Площадь многоугольника. Формула Пика. Рефератно-исследовательская работа

Актуальность работы

- Математическое образование, получаемое в общеобразовательных школах, является важнейшим компонентом общего образования На данном этапе, школьное образование рассчитана на одиннадцатилетнее обучение. Все обучающиеся в конце одиннадцатого класса сдают ЕГЭ. Этот экзамен покажет уровень знаний, полученный во время учебы в школе. Но школьная программа не всегда представляет рациональные способы решения каких- либо задач.
- Увлечение математикой часто начинается с размышления над какой-то задачей. В сборниках по подготовке к ЕГЭ и ОГЭ мне встретились задания на нахождение площади многоугольника, построенного на клетчатой бумаге с вершинами в узлах клеток. Меня это очень заинтересовало. Решение этой задачи потребовалось немало времени, дополнительных построений и знаний формул площадей прямоугольников и прямоугольных треугольников. Так возник вопрос, а можно ли находить площади таких многоугольников другими способами?
- Так появилась моя исследовательская работа» Площадь многоугольников». Задачи связанные с бумагой в клеточку разнообразны. Такие задачи считаются занимательными(в курсе геометрии не изучаются) и немногие авторы посвятили этой теме свои работы.

Цели и задачи

- Цель: Исследование методов нахождения площади многоугольников.
- Задачи:
- Изучить литературу по данной теме, определить наиболее интересные методы нахождения площадей многоугольника.
- Проанализировать полученные результаты.
- Провести практическую работу по нахождению площади многоугольника различными методами.

Предмет исследования.Гипотеза. Метод исследования

- **Гипотеза.** Можно предположить, что существуют различные методы нахождения площадей многоугольников, построенных на клетчатой бумаге с вершинами в узлах клеток.
- **Предмет исследования:**
- Процесс вычисления площадей многоугольников различными методами.
- **Метод исследования:** изучение литературы по выбранной теме, графическое моделирование, анализ и классификация полученных результатов.

Практическая значимость. Практическое применение результатов

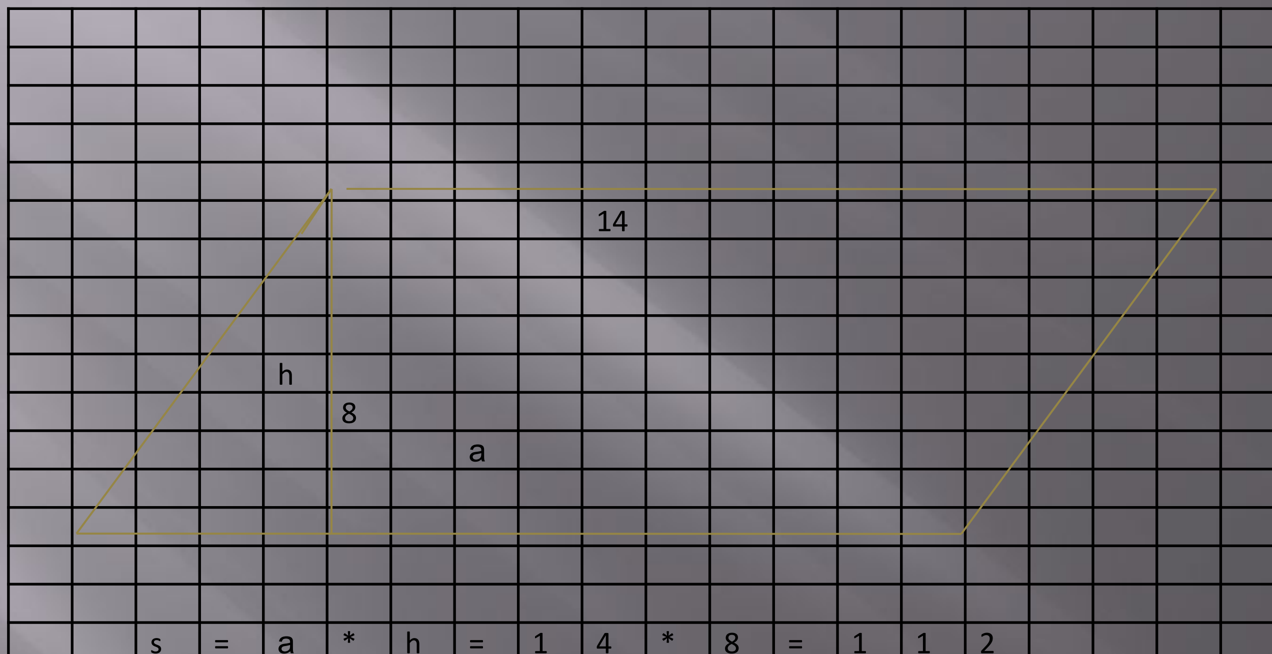
- **Практическая значимость.** Задачи на клетчатой бумаге помогают, как можно раньше формировать геометрические представления в разнообразном материале.
- Метод разбиения сложной фигуры на простые, применение формул нахождения площадей некоторых фигур и формула Пика позволяют в каждом конкретном случае решать задачу рационально, а также проверить полученный результат.
- **Практическое применение результатов.** В качестве практического исследования мы решили одну и туже геометрическую задачу всеми четырьмя методами. Это задача на вычисление площади параллелограмма.

Метод непосредственного применения формул.

- В школьном курсе геометрии изучаются формулы нахождения площади многоугольников: квадрата, прямоугольника, произвольного треугольника, трапеции, параллелограмма, ромба. Если заданный многоугольник является одним из данных многоугольников, то нахождение площади сводится к вычислению длин нужных элементов фигуры по клеткам (высоты, основание, диагоналей и т.д.) и выполнение расчетов по готовым формулам.

$S_{пар}$

Вычисление площади параллелограмма по формуле



Метод сложения площадей

- Данный многоугольник разбивается с помощью вертикальных и горизонтальных отрезков так, чтобы вся фигура была разбита на прямоугольники и прямоугольные треугольники. Сумма всех площадей фигур, полученных в результате такого разбиения равна площади данного многоугольника.

Вычисление площади параллелограмма методом сложения площадей

							10						4	
												8	S	
									S2					
			8									S1		
	S3													
	4					10								
S1	=4*	8/2	=16		S2=	10*	8	=80		S3=	4* 8	/2=1	6	
			Sоб	=	S1+	S2+	S3=	16+	80+	16=	112			

Метод вычитание площадей

- Вокруг данного многоугольника строится четырёхугольник так, чтобы его стороны содержали максимальное количество вершин многоугольника и были либо горизонтальны, либо вертикальны. В этом случае площадь описанного прямоугольника и площади фигур. являющимися дополнениями данной фигуры до прямоугольника. Как правило эти фигуры будут прямоугольником и прямоугольными треугольниками. Далее из площади построенного прямоугольника вычитаются сумма площадей всех дополнительно построенных фигур и получается площадь первоначальной фигуры.

Вычисление площади параллелограмма методом вычитания площадей

		4		10					
	S2								
	8								8
									S1
				10					
Sпр=	(4+14+	4)*	8	=144		S1=S2	=4*8/	2=16	4
Sпар=	Sпр-	2S1=	144 -2*	16=	112				

Формула Пика

- Площадь многоугольника , вершины которого расположены в узлах клеток, можно вычислить более простым способом. Есть формула, связывающая его площадь с количеством узлов лежащих внутри и на границе многоугольника. Это формула Пика. **S= A +B/2 -1 ,**где А- число узлов внутри многоугольника, В- число узлов на границе. Чтобы вычислить площадь многоугольника по формуле Пика, чертёж должен быть чётким и очень внимательно его рассматривать, чтобы определить лежит ли данный узел внутри фигуры или же попал на её границу.

Исторические сведения о формуле Пика.

- Автор формулы – Георг Алесандр Пик (годы жизни 10 августа 1859- 13 июля 1942), австрийский математик. Георг был одаренным ребенком. Его обучал отец, который возглавлял частный институт. В 16 лет закончил школу и поступил в Венский университет. В 20 лет получил право преподавать физику и математику. В 1880 защитил докторскую диссертацию « О классе абелевых интегралов» под руководством Лео Кёнигсбергера. С его именем связаны матрица Пика, интерполяция Пика-Неванлинны, лемма Шварца-Пика. Но больше всего он известен своей теоремой, которая появилась в 1899 году.

Вычисление площади параллелограмма по формуле Пика

								10					
				8									
						S=8	*10	=80					
A=	67		B=	28	S=	A+ B	/2-	1=	67+	28/	2-	1=	80

Заключение.Выводы.

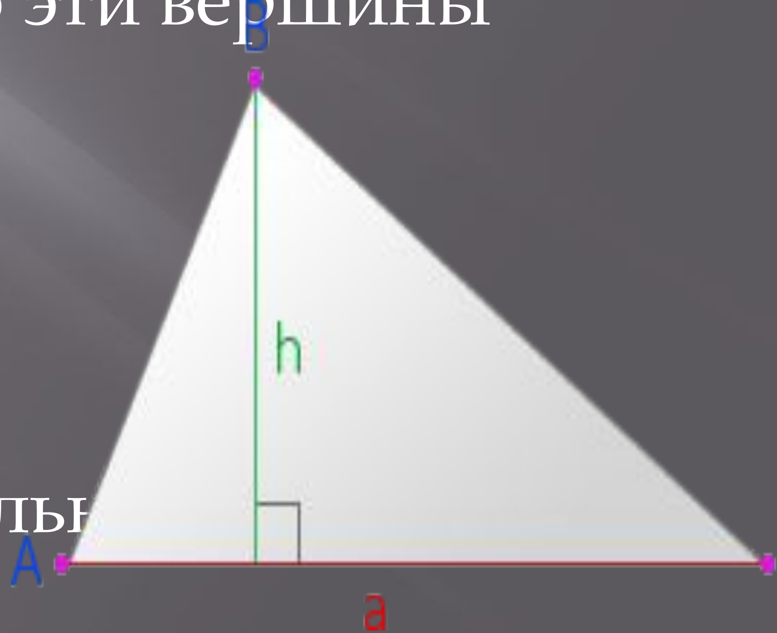
- **Заключение.**
- В своей исследовательской работе я хотел доказать, что нахождение площади многоугольника может стать интересным и познавательным занятием.
- **Выводы.**
- - Существуют различные методы нахождения площади многоугольника.
- - Клетчатая бумага может выполнять функцию инструмента , который служит для вычисления площади многоугольника.
- - С помощью формулы Пика можно найти площадь любого многоугольника, построенного на клетчатой бумаге с вершинами в узлах клеток.
- - Полученные результаты можно использовать для подготовки выпускников к сдаче ЕГЭ и ОГЭ и олимпиадных заданий.

Список литературы

- В.Н.Ганьшин Простейшие измерения на местности, 3-е издание, переработанное и дополненное; М.Недра.1983.
- В.А. Смирнов, И.М. Смирнов Геометрия на клетчатой бумаге. М. МЦМО .2009.
- В.В.Вавилов, А.В.Устинов Задачи на клетчатой бумаге. М. Школа им. А.Н. Колмогорова. 2006
- А.В.Семенов, И.Р.Высоцкий, И.В. Ященко Сборник заданий по ЕГЭ и ОГЭ.М. « Интеллект - центр» 2015-2016
- М.Гарднер Математические чудеса и тайны .М. Наука.
- Список интернет- ресурсов:
- 1.http:// hijos.ru/2011/09/14/formula-pika/ сайт « Математика, которая мне нравится».
- 2. http:// kwant.ras.ru/1970/12/vokrugformuly- pika/htm журнал “ Квант» статья Н.Б.Васильева « Вокруг формулы Пика»

Приложение

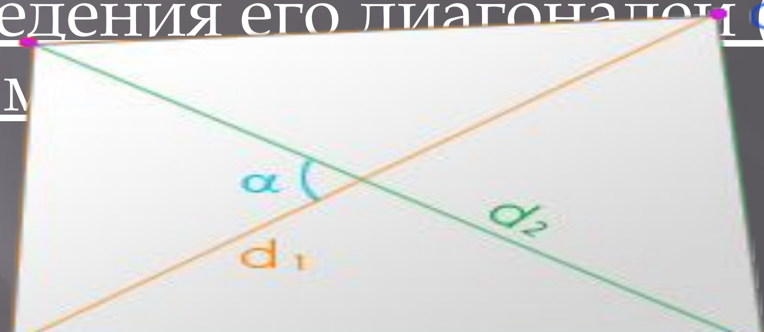
- **Площадь треугольника**
- **Треугольник –** это многоугольник, имеющий три вершины и три стороны, которые последовательно эти вершины соединяют.



- a – сторона треугольника
- h – высота треугольника
- A, B, C – вершины треугольн
- **S=1/2 ah**

Приложение

- **Площадь четырехугольника**
- **Четырехугольник –** это многоугольник, имеющий четыре вершины и четыре стороны, которые последовательно эти вершины соединяют.
- d_1, d_2 – диагонали четырехугольника
- α – угол между диагоналями четырехугольника
- A, B, C, D – вершины четырехугольника
- <u>Площадь четырехугольника (S) равна половине произведения его диагоналей (d_1,d_2) на синус угла (α) м</u>

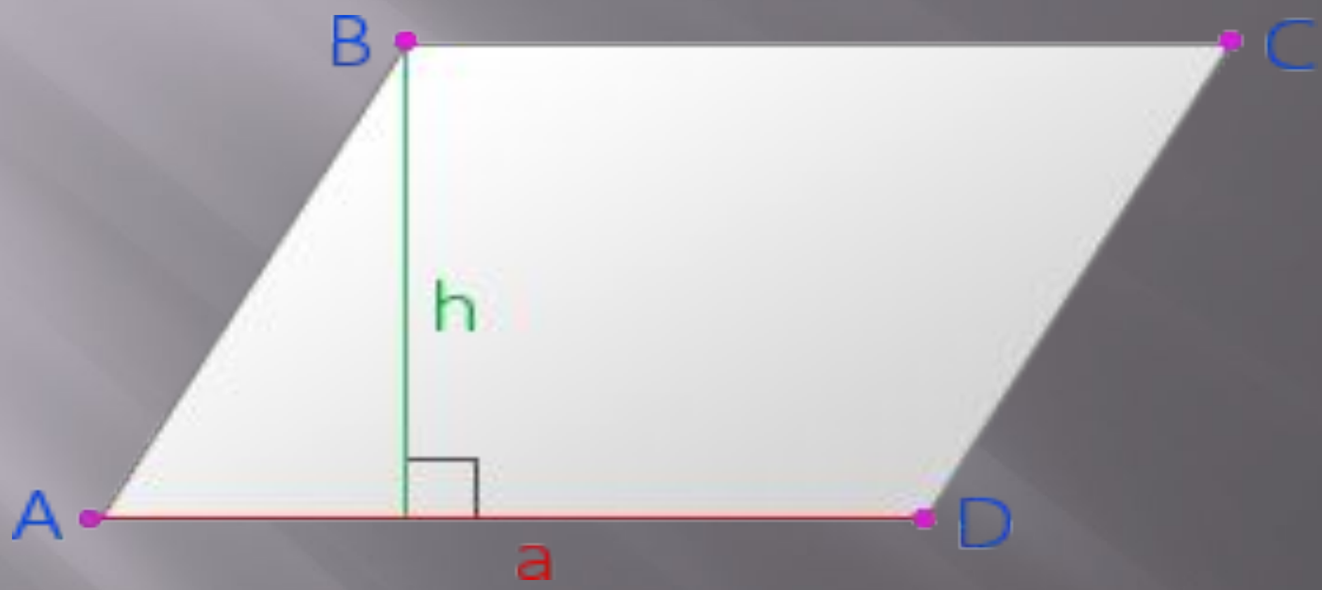


- S=1/2d1d2sinα

Приложение

- **Площадь параллелограмма**
- **Параллелограмм –** это четырехугольник, у которого противоположные стороны параллельны.
- a – сторона параллелограмма
- h – высота, проведенная к стороне a
- A, B, C, D – вершины параллелограмма
-
-
- Площадь параллелограмма (S) равна произведению его стороны (a) на высоту, проведенную к этой стороне (h):
-
- S= ah

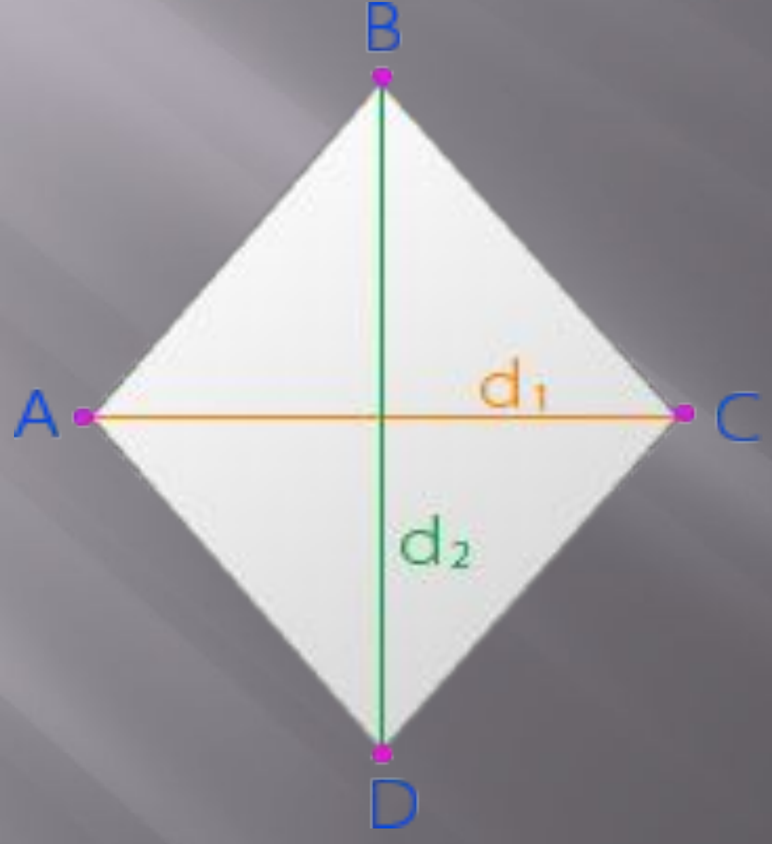
Приложение .Площадь парплллелограмма



Приложение

- **Площадь ромба**
- **Ромб –** это параллелограмм, у которого все стороны равны.
- d_1, d_2 – диагонали ромба
- A, B, C, D – вершины ромба
- Площадь ромба (S) равна половине произведения его диагоналей (d_1, d_2):
- $S=1/2\ d_1 d_2$

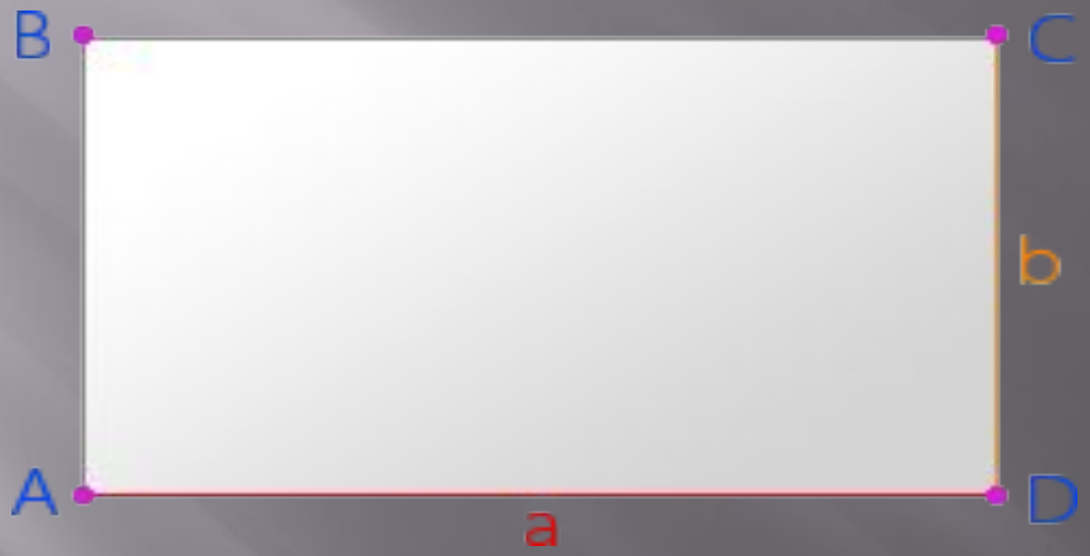
Приложение . Площадь ромба.



Приложение. Площадь прямоугольника.

- **Площадь прямоугольника**
- **Прямоугольник –** это параллелограмм, у которого все углы прямые (равны 90 градусам).
- a, b – стороны прямоугольника
- A, B, C, D – вершины прямоугольника
-
-
-
- <u>Площадь прямоугольника (S) равна произведению его сторон (a, b):</u>
- S=ab

Приложение. Площадь прямоугольника.



Приложение. Площадь квадрата.

- **Площадь квадрата**
- **Квадрат –** это параллелограмм**,** у которого все углы и все стороны равны.

a – сторона квадрата

- A, B, C, D – вершины квадрата
- <u>Площадь квадрата (S) равна квадрату его стороны (a)</u>

Приложение. Площадь квадрата

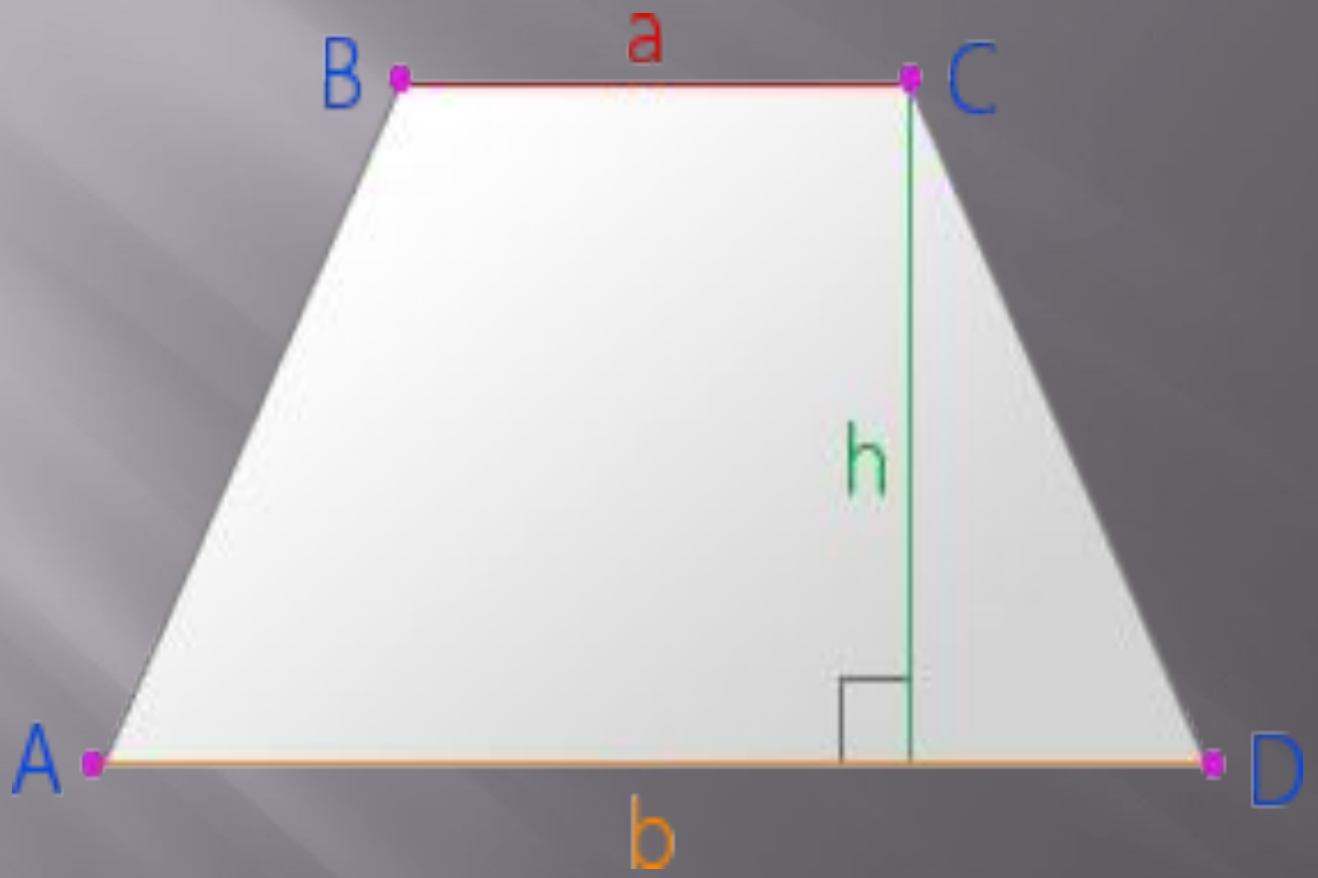
Приложение. Площадь многоугольника.

- **Площадь многоугольника**
- **Многоугольник –** это геометрическая фигура, которая ограничена замкнутой ломаной линией.
- **Правильный многоугольник –** это выпуклый многоугольник, у которого все углы и все стороны равны.
- S=a*a n/4tq360/2n
-
- a – сторона правильного многоугольника
- A, B, C, D, E, F – вершины многоугольника

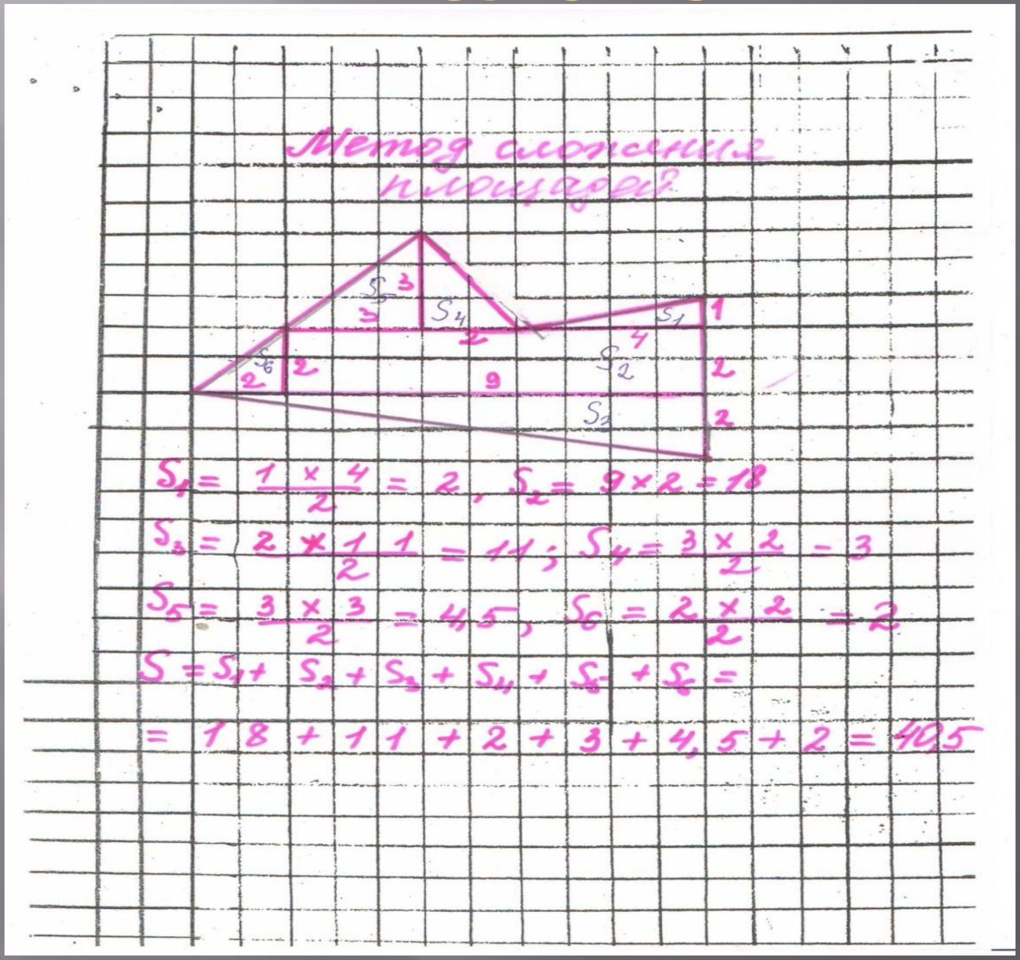
Приложение. Площадь трапеции

- **Площадь трапеции**
- **Трапеция –** это четырехугольник, у которого параллельна только одна пара противоположных сторон.
- a, b – основания трапеции
- h – высота трапеции
- A, B, C, D – вершины трапеции
-
-
- Площадь трапеции (S) равна половине произведения суммы его оснований (a, b) на высоту трапеции (h):
- S=(a+b)/2*h

Приложение . Площадь трапеции.



Вычисление площади многоугольника методом сложения.



Вычисление площади многоугольника по формуле Пика.