

## Лекция № 2

# *«ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ ДИНАМИКИ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ»*

## ***УЧЕБНЫЕ ВОПРОСЫ :***

1. Первый закон Ньютона. Инерциальные системы отсчета.
2. Второй и третий законы Ньютона.
3. Единицы измерения механических величин.
4. Принцип относительности Галилея. Закон сложения скоростей.
5. Силы в природе.
6. Законы изменения и сохранения импульса. Центр масс.
7. Основные положения статики.
8. Динамика материальной точки, движущейся по окружности.
9. Динамика вращательного движения твердого тела с неподвижной осью вращения

## *Вопрос 1.*

***ПЕРВЫЙ ЗАКОН НЬЮТОНА.  
ИНЕРЦИАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ  
ОТСЧЕТА***

# СИЛА

– это векторная физическая величина, характеризующая взаимодействие между телами.

Обозначение F,  
измеряется в [Н]

# ПЕРВЫЙ ЗАКОН НЬЮТОНА (закон инерции)

***Существуют в природе такие системы отсчета, относительно которых любое тело сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения, если на него не действуют другие тела или действие этих тел скомпенсировано.***

**Такие системы отсчета  
называют  
ИНЕРЦИАЛЬНЫМИ (ИСО)**

**Любые две ИСО движутся  
относительно друг друга  
равномерно и прямолинейно**

## *Вопрос 2.*

# ***ВТОРОЙ И ТРЕТИЙ ЗАКОНЫ НЬЮТОНА***

# ВТОРОЙ ЗАКОН НЬЮТОНА

**В инерциальной системе отсчёта ускорение материальной точки**

**прямо пропорционально действующей силе (или**

**равнодействующей всех сил) и**

**направлено вдоль неё  $a \sim F$ .**

**Коэффициент**

**пропорциональности в СИ**

**обозначается через  $m$  и**

**называется массой**



**В системе СИ второй закон Ньютона  
может быть представлен в  
следующем общем виде**

$$m\vec{a} = \vec{F}; \quad (ma_x = F_x; \quad ma = F).$$

**ИМПУЛЬС**

**(или количество движения)**

$$p = m\vec{v}$$

**Поскольку**

$$m \overset{\square}{a} = m \cdot \frac{d\overset{\square}{v}}{dt} = \frac{d\overset{\square}{p}}{dt},$$

**то второй закон Ньютона может  
быть представлен в так  
называемой импульсной форме:**

$$\frac{d\overset{\square}{p}}{dt} = \overset{\square}{F}$$

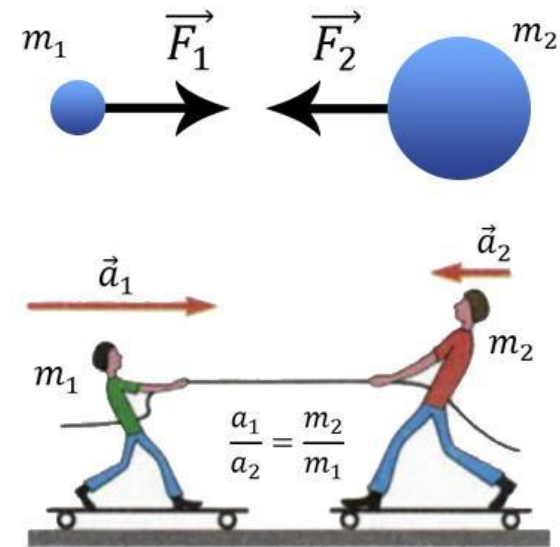
# МАССА

**качественно характеризует  
инертность тела, т.е. его  
способность изменять  
состояние движения или покоя  
под действием силы:**

$$\frac{F}{a} = \textit{const} = m.$$

# ТРЕТИЙ ЗАКОН НЬЮТОН

***Силы, с которыми  
любые два тела А и  
В взаимодействуют  
между собой, равны  
между собой по  
величине и  
противоположны по  
направлению:***



$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$$

## *Вопрос 3.*

# ***ЕДИНИЦЫ ИЗМЕРЕНИЯ МЕХАНИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН***

**В физике принято какие-либо величины принимать за основные (сравнимые с эталоном), а единицы измерения других (производных) величин вводить пользуясь формулами зависимости производной величины от основных.**

# Величины и единицы измерения в системе СИ

Физическая величина	Обозначение	Единица измерения	Обозначение
<b>Основные единицы измерения</b>			
Длина	L	Метр	м
Масса	M	Килограмм	кг
Время	T	Секунда	с
Сила электрического тока	I	Ампер	А
Температура	T	Кельвин	К
Количество вещества	$\nu$	Моль	моль
Сила света	$I_v$	Кандела	Кд
<b>Дополнительные единицы измерения</b>			
Плоского угла	$\varphi$	Радян	рад
Телесного угла	$\theta$	Стерadian	стерад

**1 метр (м)** – это расстояние, проходимое в вакууме ЭМВ за  $1/299\,792\,458$  долю секунды (земной меридиан около 40000 км);

**1 секунда (с)** – это промежуток времени равный 9 192 631 770 периодам излучения, соответствующего переходу между двумя сверхтонкими уровнями основного состояния атома цезия-133 (в сутках содержится примерно 86400 с );

**1 килограмм (кг)** – это масса платиново-иридиевой эталонной гири, хранящейся в Международной палате мер и весов, находящейся в Севре (бывшее предместье Парижа, ныне с ним слившееся).



1 ньютон (Н) - единица силы – это сила, которая телу массой 1 кг сообщает ускорение 1 м/с<sup>2</sup>

$$[F] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2}$$

$1 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2}$  - единица импульса – это импульс тела массой 1 кг, движущегося со скоростью 1 м/с,  $[p] = \text{кг м/с}$

# КИЛОГРАММ-СИЛА

**1 кгс – это сила, которая телу массой 1 кг сообщает нормальное ускорение свободного падения  $g=9,80655$  м/с<sup>2</sup> (которое имеет место на широте Севра).**

$$1 \text{ кгс} = g(\text{H}) = 9,80655 \text{ H} = 9,81 \text{ H}$$

## *Вопрос 4.*

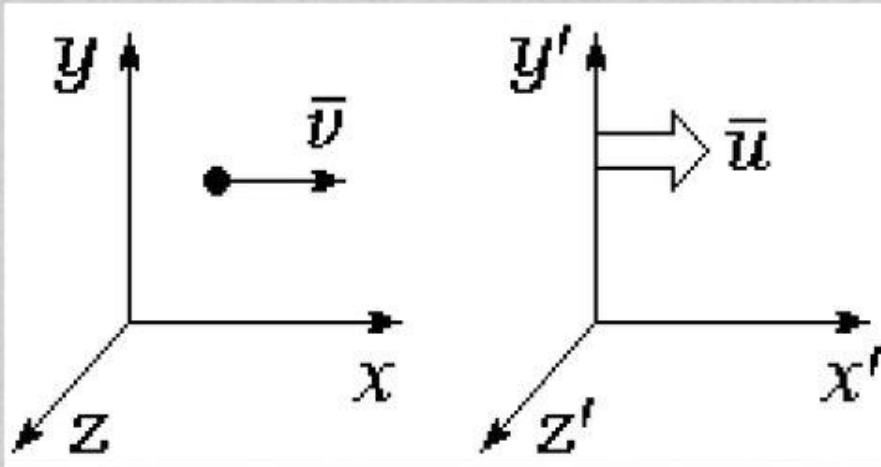
***ПРИНЦИП  
ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ  
ГАЛИЛЕЯ. ЗАКОН  
СЛОЖЕНИЯ СКОРОСТЕЙ***

# ПРИНЦИП ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ ГАЛИЛЕЯ

*Законы механики инвариантны  
(не меняют свой вид)  
относительно перехода из  
одной ИНЕРЦИАЛЬНОЙ  
СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА в другую*

# Принцип относительности Галилея

Система отсчета  $K'$  движется относительно  $K$  со скоростью  $\bar{u} = const$



**Преобразования Галилея.**

$$x = x' + ut'$$

$$y = y'$$

$$z = z'$$

$$t = t'$$

$$v_x = v'_x + u_x$$

$$\bar{v} = \bar{v}' + \bar{u}$$

$$\bar{a} = \bar{a}'$$

$$\bar{F} = \bar{F}'$$

$$m = m'$$

$$\bar{F} = m\bar{a}$$

$$\bar{F}' = m\bar{a}'$$

**Все законы механики одинаковы для всех ИСО.**

**Никакими опытами по механике невозможно определить, движется ли данная инерциальная система отсчета или покоится.**

***Вопрос 5.***

***СИЛЫ В ПРИРОДЕ***

# ЗАКОН ВСЕМИРНОГО ТЯГОТЕНИЯ

любые два тела притягиваются между собой, причём величина силы притяжения двух точечных тел прямо пропорциональна величинам их масс и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними:

$$F = \gamma \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2},$$

## ГРАВИТАЦИОННАЯ ПОСТОЯННАЯ

$$\gamma = 6.685 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 / \text{кг} \cdot \text{с}^2$$

# ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ,

**определяемые законом  
Кулона и силой Лоренца,  
значительно превосходят  
гравитационные**



# СИЛА ТРЕНИЯ

– это касательная составляющая силы, возникающей при соприкосновении двух поверхностей

$$F_n = \mu N \quad \text{СИЛА ТРЕНИЯ ПОКОЯ}$$

$$F_{ск} = \mu N \quad \text{СИЛА ТРЕНИЯ СКОЛЬЖЕНИЯ}$$

СИЛА ТРЕНИЯ КАЧЕНИЯ

$N$  - нормальная составляющая контактной силы, называемая силой нормального давления

**Воздействующая на данное  
тело сила со стороны другого  
тела, ограничивающего  
движение данного тела,  
называется**  
**СИЛОЙ РЕАКЦИИ**

# СИЛА СОПРОТИВЛЕНИЯ

– это сила, действующая на тело, которое движется в газообразной или жидкой среде

При достаточно малых скоростях сила сопротивления пропорциональна скорости

$$F_c = -rV$$

При больших скоростях

$$F \sim V^2$$

( $r$  - коэффициент сопротивления)

# СИЛА УПРУГОСТИ

– это сила, возникающая при упругой деформации и в общем случае, как следует из закона Гука, пропорциональна деформации

$$F_{\text{упр}} = -kx$$

где  $k$  - коэффициент упругости

## *Вопрос 6.*

***ЗАКОНЫ ИЗМЕНЕНИЯ И  
СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА.  
ЦЕНТР МАСС***

# ЗАКОН ИЗМЕНЕНИЯ ИМПУЛЬСА материальной точки

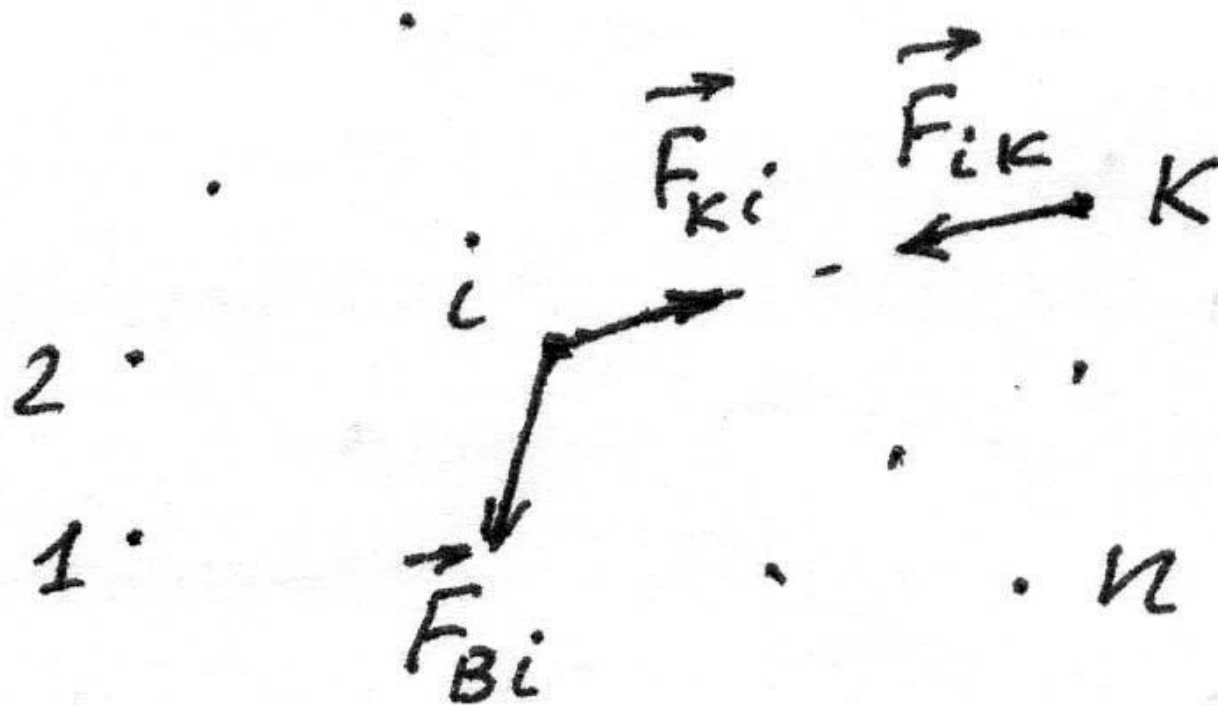
**Изменение импульса материальной точки равно импульсу действующей силы**

$$\Delta \vec{p} = \int_0^t \vec{F} dt$$

# ПОЛНЫМ ИМПУЛЬСОМ (количеством движения)

**системы, состоящей из МТ  
называется векторная величина,  
равная геометрической сумме  
импульсов всех точек системы:**

$$\vec{P}_{\Sigma} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots + \vec{p}_n$$



$$\Delta \vec{p}_i = \int_0^t \left( \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n \vec{F}_{ki} \right) dt + \int_0^t \vec{F}_i dt$$



**Произведя суммирование аналогичных выражений для всех МТ, входящих в систему  $i=1,2,\dots,n$ , получаем**

$$\sum_{i=1}^n \Delta p_i = \int_0^t \left( \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n F_{ki} \right) dt + \int_0^t \left( \sum_{i=1}^n F_{Bi} \right) dt$$

# ЗАКОН ИЗМЕНЕНИЯ ПОЛНОГО ИМПУЛЬСА СИСТЕМЫ

**изменение полного импульса  
системы равно импульсу  
результатирующей внешней  
силы:**

$$\Delta P_{\Sigma} = \int_0^t F_{pBc} dt$$

$$\frac{dP_{\Sigma}}{dt} = F_{pVc}$$

действующая на систему  
результатирующая внешняя сила  
равна изменению полного  
импульса системы за единицу  
времени

# ЦЕНТР МАСС СИСТЕМЫ

– это такая условная точка пространства, радиус-вектор которой определяется по формуле:

$$R_{\text{цм}} \equiv \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i r_i$$

**Иными словами ЦМС – это  
точка с координатами**

$$X_{\text{цм}} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i x_i ; \quad Y_{\text{цм}} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i y_i ; \quad Z_{\text{цм}} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i z_i ,$$

где  $M = m_1 + m_2 + \dots + m_n$  - полная масса  
всей системы

# ЦМС

обладает рядом интересных  
свойств

$$\vec{P}_{\Sigma} = \sum_{i=1}^n \vec{p}_i = \sum_{i=1}^n m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i \right) = M \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i \right) = M \frac{d\vec{R}_{\text{ЦМ}}}{dt} = M \vec{v}_{\text{ЦМ}}$$

Система МТ, как целое, подчиняется уравнению,  
аналогичному второму закону Ньютона:

$$M \vec{a}_{\text{ЦМ}} = \vec{F}_{\text{рВс}}$$

# ТЕОРЕМА О ДВИЖЕНИИ ЦЕНТРА МАСС

**ЦМС движется так, как двигалась бы МТ с массой равной массе всей системы, и если бы все внешние силы были приложены к этой точке**

# ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА

**В замкнутой (изолированной)  
механической системе полный  
импульс сохраняется**

$$\vec{P}_{\Sigma} = \text{const}$$

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + \dots + m_n \vec{v}_n = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2 + \dots + m_n \vec{u}_n$$



## *Вопрос 7.*

# ***ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ СТАТИКИ***

**Законы сложения и  
разложения сил, а также  
условия их равновесия  
изучаются в разделе  
механики, называемой  
СТАТИКОЙ**

**РЕЗУЛЬТИРУЮЩЕЙ (или равнодействующей) двух или более сил  $F_1, F_2, \dots, F_n$ , приложенных к телу, называется такая сила  $F_{pc}$ , результат действия которой на тело оказывается таким же, как и результат совокупного действия всех этих сил**

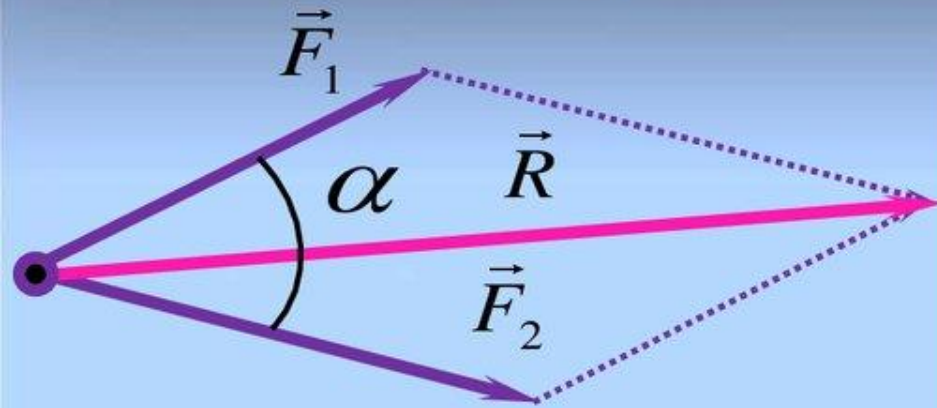
# ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ СТАТИКИ

**1. Силу, приложенную к абсолютно твёрдому телу, можно перемещать вдоль линии её действия.**

**2. Результирующая сил, приложенных в одной точке, равна их векторной сумме:**

$$\vec{F}_{pc} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n.$$

# ПРАВИЛО ПАРАЛЛЕЛОГРАММА

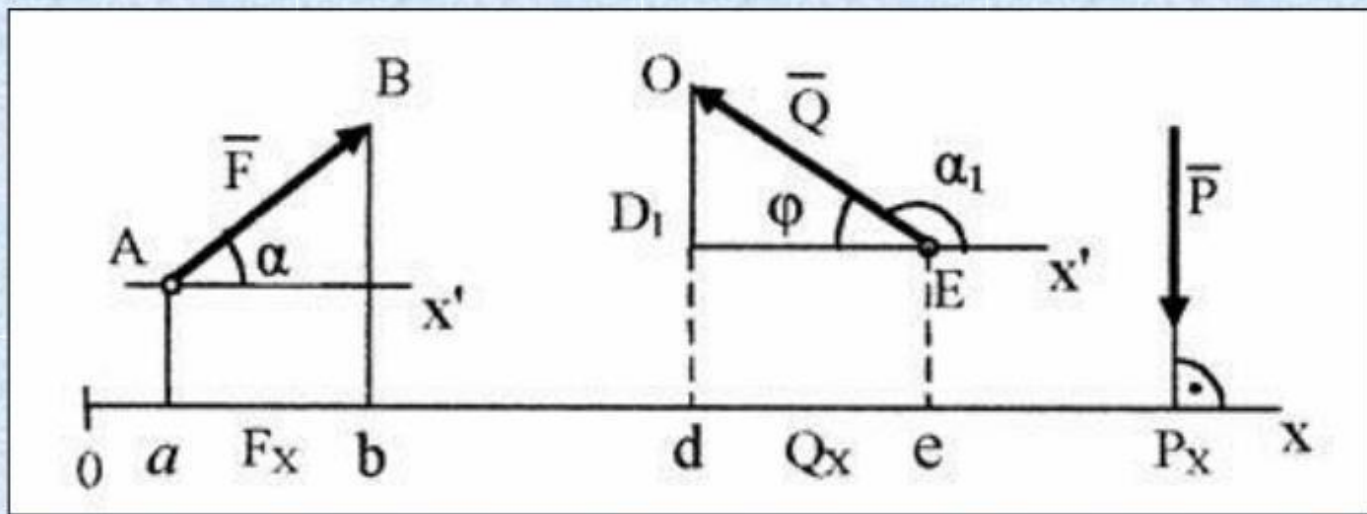


*Две силы* приложенные к телу в одной точке, можно заменить *одной равнодействующей силой*, равной по модулю и направленной по диагонали параллелограмма, построенного на заданных силах.

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \quad R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 F_2 \cos \alpha}$$

# ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ СТАТИКИ

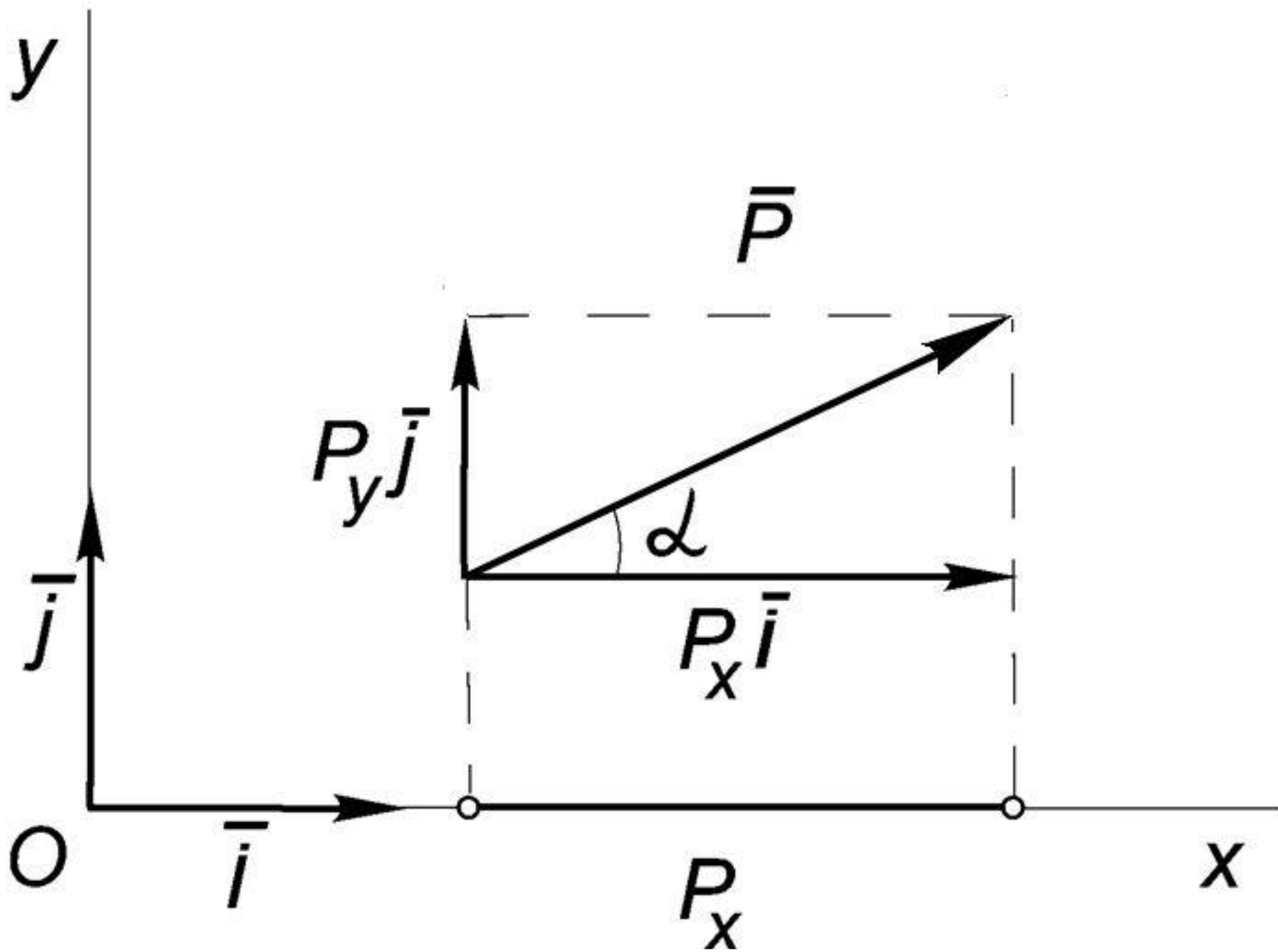
**3. Всякая сила может быть разложена на составляющие вдоль любых двух прямых линий.**



$$F_x = F \cos \alpha = ab;$$

$$Q_x = Q \cos \alpha_1 = \\ = -Q \cos \varphi = -de$$

$$P_x = 0$$

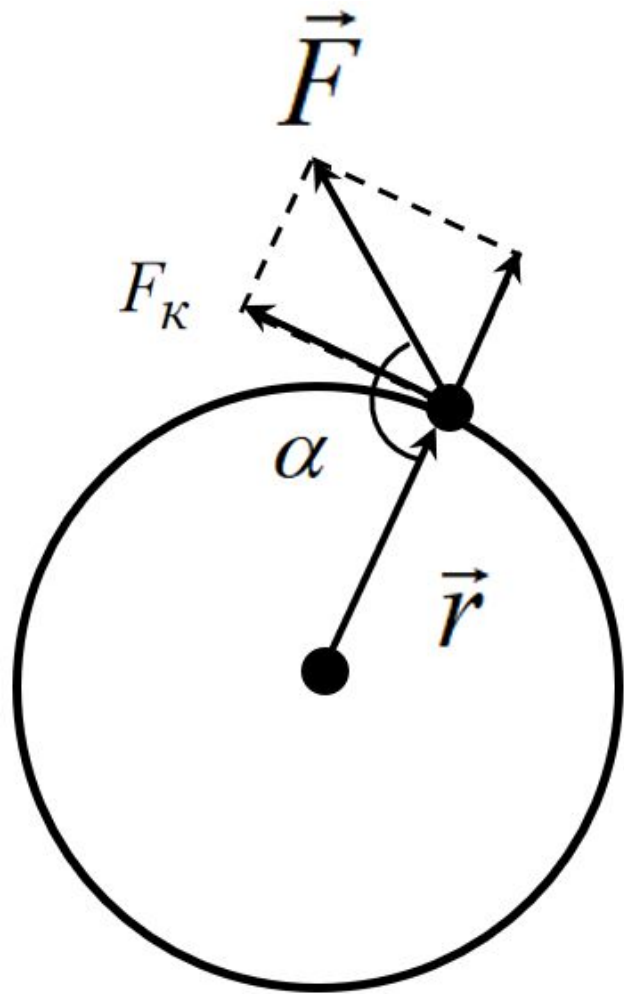


## *Вопрос 8.*

***ДИНАМИКА  
МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ,  
ДВИЖУЩЕЙСЯ ПО  
ОКРУЖНОСТИ***



# МЕХАНИЧЕСКИЙ МОМЕНТ СИЛЫ



$$M \equiv \left[ \vec{r} \times \vec{F} \right]$$

$$M = F \cdot r \cdot \sin \alpha = F_k \cdot r = F \cdot l$$

$$F_k = F \cdot \sin \alpha \quad l = r \cdot \sin \alpha$$

**Для динамического описания движения МТ по окружности под действием силы применим второй закон Ньютона в проекциях на касательное направление:**

$$ma_{\kappa} = F_{\kappa}$$

**Умножая это уравнение на радиус  $r$  окружности, получаем**

$$mr^2 \varepsilon = M$$

# МОМЕНТ ИНЕРЦИИ МТ

$$I \equiv mr^2$$

## ОСНОВНОЕ УРАВНЕНИЕ ДИНАМИКИ

для движения МТ по окружности

## В ФОРМЕ ВТОРОГО ЗАКОНА

### НЬЮТОНА:

$$I \overset{\boxtimes}{\varepsilon} = \overset{\boxtimes}{M}$$

# МОМЕНТ ИМПУЛЬСА

Это векторная физическая величина, равная векторному произведению радиус-вектора  $\vec{r}$  и импульса  $\vec{p} = m\vec{v}$  МТ

$$\vec{L} = [\vec{r} \times \vec{p}] \quad \vec{L} = I\vec{\omega}$$

$$L = pr = mvr$$

$$L = mvr = m\omega r^2 = I$$

# Основное

## УРАВНЕНИЕ ДИНАМИКИ

движения МТ по окружности

В ФОРМЕ МОМЕНТОВ:

$$I \frac{d\overset{\square}{\omega}}{dt} = \overset{\square}{M}$$

$$I = mr^2 = const, \Rightarrow \frac{d(I\overset{\square}{\omega})}{dt} = \overset{\square}{M}$$

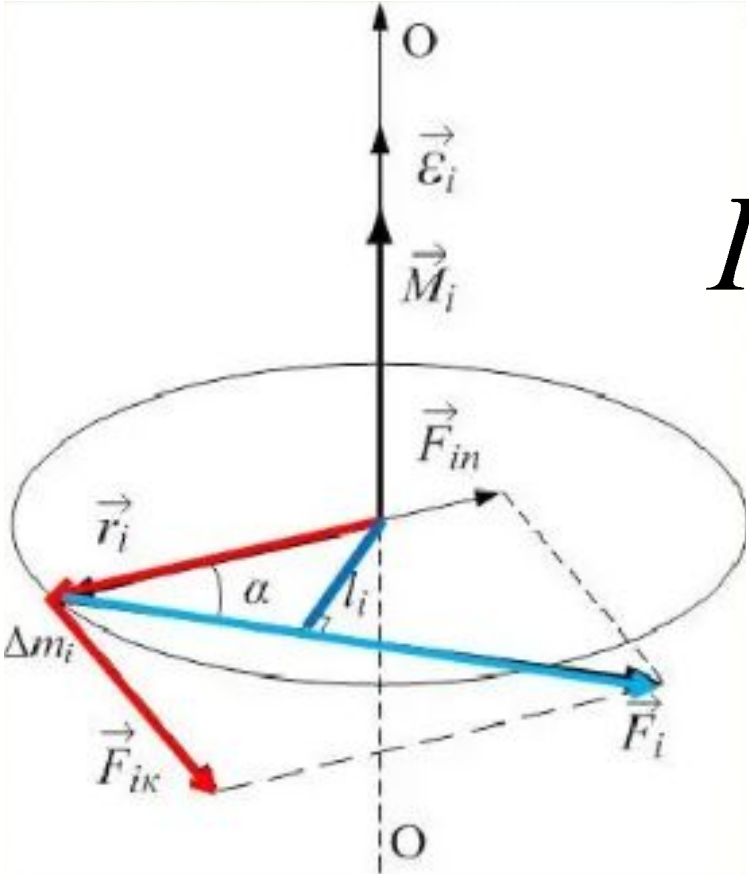
$$\frac{d\overset{\square}{L}}{dt} = \overset{\square}{M}$$

## **Вопрос 9.**

**ДИНАМИКА  
ВРАЩАТЕЛЬНОГО  
ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО  
ТЕЛА С НЕПОДВИЖНОЙ  
ОСЬЮ ВРАЩЕНИЯ**

# АБСОЛЮТНО ТВЕРДЫМ ТЕЛОМ (АТТ)

**называется такое тело,  
которое не испытывает  
деформации под  
воздействием приложенных  
сил**



$$I_i \vec{\varepsilon} = \vec{M} ; \quad \frac{dL}{dt} = M_i$$

$$I_i = \Delta m_i r_i^2$$

$$M_i = \Delta m_i \cdot r_i^2 \cdot \varepsilon$$

$$\vec{\varepsilon} \sum_{i=1}^n I_i = \sum_{i=1}^n \vec{M}_i ; \quad \frac{d}{dt} \left( \sum_{i=1}^n L_i \right) = \sum_{i=1}^n M_i$$



# МОМЕНТ ВНЕШНИХ СИЛ


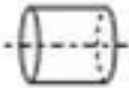
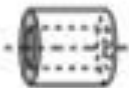


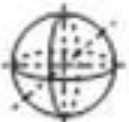


$$\sum_{i=1}^n M_i = \sum_{i=1}^n \overset{\boxtimes}{M}_i(\text{внутр.}) + \sum_{i=1}^n \overset{\boxtimes}{M}_i(\text{внешн.}) = 0 + \overset{\boxtimes}{M}_{вс} = \overset{\boxtimes}{M}_{вс}$$

$$\overset{\boxtimes}{M}_{вс} \equiv \sum_{i=1}^n \overset{\boxtimes}{M}_i(\text{внешн.})$$

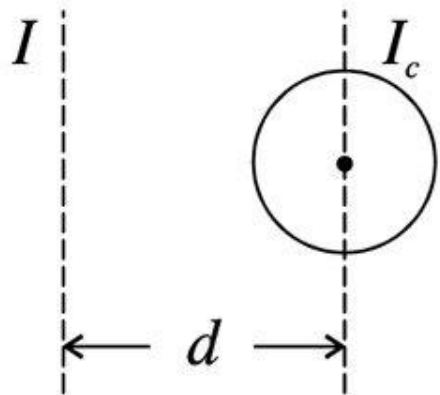
# МОМЕНТ ИНЕРЦИИ ТЕЛА

$$I \equiv \sum_{i=1}^n I_i = \sum_{i=1}^n \Delta m_i \cdot r_i^2$$

$$I = \int_{(m)} r^2 dm = \int_{(V)} \rho(r) r^2 \cdot dV \equiv \lim_{\substack{(\Delta V_i \rightarrow 0 \\ n \rightarrow \infty}} \sum_{i=1}^n \rho(r_i) r_i^2 \cdot \Delta V_i$$

Тело	Расположение оси вращения	Символ	Момент инерции J
Круглое кольцо, тонкое Полый цилиндр, тонкостенный	Перпендикулярно плоскости кольца		$J = m \cdot r^2$
Сплошной цилиндр	Продольная ось		$J = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2$
Полый цилиндр, толстостенный	Продольная ось		$J = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (r_1^2 + r_2^2)$
Круглый диск	Перпендикулярно плоскости диска		$J = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2$
Круглый диск	Ось симметрии в плоскости диска		$J = \frac{1}{4} \cdot m \cdot r^2$
Шар	Через центр		$J = \frac{2}{5} \cdot m \cdot r^2$
Сфера	Через центр		$J = \frac{2}{3} \cdot m \cdot r^2$
Стержень, тонкий (длина l)	Перпендикулярно стержню, в середине		$J = \frac{1}{12} \cdot m \cdot l^2$

# Теорема Штейнера



Зная момент инерции тела относительно оси, проходящей через центр масс, момент инерции относительно произвольной оси вычисляют по **теореме Штейнера**:

момент инерции относительно произвольной оси  $I$  равен сумме момента инерции  $I_c$  относительно оси, параллельной данной и проходящей через центр масс тела, и произведения массы тела на квадрат расстояния между осями  $d$ .

$$I = I_c + md^2$$

# МОМЕНТ ИМПУЛЬСА ТЕЛА

$$\vec{L} = \sum_{i=1}^n \vec{L}_i = \sum_{i=1}^n I_i \vec{\omega} = \vec{\omega} \sum_{i=1}^n I_i = I \vec{\omega}$$

# ОСНОВНОЕ УРАВНЕНИЕ ДИНАМИКИ вращающегося АТТ

В форме второго закона Ньютона

произведение момента инерции на угловое  
ускорение равно вращающему  
механическому моменту внешних сил

$$I \varepsilon = M_{вс}$$

# ОСНОВНОЕ УРАВНЕНИЕ ДИНАМИКИ вращающегося АТТ

## В форме уравнения моментов

изменение момента импульса тела за единицу времени равно полному механическому моменту внешних сил

$$\frac{dL}{dt} = M_{вс}$$

