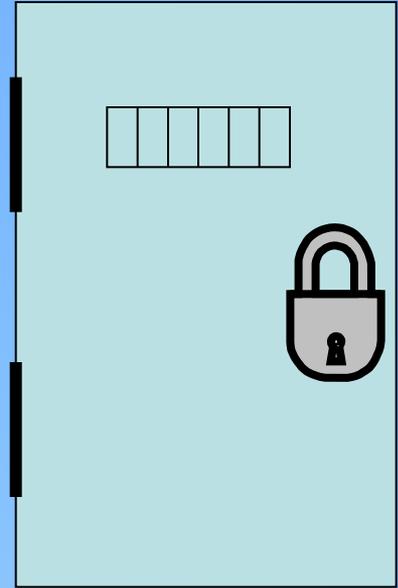
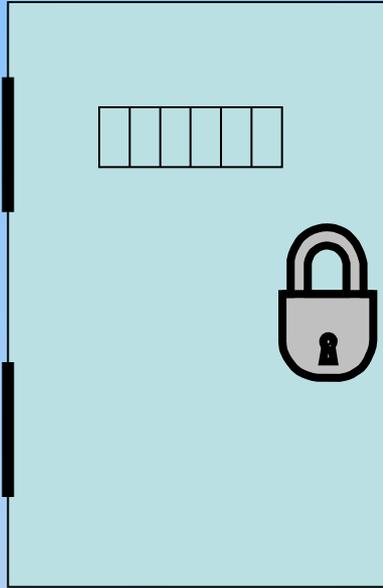


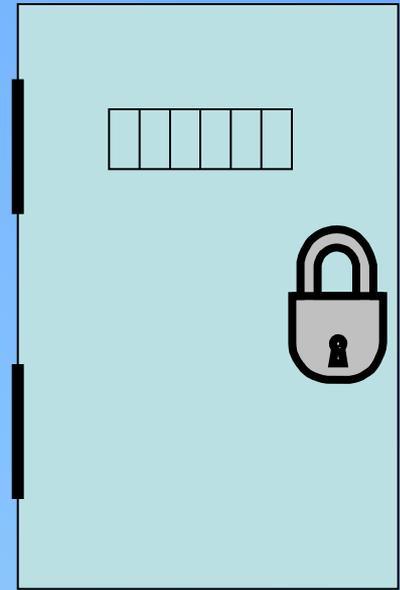
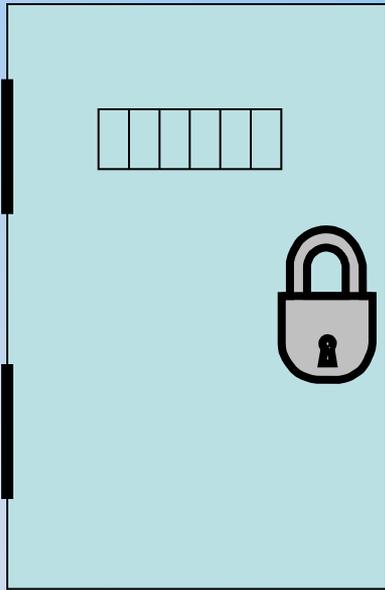
**Принцесса
находится
в 1 комнате!**

3



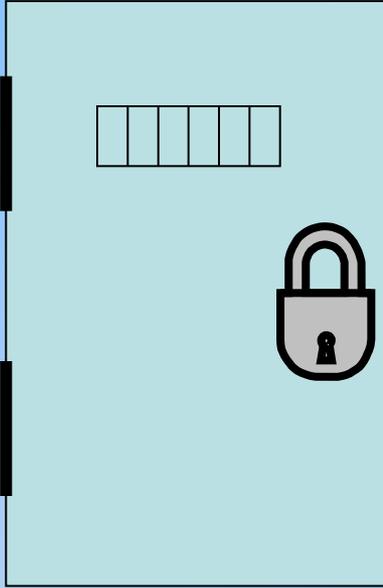
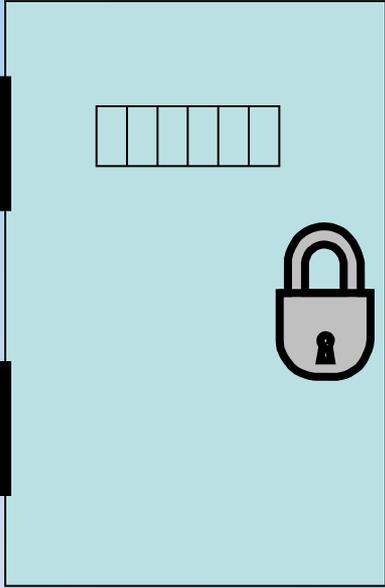
**Тигр сидит в
комнате 2 !**





Благодарю за спасение





Кроссворд

Решить логическую задачу

Синоптик объявляет прогноз погоды на завтра и утверждает следующее:

1. Если не будет ветра, то будет пасмурная погода без дождя.
2. Если будет дождь, то будет пасмурно и без ветра.
3. Если будет пасмурная погода, то будет дождь и не будет ветра.

Так какая же погода будет завтра?



Решение



1. Выделим простые высказывания и запишем их через переменные:

А – «Ветра нет»

В – «Пасмурно»

С – «Дождь»



2. Запишем логические функции (сложные высказывания)

а) Если не будет ветра, то будет пасмурная погода без дождя

$$A \rightarrow B \& \overline{C}$$

б) Если будет дождь, то будет пасмурно и без ветра

$$C \rightarrow B \& A$$

в) Если будет пасмурная погода, то будет дождь и не будет
ветра

$$B \rightarrow C \& \overline{A}$$

3. Запишем произведение указанных функций:

$$F = (A \rightarrow B \ \& \ \bar{C}) \ \& \ (C \rightarrow B \ \& \ A) \ \& \ (B \rightarrow C \ \& \ A)$$

5. Закон общей инверсии (законы де Моргана):

$$\overline{A \vee B} = \bar{A} \ \& \ \bar{B}$$

$$\overline{A \ \& \ B} = \bar{A} \vee \bar{B}$$

$$\overline{(A \rightarrow B)} = A \ \& \ \bar{B}$$

$$A \rightarrow B = \bar{A} \vee B$$

4. Упростим формулу:

$$\begin{aligned} F &= (A \rightarrow B \ \& \ \bar{C}) \ \& \ (C \rightarrow B \ \& \ A) \ \& \ (B \rightarrow C \ \& \ A) = \\ &= (\bar{A} \vee B \ \& \ \bar{C}) \ \& \ (\bar{C} \vee B \ \& \ A) \ \& \ (\bar{B} \vee C \ \& \ A) = \end{aligned}$$

2. *Переместительный (коммутативный) закон:*

— для логического сложения:

$$A \vee B = B \vee A$$

— для логического умножения:

$$A \& B = B \& A$$

4. Упростим формулу:

$$F = (\overline{A} \rightarrow B \ \& \ \overline{C}) \ \& \ (C \rightarrow B \ \& \ A) \ \& \ (B \rightarrow C \ \& \ A) =$$

$$= (\overline{A} \vee B \ \& \ \overline{C}) \ \& \ (\overline{C} \vee B \ \& \ A) \ \& \ (\overline{B} \vee C \ \& \ A) =$$

$$= (\overline{A} \vee B \ \& \ \overline{C}) \ \& \ (\overline{B} \vee C \ \& \ A) \ \& \ (\overline{C} \vee B \ \& \ A) =$$

4. Упростим формулу:

$$\begin{aligned} F &= (A \rightarrow B \ \& \ \bar{C}) \ \& \ (C \rightarrow B \ \& \ A) \ \& \ (B \rightarrow C \ \& \ A) = \\ &= (\bar{A} \vee B \ \& \ \bar{C}) \ \& \ (\bar{C} \vee B \ \& \ A) \ \& \ (\bar{B} \vee C \ \& \ A) = \\ &= (\bar{A} \vee B \ \& \ \bar{C}) \ \& \ (\bar{B} \vee C \ \& \ A) \ \& \ (\bar{C} \vee B \ \& \ A) = \\ &= (\bar{A} \ \& \ \bar{B} \ \vee \ \bar{B} \ \& \ \bar{C} \ \& \ \bar{B} \ \vee \ A \ \& \ C \ \& \ A \ \vee \ B \ \& \ C \ \& \ C \ \& \ A) \ \& \ (\bar{C} \ \vee \ B \ \& \ A) = \end{aligned}$$

8. Закон противоречия:

$$A \& \bar{A} = 0$$

4. Упростим формулу:

$$\begin{aligned} F &= (A \rightarrow B \ \& \ \bar{C}) \ \& \ (C \rightarrow B \ \& \ A) \ \& \ (B \rightarrow C \ \& \ A) = \\ &= (\bar{A} \vee B \ \& \ \bar{C}) \ \& \ (\bar{C} \vee B \ \& \ A) \ \& \ (\bar{B} \vee C \ \& \ A) = \\ &= (\bar{A} \vee B \ \& \ \bar{C}) \ \& \ (\bar{B} \vee C \ \& \ A) \ \& \ (\bar{C} \vee B \ \& \ A) = \\ &= (\bar{A} \ \& \ \bar{B} \vee B \ \& \ \bar{C} \ \& \ \bar{B} \vee \bar{A} \ \& \ C \ \& \ A \vee B \ \& \ \bar{C} \ \& \ C \ \& \ A) \ \& \ (\bar{C} \vee \\ & \quad B \ \& \ A) = \\ &= \bar{A} \ \& \ \bar{B} \ \& \ (\bar{C} \vee B \ \& \ A) = \bar{A} \ \& \ \bar{B} \ \& \ \bar{C} \vee \bar{A} \ \& \ \bar{B} \ \& \ B \ \& \ A = \\ &= \bar{A} \ \& \ \bar{B} \ \& \ \bar{C} \end{aligned}$$

5. Приравняем результат к единице:

$$\mathbf{F = \bar{A} \& \bar{B} \& \bar{C} = 1}$$

6. Проанализируем результат:

Логическое произведение равно 1, если
каждый множитель равен 1.

Поэтому:

$$\bar{A} = 1; \quad \bar{B} = 1; \quad \bar{C} = 1;$$

Значит: $A = 0; B = 0; C = 0;$

**Ответ: погода будет ясная, без дождя, но
ветреная.**

**Для чего мы изучаем алгебру
логики?**

**Есть ли связь между алгеброй
логики и компьютерной
техникой?**

Решить логическую задачу

Джеку, Питеру и Майку предъявлено обвинение в соучастии в ограблении банка. Похитители скрылись на поджидавшем их автомобиле. На следствии Джек показал, что преступники скрылись на синем Мерседесе, Питер сказал, что это был черный Джип, а Майк утверждал, что это был Форд Мустанг и ни в коем случае не синий. Стало известно, что желая запутать следствие, каждый из них указал правильно либо марку машины, либо только ее цвет. Какого цвета и какой марки была машина?

**Выделим простые высказывания и
запишем их через переменные:**

- **М – марка машины Мерседес;**
- **С – цвет синий;**
- **Д – марка машины Джип;**
- **Ч – цвет черный;**
- **Ф – марка машины Форд Мустанг;**
- **Н – цвет не синий.**

— —
M&C V M&C

Джек

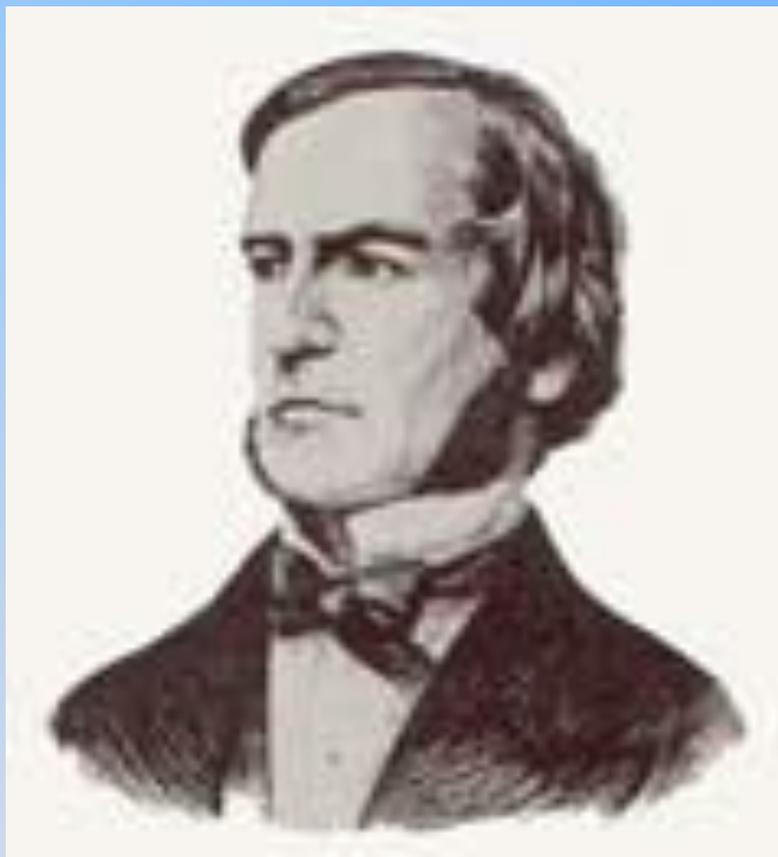
— —
Д&Ч V Д&Ч

Питер

— —
Ф&Н V Ф&Н

Майк

Основатель алгебры логики



Джордж Буль