



АЭРОГАЗОДИНАМИКА АЭРОДИНАМИКА

Общие основы

Лекции 1, 2

1.1.Аэродинамика – наука о законах силового взаимодействия газообразной (обычно воздушной) среды с движущимся в ней телом (часть механики жидкостей и газа - МЖГ)

Области техники, использующие достижения МЖГ:

- ракетная и космическая техника;
- наземный и воздушный транспорт;
- судостроение; турбо- и двигателестроение;
- теплотехника; химическая индустрия и металлургия;
- гидростроительство; градостроительство;
- медицина и спорт;
- метеорология, космическая аэродинамика и др.

1.2. Наиболее важные вопросы проектирования и расчета ЛА, при которых используются результаты, полученные аэродинамикой:

1. Расчет движения ЛА (скорость, высота, дальность полета) и определение его летных качеств (устойчивость, маневренность).
2. Расчет ЛА на прочность, вибрации и деформации.
3. Определение тепловых потоков, действующих на поверхность ЛА.
4. Выбор внешних форм ЛА и его частей; а рациональное размещение и взаимное расположение частей ЛА.
5. Установление допустимых отклонений для размеров, форм и состояния поверхности.
6. Установление запретных режимов полета или разработка способов устранения вибрации и тряски.

1.3. Основные предположения и постулаты МЖГ:

- Справедливость классической механики – механики Ньютона (скорость движения намного меньше скорости света).
- Евклидовость пространства (действительное пространство может быть заменено математическим пространством, в котором положение точек определяется с помощью декартовой системы координат $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$).
- Абсолютность времени.
- Справедливость классической термодинамики.
- Сплошность среды (непрерывность физических свойств при переходе от одной точки к другой).

1.4. Модели жидкостей и газа

- *Реальная или вязкая* жидкость (газ) - жидкость, при изучении движения которой необходимо учитывать силы внутреннего трения и теплопроводность.
- *Идеальная нетеплопроводная* жидкость - жидкость, в которой отсутствуют внутреннее трение и теплопроводность.
- *Совершенный* газ – газ с постоянными удельными теплоемкостями.
- *Сжимаемый* газ – при любых скоростях движения.
- *Несжимаемый* газ – при малых дозвуковых скоростях движения (до 100 м/с – изменение плотности < 2 %).

1.5. Уравнения состояния

■ **Несжимаемая** жидкость $\rho = \text{const}$

■ **Идеальный** (термодинамически совершенный) газ:

уравнение Менделеева–Клапейрона $pV = \frac{m}{M} R_0 T$

или уравнение Клапейрона $p = \rho RT$

■ **Реальный** газ - уравнение Ван-дер-Ваальса

$$\left(p + \alpha \rho^2 \right) \left(\frac{1}{\rho} - b \right) = RT$$

здесь коэффициент α характеризует силы взаимодействия между молекулами;

b – собственный объем молекул.

1.6. Гипотеза и критерий сплошности среды

Гипотеза непрерывности, или сплошности – жидкость или газ можно представить как непрерывно распределенную по пространству среду, обладающую физическими свойствами реальной жидкости.

Критерием сплошности среды служит число Кнудсена, равное отношению длины свободного пробега молекул l к характерному размеру тела L ($Kn = l / L$):

- $Kn < 0,01$ – сплошная среда (обычная газодинамика);
- $0,01 < Kn < 1$ – умеренно разреженная среда;
- $1 < Kn < 10$ – переходная область от течения со скольжением к свободномолекулярному потоку;
- $Kn > 10$ – свободномолекулярный поток

1.7. Основные свойства жидкостей и газов

- **Сжимаемость** – способность жидкостей и газов изменять свой объем под действием сжимающих усилий.
- **Теплопроводность** – обусловлена переносом энергии из слоя в слой вследствие диффузии молекул.
- **Вязкость** – способность жидкостей и газов сопротивляться усилиям, касательным к поверхности выделенного объема, т. е. усилиям сдвига; обусловлена переносом количества движения из одного слоя в другой.

1.8. Вязкость газов

- Закон Ньютона для внутреннего трения $\tau = \mu \frac{\partial V}{\partial n}$ (Н/м²)

- μ – коэффициент *динамической вязкости*, Н · с/м² ;

$$\mu = \mu(T) \quad \mu = 0,499\rho c l$$

- $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ – коэффициент *кинематической вязкости* $\left(\frac{\text{м}}{\text{с}^2}\right)$.

$$\nu = \nu(p, T) \quad \nu = 0,499 c l$$

- Степенная формула для расчета коэффициента динамической вязкости ($n=0,76$):

$$\mu = \mu_0 \left(\frac{T}{T_0}\right)^n$$

1.9. Параметры состояния газа

$$\frac{p}{\rho T} = \frac{R_0}{M} = \text{const}$$

- **Давление** – физическая величина, численно равная силе нормального давления, приходящейся на единицу площади (Па = Н/м²; кгс/см² = атм; мм.рт.ст).
- **Плотность** – физическая величина, численно равная массе, содержащейся в единице объема (кг/м³). Для газов
$$\rho = f(p, T)$$
- **Температура** – мера внутренней энергии

$$T = 273 + t \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$p = p(x, y, z, t) \quad \rho = \rho(x, y, z, t) \quad T = T(x, y, z, t).$$

2.1. Критерий сжимаемости

- *Критерием сжимаемости* является **число Маха**, представляющее собой отношение сил инерции к силе давления, действующих на выделенный объем газа

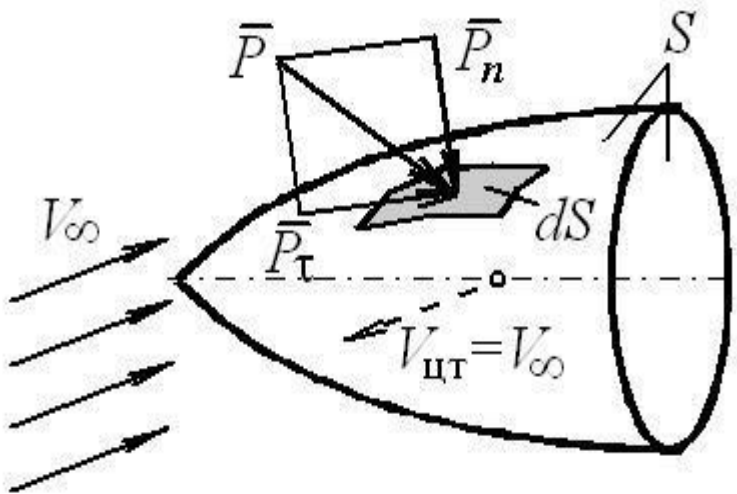
$$\frac{F_{\text{ин}}}{F_p} = \frac{\rho l^2 V^2}{p l^2} = \frac{\rho V^2}{p}$$

Т.к. $\frac{p}{\rho} = \frac{a^2}{k}$, то $\frac{F_{\text{ин}}}{F_p} \sim \frac{V^2}{a^2}$; $\frac{V}{a} = M$ – число Маха;

здесь V – скорость движения газа в данной точке потока; a – скорость звука в этой же точке.

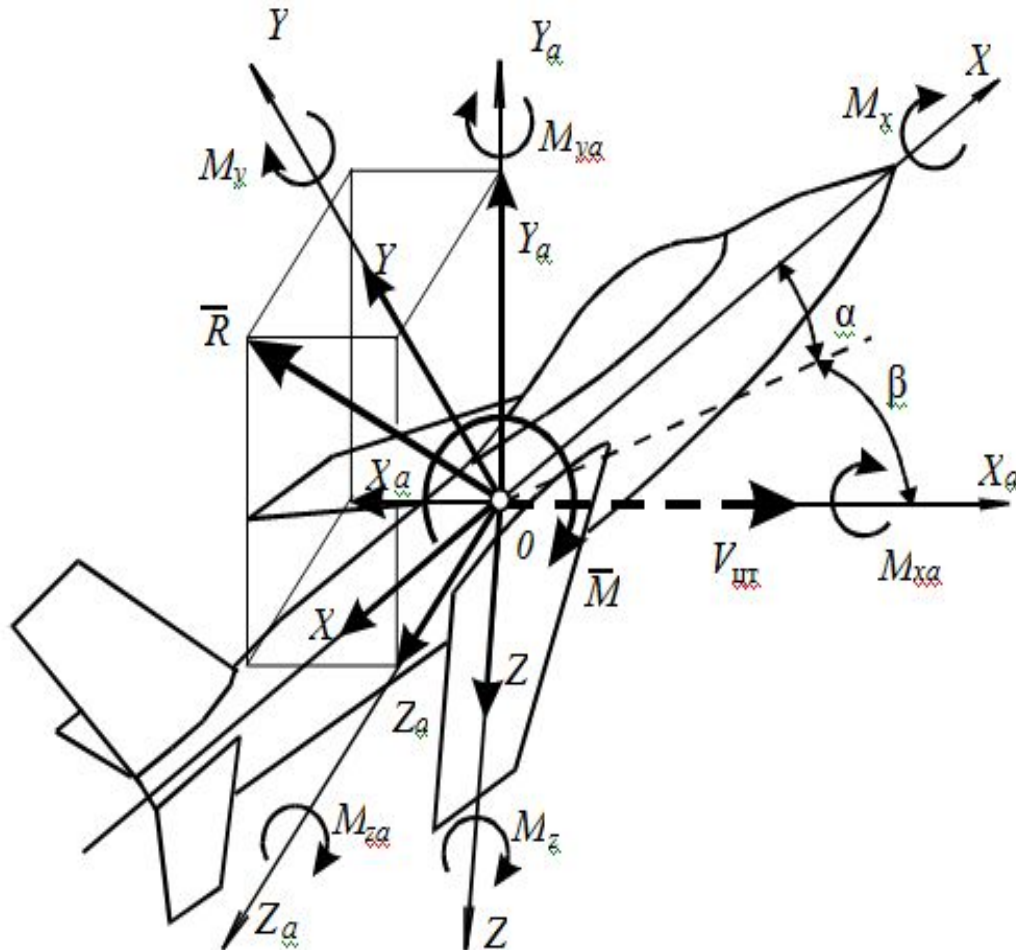
2.2. Главная аэродинамическая сила и главный аэродинамический момент

$$\bar{P} = \bar{P}_n + \bar{P}_\tau$$



- Результирующая всех поверхностных сил – полная или **главная аэродинамическая сила** – R , приложена в центре давления.
- **Главный аэродинамический момент** M появляется, если выбранная точка приведения распределенных сил не совпадает с центром давления.

2.3. Скоростная и связанная системы координат



Начало координат в центре тяжести.

$Ox_a Y_a Z_a$ – **скоростная** система координат. Ось Ox_a – вдоль вектора скорости ц.т.

$OXYZ$ – **связанная** система координат. Ось OX – вдоль продольной оси ЛА.

α – **угол атаки.**

β – **угол скольжения.**

2.4. Составляющие главной аэродинамической силы и главного аэродинамического момента

$$\bar{R} = \bar{X}_a + \bar{Y}_a + \bar{Z}_a = \bar{X} + \bar{Y} + \bar{Z}$$

Скоростная с.к.

- X_a - сила лобового сопротивления;
- Y_a – подъемная сила;
- Z_a – боковая сила.

Связанная с.к.

- X – продольная сила;
- Y – нормальная сила (N);
- Z – поперечная сила.

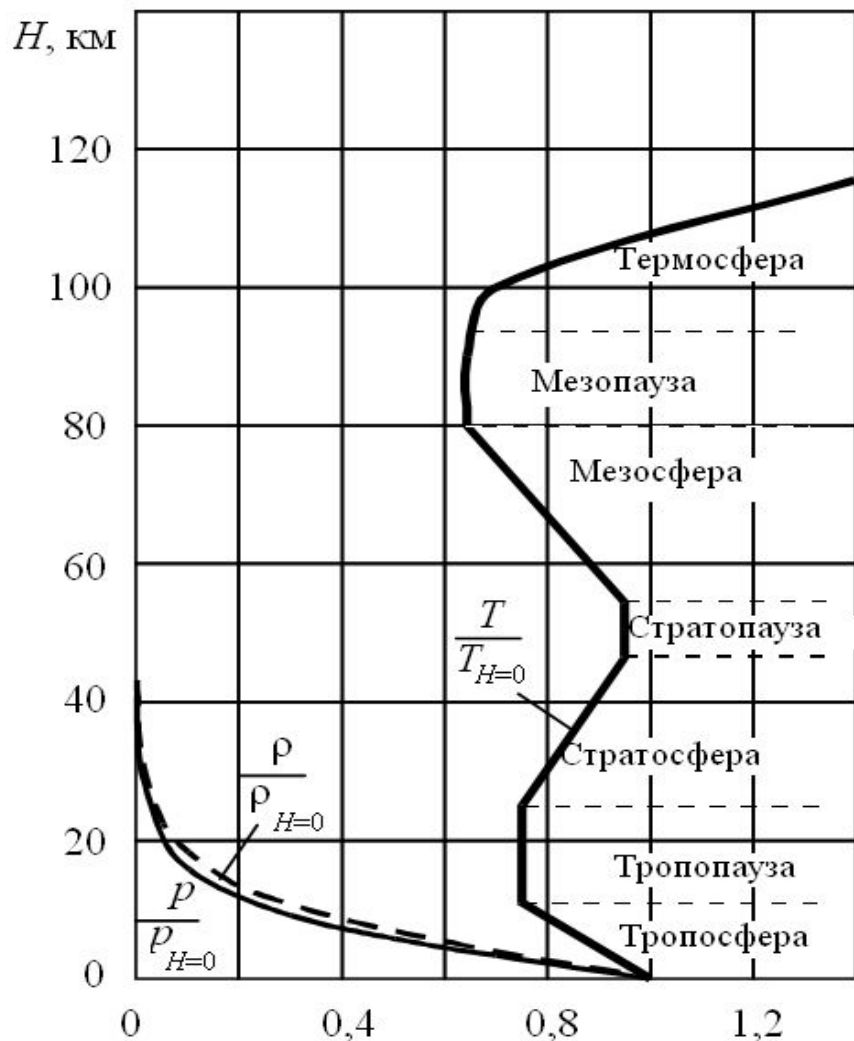
$$\bar{M} = \bar{M}_{xa} + \bar{M}_{ya} + \bar{M}_{za} = \bar{M}_x + \bar{M}_y + \bar{M}_z$$

M_{xa} и M_x – момент крена;

M_{ya} и M_y – момент рыскания;

M_{za} и M_z – момент тангажа.

2.5. Международная стандартная атмосфера



Для приведения результатов расчетов и испытаний к одинаковым условиям используется Международная стандартная атмосфера (МСА).

Начало отсчета высоты - уровень моря ($H=0$), для которого стандартное атмосферное давление равно 760 мм рт. ст. = 101 325 Па; стандартная температура 288,15 К; стандартная плотность 1,225 кг/м³, на географической широте 45°32'33" при молярной массе $M = 28,96442$ кг/кмоль.

Основы кинематики сплошной среды

Лекция 3

3.1. Методы описания движения жидкости

Метод Эйлера

фиксируется точка пространства с координатами x, y, z и исследуется изменение скорости частиц в этой точке с течением времени

$$\left. \begin{aligned} V_x &= f_1(x, y, z, t), \\ V_y &= f_2(x, y, z, t), \\ V_z &= f_3(x, y, z, t). \end{aligned} \right\}$$

Метод Лагранжа

фиксируются индивидуальные частицы газа и рассматривается их движение вдоль собственных траекторий.

$$\left. \begin{aligned} x &= \varphi_1(a, b, c, t), \\ y &= \varphi_2(a, b, c, t), \\ z &= \varphi_3(a, b, c, t). \end{aligned} \right\}$$

- метод Эйлера наиболее простой и чаще всего применяется в аэродинамике.
- V_x, V_y, V_z – функции от x, y, z ; x, y, z – функции от t ,

- тогда
$$\frac{dV_x}{dt} = \frac{\partial V_x}{\partial t} + \frac{\partial V_x}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial V_x}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial V_x}{\partial z} \frac{dz}{dt}$$

$$w_x = \frac{\partial V_x}{\partial t} + V_x \frac{\partial V_x}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_x}{\partial y} + V_z \frac{\partial V_x}{\partial z},$$

$$w_y = \frac{\partial V_y}{\partial t} + V_x \frac{\partial V_y}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_y}{\partial y} + V_z \frac{\partial V_y}{\partial z},$$

$$w_z = \frac{\partial V_z}{\partial t} + V_x \frac{\partial V_z}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_z}{\partial y} + V_z \frac{\partial V_z}{\partial z}.$$

Движение стационарное – поле скоростей (и др. параметров) не зависит от времени.

Движение нестационарное – поле скоростей (и др. параметров) является функцией координат и времени

Локальная
производная

Конвективные
производные

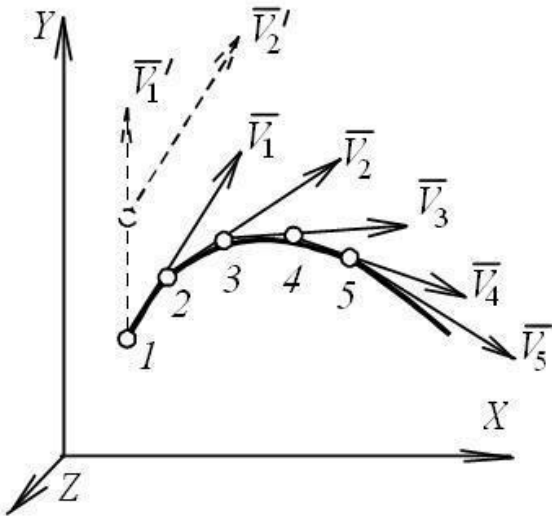
3.2. Движение жидкой частицы

- Элементарное перемещение частицы жидкости (газа) состоит из поступательного перемещения ее центра со скоростью $\underline{V}(V_x, V_y, V_z)$, вращения относительно некоторой оси, проходящей через этот центр с угловой скоростью $\underline{\omega}(\omega_x, \omega_y, \omega_z)$, и деформационного движения, характеризуемого функцией $\Phi(x, y, z)$.
- Составляющие угловой скорости вращения равны

$$\omega_x = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial V_z}{\partial y} - \frac{\partial V_y}{\partial z} \right), \quad \omega_y = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial V_z}{\partial x} - \frac{\partial V_x}{\partial z} \right), \quad \omega_z = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial V_y}{\partial x} - \frac{\partial V_x}{\partial y} \right)$$

если $\omega = 0$, то $\frac{\partial V_z}{\partial y} = \frac{\partial V_y}{\partial z}$ и т.д.

3.3. Линии тока и траектории



Линией тока называется линия, касательная к каждой точке которой совпадает по направлению с вектором скорости **в данный момент времени**.

Дифференциальные уравнения линии тока

$$\frac{dx}{V_x(x, y, z, t)} = \frac{dy}{V_y(x, y, z, t)} = \frac{dz}{V_z(x, y, z, t)},$$

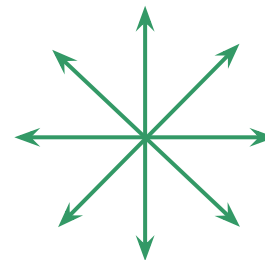
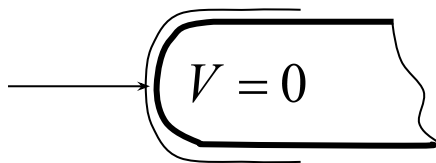
Траектория представляет собой линию, изображающую путь, пройденный частицей в пространстве за некоторый отрезок времени.

Уравнения траектории

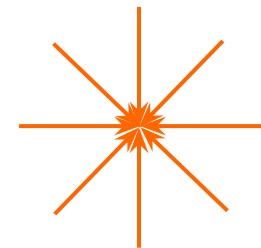
$$\frac{dx}{dt} = V_x; \quad \frac{dy}{dt} = V_y; \quad \frac{dz}{dt} = V_z.$$

Траектория и линия тока совпадают при **установившемся** движении

- Линии тока не пересекаются ни сами с собой, ни с другими линиями тока
- Исключение составляют лишь *особые* (для системы дифференциальных уравнений линии тока) точки, в которых скорость $V = 0$ (критические точки или точки торможения) или $V = \infty$ (исток, сток). Через эти точки может проходить несколько и даже бесконечно много линий тока.



$V = \infty$



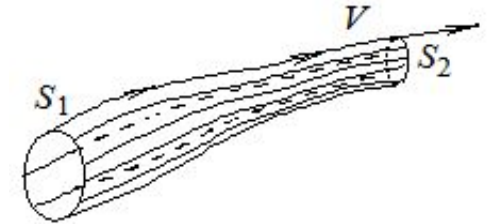
- Критическая точка

Исток

Сток

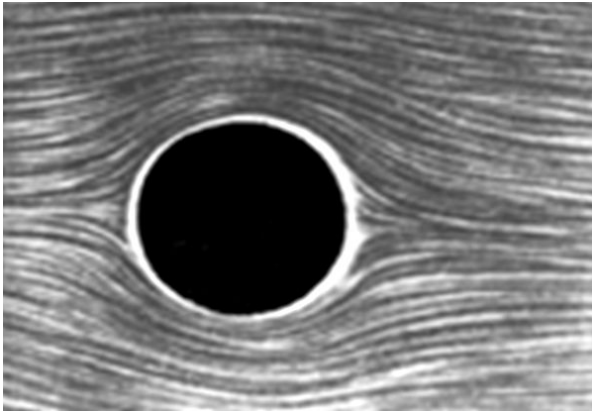
- **Поверхность тока** – поверхность, построенная для фиксированного момента времени, в каждой точке которой вектор скорости лежит в касательной плоскости.

- Замкнутая поверхность тока образует **трубку тока**.



- Жидкость, движущуюся внутри трубки тока, называют **элементарной струйкой**.
- Между двумя произвольными линиями тока количество протекающей жидкости постоянно, т.к. вектор скорости лежит в касательной плоскости к поверхности трубки тока.
- Основное свойство трубки тока: **расход жидкости через любое сечение трубки тока одинаков**.

3.4. Движение без вращения частиц. Потенциал скорости



- Движение без вращения частиц – **потенциальное** движение.

$$\omega_x = \omega_y = \omega_z = 0 \quad V_x dx + V_y dy + V_z dz = d\varphi$$

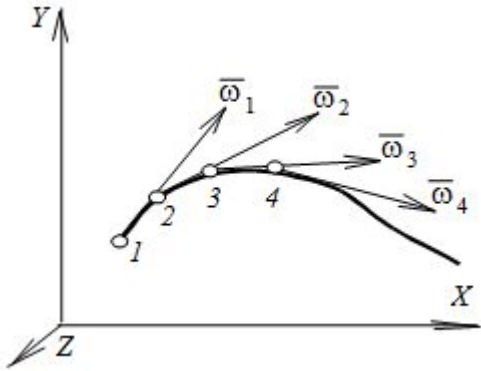
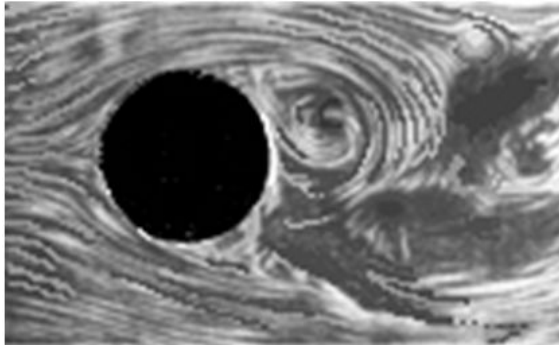
- Так как $d\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial x} dx + \frac{\partial\varphi}{\partial y} dy + \frac{\partial\varphi}{\partial z} dz$, то

$$V_x = \frac{\partial\varphi}{\partial x};$$

В общем случае, проекция вектора скорости V на любое направление S равна частной производной от потенциала скорости по этому направлению

$\frac{\partial\varphi}{\partial S} = V_S = V \cos(VS)$ Геометрически φ можно представить в виде семейства поверхностей $\varphi(x, y, z) = \text{const}$.
Линии тока ортогональны к поверхностям равного потенциала ($V \perp S$).

3.5. Вихревое движение



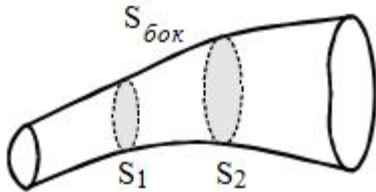
- *Вихревым движением* называется вращательное движение частицы вокруг осей, проходящих через частицу.
- В каждой точке пространства вращение жидких частиц можно охарактеризовать вектором угловой скорости $\vec{\omega}$, модуль которого равен

$$\omega = \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2}$$

Вихревой линией называется линия, проведенная в данный момент времени в потоке жидкости или газа, в каждой точке которой вектор угловой скорости направлен по касательной к ней

$$\frac{dx}{\omega_x} = \frac{dy}{\omega_y} = \frac{dz}{\omega_z}$$

Вихревая трубка

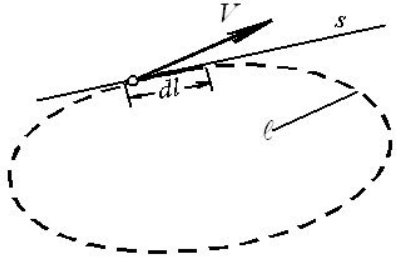


Жидкость или газ, заключенные в вихревую трубку, называются **вихревым шнуром** (*вихревой нитью* или *вихрем*)

- Поток вихря вектора скорости через боковую поверхность равен нулю. Т.е. поток вихря для любых поперечных сечений вихревой трубки (интенсивность вихря) одинаков и **в данный момент времени одинаков вдоль всей трубки**
- Сечение вихревой трубки нигде не равно 0.
- Вихревые трубки не могут заканчиваться внутри жидкости.

$$\int_{S_1} \text{rot } \vec{V} ds_1 = \int_{S_2} \text{rot } \vec{V} ds_2$$

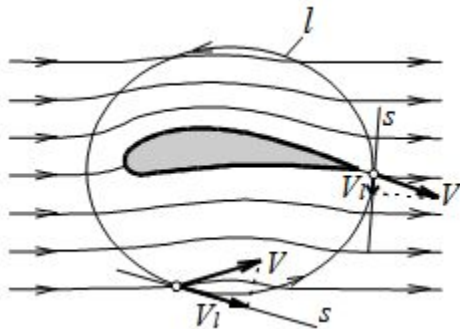
3.6. Циркуляция скорости



Если при $\omega = 0$ траектории частиц представляют собой замкнутые кривые, то такое движение называется **циркуляционным** ($\Gamma \neq 0$).

Циркуляция вектора скорости по замкнутому

контуру $\Gamma = \oint V_l dl$, где $V_l = V \cos(V \wedge s)$.



Течение у крыла можно представить как сумму поступательного невозмущенного потока и течения по замкнутым траекториям.

Если циркуляция скорости вокруг профиля (крыла) равна нулю, то профиль (крыло) не создает подъемной силы. Если величина подъемной силы не равна нулю, то в обязательном порядке около профиля создается циркуляционное течение и циркуляция скорости

$$\Gamma \neq 0$$