



Дифференцирование сложной функции

Цели урока :

10.4.1.22 находить
производную сложной
функции

«Найдите пару»
(функция и ее производная)

1) $-\frac{1}{x^2}$

2) x^4

3) $\frac{1}{x}$

4) \sqrt{x}

5) $\cos x$

6) $\frac{1}{\sqrt{x}}$

7) $\frac{1}{x^2}$

8) x^5

9) $\frac{1}{2\sqrt{x}}$

10) $\operatorname{tg} x$

11) $5x^4$

12) $\sin x$

Из данных функций выберите функции, производную которых можно найти, используя формулы и правила дифференцирования:

- 1) $y = \sqrt{x}$,
- 2) $y = (1 - 7x)^{10}$,
- 3) $y = \cos x$,
- 4) $y = \frac{1}{5x-3}$,
- 5) $y = \cos(2 - 3x)$,
- 6) $y = \frac{1}{x}$,
- 7) $y = \sqrt{3x + 2}$,
- 8) $y = x^{10}$.

*Элементарные
функции*

- 1) $y = \sqrt{x}$,
- 3) $y = \cos x$,
- 6) $y = \frac{1}{x}$,
- 8) $y = x^{10}$.

*Сложные
функции*

- 2) $y = (1 - 7x)^{10}$,
- 4) $y = \frac{1}{5x-3}$,
- 5) $y = \cos(2 - 3x)$,
- 7) $y = \sqrt{3x + 2}$,

элементарная функция

$$y = \sin x$$

сложная функция

$$y = \sin \underbrace{(x^2 - x)}$$

аргумент



Определение: Пусть функция $u=g(x)$ определена на множестве X и U – область её значений. Пусть далее функция $y=f(u)$ определена на множестве U . Поставим в соответствие каждому x из X число $f(g(x))$. Тем самым на множестве X будет задана функция $y=f(g(x))$. Её называют композицией функций, или сложной функцией.

$$1) f(x) = x^2, g(x) = \operatorname{tg} x$$

$$f(g(x)) = \operatorname{tg}^2 x \qquad g(f(x)) = \operatorname{tg} x^2$$

$$2) f(x) = \frac{x+1}{x-2}, g(x) = \sqrt{x}$$

$$f(g(x)) = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} \qquad g(f(x)) = \sqrt{\frac{x+1}{x-2}}$$

Алгоритм вычисления производной сложной функции $f(x) = h(g(x))$.

- 1. определить внутреннюю функцию $g(x)$.*
- 2. найти производную внутренней функции $g'(x)$*
- 3. определить внешнюю функцию $h(g)$*
- 4. найти производную внешней функции $h'(g)$*
- 5. найти произведение производной внутренней на производную внешней функции $g'(x) \cdot h'(g)$*

$$y = (2x - 7)^{14};$$

g

$$g(x) = 2x - 7;$$

$$f(g) = g^{14};$$

$$y' = f'(g) \cdot g'(x) = 14g^{13} \cdot 2 = 28(2x - 7)^{13}$$

$$y = \sqrt{1 - x^2}$$

Решение

$$y' = (\sqrt{1 - x^2})' = \frac{1}{2\sqrt{1 - x^2}} \cdot (-2x) = -\frac{x}{\sqrt{1 - x^2}}$$