ВИЩА МАТЕМАТИКА

Лекція 1

Тема: Визначники: означення, основні властивості.

Обернена матриця

Авдєєва Тетяна Василівна

Квадратна матриця

- прямокутна таблиця, що складається з n рядків та n стовпців, яка заповнена елементами однакової природи

$$A_n = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

Визначник (детермінант) матриці

- прямокутна таблиця, що складається з n рядків та n стовпців, яка заповнена елементами однакової природи

Для матриці другого порядку

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

Правило: від добутку елементів головної діагоналі віднімаємо добуток елементів бічної діагоналі, тобто

$$\Delta = |A| = \det A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}$$

Приклади

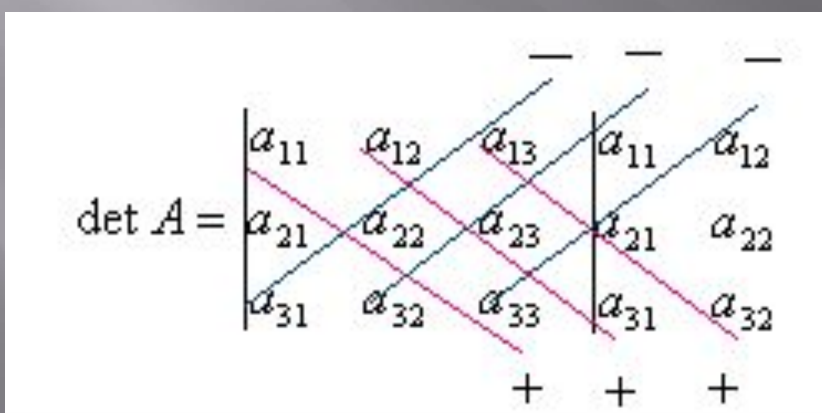
$$\det A = \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 7 \end{vmatrix} = 2 \cdot 7 - 5 \cdot 3 = -1$$

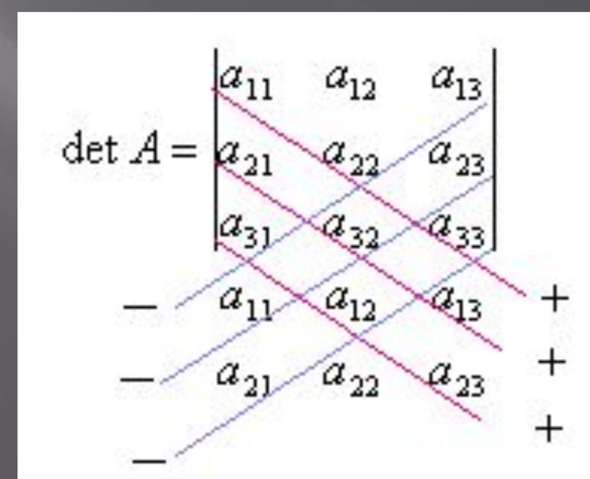
$$\det B = \begin{vmatrix} \sin x & \cos x \\ \cos x & \sin x \end{vmatrix} = \sin x \cdot \sin x - \cos x \cdot \cos x = -\cos 2x$$

$$|C| = \begin{vmatrix} x & x+3 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = x \cdot 4 - 2(x+3) = 2x - 6$$

Визначник третього порядку
Правило Саррюса

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$





Правило Саррюса

$$\det A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \begin{matrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{matrix}$$

$$= a_{11} \cdot a_{22} \cdot a_{33} + a_{12} \cdot a_{23} \cdot a_{31} + a_{13} \cdot a_{21} \cdot a_{32} -$$
$$- a_{13} \cdot a_{22} \cdot a_{31} - a_{11} \cdot a_{23} \cdot a_{32} - a_{12} \cdot a_{21} \cdot a_{33}$$

$$\det A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$
$$\begin{matrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{matrix}$$

$$= a_{11} \cdot a_{22} \cdot a_{33} + a_{12} \cdot a_{23} \cdot a_{31} + a_{13} \cdot a_{21} \cdot a_{32} -$$
$$- a_{13} \cdot a_{22} \cdot a_{31} - a_{23} \cdot a_{32} \cdot a_{11} - a_{33} \cdot a_{12} \cdot a_{32}$$

Властивості визначників

- При транспонуванні величина визначника не змінюється
- Якщо у визначнику поміняти місцями лише два рядки (або два стовпчики), то визначник змінює знак на протилежний, зберігаючи абсолютне значення

Властивості визначників

- Якщо визначник має два однакових стовпчика або два однакових рядка, то він дорівнює нулю
- Якщо визначник містить два пропорційних рядки (пропорційні стовпчики), то значення його дорівнює нулю
- Якщо елементи деякого рядка (стовпчика) дорівнюють нулю, то і сам визначник дорівнює нулю

Властивості визначників

- Спільний множник всіх елементів рядка (стовпчика) можна винести за знак визначника
- Якщо кожний елемент деякого рядка (стовпчика) є сумою двох доданків, то визначник можна представити у вигляді суми двох визначників: в першому з них на місці кожної суми лишається тільки перший доданок, а в другому – тільки другий доданок (інші елементи визначника зберігаються)

Властивості визначників

- Значення визначника не змінюється, якщо до елементів деякого рядка (стовпчика) додати відповідні елементи іншого паралельного рядка (стовпчика), помноживши їх попередньо на одне й те ж число
- Визначник дорівнює сумі добутків елементів деякого рядка (стовпчика) на відповідні їх алгебраїчні доповнення

Визначники матриць спеціальних типів

- Визначник трикутної матриці дорівнює добутку елементів головної діагоналі.
- Визначник діагональної матриці дорівнює добутку елементів головної діагоналі.

- прямокутна таблиця, що складається з n рядків та n стовпців, яка заповнена елементами однакової природи

прямокутна таблиця, що складається з n рядків та n стовпців, яка заповнена елементами однакової природи

Мінор та алгебраїчне доповнення елемента

- прямокутна таблиця, що складається з n рядків та n стовпців, яка заповнена елементами однакової природи

Приклади обчислення мінорів та алгебраїчних доповнень

$$\begin{vmatrix} 1 & 6 & -3 & 12 \\ 3 & 5 & 7 & -4 \\ 2 & 0 & 9 & -8 \\ -2 & 4 & 1 & 17 \end{vmatrix}$$

$$M_{24} = \begin{vmatrix} 1 & 6 & -3 \\ 2 & 0 & 9 \\ -2 & 4 & 1 \end{vmatrix}$$

$$A_{13} = (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 3 & 5 & -4 \\ 2 & 0 & -8 \\ -2 & 4 & 17 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 8 & 3 & 5 \\ 1 & 2 & -4 \\ 0 & 4 & 7 \end{vmatrix}$$

$$M_{31} = \begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 2 & -4 \end{vmatrix}$$

$$A_{23} = (-1)^{2+3} \begin{vmatrix} 8 & 3 \\ 0 & 4 \end{vmatrix}$$

Обернена матриця

- прямокутна таблиця, що складається з n рядків та n стовпців, яка заповнена елементами однакової природи

Увага!!! Не для кожної матриці існує обернена матриця

- прямокутна таблиця, що складається з n рядків та n стовпців, яка заповнена елементами однакової природи

Обернена матриця

- прямокутна таблиця, що складається з n рядків та n стовпців, яка заповнена елементами однакової природи

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{A_{11}}{|A|} & \frac{A_{21}}{|A|} & \cdots & \frac{A_{n1}}{|A|} \\ \frac{A_{12}}{|A|} & \frac{A_{22}}{|A|} & \cdots & \frac{A_{n2}}{|A|} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{A_{1n}}{|A|} & \frac{A_{2n}}{|A|} & \cdots & \frac{A_{nn}}{|A|} \end{pmatrix}$$

Обернена матриця

- прямокутна таблиця, що складається з n рядків та n стовпців, яка заповнена елементами однакової природи

- прямокутна таблиця, що складається з n рядків та n стовпців, яка заповнена елементами однакової природи

- прямокутна таблиця, що складається з n рядків та n стовпців, яка заповнена елементами однакової природи

Обернена матриця

- прямокутна таблиця, що складається з n рядків та n стовпців, яка заповнена елементами однакової природи

- прямокутна таблиця, що складається з n рядків та n стовпців, яка заповнена елементами однакової природи

- прямокутна таблиця, що складається з n рядків та n стовпців, яка заповнена елементами однакової природи

прямокутна таблиця, що складається з n рядків та n стовпців, яка заповнена елементами однакової природи

прямокутна таблиця, що складається з n рядків та n стовпців, яка заповнена елементами однакової природи

- прямокутна таблиця, що складається з n рядків та n стовпців, яка заповнена елементами однакової природи

Властивості оберненої матриці

- прямокутна таблиця, що складається з n рядків та n стовпців, яка заповнена елементами однакової природи

Властивості оберненої матриці

- прямокутна таблиця, що складається з n рядків та n стовпців, яка заповнена елементами однакової природи

Все!   Ура!!!

Дякую за увагу!

До зустрічі!