

ТРЕУГОЛЬНИК РЕЛО, КАК ОДИН ИЗ ПРЕДСТАВИТЕЛЕЙ СЕМЕЙСТВА ФИГУР ПОСТОЯННОЙ ШИРИНЫ

Аторы:

Подкорытов Артемий и Лешков Максим

МАОУ СОШ 87, 8 «б» класс

Руководитель: Шамина Т. А.

- Крышки люков, что находятся либо на проезжей части, либо на тротуаре имеют круглую форму.

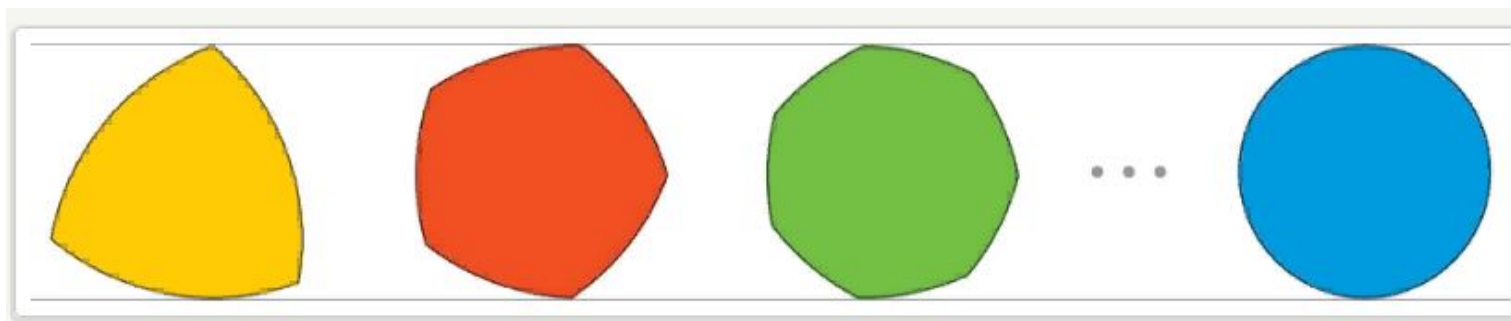


- Почему выбрали именно такую форму:

- У круга есть замечательное свойство — это фигура постоянной ширины.

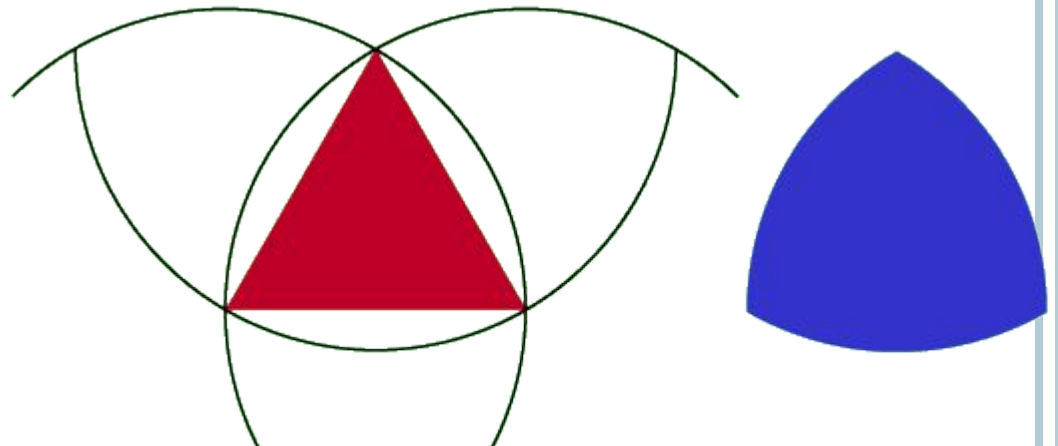


- Существует множество фигур постоянной ширины, т.е. таких выпуклых фигур, у которых во всех направлениях ширина одинакова.
- Постоянная ширина означает, что при «обхвате» фигуры двумя параллельными прямыми ширина полученной полосы будет постоянной, не зависящей от выбора направления прямых.



ТРЕУГОЛЬНИК РЕЛО.

- Если в древние времена наиболее широко интересовал людей и применялся на практике прямоугольный треугольник Пифагора
- Сейчас наибольший интерес вызывают необычные свойства треугольника Рело.



□ **Цель работы** - изучить основные свойства треугольника Рело.

□ **Задачи.**

□ Провести анализ литературы по данной теме.

□ Познакомиться с историей изобретения.

□ Рассмотреть и изучить свойства фигур постоянной ширины, в том числе треугольника Рело.

□ Выяснить области применения треугольника Рело.

□ Выявить способы построения треугольника Рело.

□ Изобразить и изготовить треугольник Рело.

□ Популяризация знаний по данной теме

□ Разработать виртуальную экскурсию

□ Построить повозку с колесами в виде треугольника РЕЛО

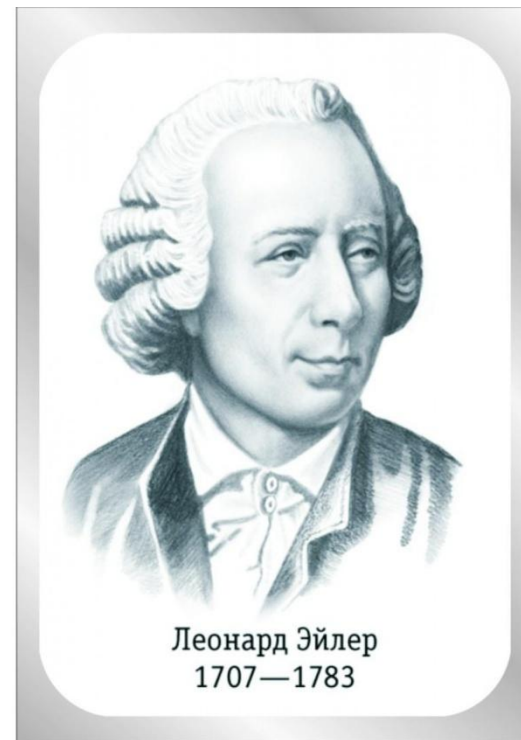


- **Область исследования** – математика.
- **Объект исследования**– фигуры одинаковой ширины.
- **Предмет исследования** – понятие треугольника Рёло, его свойства и практическое применение.
- **Гипотеза.** Благодаря своим свойствам, треугольник Рело широко используется в нашей жизни.



- Первым математиком, обнаружившим существование кривых постоянной ширины и заметившим, что треугольник Рело имеет постоянную ширину, был Леонард Эйлер
- Работа в 1781 году под названием "О криволинейном треугольнике"

- Другие ученые:
- Леонардо да Винчи,
- Франц Рёло, Гаролд
- Эгглстон, Эвас Харелл

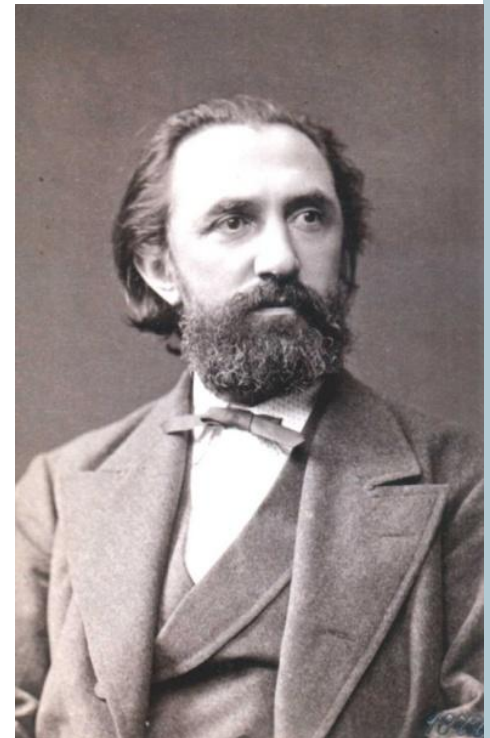


□ Наибольшее распространение из фигур постоянной ширины получил

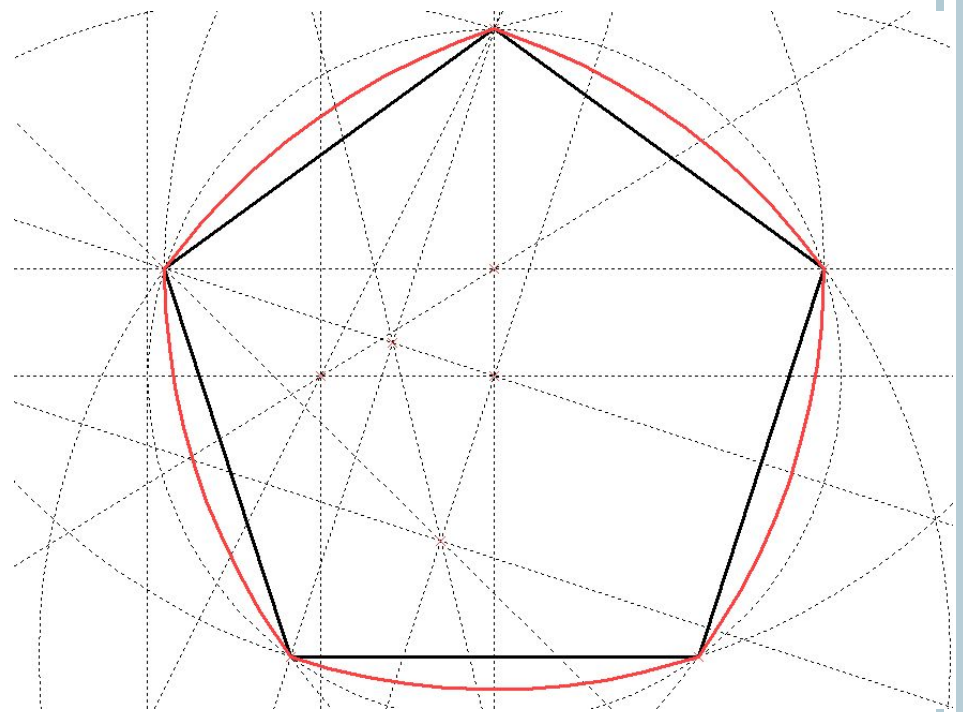
треугольник Рело.

□ Название треугольник Рело пошло от имени Франц Рёло.

□ Франц Рело родился 30 сентября 1829 г. в Эшвейлере, близ Ахена, в семье, для которой техника была традиционным занятием.



- На любом правильном n -угольнике с нечётным числом вершин можно построить кривую постоянной ширины.
- Из каждой вершины, как из центра, проводим дугу окружности на противоположной вершине стороне.



Свойства, общие для всех фигур постоянной ширины.

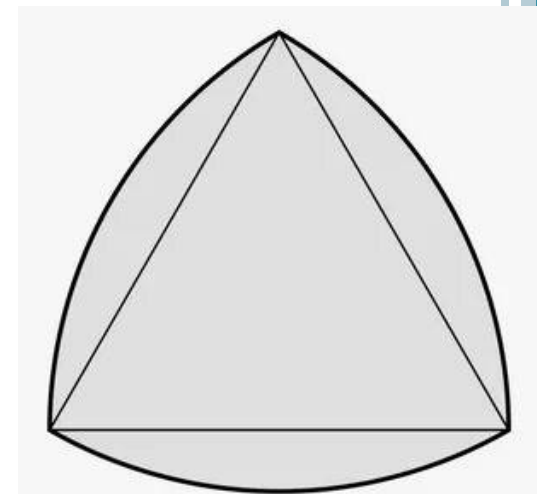
- с каждой из своих опорных прямых фигура имеет лишь по одной общей точке;
- расстояние между двумя любыми точками фигуры не может превышать его постоянной ширины;
- отрезок, соединяющий точки касания двух параллельных опорных прямых к фигуре, перпендикулярен к этим опорным прямым;
- через любую точку границы фигуры проходит по крайней мере одна опорная прямая;
- через каждую точку P границы фигуры проходит объемлющая его окружность радиуса a , причём опорная прямая, проведённая к фигуре через точку P , является касательной к этой окружности;
- радиус окружности, имеющей не меньше трёх общих точек с границей треугольника Рёло, ширины треугольника не превышает;
- фигуру нельзя разделить на две фигуры, диаметр которых был бы меньше ширины самого треугольника;
- любую фигуру постоянной ширины, можно вписать в квадрат, а также в правильный шестиугольник;
- Теорема Барбье : кривая постоянной ширины имеет периметр, умноженный на её ширину, независимо от её точной



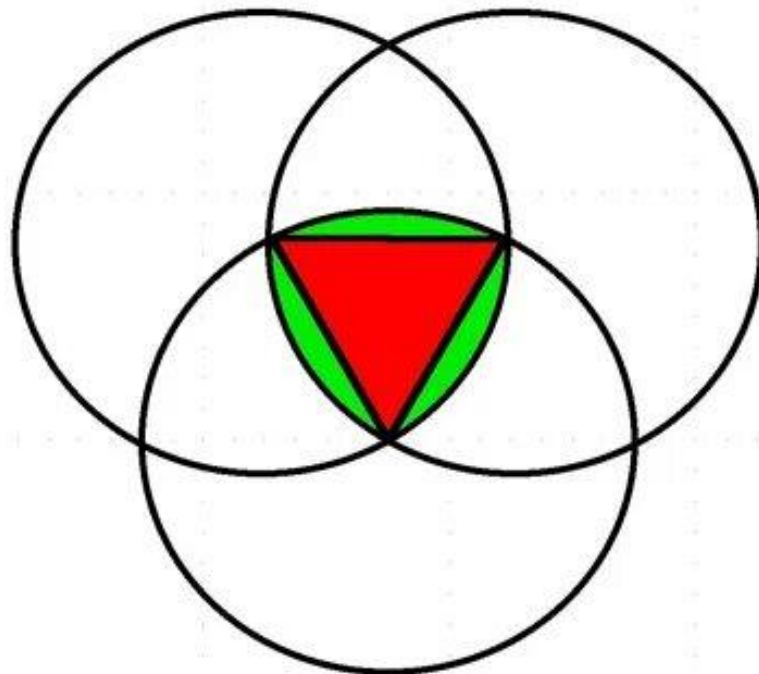
- Среди фигур данной постоянной ширины наибольшая площадь у круга, наименьшая — у треугольника Рёло.

Треугольник Рело

- Граница треугольника Рело представляет собой кривую постоянной ширины, основанную на равностороннем треугольнике.
- Все точки на стороне равноудалены от противоположной вершины.



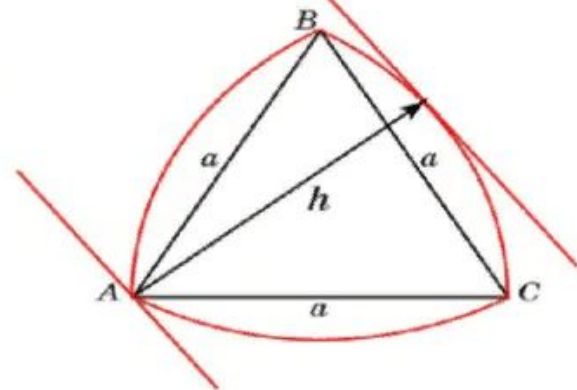
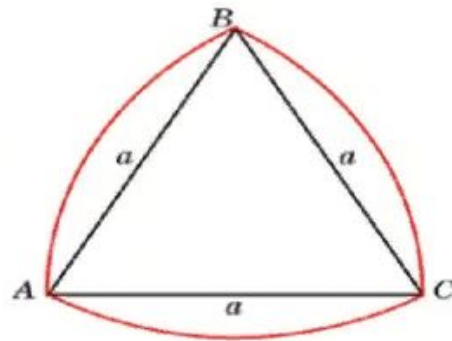
- Треугольник Рёло — это область пересечения трех окружностей, построенных из вершин правильного треугольника.
- Они имеют радиус, равный стороне этого же треугольника.



Свойства треугольник Рело.

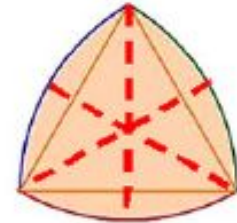
- Он обладает постоянной шириной,

(если к нему провести две параллельные опорные прямые, то независимо от выбранного направления, расстояние между ними будет неизменным, в любой точке независимо от их длины)



□ Треугольник Рёло обладает осевой симметрией.

□ Он имеет три оси симметрии, каждая из которых проходит через вершину треугольника и середину противоположной дуги.



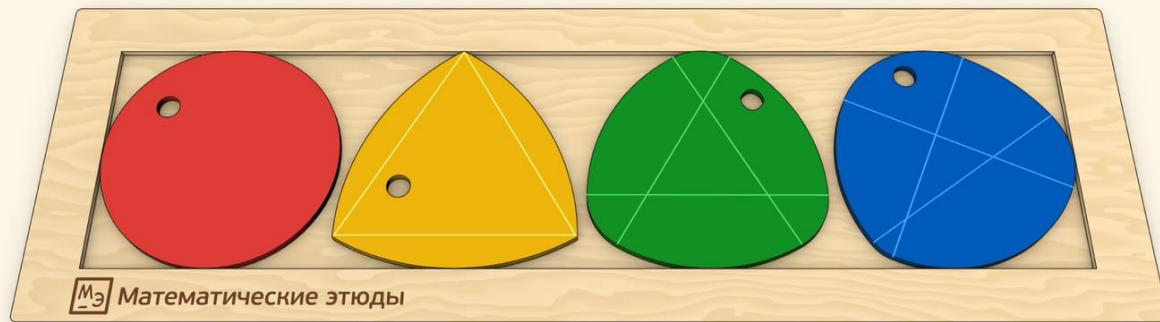
□ Треугольник Рёло, как и любую другую фигуру постоянной ширины, можно вписать в квадрат, в котором треугольник Рёло будет



- Треугольник Рело может совершать полный оборот внутри квадрата
- постоянно касаясь всех четырех сторон квадрата,
- благодаря этому свойству имеет наименьшую возможную площадь фигур.
- В этом процессе вращения он покрывает большую часть квадрата, но ему не удастся покрыть небольшую часть площади квадрата вблизи его углов.



- У треугольника Рёло наименьшая площадь, среди всех фигур постоянной ширины. (Теоремы Бляшке — Лебега)
- Треугольник Рёло является фигурой постоянной ширины, поэтому он обладает всеми общими свойствами фигур этого класса.



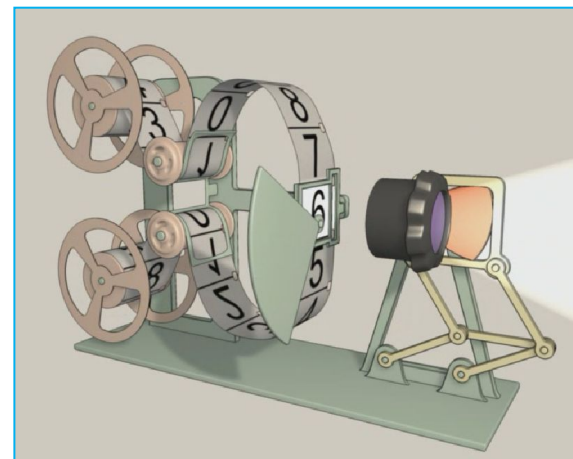
ПРИМЕНЕНИЕ.

- **Монеты.**
- Монету опущенная в автомат отправляется в монетоприёмник.
- Чтобы монета не застряла, можно изготавливать монеты в виде фигур постоянной ширины, тогда монета не застрянет, даже вращаясь.
Простейшая фигура постоянной ширины — круг.



КИНОКАМЕРА

- До наступления цифровой эпохи фильмы снимали на плёнку.
- И в кинокамерах, и в кинопроекторах были рейферные механизмы, обеспечивавшие скачкообразное движение плёнки вдоль объектива (стандартно 18 скачков в секунду). Движение этих механизмов задавал треугольник Рёло.



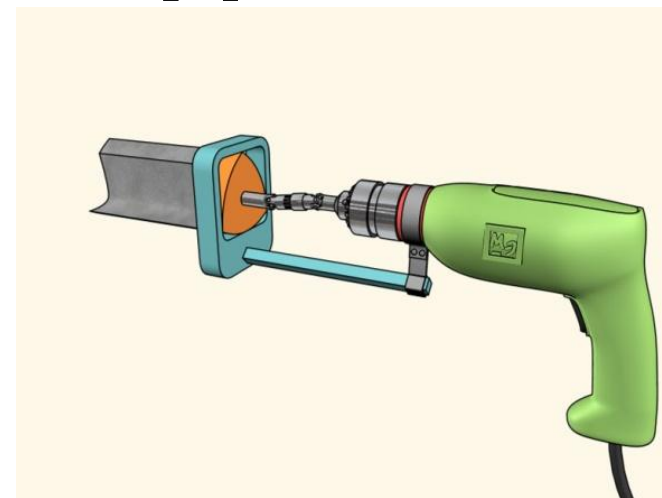
ДВИГАТЕЛЬ

- В автомобилестроении в конце 1940-х годов Ф. Г. Ванкель придумал схему двигателя
- В двигателе Ванкеля форма ротора в сечении — треугольник Рёло



СВЕРЛО

- Квадратное сверло от Watts Brothers Tool Works в форме треугольника Рело, модифицированное вогнутыми поверхностями для формирования режущих поверхностей. При установке в специальный патрон, который позволяет долоту не иметь фиксированного центра вращения, им можно просверлить отверстие почти квадратной формы.



ПЫЛЕСОС

- Робот - пылесос RULO от Panasonic выполнен в форме треугольника Рело, чтобы облегчить уборку пыли в углах помещений.



АРХИТЕКТУРА

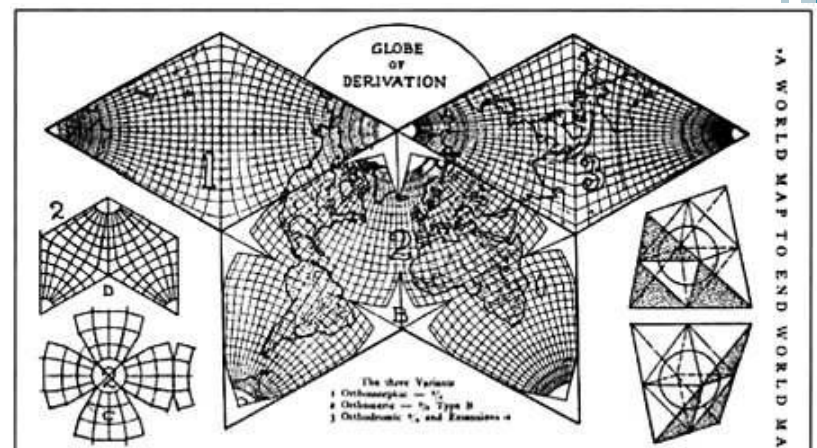
□ В готической архитектуре треугольник Рело

□ для оформления окон, ажурных элементов и других архитектурных украшений.



СОСТАВЛЕНИЕ КАРТ

- Карты мира да Винчи, сделанной около 1514 года, была карта мира на которой сферическая поверхность земли была разделена на восемь октантов, каждый из которых был сплюснут в форме треугольника Рело.
- Аналогичные карты, также основанные на треугольнике Рело, были опубликованы Оронсом Фине в 1551 году и Джоном Ди в 1580 году.



МЕДИАТОР

- Медиатор для гитары - треугольник Рело. Поскольку все три точки
- формы пригодны для использования, его легче ориентировать, и он изнашивается менее быстро по сравнению с киркой с одним наконечником.



Клапана пожарного гидранта

- Треугольник Рело использовался в качестве формы поперечного сечения гайки клапана пожарного гидранта.
- Постоянная ширина этой формы затрудняет открытие пожарного гидранта с помощью стандартных гаечных ключей с параллельными челюстями; вместо этого необходим гаечный ключ специальной формы.



АНТЕННАЯ РЕШЕТКА

- Антенная решетка, семь из восьми антенн которой расположены приблизительно в форме треугольника Рело
- По предложению Кето (1997), антенны решетки, радиоволновой астрономической обсерватории на Мауна-Кеа на Гавайях, расположены на четырех вложенных треугольниках Рело.



ЗНАКИ И ЛОГОТИПЫ

- Формы щита, используемые для многих вывесок и корпоративных логотипов, имеют закругленные треугольники. Однако только некоторые из них являются треугольниками Рело.



Крышки для люков

- В форме треугольника Рёло можно изготавливать крышки для люков — благодаря постоянной ширине они не могут провалиться в люк.
- В Сан-Франциско подобные крышки используются для системы рекуперированной воды.



Велосипед с необычными колесами

- Китайский рационализатор Гуань Байхуа.
- Вместо круглых колес предложил кататься на колесах пяти - и треугольной формы
- Поездка на таком велосипеде требует больше усилий, чем на обычном велосипеде
- Все, кто пробовал прокатиться на нем, удивляются не трудности кручения педалей, а неожиданной плавности хода.



ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ.

▣ *Задачи.*

- ▣ 1) Научиться строить треугольник Рело
- ▣ 2) Научиться измерять периметр и вычислять площадь треугольника Рело.
- ▣ 3) Популяризация треугольника Рело в своем классе
- ▣ 4) Построить «повозку с колесами в виде треугольника Рело и провести эксперимент



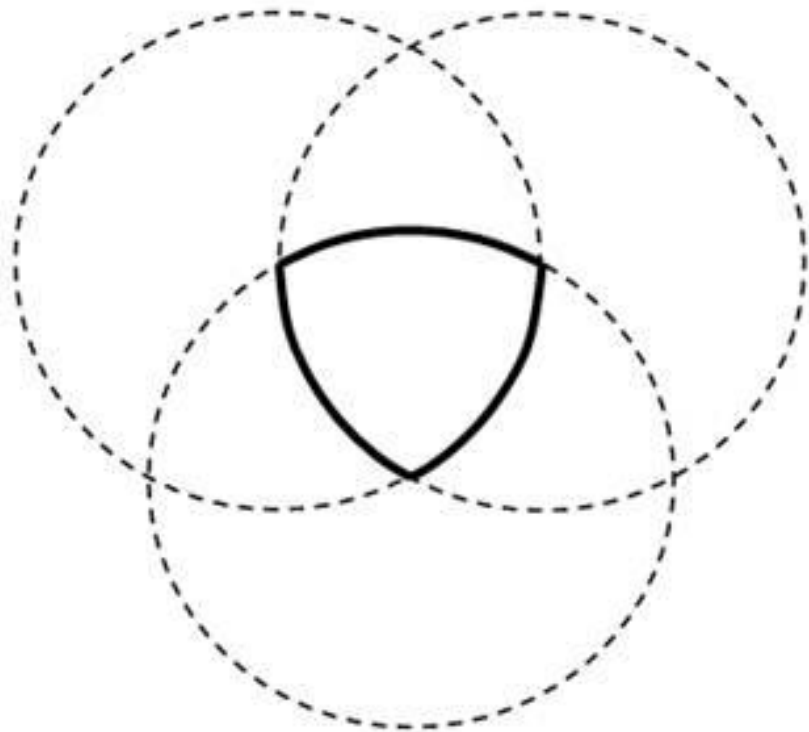
ПОСТРОЕНИЕ ТРЕУГОЛЬНИКА

- Строим три окружности с помощью циркуля.
- Первый шаг - отмечаем две произвольные точки плоскости (которые в конечном итоге станут вершинами треугольника) и с помощью циркуля рисуем окружность с центром в одной из отмеченных точек через другую отмеченную точку.
- Затем строим вторую окружность того же радиуса с центром в другой отмеченной точке и проходящая через первую отмеченную точку.
- Далее строим третью окружность, опять того же радиуса, с центром в одной из двух точек пересечения двух предыдущих окружностей, проходящих через обе отмеченные точки.
- Центральная область в результирующем расположении трех окружностей будет представлять собой треугольник Рело.

□

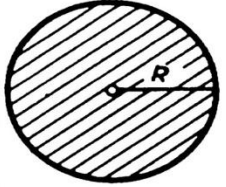
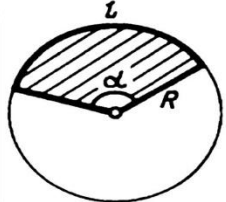


- Второй способ
- Треугольник Рело из равностороннего треугольника.
- Изображаем равносторонний треугольник. Рисуем три дуги окружностей, каждая из которых центрирована в одной вершине и соединяет две другие вершины.



ВЫЧИСЛЯЕМ ПЛОЩАДЬ И ПЕРИМЕТР ТРЕУГОЛЬНИКА

- Подготовительная работа.
- Научились вычислять площадь сектора.
- Вспомнили формулу для вычисления площади равностороннего треугольника

ПЛОЩАДИ КРУГА, СЕКТОРА, СЕГМЕНТА		
Рисунок	Формула	Примеры
	$S_{\text{кр}} = \pi R^2$ $S_{\text{кр}} = \frac{\pi d^2}{4}$	$R = 2 \text{ см}$ $S \approx 3,14 \cdot 2^2 = 12,56 \text{ (см}^2\text{)}$ $d = 4 \text{ см}$ $S \approx 3,14 \cdot \frac{4^2}{4} = 12,56 \text{ (см}^2\text{)}$
	$S_{\text{сект}} = \frac{Rl}{2} =$ $= R^2 \frac{\alpha}{2} =$ $= \frac{\pi R^2 a}{360^\circ}$	$R = 2 \text{ см}; l = 3 \text{ см}$ $S = \frac{2 \cdot 3}{2} = 3 \text{ (см}^2\text{)}$ $R = 4 \text{ см}; \alpha = 2 \text{ рад}$ $S = \frac{4^2 \cdot 2}{2} = 16 \text{ (см}^2\text{)}$ $R = 3 \text{ см}; \alpha = 120^\circ$ $S = \frac{3,14 \cdot 3^2 \cdot 120}{360} = 9,42 \text{ (см}^2\text{)}$



- чтобы найти площадь треугольника Рёло, со стороной d можно сложить площадь внутреннего равностороннего треугольника и площадь трёх оставшихся одинаковых круговых сегментов, опирающихся на угол в 60°

$$S_{\text{Рёло}} = S_{\text{ABC}} + 3S_{\text{сегмента}}$$

$$S = \frac{d^2\sqrt{3}}{4}$$

- (равностороннего треугольника)

$$S_{\text{сегмента}} = S_{\text{сектора}} - S_{\text{ABC}} = \frac{\pi d^2}{6} - \frac{d^2\sqrt{3}}{4} = \frac{2\pi d^2 - 3d^2\sqrt{3}}{12}$$

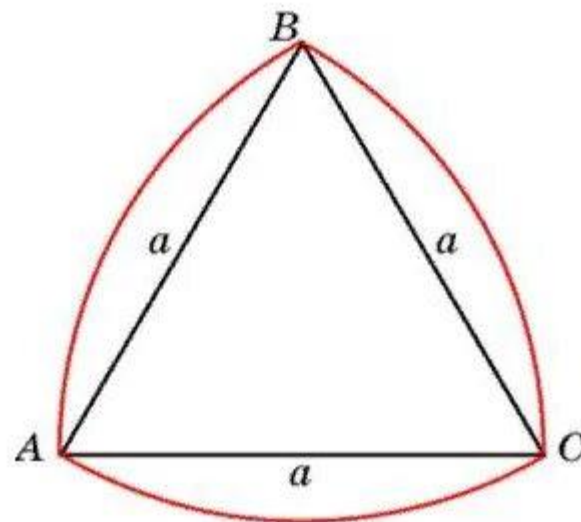
$$S_{\text{Рёло}} = \frac{d^2\sqrt{3}}{4} + 3 \cdot \frac{2\pi d^2 - 3d^2\sqrt{3}}{12} = \frac{d^2\sqrt{3}}{4} + \frac{\pi d^2}{2} - \frac{3d^2\sqrt{3}}{4} = \frac{d^2}{4} \cdot (2\pi - 2\sqrt{3}) = \frac{d^2}{2} \cdot (\pi - \sqrt{3})$$

$$S_{\text{Рёло}} = \frac{d^2}{2} \cdot (\pi - \sqrt{3})$$



ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРИМЕТРА ТРЕУГОЛЬНИКА РЁЛО

- Заметим, что он состоит трёх равных отрезков дуг, так как они заключены между равными углами.
- Тогда обозначим L — длину этого отрезка дуги, тогда $3L$ — периметр нашего треугольника Рёло. $P = \pi \cdot d$



ПОСТРОЕНИЕ ПОВОЗКИ.

- Наши предки использовали колесо, круглые брёвна одинакового диаметра для перемещения огромных камней, плит, массивных скульптур, на которые ставили плоскую платформу с грузом.
- Такой способ возможен потому, что круг – фигура постоянной ширины.

В повседневной жизни нередко возникает необходимость перевезти с места на место тяжелый предмет.

- В таких случаях тяжелый предмет кладут плоскую платформу, установленную на цилиндрических катках.



- Появилась идея заменить колеса машины на треугольники Рело и провести эксперимент и опытным путем проверить гипотезу об отсутствии качки
- Чтобы убедиться, что тряски нет, поставили на тележку стакан с водой.



- Мы рассказали и научили строить треугольник Рело ребятам из нашего класса и начальной школы.

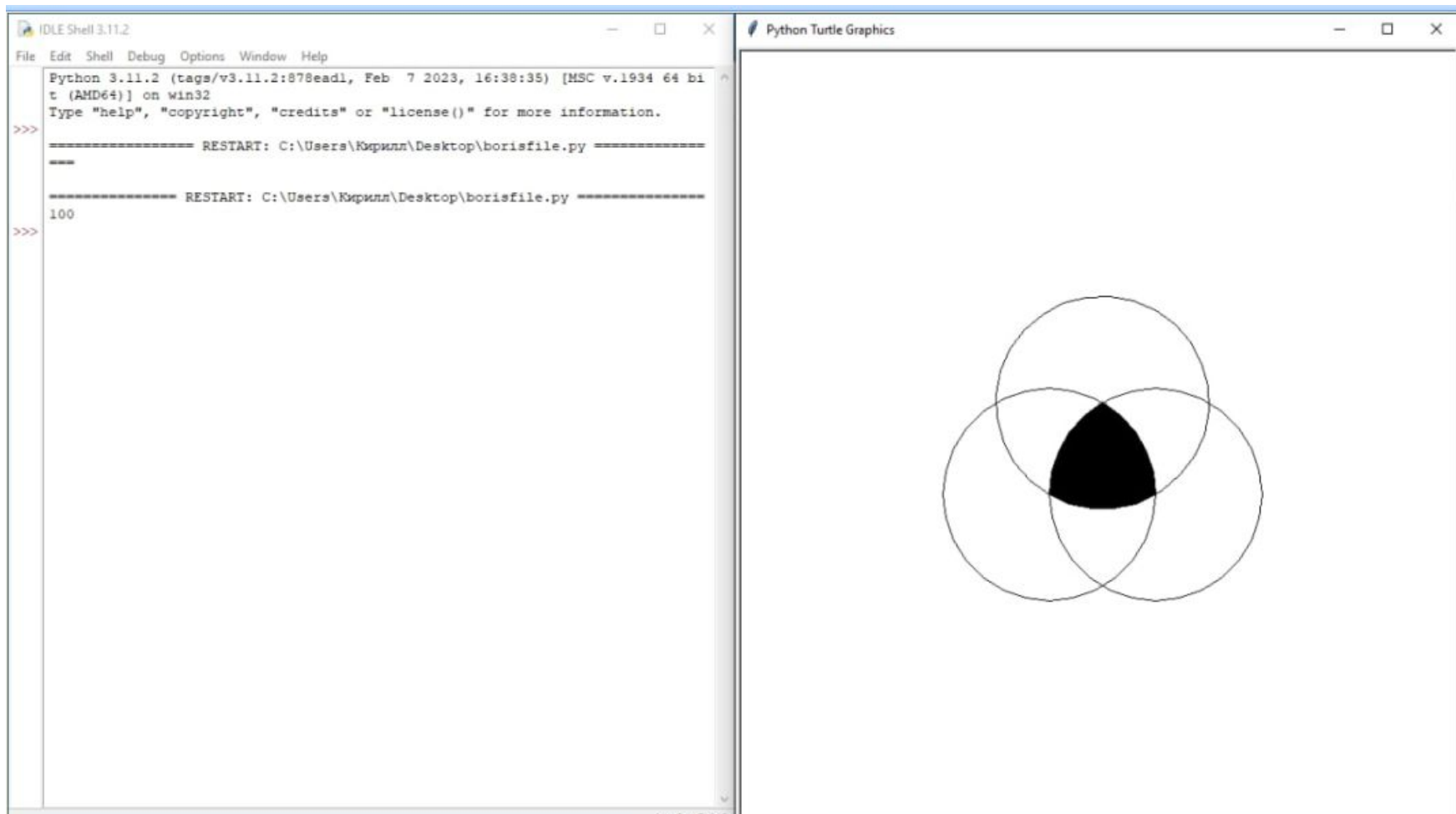




- Появилась подборка рисунков и аппликаций с использованием этого треугольника.



- Старшеклассник -написали программу для построения треугольника Рело на языке программирования Python



ЗАКЛЮЧЕНИЕ

- В современном мире, при быстро развивающихся технологиях нельзя обойти стороной фигуру постоянной ширины - треугольник Рёло, позволяющий сократить затраты при производстве, к примеру, при конструировании деталей.



- В своей работе мы изучили свойства треугольника Рело
- геометрические характеристики,
- историю изобретения
- рассмотрели сферы применения.
- Мы смогли сконструировала повозку с колесами в форме треугольника Рёло и проверили теорию об отсутствии качки.
- Смогли заинтересовать ребят из класса (рисунок и программа, изображающая треугольник Рело)
- Создали виртуальную экскурсию и представили ее в классе.



□ Гипотеза подтвердилась.

Треугольник Рело широко используется в нашей жизни.

Цель работы достигнута - изучить основные свойства треугольника Рело.

- Мы нашли ответы на разные вопросы познавательного характера.
- Изобретенный в прошлом веке треугольник Рёло, оказалось, широко используется и сегодня. Его изучение не стоит на месте, его свойства находятся в постоянном изучении.
- Поставленные цель и задачи, реализованы в полном объеме.



СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.

- 1) [https://ru.wikibrief.org/wiki/Curve of constant width](https://ru.wikibrief.org/wiki/Curve_of_constant_width)
- 2) <https://mathembox.xyz/2020/01/07/treugolnik-rjolo/?ysclid=ldggg61mfw45345556>
- 3) [https://pikabu.ru/story/figuryi postoyannoy shiriny i lektsii po matematike matematik nikolay andreev nauchpop 9792848?ysclid=ldggfd76nv776317027](https://pikabu.ru/story/figuryi_postoyannoy_shiriny_i_lektsii_po_matematike_matematik_nikolay_andreev_nauchpop_9792848?ysclid=ldggfd76nv776317027)
- 4) <https://diary.ru/~eek/p190431498.htm?oam&ysclid=ldga5e0xd10492666>
- 5) [Фигуры постоянной ширины / Статьи — Математическая составляющая](#)
- 6) <https://m4.empireglobal.ru/articles/gde-primenyaetsya>

