

ТЕКСТОВЫЕ ЗАДАЧИ НА ДВИЖЕНИЕ, РАБОТУ, ПРОЦЕНТЫ И СМЕСИ

Выполнила:

учитель математики и
физики высшей
квалификационной
категории МБОУ СОШ
№48 г. Владимира
Ильина И.К.

Общие методы решения текстовых задач

В решении текстовых задач можно выделить следующие основные этапы:

- выбор неизвестных;
- перевод условий задачи на язык математических соотношений – уравнений, неравенств, ограничений;
- решение уравнений, неравенств;
- проверка на выполнение условий задачи.



Задачи на движение



Чтобы решать задачи на движение, достаточно знать формулу пути при равномерном движении и ее следствия для вычисления скорости и времени:

$$s = vt; \quad v = s/t; \quad t = s/v, \quad v - \text{скорость, } t - \text{время, } s - \text{путь.}$$

Особенность движения по реке состоит в том, что течение реки увеличивает или уменьшает скорость плавущего объекта. Это изменение равно скорости течения.



Задач

а:

Из одного города в другой, расстояние между которыми равно 300 км, выехали одновременно две машины. Одна из них двигалась со скоростью на 10 км/ч большей, чем другая, и прибыла в пункт назначения на 1 ч раньше другой. Найдите скорость каждой машины.

Решение:

Пусть скорость движения второй машины равна x км/ч, тогда скорость движения первой — $(x+10)$ км/ч. Время, затраченное второй машиной на весь путь, равно $\frac{300}{x}$ ч, а первой — $\frac{300}{x+10}$ ч. По условию задачи первая машина прибыла в пункт назначения на 1 ч раньше второй, то есть на $\left(\frac{300}{x} - \frac{300}{x+10}\right)$ ч. Следовательно, $\frac{300}{x} - \frac{300}{x+10} = 1$.

Решим это уравнение:

$$\frac{300x + 3000 - 300x - x^2 - 10x}{x(x+10)} = 0;$$

$$\begin{cases} x^2 + 10x - 3000 = 0, \\ x \neq 0, \\ x \neq -10; \end{cases}$$

$$x = -60 \text{ или } x = 50.$$

Корень $x = -60$ не удовлетворяет условию задачи.

Следовательно, скорость движения первой машины равна 60 км/ч, а скорость движения второй машины — 50 км/ч.

Ответ: 60 км/ч; 50 км/ч.



Задачи на работу

Задачи на работу требуют использования формулы $A = P \cdot t$, где A – объем работы, P – производительность, t – время.

Учитываем, что производительность при выполнении разных работ (отдельной или совместной) не изменяется.



Задач

а: Первый рабочий изготавливает 48 деталей на 1 ч быстрее, чем второй — 56 таких же деталей. Сколько деталей в час изготавливает каждый рабочий, если первый делает за час на 2 детали больше, чем второй?

Решение:

Пусть второй рабочий за 1 ч изготавливает x деталей, тогда первый — $(x+2)$ детали. Второй рабочий на изготовление 56 деталей затрачивает $\frac{56}{x}$ ч, а первый на изготовление 48 деталей — $\frac{48}{x+2}$ ч. Значит, первый рабочий

на выполнение своего задания затратил на $\left(\frac{56}{x} - \frac{48}{x+2}\right)$ ч меньше, чем второй — на выполнение своего, что по условию задачи равно 1 ч. Следовательно, $\frac{56}{x} - \frac{48}{x+2} = 1$.

Решим это уравнение:

$$\frac{56x + 112 - 48x - x^2 - 2x}{x(x+2)} = 0;$$

$$\begin{cases} x^2 - 6x - 112 = 0, \\ x \neq 0, \\ x \neq -2; \end{cases}$$

$$x = -8 \text{ или } x = 14.$$

Корень $x = -8$ не удовлетворяет условию задачи, следовательно, второй рабочий за 1 ч изготавливает 14 деталей, первый — $14 + 2 = 16$ (деталей).

Ответ: 16 деталей; 14 деталей.

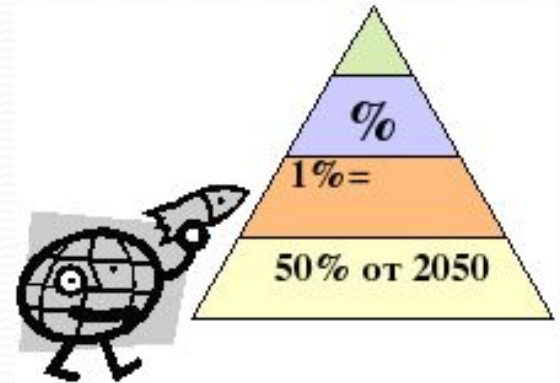


Задачи на концентрацию смеси и сплава

В задачах этого типа обычно присутствуют три величины, Соотношение между которыми позволяет составлять уравнение:

- концентрация (доля чистого вещества в смеси);
- количество чистого вещества в смеси (сплаве);
- масса смеси(сплава).

Соотношение между этими величинами следующее:
масса смеси \times концентрацию = количество чистого вещества.



Задач

И:

1) Свежие грибы содержат 90% воды, а сушеные – 12%. Сколько получится сушеных грибов из 88 кг свежих?

2) Имеется кусок сплава меди с оловом общей массой 12 кг, содержащий 45% меди. Сколько чистого олова надо добавить к этому куску сплава, чтобы получившийся новый сплав содержал 40% меди?

Решение:

- 1) Учитываем, что при сушке теряется вода и составляем схему задачи, отслеживая содержание воды:

Вода	90%	100%	12%
------	-----	------	-----

$$88 \text{ кг} - (88 - x) \text{ кг} = x \text{ кг}$$

Пусть x кг – масса получившихся сушеных грибов, найдем массу воды в каждом случае:

1) $m_1 = 88 \cdot \frac{90}{100} = 0,9 \cdot 88 = 79,2$ (кг) – исходная масса воды;

2) $m_2 = 88 - x$ (кг) – масса потерянной воды;

3) $m_3 = \frac{x \cdot 12}{100} = 0,12 \cdot x$ (кг) – масса оставшейся воды.

По условию задачи получаем уравнение:

$$\begin{aligned} 79,2 - (88 - x) &= 0,12x, \\ 79,2 - 88 + x &= 0,12x, \\ x - 0,12x &= 88 - 79,2, \\ 0,88x &= 8,8, \\ x &= 10 \text{ (кг)}. \end{aligned}$$

Ответ: 10 кг



2) Пусть x кг олова надо добавить к сплаву. Так как процентное содержание меди в сплаве равно 45 %, то масса меди в первоначальном сплаве $m = 0,45 \times 12 = 5,4$ кг (где 0,45 – концентрация меди в сплаве).

Тогда $12+x$ – масса нового сплава

И так как масса меди в первоначальном сплаве равна 5,4 кг, то

$\frac{5,4}{12+x}$ – концентрация меди в новом сплаве.

По условию $\frac{5,4}{12+x} = 0,4$, решая уравнение, получаем $x = 1,5$ кг.

Ответ: нужно добавить 1,5 кг чистого олова.



Домашнее задание:



№ 1

Набирая ежедневно на 3 страницы больше, чем планировалось, оператор компьютерного набора закончил работу объемом 60 страниц на день раньше срока. Сколько страниц в день он набирал?

№ 2

Моторная лодка прошла 16 км по озеру, а затем 15 км по реке, впадающей в это озеро, за 1 ч. Скорость течения реки составляет 2 км/ч. Найдите собственную скорость лодки.

№ 3

Морская вода содержит 3% соли по массе. Сколько пресной воды нужно добавить к 140 кг. морской, чтобы содержание соли составило 1,4%?

Решения:

№ 1 Пусть оператор компьютерного набора ежедневно должен набирать x страниц, но он ежедневно набирал $(x+3)$ страниц. По плану оператор должен набрать 60 страниц за $\frac{60}{x}$ дней; работая быстрее, оператор выполнил всю работу за $\frac{60}{x+3}$ дней. По условию задачи оператор выполнил работу на 1 день раньше срока, то есть на $\left(\frac{60}{x} - \frac{60}{x+3}\right)$ дней.

$$\text{Следовательно, } \frac{60}{x} - \frac{60}{x+3} = 1.$$

Решим это уравнение:

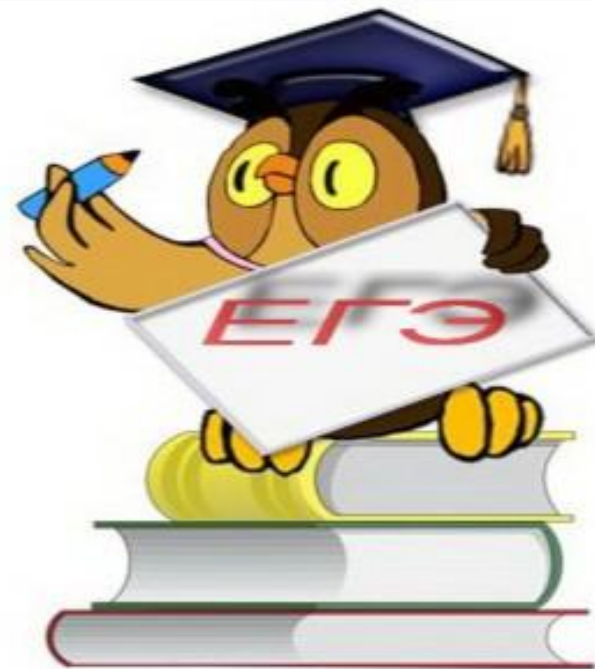
$$\frac{60x + 180 - 60x - x^2 - 3x}{x(x+3)} = 0;$$

$$\begin{cases} x^2 + 3x - 180 = 0, \\ x \neq 0, \\ x \neq -3; \end{cases}$$

$$x = -15 \text{ или } x = 12.$$

Корень $x = -15$ не удовлетворяет условию задачи. Следовательно, по плану оператор должен был набирать 12 страниц в день, но ежедневно он набирал $12+3=15$ страниц.

Ответ: 15 страниц.



№ 2

Пусть собственная скорость лодки равна x км/ч, тогда скорость движения лодки против течения реки — $(x-2)$ км/ч. Путь по озеру лодка прошла за $\frac{16}{x}$ ч, а путь по реке — за $\frac{15}{x-2}$ ч.

► **Обратите внимание!** Сначала лодка шла по озеру, а затем — по реке, которая ВПАДАЕТ в это озеро, то есть моторная лодка шла по реке ПРОТИВ течения.

По условию задачи на весь путь лодка затратила 1 ч.

Значит, время, затраченное на весь путь, равно $\left(\frac{16}{x} + \frac{15}{x-2}\right)$ ч. Следовательно, $\frac{16}{x} + \frac{15}{x-2} = 1$.

Решим это уравнение:

$$\frac{16x - 32 + 15x - x^2 + 2x}{x(x-2)} = 0;$$

$$\begin{cases} x^2 - 33x + 32 = 0, \\ x \neq 0, \\ x \neq 2; \end{cases}$$

$$x = 1 \text{ или } x = 32.$$

Корень $x = 1$ не удовлетворяет условию задачи, следовательно, собственная скорость лодки равна 32 км/ч.

Ответ: 32 км/ч.



№ 3

Составим краткую схему задачи, отслеживая процент содержания соли (учитывая, что пресная вода не содержит соли).

Соль 3% 0% 1,4%

$$140 \text{ кг} + x \text{ кг} = (140 + x) \text{ кг.}$$

Пусть x – количество пресной воды, которое нужно добавить, тогда $(140 + x)$ кг – окончательная масса раствора.

Найдем массу соли в каждом растворе:

$$\begin{array}{l|l} 140 \cdot 100\% & \\ y_1 - 3\% & \end{array} \Rightarrow y_1 = \frac{140 \cdot 3}{100} = 4,2 \text{ (кг)} - \text{исходная масса соли.}$$

$$\begin{array}{l|l} (140 + x) \cdot 100\% - & \\ y_2 - 1,4\% & \end{array} \Rightarrow y_2 = \frac{(140 + x) \cdot 1,4}{100} = (140 + x) \cdot 0,014 \text{ (кг)} - \text{масса соли в последнем растворе.}$$

По условию задачи масса соли не изменялась, следовательно, получаем уравнение:

$$0,014(140 + x) = 4,2$$

$$140 + x = \frac{4,2}{0,014}$$

$$x = 300 - 140 = 160 \text{ (кг).}$$

Ответ: 160 кг



Успешной сдачи ГИА!

