Решение неравенств методом интервалов

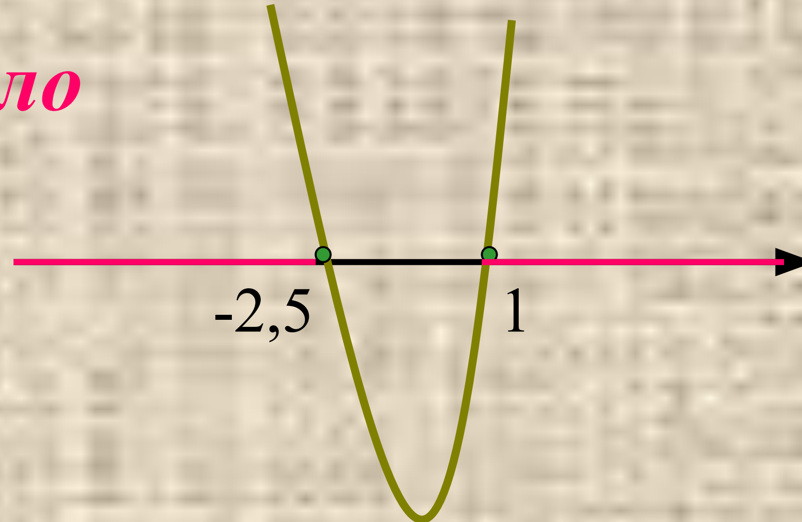
далее »

Цели урока:

1. Познакомить учащихся с решением неравенств методом интервалов.
2. Отработка навыка решения неравенств методом интервалов.
3. Повторить решение неравенств второй степени с одной переменной с помощью графика.
4. Для подготовки к ГИА повторить нахождение «нулей функции», решение квадратных уравнений по формуле, решение неполных квадратных уравнений.
5. Воспитание внимания, ответственного отношения к учебе; тренировать память.

Правило

А) $2x^2 + 3x - 5 \geq 0$



$2x^2 + 3x - 5 = 0$

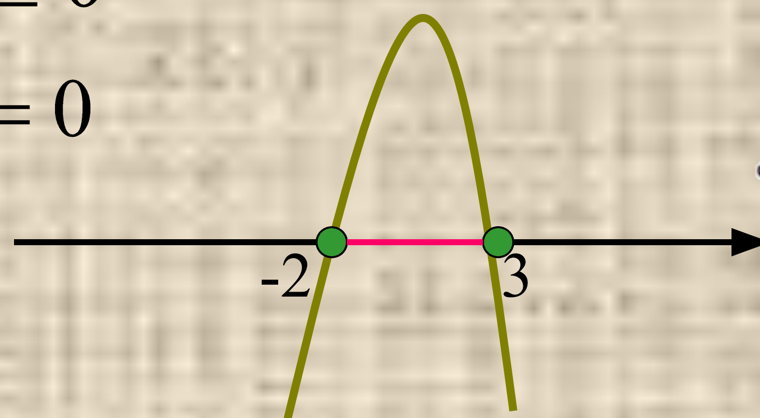
D =49

X_1=1; X_2= -2,5

Ответ: $(-\infty; -2{,}5] \cup [1; +\infty)$

Б) $-6x^2 + 6x + 36 \geq 0$

$-6x^2 + 6x + 36 = 0$



D=900

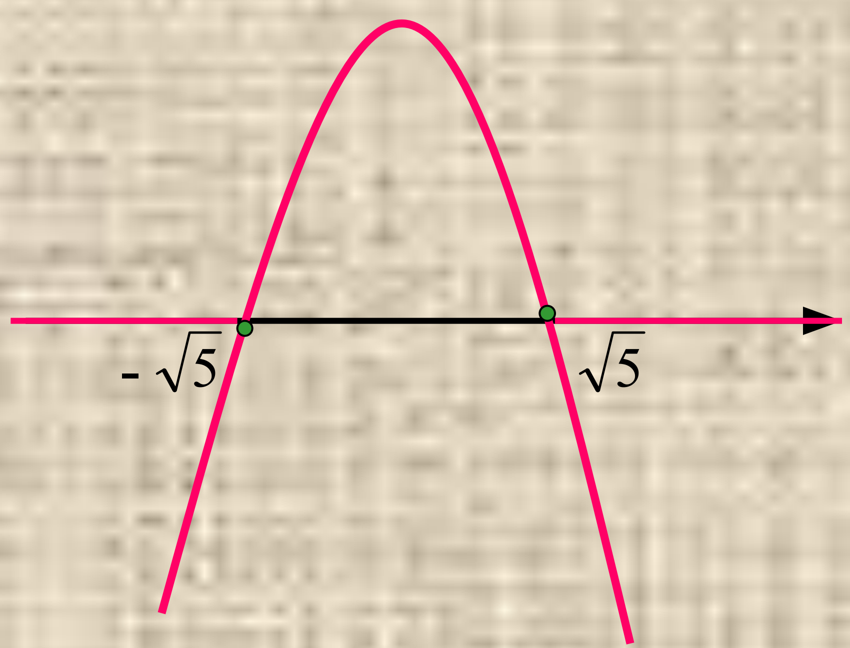
X_1= -2; X_2= 3

Ответ: $[-2; 3]$

В) $-x^2+5\le 0$

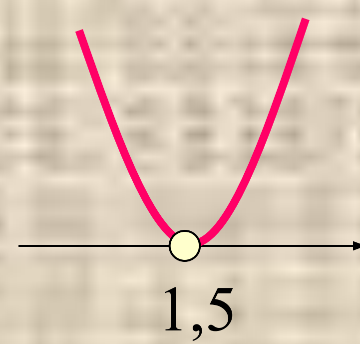
$-x^2+5=0$

$X_1=\sqrt{5}$; $X_2=-\sqrt{5}$



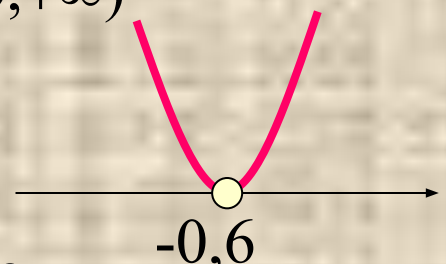
Ответ: $\left(-\infty;-\sqrt{5}\right]\cup\left[\sqrt{5};+\infty\right)$

д) $4x^2 - 12x + 9\rangle 0$

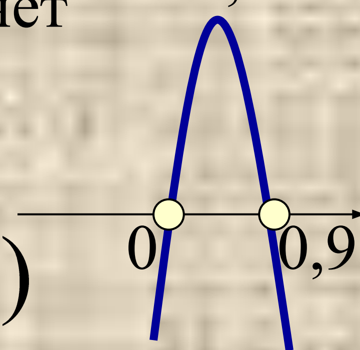


Ответ: $(-\infty;1{,}5) \cup (1{,}5;+\infty)$

Е) $25x^2 + 30x + 9\langle 0$



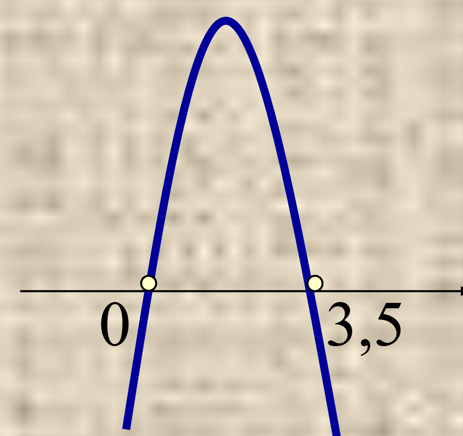
Ответ: Решений нет



Ж) $-10x^2 + 9x\rangle 0$

Ответ: $(0;0{,}9)$

З) $-2x^2 + 7x\langle 0$



Ответ: $(-\infty;0) \cup (3{,}5;+\infty)$

Устно:

1) -2+24

-27+13

-32-25

24+(-16)

14+(-64)

3*(-2)

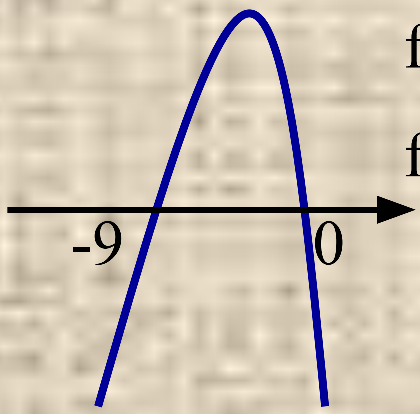
-25*(-4)

-36:(- 4)

45: (-5)

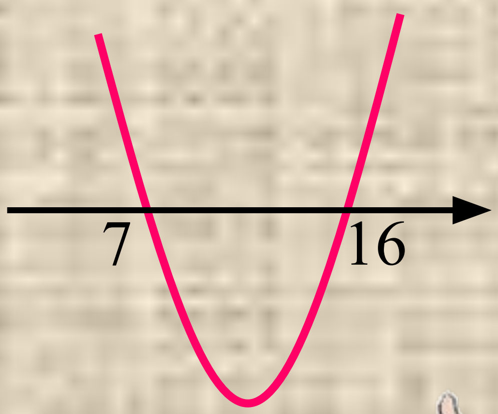
2) Формула дискриминанта квадратного уравнения

3)Решить неравенства:



f(x)>0

f(x)<0



4) Формула разложения квадратного трехчлена на множители

$$ax^2 + вx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

Рассмотрим решение неравенств второй степени с одной переменной.

1 решение с помощью графика квадратичной функции;

2 методом интервалов.

Назад на титульный лист

Метод рассмотрения квадратичной функции

1) Рассмотрим квадратичную функцию $f(x) = x^2 - 5x - 50$ и найдем такие значения x, для которых $f(x) < 0$.

2) Графиком рассматриваемой функции является парабола, ветви которой направлены вверх, так как $a = 1$, $1 > 0$.

3) Найдем нули функции (то есть абсциссы точек пересечения параболы с осью Ох), для этого решим квадратное уравнение $x^2 - 5x - 50 = 0$.

$x^2 - 5x - 50 = 0, \quad a = 1, \quad b = -5, \quad c = -50.$

$D = b^2 - 4ac;$

$D = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-50) = 25 + 200 = 225 = 15^2$, $225 > 0$, значит уравнение имеет два действительных корня.

$x_1 = (-(-5) - 15) : 2 = -5;$

$x_2 = (-(-5) + 15) : 2 = 10.$

Нули функции: $x = -5$ и $x = 10$.

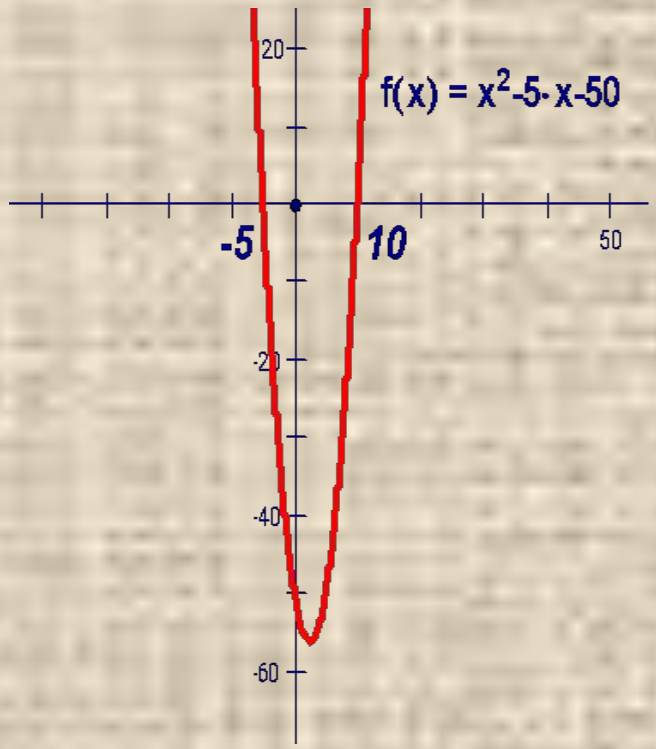
« назад | далее »

4) Изобразим схематично параболу ***f(x) = x²* – *5x –50*** в координатной плоскости ***Oxy.***

5) Из рисунка видим, что

f(x) < 0, при ***–5 < x < 10***

(то есть берем в рассмотрение ту часть параболы, которая лежит ниже оси ***Ox***).



Замечание: ответ записываем в виде числового промежутка.

Ответ: ***(-5; 10).***

« *назад*

<u>*Метод интервалов*</u>

1) Рассмотрим функцию ***f(x) = (x+2)(x-3)(x-5)*** .

Область определения **D(*f*) = *R*** (то есть множество всех действительных чисел).

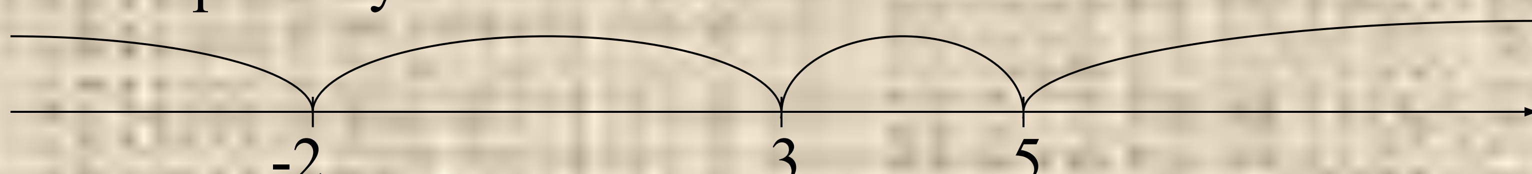
2) Найдем нули функции, т.е.решим уравнений ***f(x)=0.***

(x+2)(x-3)(x-5)=0

x+2=0 или x-3=0 или x-5=0

x = -2 ***или*** ***x = 3*** ***или*** ***x=5***

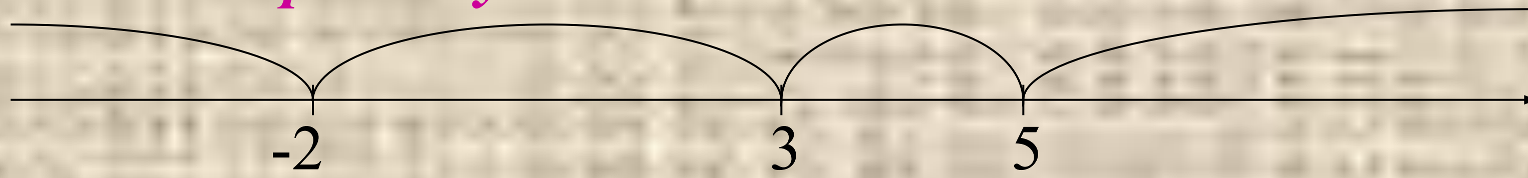
Числа **-2, 3, 5** – нули функции, они разбивают область определения функции на промежутки



$(-\infty;-2)$ $(-2;3)$ $(3;5)$ $(5;+\infty)$

« назад *далее »*

Выясним, каковы знаки этой функции в каждом из указанных промежутков



Выражение (x+2)(x-3)(x-5) представляет собой произведение 3 множителей. Знак каждого из этих множителей в рассматриваемых промежутках указан в таблице

	$(-\infty;\ -2)$	$(-2;\ 3)$	$(3;\ 5)$	$(5;\ +\infty)$
$x+2$	$-$	$+$	$+$	$+$
$x-3$	$-$	$-$	$+$	$+$
$x-5$	$-$	$-$	$-$	$+$

Мы видим, что в каждом из промежутков $(-\infty;-2)$ $(-2;3)$ $(3;5)$ $(5;+\infty)$ *функция сохраняет знак, а при переходе через точки* ***-2, 3, 5*** *ее знак изменяется.*

Правило: стр 89

« назад
далее»

Это свойство используется для решения неравенств вида

$$(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)\ldots(x-x_n)>0 \text{ или}$$

$$(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)\ldots(x-x_n)<0,$$

где x_1, x_2, …x_n – не равные нулю числа.

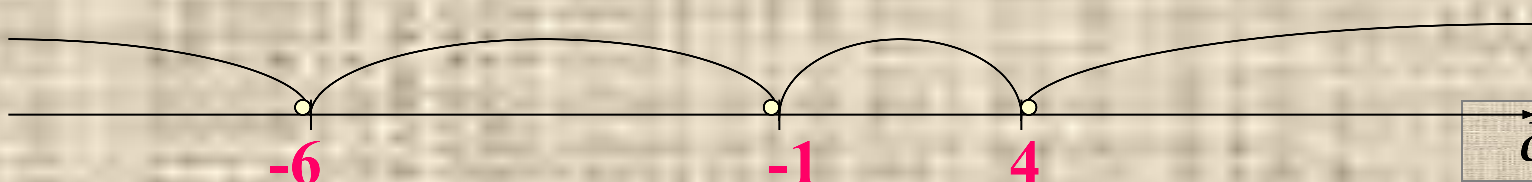
№1. Решить неравенство $(x+6)(x+1)(x-4)<0$

Находим нули функции $(x+6)(x+1)(x-4)=0$

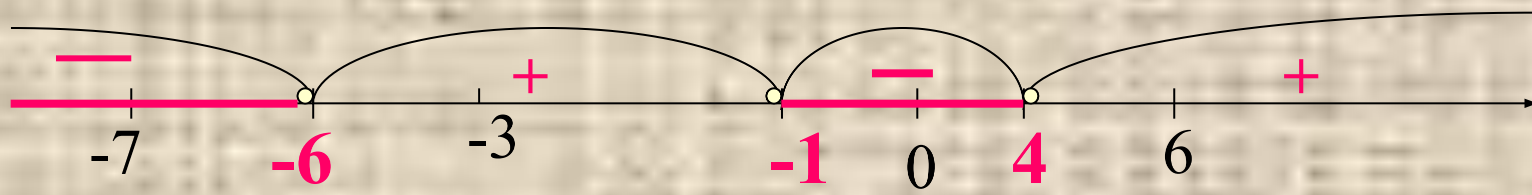
$x+6=0$ **или** $x+1=0$ **или** $x-4=0$

$x = -6$ **или** $x = -1$ **или** $x = 4$

Отмечаем эти числа -6, -1, 4 (нули функции) пустыми кружками (т.к неравенство строго больше 0) на числовой прямой. Числа разбивают числовую прямую на промежутки, в каждом из которых функция сохраняет знак.



далее »



Определим знак функции ***$f(x)= (x+6)(x+1)(x-4)$***
на каждом из промежутков

Если $x = -7$, то $f(-7) = \overset{-}{(-7+6)}\overset{-}{(-7+1)}\overset{-}{(-7-4)} < 0$ —

Если $x = -3$, то $f(-3) = \overset{+}{(-3+6)}\overset{-}{(-3+1)}\overset{-}{(-3-4)} > 0$ +

Если $x = 0$, то $f(0) = \overset{+}{(()+6)}\overset{+}{(0+1)}\overset{-}{(()-4)} < 0$ —

Если $x = 6$, то $f(6) = \overset{+}{(6+6)}\overset{+}{(6+1)}\overset{+}{(6-4)}$ +

Мы решаем неравенство $(x+6)(x+1)(x-4)<0$. Нас интересует, на каких промежутках функция принимает значения меньшие нуля.

Ответ: $(-\infty;-6) \cup (-1;4)$

Данный метод решения неравенств называется методом интервалов

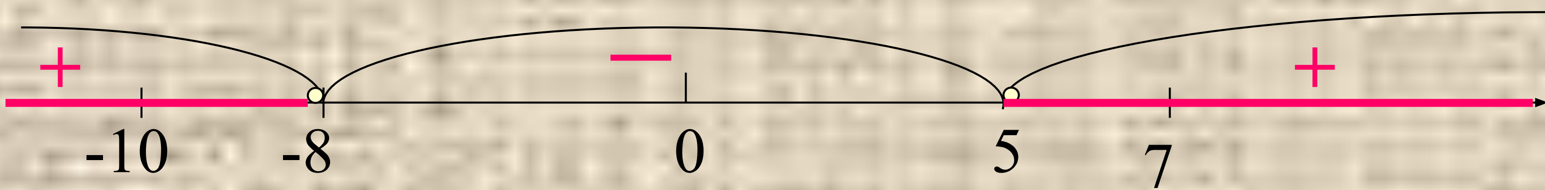
<u>Попробуйте решить неравенства данным методом:</u>

$(x+8)(x-5) > 0$

$(x+8)(x-5)=0$

$x+8=0$ или $x-5=0$

$x = -8$ или $x = 5$



$f(x) = (x+8)(x-5)$

$x = -10$, $f(-10)=(-10+8)(-10-5) > 0$

$x = 0$, $f(0)=(0+8)(0-5) < 0$

$x = 7$, $f(7)=(7+8)(7-5)>0$

Ответ: $(-\infty;-8) \cup (5;+\infty)$

Самостоятельная работа

- **1вариант**

$x^2-8x+15>0$

$3x^2+11x-4<0$

$x^2-9\geq 0$

$(x-1)(x-3)<0$

$x(5-x)(x+2)\leq 0$

- **2 вариант**

$x^2-10x+21>0$

$4x^2+11x-3<0$

$5x-x^2>0$

$(x-2)(x-5)\geq 0$

$6(x+11)(4-x)\geq 0$