

Комбинаторное правило умножения



МБОУ СОШ № 167 г.
НОВОСИБИРСКА
УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ
ВАСИЛЕВА МАРИНА ЮРЬЕВНА

Цели:

- **изучить комбинаторное правило умножения**
- **Усвоить способы решения комбинаторных задач**
- **Воспитывать самостоятельность и внимательность**



Устная работа.

1. Три друга при встрече обменялись рукопожатиями.
(3.)
Сколько всего было сделано рукопожатий?
2. Есть помидоры, огурцы и лук. Сколько различных салатов можно (3) приготовить, если в каждый из них должны входить в равных долях 2 различных вида овощей?
3. Перечислить все возможные способы разложения по двум (4) вазам одного яблока и одной груши.
4. Сколькими способами Петя и Вова могут занять 2 места за одной (2) двухместной партой?
5. Сколько подарочных наборов можно составить:
 - 1) из одного предмета;
 - 2) из двух (1) предметов, если в наличии имеются одна ваза и одна ветка сирени?

(3)



Объяснение нового материала.

Проверим решение задачи N° 714 (домашнее задание) с выносом графа-дерева :

В кафе предлагают два первых блюда: борщ, рассольник- и четыре вторых блюда: гуляш, котлеты, сосиски, пельмени. Укажите все обеды из первых и вторых блюд, которые может заказать посетитель.



Замечаем, что можно было решить эту задачу даже устно. Рассуждаем так. Первое блюдо можно выбрать двумя способами. Для каждого первого блюда можно подобрать второе четырьмя способами. Эти выборы независимы друг от друга, так как каждый осуществляется из своего множества вариантов. Значит, общее число вариантов обеда равно произведению $2 \cdot 4$, то есть 8.



В о п р о с:

А если бы на обед было предложено выбрать еще одно третье блюдо из пяти: чай, кофе, сок, компот, кисель?

Ответ:

Тогда для каждого варианта обеда мы могли бы предложить пять вариантов третьего блюда и получили бы $8 \cdot 5$ или 40 вариантов обеда из трех блюд.



Решая эту задачу, мы использовали так называемое комбинаторное правило умножения.

Формулируем его в общем виде:

Пусть имеется n элементов и требуется выбрать из них **один за другим k элементов**. Если первый элемент можно выбрать n_1 способами, после чего второй элемент можно выбрать n_2 способами **из оставшихся**, затем третий элемент можно выбрать n_3 способами **из оставшихся** и т. д., то число способов, которыми могут быть выбраны все k элементов, равно произведению $n_1 \cdot n_2 \cdot n_2 \cdot \dots \cdot n_k$.



Пример 3. Из города A в город B ведут две дороги, из города B в город C — три дороги, из города C до пристани — две дороги (рис. 80). Туристы хотят проехать из города A через города B и C к пристани. Сколькими способами они могут выбрать маршрут?



- ▶ Путь из A в B туристы могут выбрать двумя способами. Далее в каждом случае они могут проехать из B в C тремя способами. Значит, имеются $2 \cdot 3$ вариантов маршрута из A в C . Так как из города C на пристань можно попасть двумя способами, то всего существует $2 \cdot 3 \cdot 2$, т. е. 12, способов выбора туристами маршрута из города A к пристани. ◀

Формирование умений и навыков.



На прошлом уроке мы рассмотрели два способа решения комбинаторных задач:

1. Перечисление (полный перебор) вариантов.

2. Подсчет вариантов с помощью графов.

2.1. Полные графы.

2.2. Дерево возможных вариантов (граф-дерево).

На этом уроке добавляются еще два способа:

3. Составление таблицы возможных вариантов.

4. Непосредственное применение комбинаторного правила умножения.



РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ПОД УПРАВЛЕНИЕМ УЧИТЕЛЯ

Упражнения:

№ 727, № 728. На непосредственное применение комбинаторного правила умножения.

Образец оформления решения задачи.

№ 728.

В задаче 4 последовательных выбора, каждый из своего множества вариантов.

Общее количество различных карнавальных костюмов равно:

$$5 \cdot 6 \cdot 3 \cdot 2 = 180.$$

О т в е т: 180 различных костюмов.

№ 722, № 723, № 725.



Итоги урока.

- Какие способы решения комбинаторных задач вы знаете?
- Охарактеризуйте каждый способ решения.
- Сформулируйте комбинаторное правило умножения.





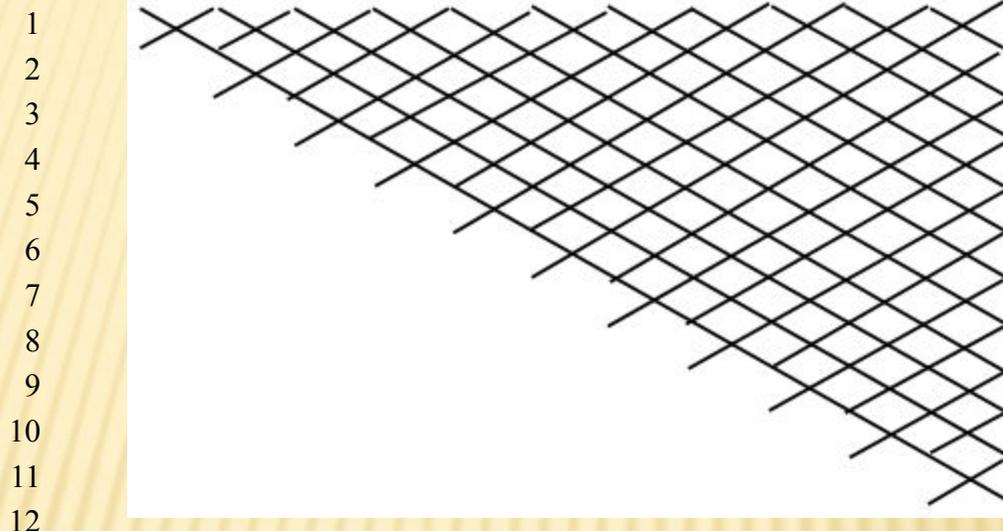
**Домашняя работа: N° 724,
N° 726, N° 834, N° 730 (а),
N° 731 (в).**



N° 722.

Выбирая команды для игры, мы не учитываем порядок в паре, так как если первая команда играла со второй, то это одновременно означает, что вторая команда играла с первой. Составим таблицу возможных вариантов, отмечая крестиком игру между командами.

Команда 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12



Можно просто посчитать количество крестиков, но это не рационально. Заметим, что количество игр представляет собой арифметическую прогрессию (a_n) , где $a_1 = 1$, $d = 1$, $n = 11$. Значит, нам надо найти S_{11} .

$$S_{11} = \frac{2a_1 + d(11-1)}{2} \cdot 11; \quad S_1 = \frac{2+10}{2} \cdot 11 = 66$$

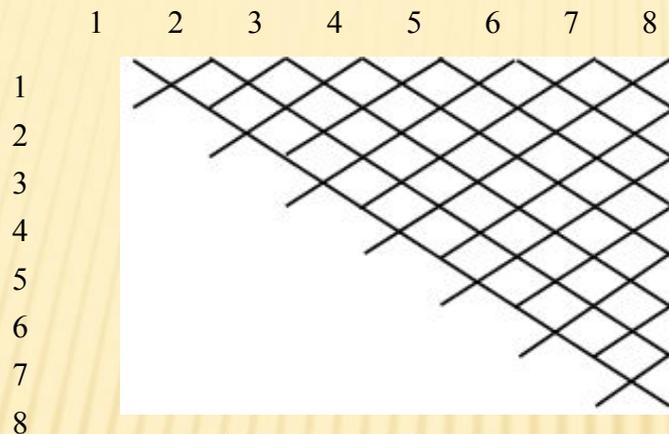


Это мы посчитали количество игр, проведенных командами на своем поле. Значит, столько же игр сыграно на поле противника. Итого – 132 игры.

№ 723.

На прошлом уроке мы решали такую же задачу, но с меньшим количеством участников, с помощью графа. В этой задаче этот способ применять нецелесообразно, так как очень большое количество ребер графа может только запутать учеников. Покажем два других способа решения этой задачи.

И с п о с о б. Составление таблицы возможных вариантов.



(a_n) – арифметическая прогрессия.

$$a_1 = 1, d = 1, n = 7;$$

$$S_7 = \frac{2+6}{2} \cdot 7 = 28$$

О т в е т: 28 рукопожатий.

И с п о с о б. Применение комбинаторного правила умножения.

Каждый человек пожимает руку семи оставшимся. Но так как порядок выбора не имеет значения (если Иванов пожимает руку Петрову, то одновременно и Петров пожимает руку Иванову), то общее число рукопожатий равно

$$\frac{8 \cdot 7}{2} = 28.$$

О т в е т: 28 рукопожатий.



№ 725.

Применение комбинаторного правила умножения.

Всего 10 цифр, каждая цифра комбинируется с оставшимися девятью (причем важен порядок, так как 2–3 и 3–2 разные коды) и с самой собой (возможен код 1–1, 3–3 и т. д.). Значит, вариантов $10 \cdot 10 = 100$. Так как в доме 96 квартир, то кодов хватит для всех.





ПРИ ПОДГОТОВКЕ ПРЕЗЕНТАЦИЙ ИСПОЛЬЗОВАНЫ МАТЕРИАЛЫ :

- Алгебра. 9 класс: поурочные планы по учебнику Ю. Н. Макарычева (компакт-диск) – издательство «Учитель», 2010
- Алгебра: для 9 класса общеобразовательных учреждений/ Ю. Н.Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С. Б. Суворова; под редакцией С.А. Телековского.-М.: Просвещение, 2009.
- [345×360 на ux1.eiu.edu](http://ux1.eiu.edu) JPG, 21 КБ
- <http://lisyonok.ucoz.ru/index/0-136#top>
- http://lyrik.ru/mircom/smiles/berovich1_136_0.html

