

Решение неравенств методом интервалов



далее »



Рассмотрим решение неравенств второй степени с одной переменной.

- 1 решение с помощью графика квадратичной функции;
- 2 методом интервалов.

Назад на титульный лист

Метод рассмотрения квадратичной функции

1) Рассмотрим квадратичную функцию $f(x) = x^2 - 5x - 50$ и найдем такие значения x , для которых $f(x) < 0$.

2) Графиком рассматриваемой функции является парабола, ветви которой направлены вверх, так как $a = 1, 1 > 0$.

3) Найдем нули функции (то есть абсциссы точек пересечения параболы с осью Ox), для этого решим квадратное уравнение $x^2 - 5x - 50 = 0$.

$$x^2 - 5x - 50 = 0, \quad a = 1, \quad b = -5, \quad c = -50.$$

$$D = b^2 - 4ac;$$

$$D = (-5)^2 - 4 * 1 * (-50) = 25 + 200 = 225 = 15^2, \quad 225 > 0, \text{ значит}$$

уравнение имеет два действительных корня.

$$x_1 = (-(-5) - 15) : 2 = -5;$$

$$x_2 = (-(-5) + 15) : 2 = 10.$$

Нули функции: $x = -5$ и $x = 10$.

[« назад](#)

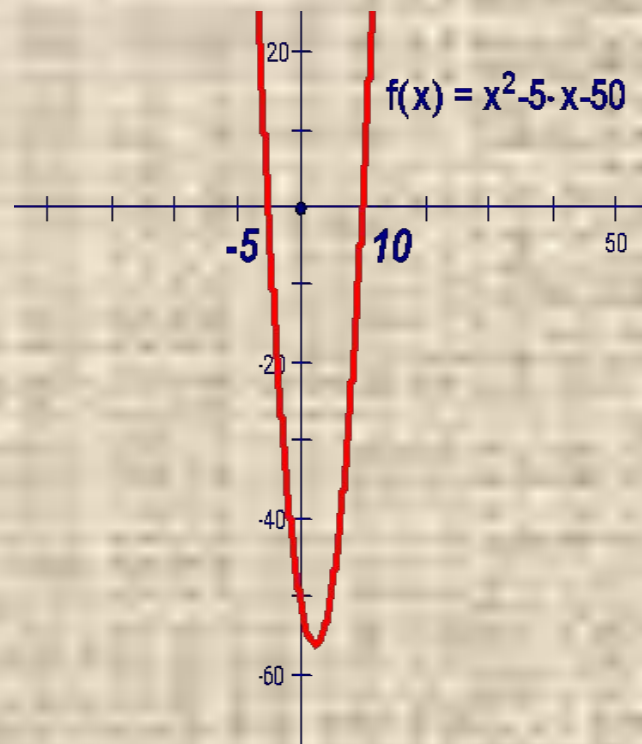
[далее »](#)

4) Изобразим схематично параболу $f(x) = x^2 - 5x - 50$ в координатной плоскости Oxy .

5) Из рисунка видим, что $f(x) < 0$, при $-5 < x < 10$ (то есть берем в рассмотрение ту часть параболы, которая лежит ниже оси Ox).

Замечание: ответ записываем в виде числового промежутка.

Ответ: $(-5; 10)$.



Метод интервалов

1) Рассмотрим функцию $f(x) = (x+2)(x-3)(x-5)$.

Область определения $D(f) = \mathbf{R}$ (то есть множество всех действительных чисел).

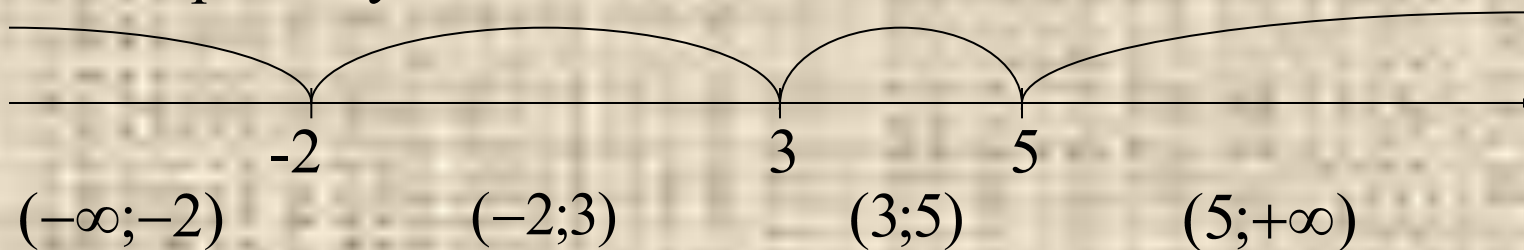
2) Найдем нули функции, т.е. решим уравнений $f(x)=0$.

$$(x+2)(x-3)(x-5)=0$$

$$x+2=0 \quad \text{или} \quad x-3=0 \quad \text{или} \quad x-5=0$$

$$x = -2 \quad \text{или} \quad x = 3 \quad \text{или} \quad x = 5$$

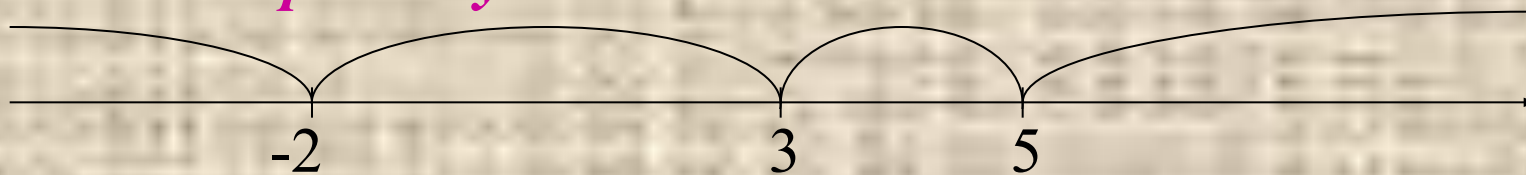
Числа $-2, 3, 5$ – нули функции, они разбивают область определения функции на промежутки



« назад

далее »

Выясним, каковы знаки этой функции в каждом из указанных промежутков



Выражение $(x+2)(x-3)(x-5)$ представляет собой произведение 3 множителей. Знак каждого из этих множителей в рассматриваемых промежутках указан в таблице



	$(-\infty; -2)$	$(-2; 3)$	$(3; 5)$	$(5; +\infty)$
$x + 2$	-	+	+	+
$x - 3$	-	-	+	+
$x - 5$	-	-	-	+

*Мы видим, что в каждом из промежутков $(-\infty; -2)$ $(-2; 3)$ $(3; 5)$ $(5; +\infty)$ функция сохраняет знак, а при переходе через точки **-2, 3, 5** ее знак изменяется.*

« назад

далее»

Это свойство используется для решения неравенств вида

$$(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)\dots(x-x_n)>0 \text{ или}$$

$$(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)\dots(x-x_n)<0,$$

где $x_1, x_2, \dots, x_n$ — не равные нулю числа.

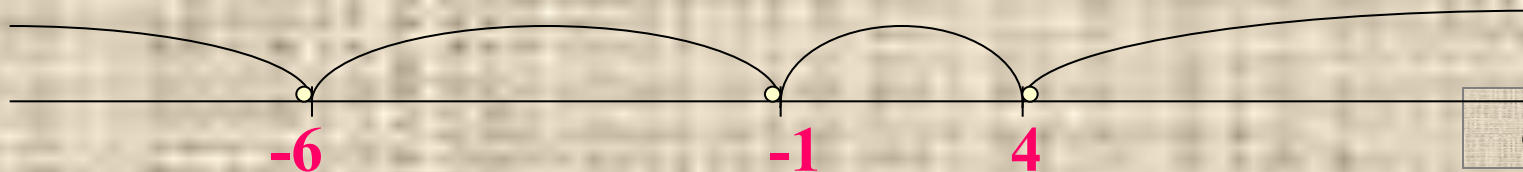
№1. Решить неравенство $(x+6)(x+1)(x-4)<0$

Находим нули функции $(x+6)(x+1)(x-4)=0$

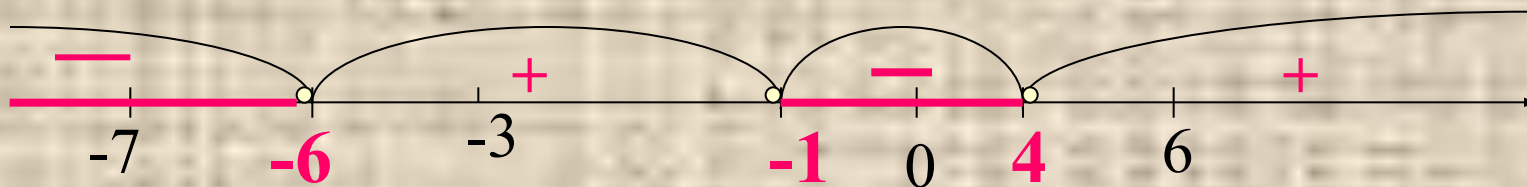
$$x+6=0 \text{ или } x+1=0 \text{ или } x-4=0$$

$$x = -6 \quad \text{или} \quad x = -1 \quad \text{или} \quad x = 4$$

Отмечаем эти числа $-6, -1, 4$ (нули функции) пустыми кружками (т.к. неравенство строго больше 0) на числовой прямой. Числа разбивают числовую прямую на промежутки, в каждом из которых функция сохраняет знак.



далее »



Определим знак функции $f(x) = (x+6)(x+1)(x-4)$ на каждом из промежутков

Если $x = -7$, то $f(-7) = \overset{-}{(-7+6)}\overset{-}{(-7+1)}\overset{-}{(-7-4)} < 0$ —

Если $x = -3$, то $f(-3) = \overset{+}{(-3+6)}\overset{-}{(-3+1)}\overset{-}{(-3-4)} > 0$ +

Если $x = 0$, то $f(0) = \overset{+}{(0+6)}\overset{+}{(0+1)}\overset{-}{(0-4)} < 0$ —

Если $x = 6$, то $f(6) = \overset{+}{(6+6)}\overset{+}{(6+1)}\overset{+}{(6-4)} > 0$ +



Мы решаем неравенство $(x+6)(x+1)(x-4) < 0$. Нас интересует, на каких промежутках функция принимает значения меньше нуля.

Ответ: $(-\infty; -6) \cup (-1; 4)$

Данный метод решения неравенств называется методом интервалов

Попробуйте решить неравенства данным методом:

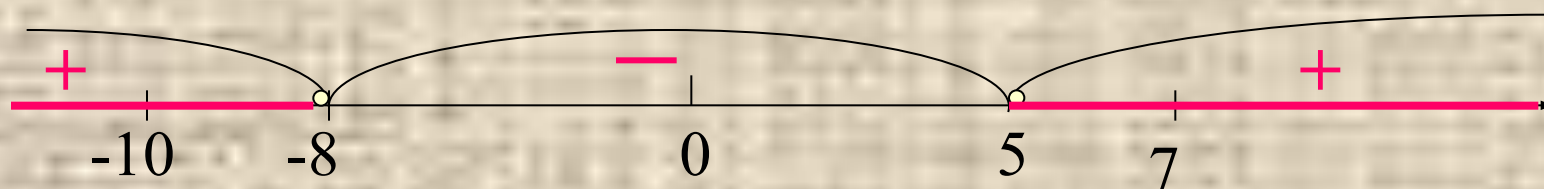
№325

$$(x+8)(x-5) > 0$$

$$(x+8)(x-5) = 0$$

$$x+8=0 \text{ или } x-5=0$$

$$x = -8 \text{ или } x = 5$$



$$f(x) = (x+8)(x-5)$$

$$x = -10, \quad f(-10) = (-10+8)(-10-5) > 0$$

$$x = 0, \quad f(0) = (0+8)(0-5) < 0$$

$$x = 7, \quad f(7) = (7+8)(7-5) > 0$$

Ответ: $(-\infty; -8) \cup (5; +\infty)$



Домашнее задание:

*Изучить материал п.15 с. 92-96,
решить № 326, 327*



**Спасибо за
урок!**