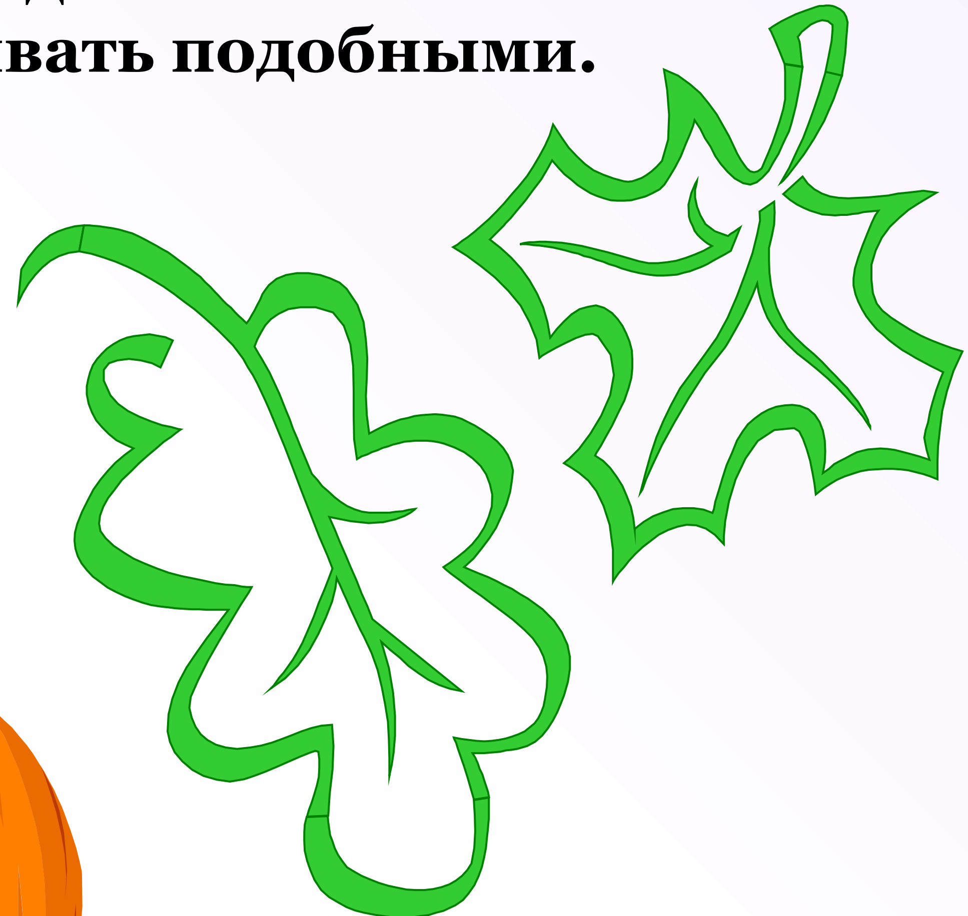
*

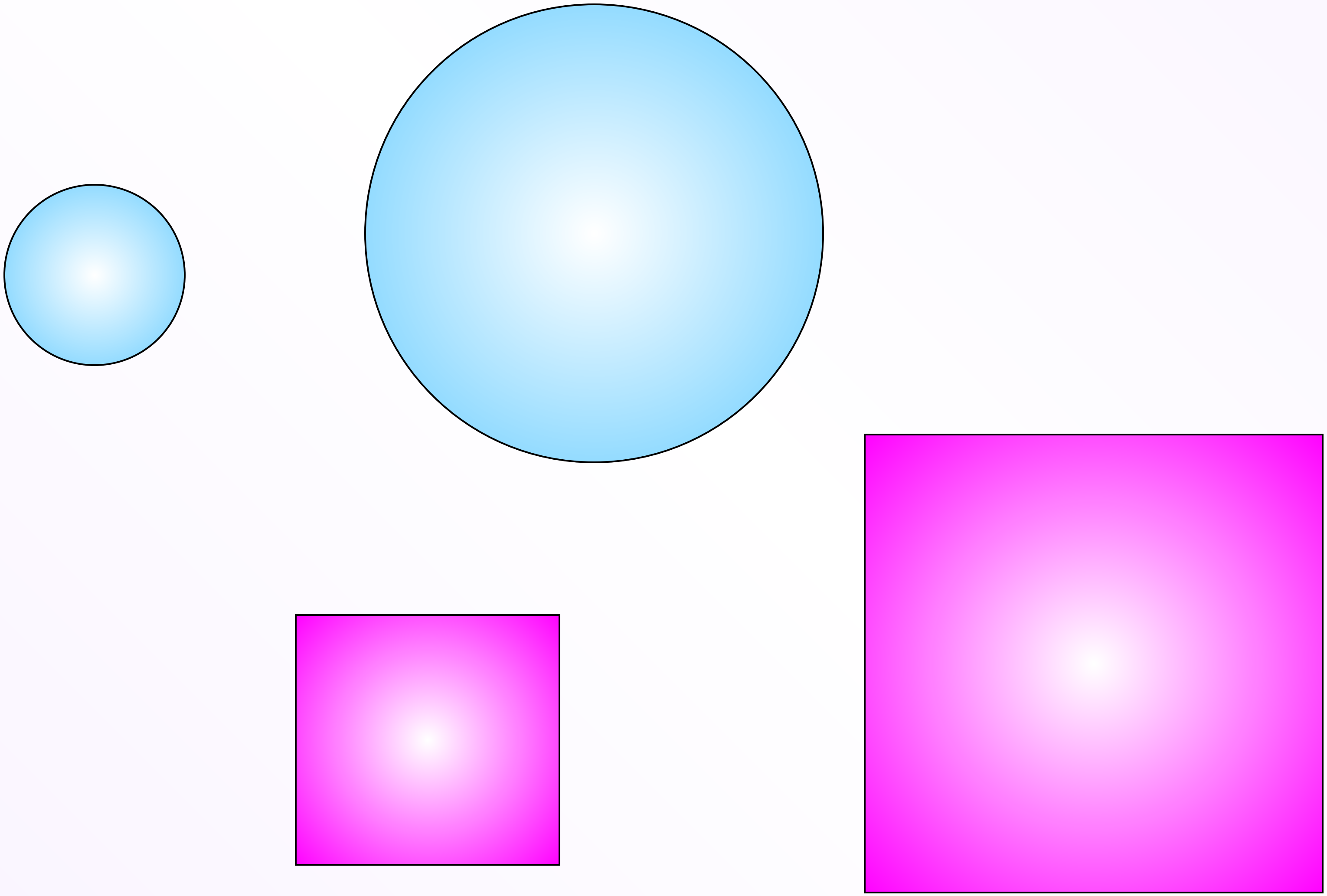
К л а с с н а я   р а б о т а.

Подобие фигур

В геометрии фигуры одинаковой формы принято называть подобными.



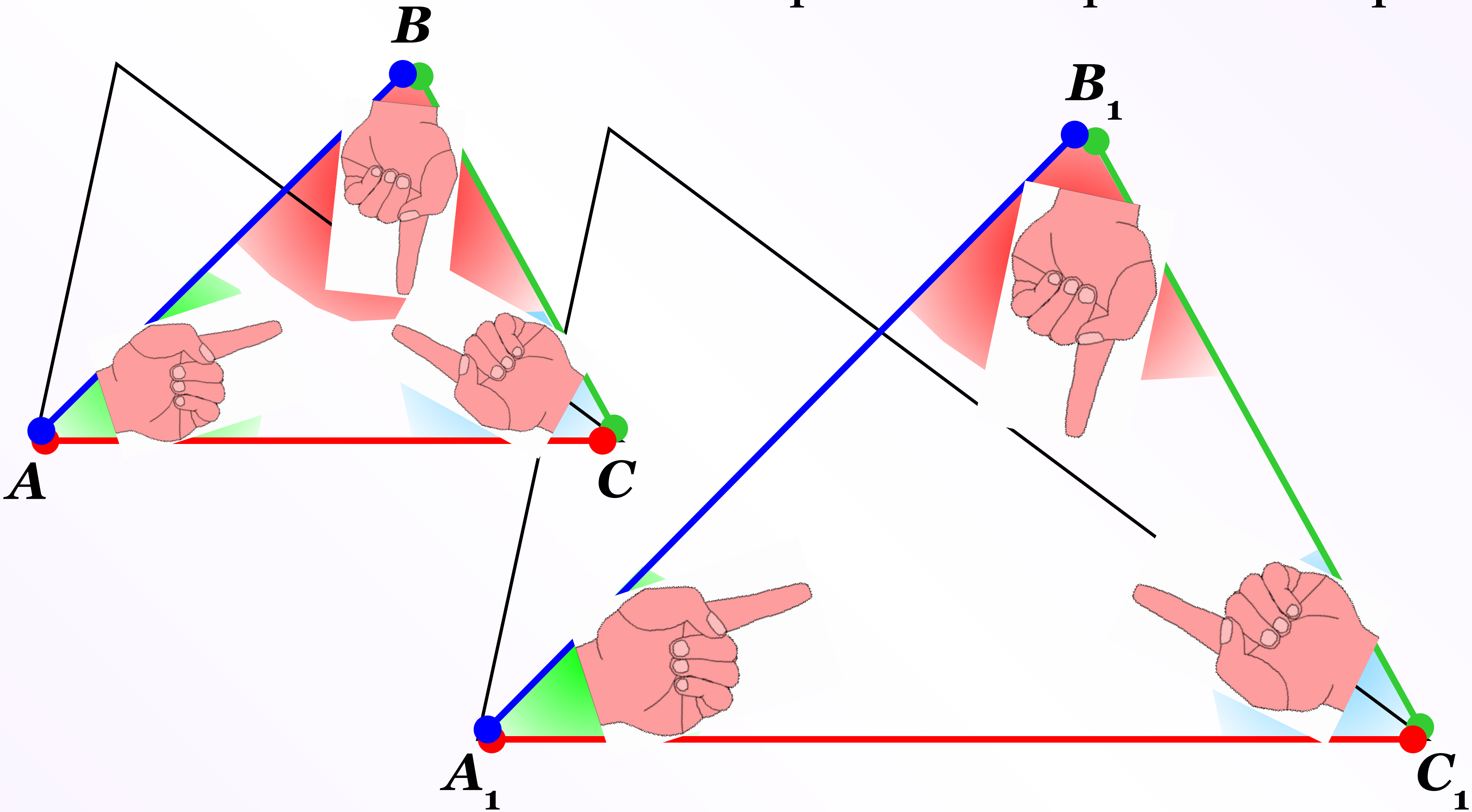
Подобными являются любые два круга, два квадрата.



Что происходит с углами?

Углы при подобии не изменяются.

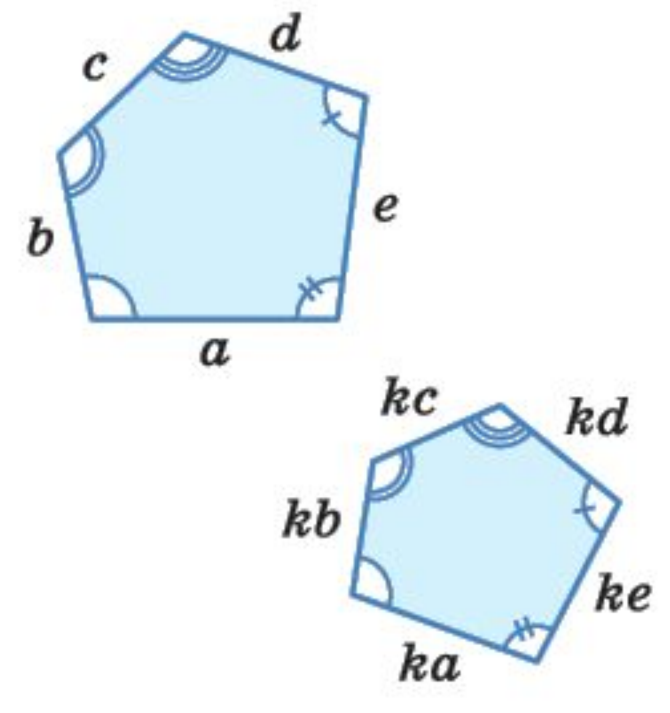
Пусть у двух треугольников ABC и $A_1B_1C_1$ углы соответственно равны $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$, $\angle C = \angle C_1$.

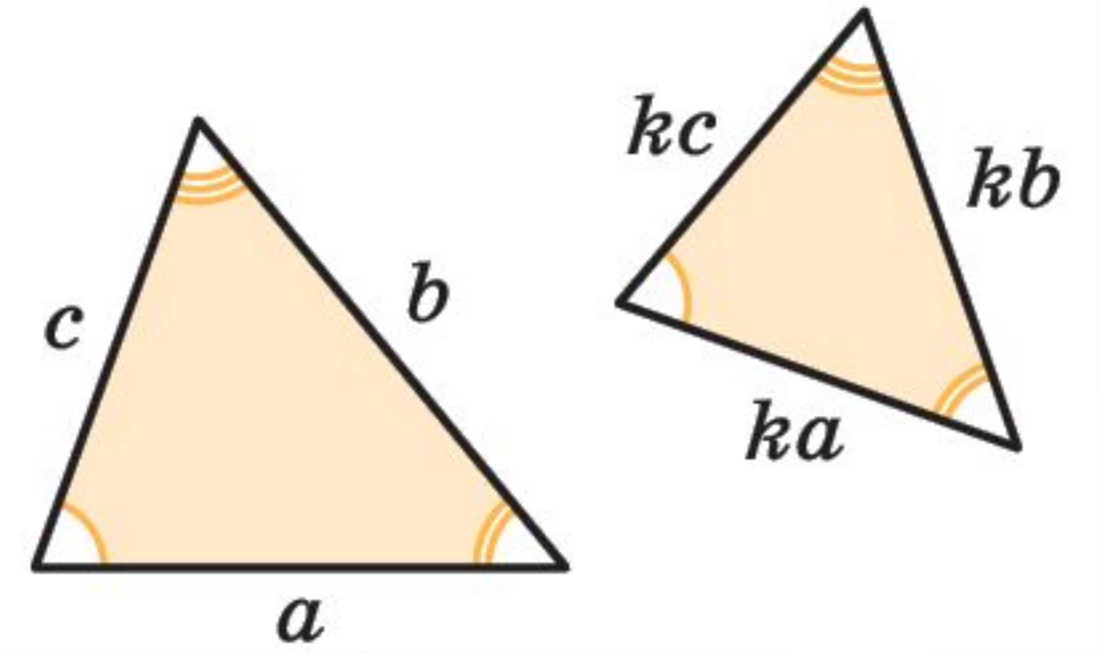


В этом случае стороны AB и A_1B_1, BC и B_1C_1, CA и C_1A_1 называются **сходственными.**

ПРИЗНАК ПОДОБИЯ МНОГОУГОЛЬНИКОВ

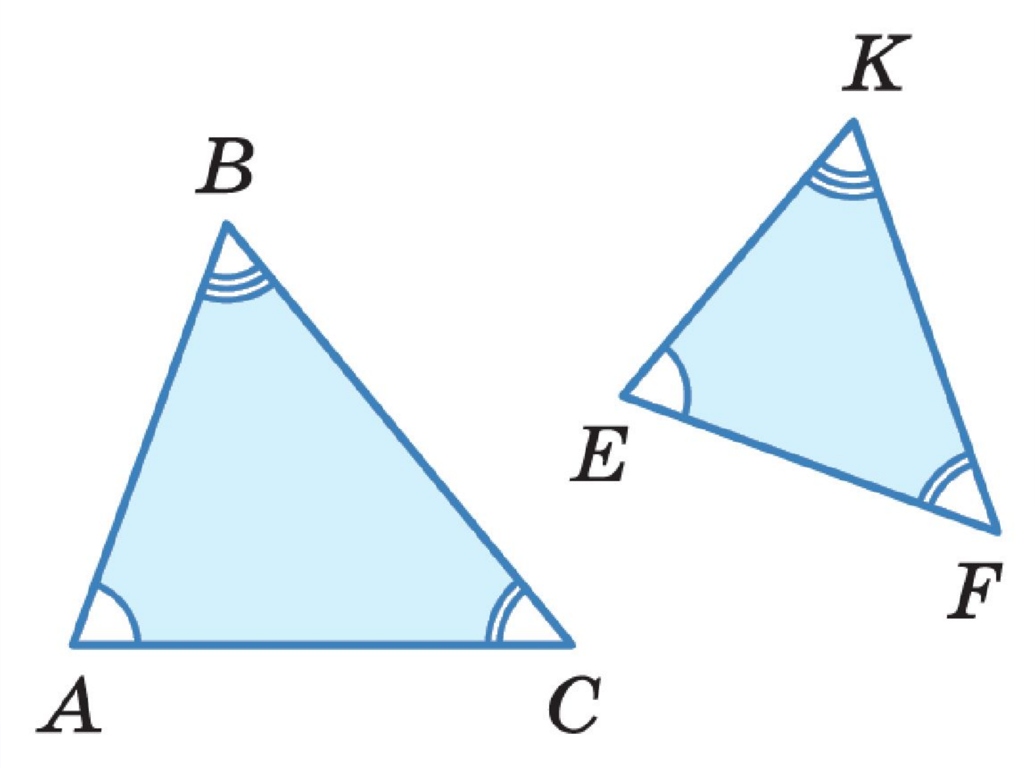
Если у двух многоугольников соответственно равны все углы и все их соответственные стороны пропорциональны, то такие многоугольники подобны.





c
b
a
kc
kb
ka

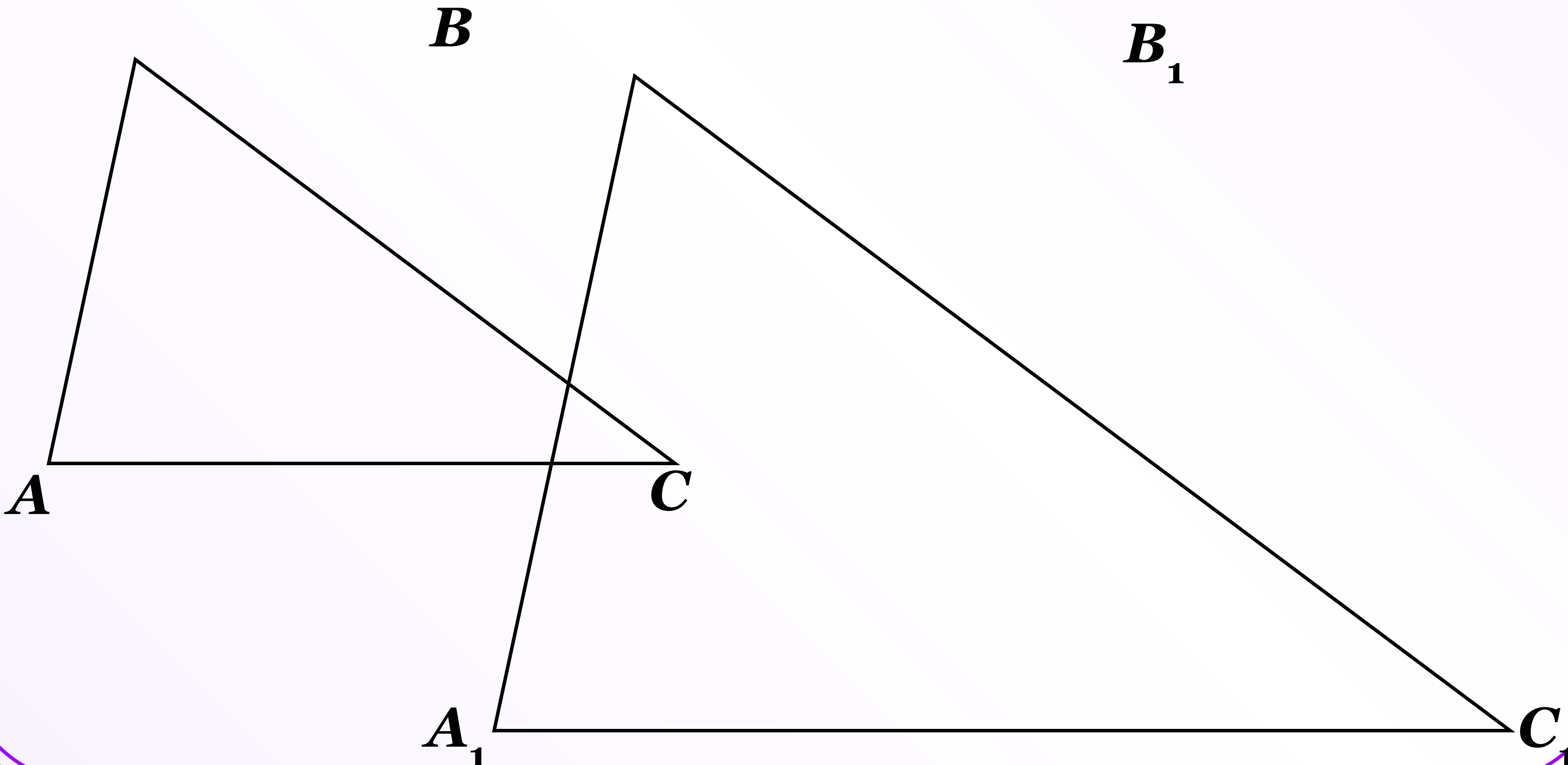
Запишите равенство отношений сходственных сторон подобных треугольников:



$$\frac{AB}{KE} = \frac{BC}{KF} = \frac{AC}{EF}$$

Число *k*, равное отношению сходственных сторон подобных треугольников, называется коэффициентом подобия.

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = k$$



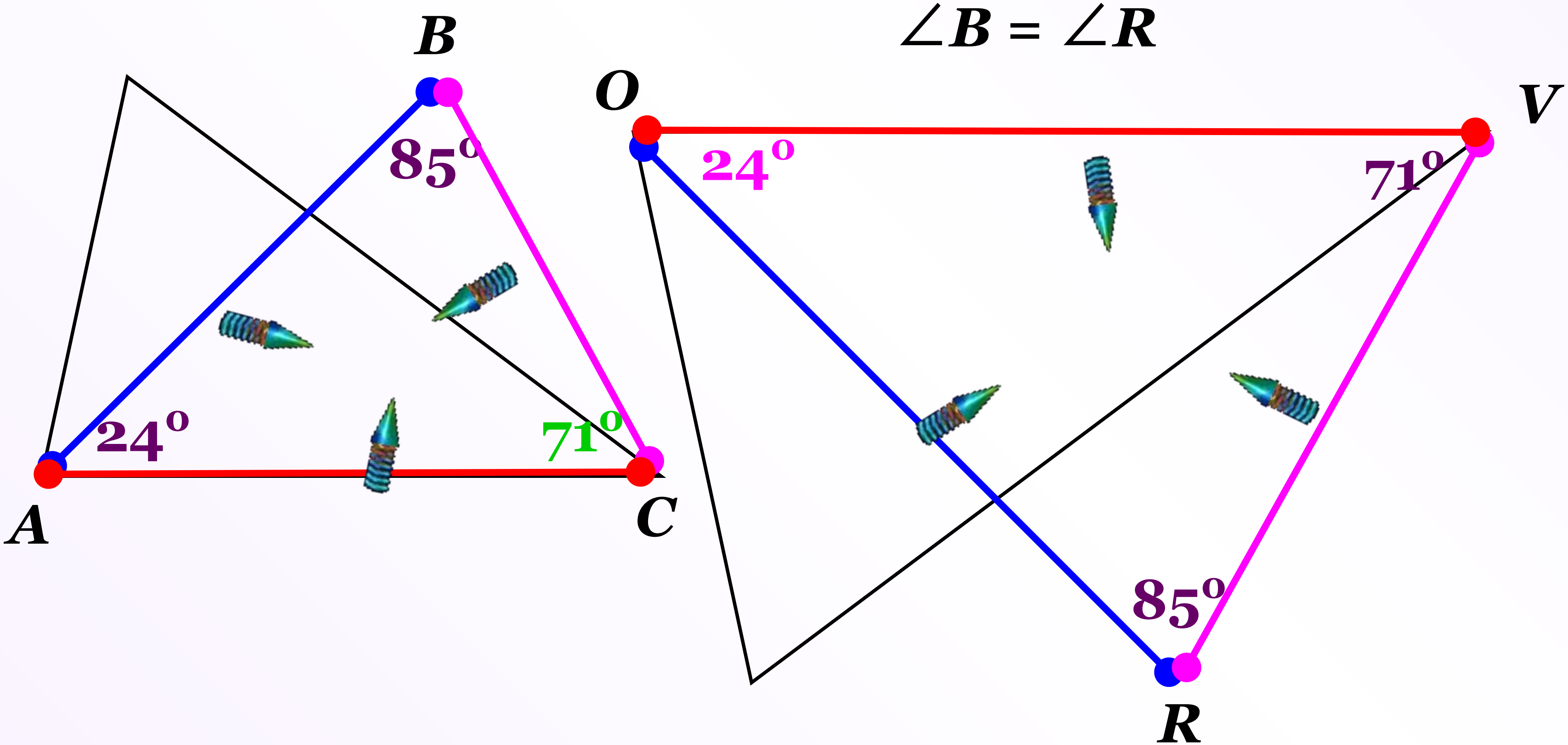
Блиц-опрос. Дано: $\Delta ABC \sim \Delta ORV$.

$$\frac{AB}{OR} = \frac{BC}{RV} = \frac{AC}{OV}$$. Найдите все углы треугольников.

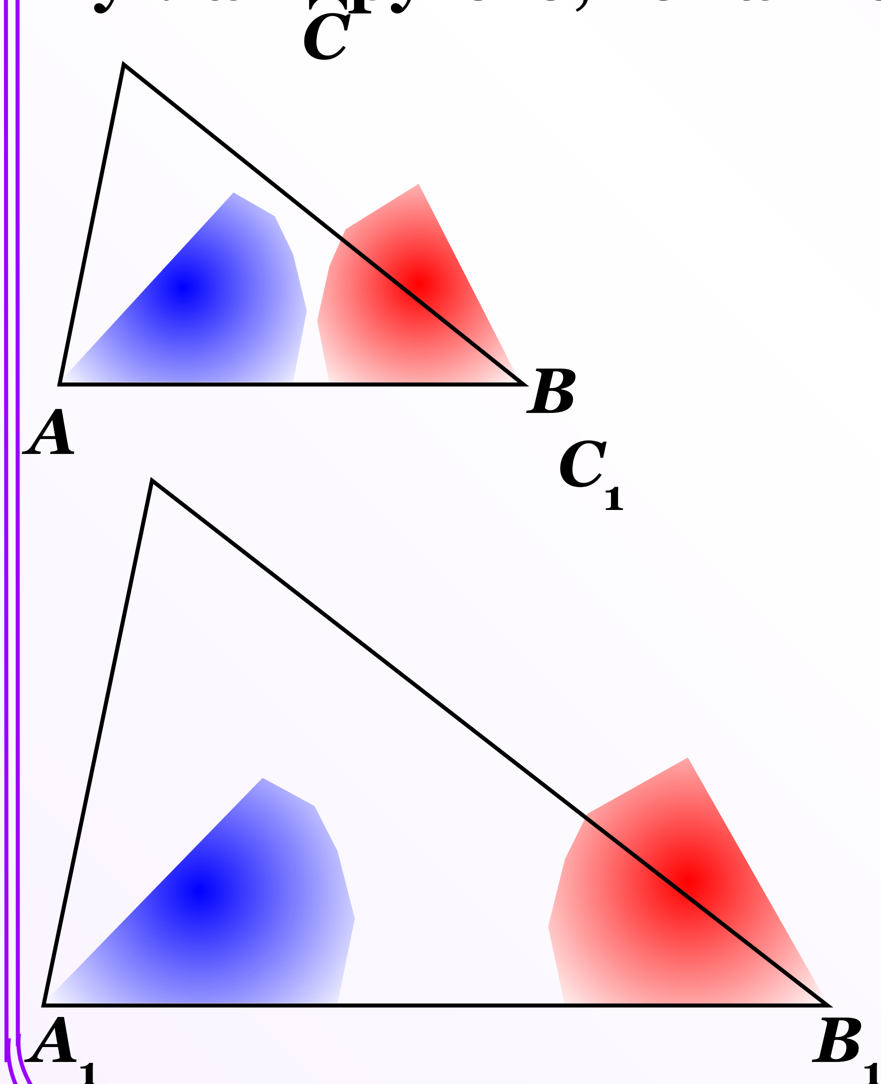
$\angle C = \angle V$

$\angle A = \angle O$

$\angle B = \angle R$



I признак подобия треугольников. **Если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого, то такие треугольники подобны.**

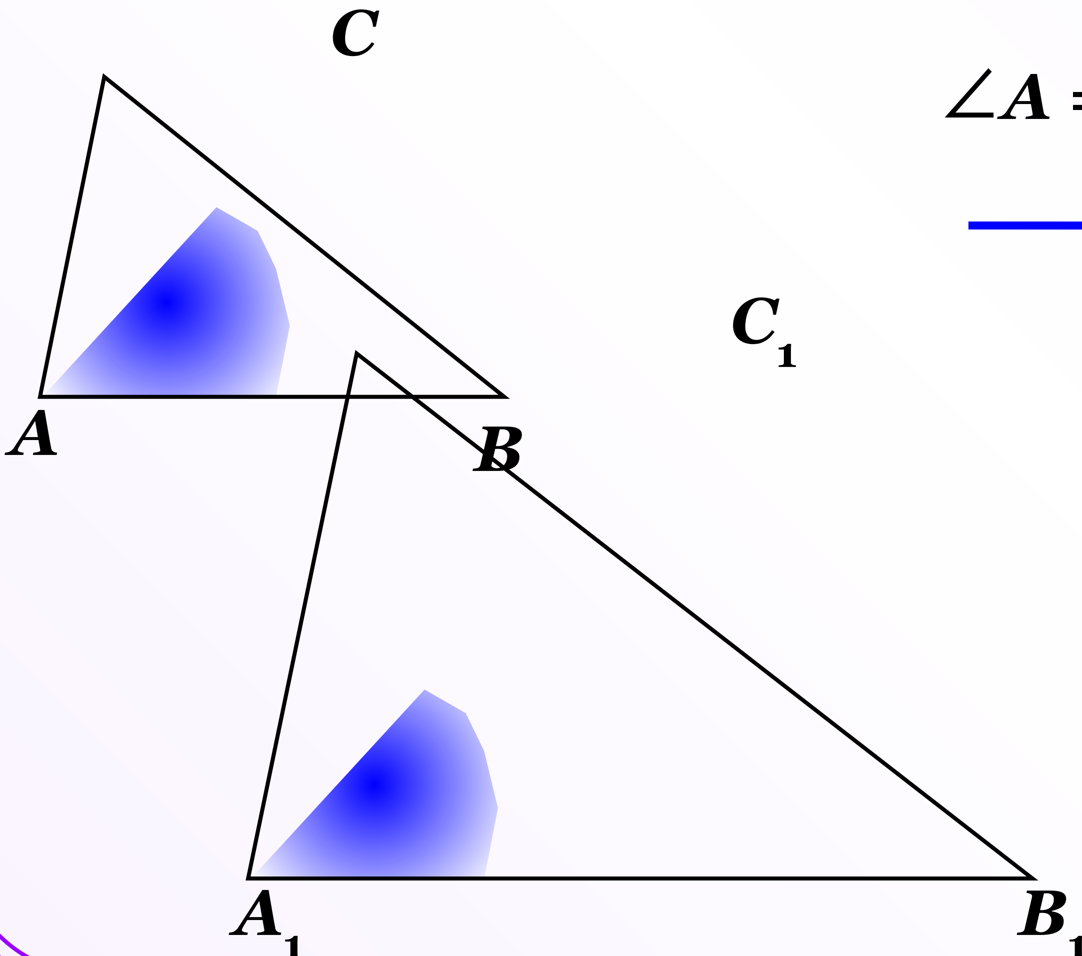


$$\angle A = \angle A_1,\ \angle B = \angle B_1$$

$$\Downarrow$$

$$\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$$

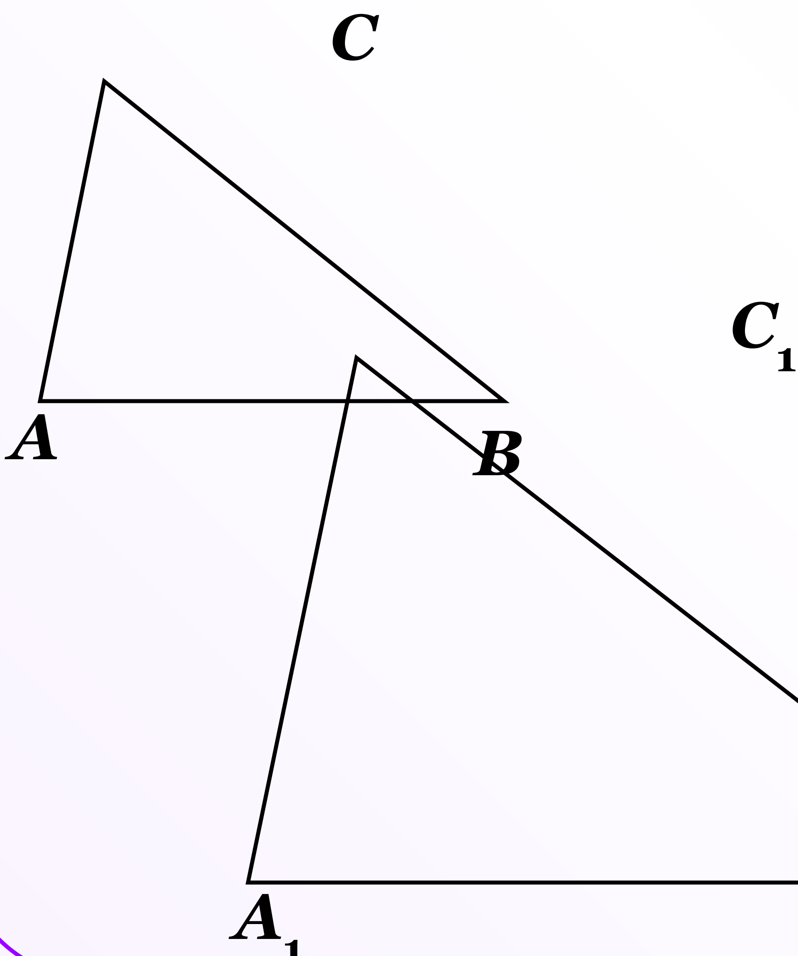
II признак подобия треугольников. Если две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого треугольника и углы, заключённые между этими сторонами равны, то такие треугольники подобны.



$$\angle A = \angle A_1, \quad \frac{AC}{A_1C_1} = \frac{AB}{A_1B_1}$$

$$\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$$

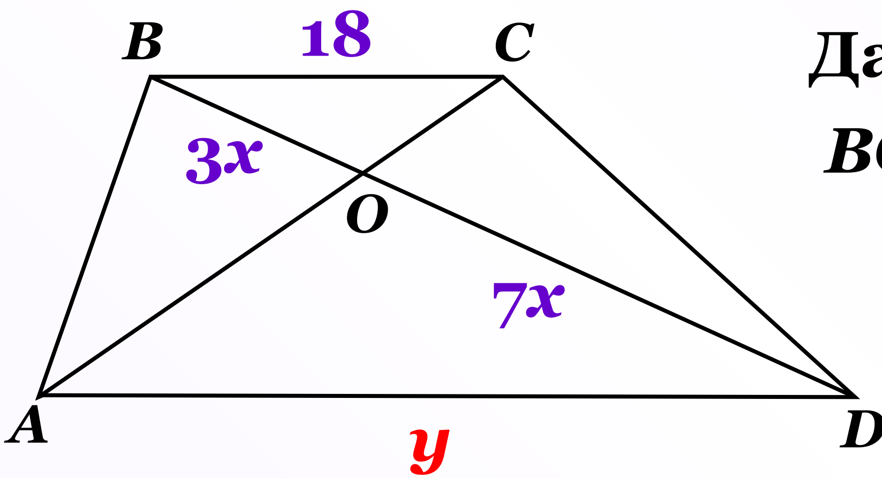
III признак подобия треугольников. Если три стороны одного треугольника пропорциональны трём сторонам другого треугольника, то такие треугольники подобны.



$$\frac{AC}{A_1C_1}=\frac{AB}{A_1B_1}=\frac{BC}{B_1C_1}$$

$$\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$$

Диагонали трапеции *ABCD* с основаниями *BC* и *AD* пересекаются в точке *O*, *BO* : *OD* = 3 : 7, *BC* = 18 см. Найдите основание *AD*.



Дано: *ABCD* – трапеция,
BO : *OD* = 3 : 7, *BC* = 18 см

Найти: *AD*

Решение.

1) $\angle BOC = \angle AOD$ (вертик.)

$\angle CBO = \angle ADO$ (НЛУ при $BC \parallel AD$ и сек. BD)

УУ $\rightarrow$ $\Delta BOC \sim \Delta AOD$ $\downarrow$

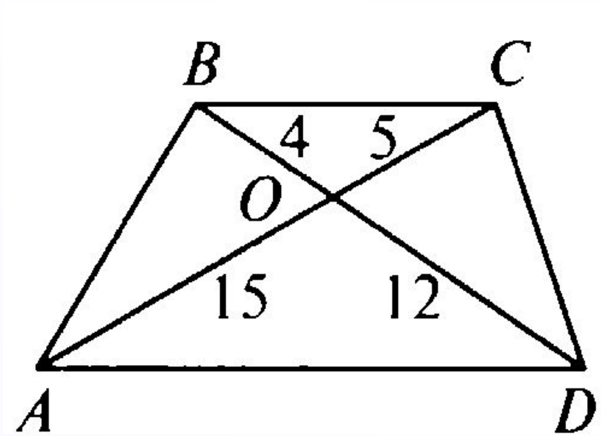
$$\frac{AD}{BC} = \frac{DO}{OB}$$

2) $$\frac{y}{18} = \frac{7}{3}$$

$AD = y = 42$ см

Ответ: 42 см.

Задача 2. Найдите $\dfrac{AD}{BC}$.



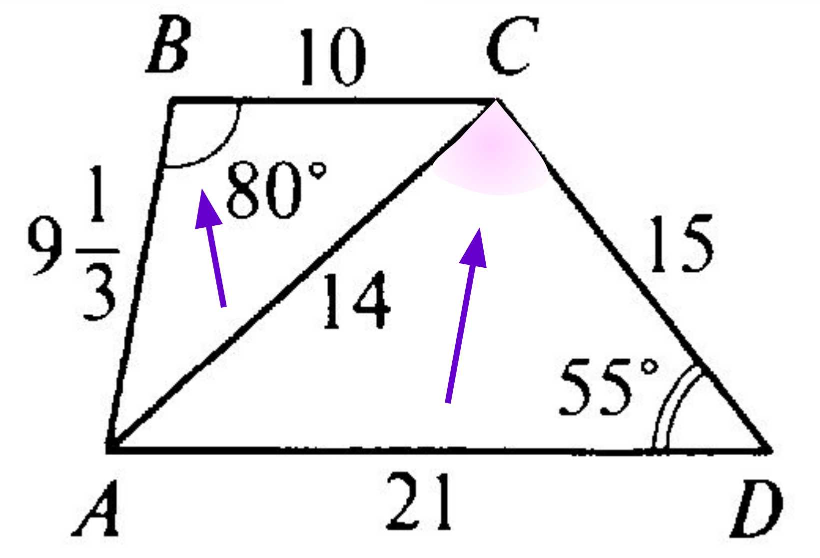
$$\left.\begin{array}{l} \angle AOD = \angle BOC \text{ (верт.)} \\[6pt] \dfrac{AO}{OC} = \dfrac{DO}{OB} = 3 \end{array}\right| \xrightarrow{\text{II}} \Delta AOD \sim \Delta COB$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{AD}{BC} = 3$$

Ответ: 3.

Задача 3. Найдите $\angle DCA$.



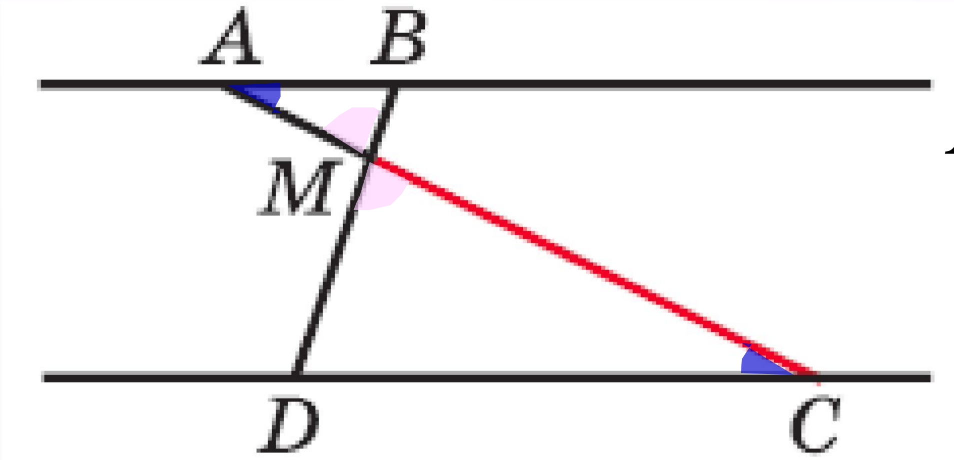
$$\frac{21}{14} = \frac{15}{10} = \frac{14}{9\frac{1}{3}}$$

$$\frac{AD}{AC} = \frac{CD}{BC} = \frac{}{AB} = \frac{3}{2} \;\Big|\; \xrightarrow{\text{III}} \Delta DCA \sim \Delta ABC$$

$$\angle DCA = \angle B = 80^{o}$$

Ответ: **80°.**

Пример 1. Отрезки AB и DC лежат на параллельных прямых, а отрезки AC и BD пересекаются в точке M. Найдите длину отрезка MC, если $AB = 14$, $DC = 42$, $AC = 52$.



Дано: $AB \parallel DC$,

$AB = 14$, $DC = 42$, $AC = 52$

Найти: MC.

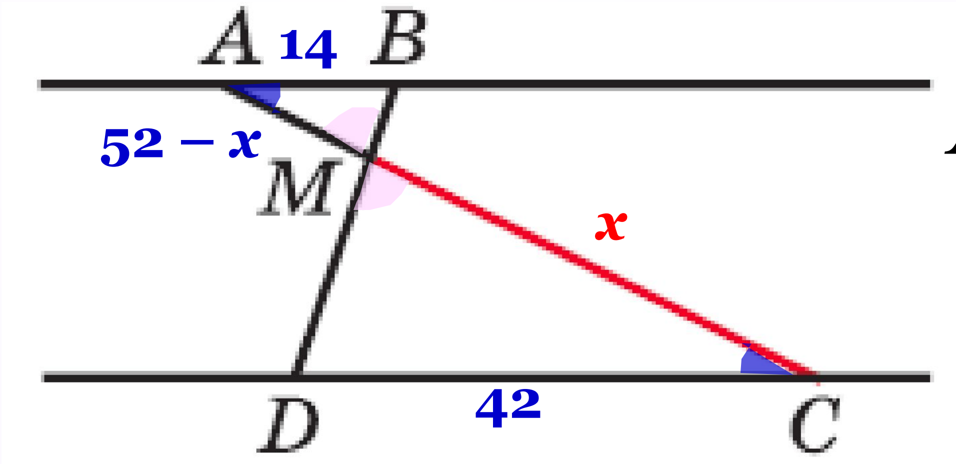
Решение.

1) $\angle AMB = \angle CMD$ (верт.)

$\angle BAM = \angle DCM$ (НЛУ при $AB \parallel DC$ и сек. AC)

Значит, ΔAMB ∶ ΔCMD по двум углам.

Пример 1. Отрезки AB и DC лежат на параллельных прямых, а отрезки AC и BD пересекаются в точке M. Найдите длину отрезка MC, если $AB = 14$, $DC = 42$, $AC = 52$.



Дано: $AB \parallel DC$,

$AB = 14$, $DC = 42$, $AC = 52$

Найти: MC.

Решение.

2) Значит, $\dfrac{AM}{MC} = \dfrac{AB}{DC}$

$$\frac{52 - x}{x} = \frac{14}{42}$$

$$\frac{52-x}{x}=\frac{14}{42}$$

$$\frac{52-x}{x}=\frac{1}{3} \qquad x \neq 0$$

$$3(52-x)=x$$

$$156-3x=x$$

$$4x=156$$

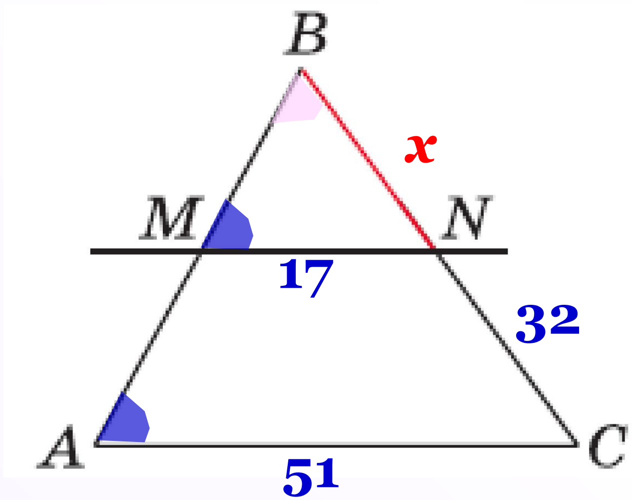
$$x=39$$

$$MC=39$$

Ответ: 39.

Пример 2. Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC, пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно (рис. 2). Найдите длину отрезка BN, если

$$MN = 17,\ AC = 51,\ NC = 32.$$



Дано: $MN \parallel AC$,

$MN = 17,\ AC = 51,\ NC = 32$

Найти: BN.

Решение.

1) ΔMBN : ΔABC по двум углам, т.к. у них

$\angle B$ – общий,

$\angle BMN = \angle BAC$ (СУ при $MN \parallel AC$ и сек. AB)

2) Значит, $\dfrac{BN}{BC} = \dfrac{MN}{AC}$ $\qquad \dfrac{x}{x+32} = \dfrac{17}{51}$

$$\frac{x}{x+32}=\frac{17}{51}$$

$$\frac{x}{x+32}=\frac{1}{3} \quad x\neq 0$$

$$3x = x + 32$$

$$2x = 32$$

$$x = 16$$

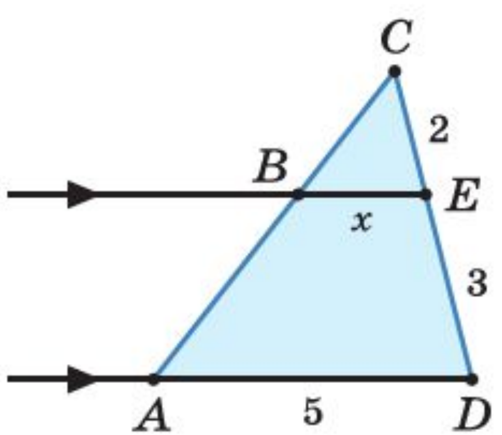
$$BN = 16$$

***Ответ*: 16.**

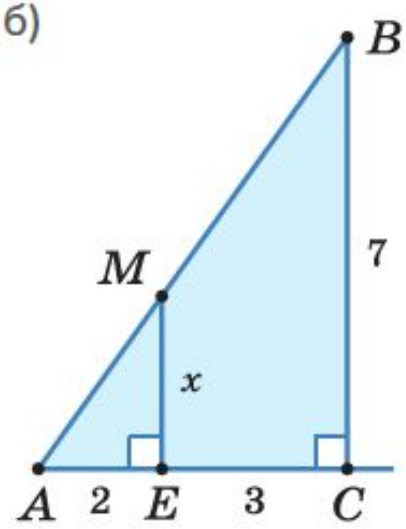
Домашнее задание

Укажите подобные треугольники на рисунке 27, *а—м* и найдите длину отрезка, обозначенную на каждом из рисунков буквой x. На рисунках в пунктах *а, в, и, к* стрелками указаны параллельные прямые, а в пунктах *д, е, ж, з, и* изображённый четырёхугольник $ABCD$ является параллелограммом.

а)



б)



е)