



Математические методы в психологии

Преподаватель: к.пс.н. Перевозкин Сергей
Борисович

Рекомендуемая литература

- **Ермолаев-Томин, О.Ю.** Математические методы в психологии. – М., 2016. – 511 с.
- **Наследов, А.Д.** Математические методы психологического исследования. Анализ и интерпретация данных. – СПб. : Речь, 2004. – 392 с.
- **Перевозкина Ю.М, Перевозкин С.Б.** «Основы математической статистики в психолого-педагогических исследованиях» в 2 частях. Новосибирск: Изд-во НГПУ, 2014, Ч.1. -115 с., Ч.2. – 242 с.
- **Сидоренко, Е.В.** Методы математической обработки в психологии. – СПб. : Речь, 2002. – 350 с.

УМО ВО Университетский методический кабинет Учебник

Математические методы в психологии

О. Ю. Ермолаев-Томин

базовый курс

5-е издание

БАКАМЕР

ЮРАЙТ biblio-online.ru

2.2.1
НЗ4

Н. Д. НАСЛЕДОВ

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ПСИХОЛОГИЧЕСКОГО ИССЛЕДОВАНИЯ

Анализ и интерпретация данных

Победитель Национального конкурса «Золотая Психея»: Лучший проект 2005 года в психологическом образовании

Ю. М. Первозкина
С. Б. Первозкин

ОСНОВЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ В ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

Часть 2

Новосибирск 2014

Елена СИДОРЕНКО

МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ В ПСИХОЛОГИИ

$$\chi_{\text{эмр}}^2 = \begin{cases} 9,488 & (p \leq 0,05) \\ 13,277 & (p \leq 0,01) \end{cases}$$

$$\chi_{\text{эмр}}^2 = 43,95$$

$$\chi_{\text{эмр}}^2 > \chi_{\text{кр}}^2$$

25·156/2
85/2
30
16,5
10/24=0,416
33/24=1,375
47/24=1,958
23/24=0,958
35/24=1,458
16/24=0,667

Тема 1. Измерение в психологии

- История возникновения
- Предмет и назначение дисциплины
- Измерение в психологии.
Взаимоотношение параметров,
признаков, показателей и переменных.
- Шкалы измерений по С. Стивенсу



**Иоганн Фридрих Герbart
(1776-1841)**

В первой четверти XIX в. философ **И.Ф. Герbart (1776-1841)** провозгласил психологию наукой, которая должна основываться на опыте метафизики и математики. Правда, он признавал основным психологическим методом наблюдение, а не эксперимент, который присущ, по его мнению, физике. Идеи Герbart'a оказали сильнейшее влияние на признанных основоположников экспериментальной психологии – Г. Фехнера и В. Вундта.

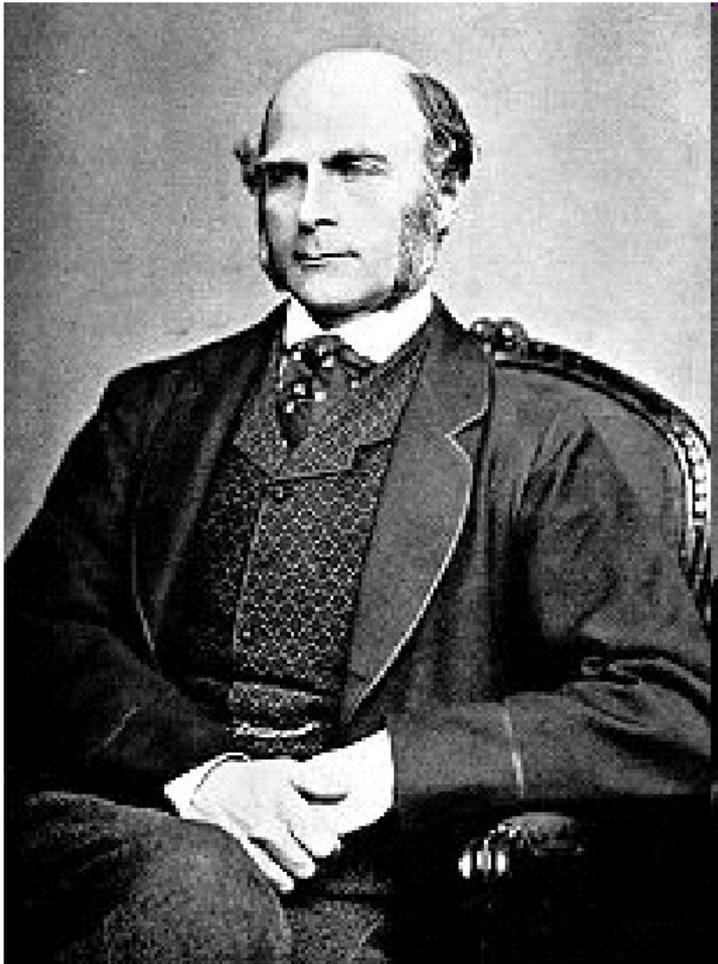
«Всякая теория, которая желает быть согласованной с опытом, прежде всего, должна быть продолжена до тех пор, пока не примет количественных определений, которые являются в опыте или лежат в его основании. Не достигнув этого пункта, она висит в воздухе, подвергаясь всякому ветру сомнений и будучи неспособной вступить в связь с другими уже окрепшими воззрениями».

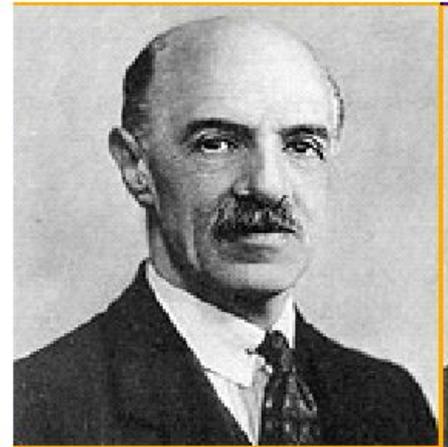
Основы психологической статистики закладывались в трудах бельгийского математика Ламберта Кьютела.

Он первым начал использовать статистические процедуры применительно к разного рода общественным явлениям, таким, например, как **рождения людей, суициды, браки и т. п.**

Эта новая область была названа ее автором **моральной статистикой.**

Правда, Л. Кьютел в изданной им в **1835** г. книге *Sur L'Homme* с известным скептицизмом писал о возможности приложения статистического аппарата к психологическим переменным.







**Вильям Госсет
(1876-1937)**

(William Sealy Gosset, 13 июня 1876, Кентербери — 16 октября 1937, Беконсфилд) — известный учёный-статистик, более известный под своим псевдонимом Стьюдент благодаря своим работам в компании «Гиннесс».

«Гиннесс» был передовым предприятием пищевой промышленности, и Госсет мог применить свои знания в области статистики при варке пива. Госсет приобретал эти знания путём изучения, методом проб и ошибок, проведя два года (1906—1907 гг.) в биометрической лаборатории Карла Пирсона. Госсет и Пирсон были в хороших отношениях, и Пирсон помогал Госсету в математической части его исследований.

Ранее другой исследователь, работавший на Гиннесс, опубликовал в своих материалах сведения, составлявшие коммерческую тайну этой пивоваренной компании. Чтобы предотвратить дальнейшее раскрытие конфиденциальной информации, Гиннесс запретил своим работникам публикацию любых материалов, независимо от содержащейся в них информации. Это означало, что Госсет не мог опубликовать свои работы под своим именем. Поэтому он избрал себе псевдоним Стьюдент, чтобы скрыть себя от работодателя. Поэтому его самое важное открытие получило название «Распределение Стьюдента», иначе бы оно могло называться теперь распределением Госсета.

Определение статистики и связь с психологией и математикой

Термин «статистика» имеет несколько значений:

- это совокупность данных и сведений, посвященных какому-либо вопросу, в этом значении он используется во многих международных и национальных изданиях, примером чего может служить «Ежегодник мировой санитарной статистики», «статистика, заболеваемости и смертности»; старое значение слова «статистика», как один из разделов науки об управлении государством, сбор, классификация и обсуждение сведений об обществе и государстве.
- это описательные или дистрибутивные характеристики описывающие какую то совокупность данных, по каким то параметрам (средняя, дисперсия и так далее);
- статистика (или математическая статистика) это научная дисциплина, изучающая методы сбора и обработки фактов и данных, относящихся к человеческой деятельности и природным явлениям.

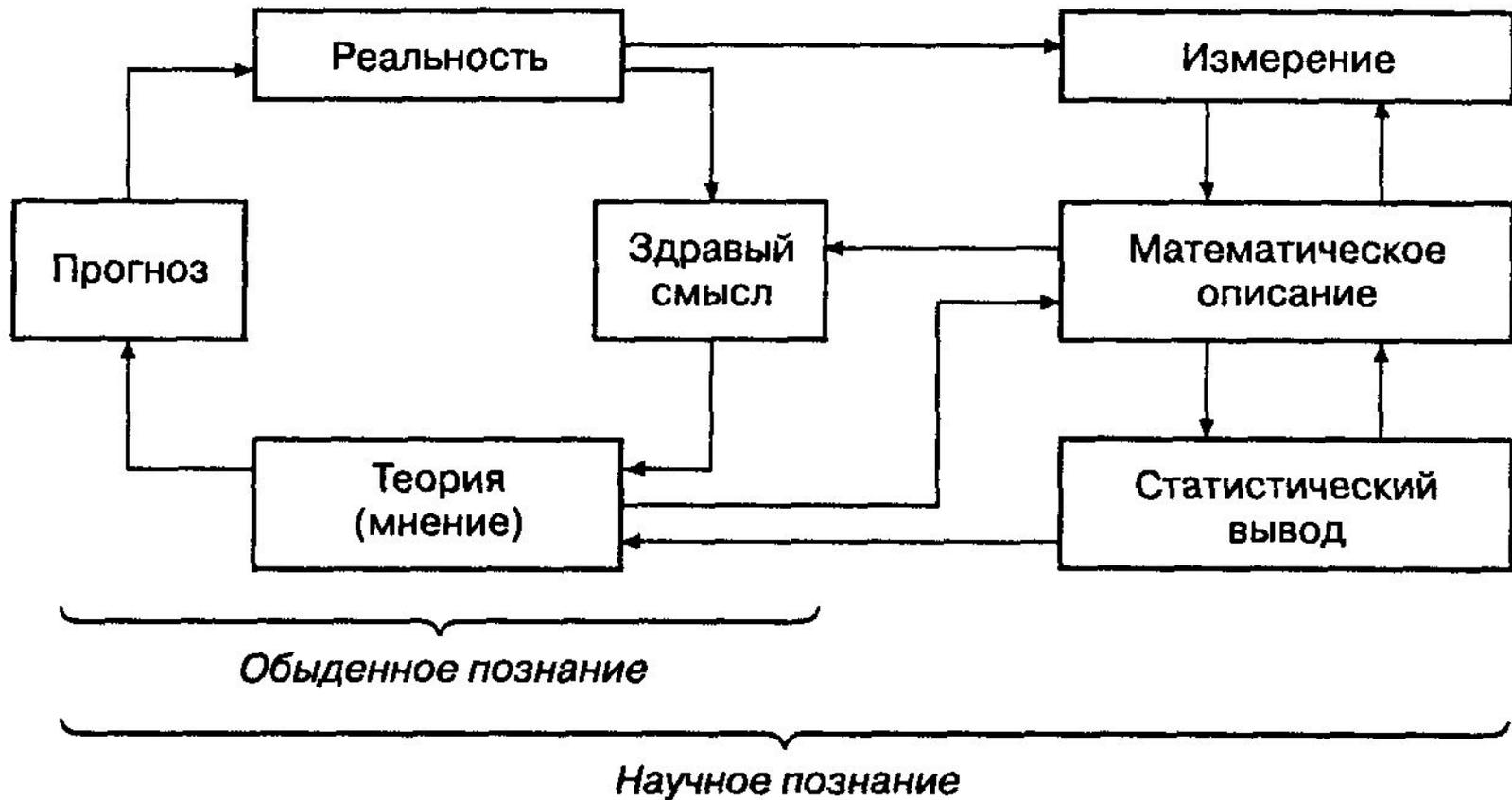
Математическая статистика – наука о случайных явлениях, включающая описание случайных явлений, проверку гипотез, изучение причинных зависимостей.

Математические методы в психологии – это раздел теоретической психологии, использующий для построения теорий и моделей математический аппарат.

Объект математической психологии – естественные системы, обладающие психическими свойствами, содержательные психологические теории и математические модели таких систем.

Предмет – разработка и применение математического аппарата для адекватного моделирования систем, обладающих психическими свойствами.

Соотношение обыденного и научного познания



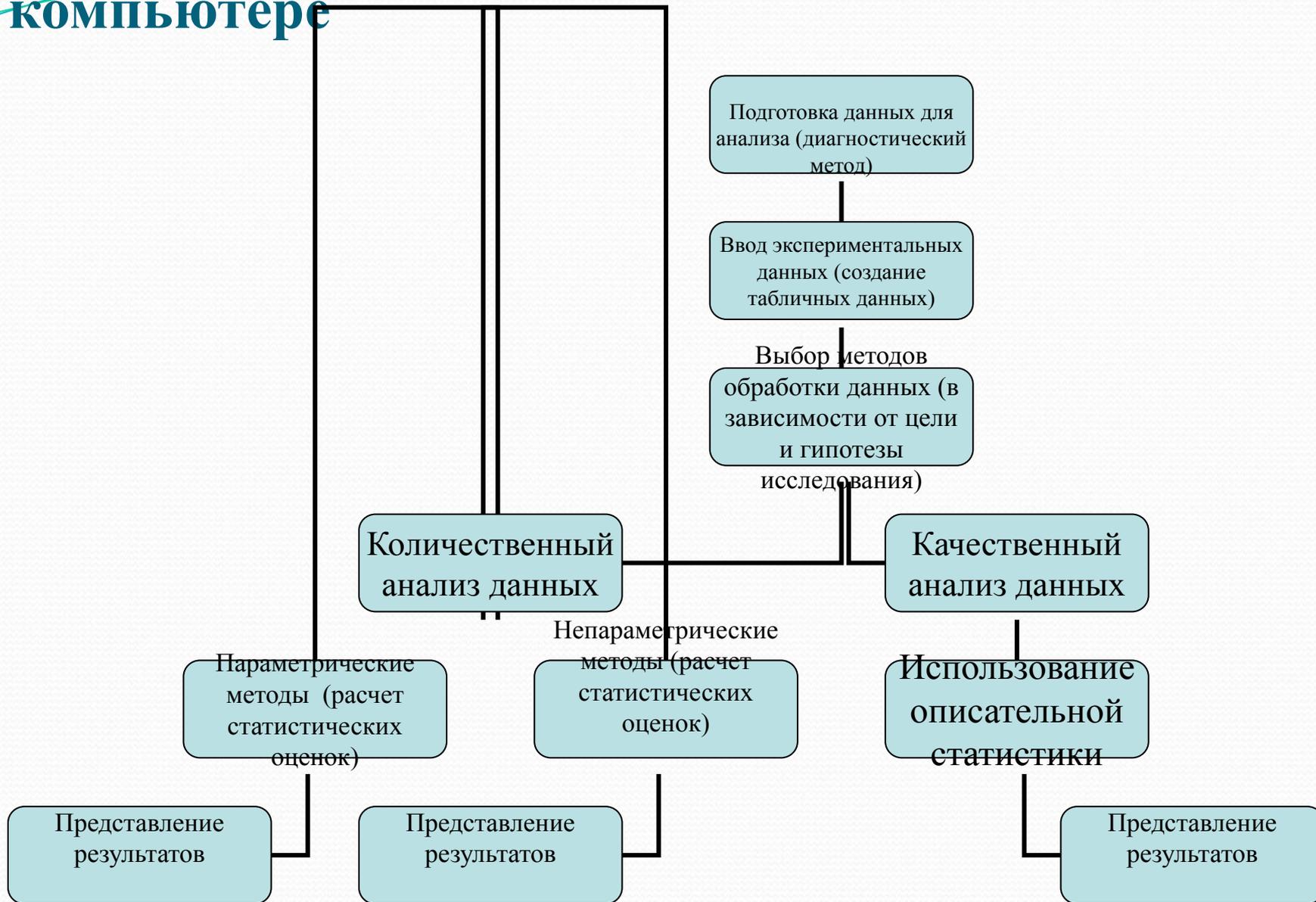
Основные задачи решаемые математическими методами в психологии

1. Подтверждение экспериментальных данных
2. Проверка валидности и надежности создаваемых методик
3. Предсказывание результатов
4. Создание психологических моделей

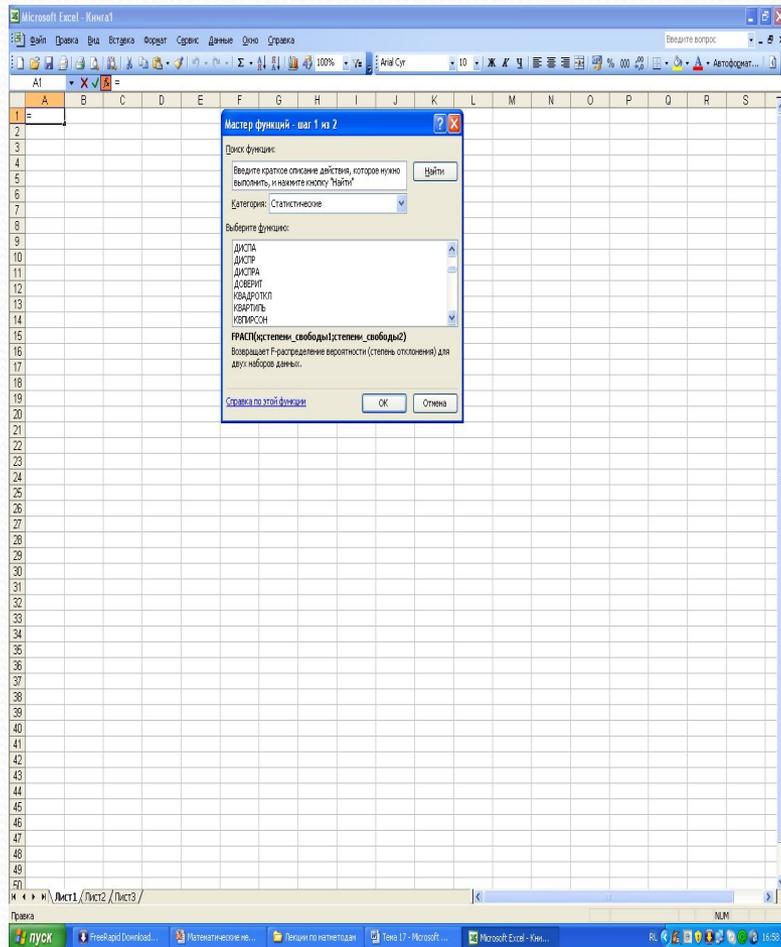
Анализ данных на компьютере.

- Использование MS Excel
- Статистические пакеты: SPSS, STATISTICA.
- Особенности подготовки данных для анализа на компьютере.

Алгоритм применения анализа данных на компьютере



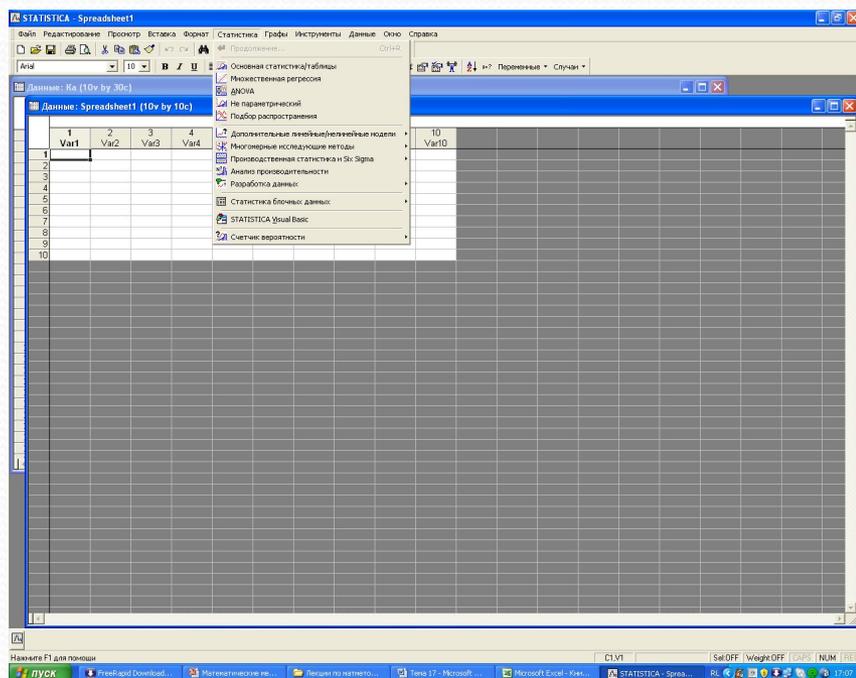
Использование MS Excel



Плюсы и минусы MS Excel

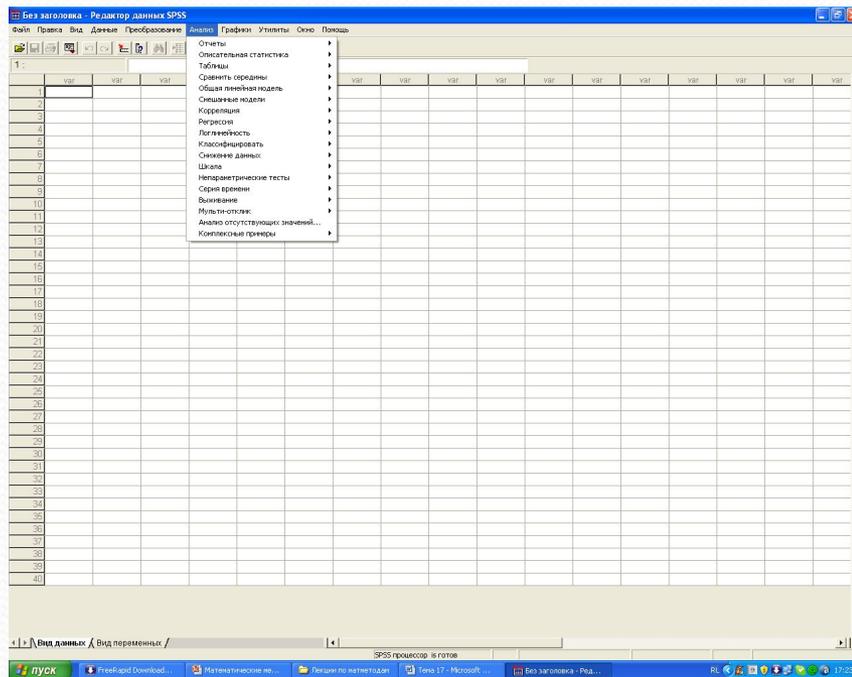
- В Microsoft Excel входит набор средств анализа данных (так называемый пакет анализа), предназначенный для решения довольно сложных статистических задач. Для проведения анализа данных с помощью этих инструментов следует указать входные данные и выбрать параметры; анализ будет проведен с помощью подходящей статистической макрофункции, а результат будет помещен в выходной диапазон. Другие инструменты позволяют представить результаты анализа в графическом виде. Статистические методы, имеющиеся в пакете анализа, достаточно для обработки первичных данных.
- Однако при больших массивах данных, анализ в этой программной среде приводит к существенному увеличению ошибок. Кроме того, отсутствие в Microsoft Excel возможности кодирования номинальных и порядковых показателей приводит к необходимости многократной сортировки данных по номинальным показателям, если в исследовании их несколько. И, наконец, пакет анализа достаточно капризен. Например, если в массиве данных имеется, хотя бы один пропуск (незаполненная ячейка), Microsoft Excel отказывается считать корреляцию и т. д.

Статистические пакеты: SPSS, STATISTICA



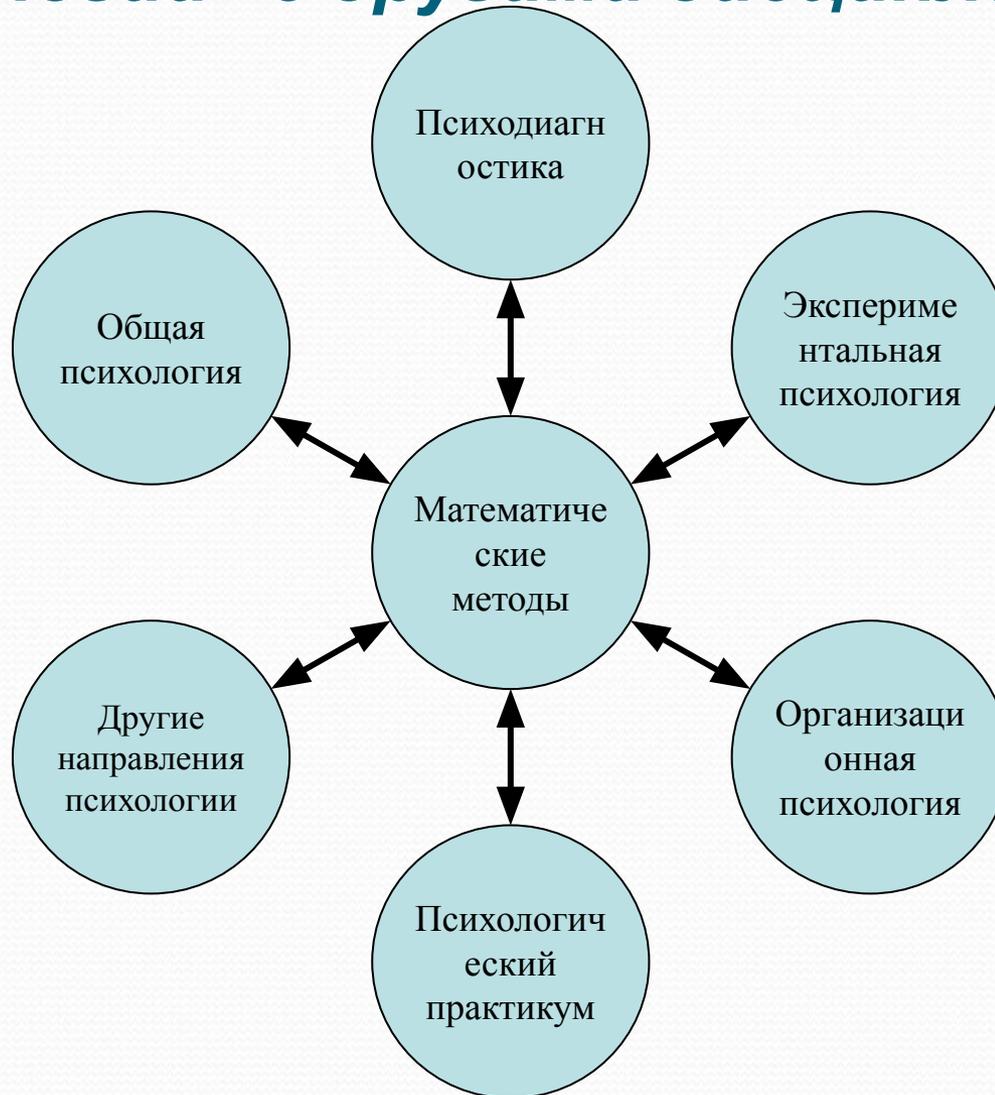
- STATISTICA for Windows представляет собой интегрированную систему статистического анализа и обработки данных. Она состоит из следующих основных компонент, которые объединены в рамках одной системы:
- электронных таблиц для ввода и задания исходных данных, а также специальных таблиц для вывода численных результатов анализа;
- мощной графической системы для визуализации данных и результатов статистического анализа;
- набора специализированных статистических модулей, в которых собраны группы логически связанных между собой статистических процедур;
- специального инструментария для подготовки отчетов;
- встроенных языков программирования *SCL (STATISTICA Command Language)* и *STATISTICA BASIC*, которые позволяют пользователю расширить стандартные возможности системы.

SPSS



- Альтернативное программное обеспечение SPSS включает также все процедуры ввода, отбора и корректировки данных, а также большинство предлагаемых в SPSS статистических методов, что и в STATISTICA. Наряду с простыми методиками статистического анализа, такими как частотный анализ, расчет статистических характеристик, таблиц сопряженности, корреляций, построения графиков, этот модуль включает t-тесты и большое количество других непараметрических тестов, а также усложненные методы, такие как многомерный линейный регрессионный анализ, дискриминантный анализ, факторный анализ, кластерный анализ, дисперсионный анализ, анализ пригодности (анализ надежности) и многомерное шкалирование.

Связь «Математических методов в психологии» с другими дисциплинами



Понятие переменных в психологии, их виды



Любое эмпирическое научное исследование начинается с того, что исследователь фиксирует выраженность интересующего его свойства (или свойств) у объекта или объектов исследования, как правило, при помощи чисел. Таким образом, следует различать *объекты исследования* (в психологии это чаще всего психические явления), их *свойства* (то, что интересует исследователя, составляет предмет изучения) и *признаки*, отражающие в числовой шкале выраженность свойств.

Признаки, переменные и параметры - это измеряемые психологические явления, характеризующие свойства объекта.

Признаки, переменные и параметры

Признак — характерное свойство изучаемого явления, отличающее его от других явлений. Например, признаками являются тип человеческой анатомии, темперамент, диагноз психических заболеваний, время решения задач, число допущенных ошибок, уровень тревожности, показатель интеллектуальной лабильности, показатель социометрического статуса и др.

Признаки — это измеряемые психологические явления.

Переменная — это то, что можно измерять, контролировать или, чем можно манипулировать в исследованиях. Иными словами, переменная — это то, что варьируется, изменяется, а не является постоянным. Понятия признака и переменной используют как взаимозаменяемые.

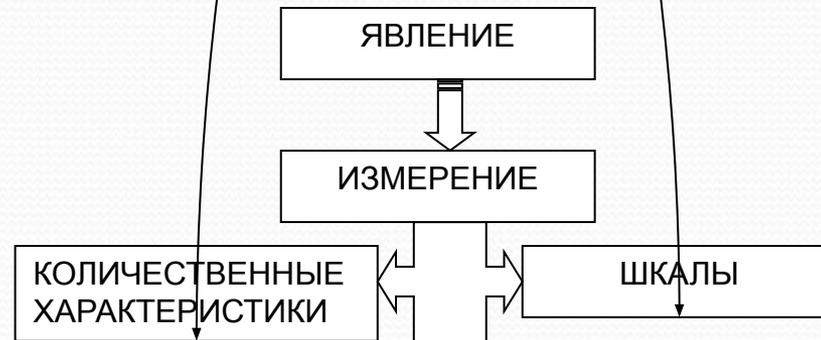
Показатель (уровень или наблюдаемое значение) — это количественная характеристика измеряемого психологического явления. Например, показатель вербального интеллекта. Понятие показатель указывает на то, что признак может быть измерен количественно, так как применимы определения высокий или низкий, например, высокий уровень интеллекта, низкие показатели тревожности и др.

Психологические переменные — случайные величины, поскольку заранее неизвестно, какие именно значения они примут.

Измерительные шкалы.

Математическая обработка – это оперирование со значениями признака, полученными у испытуемых в психологическом исследовании. Значения признака определяются при помощи специальных шкал измерения.

Таким образом, **измерение** – это приписывание объекту числа по определенному правилу. Это правило устанавливает соответствие между измеряемым свойством объекта и результатом измерения – признаком, переменной, параметром.



Психологическое измерение служит для выявления индивидуальных различий поведения субъекта и отражения окружающего мира, а также для адекватности отражения и структуры индивидуального опыта.

Измерение включается в контекст эксперимента как метод регистрации состояния объекта исследования и, соответственно, изменения этого состояния в ответ на экспериментальное воздействие.

Все шкалы условно подразделены на две группы: **параметрические и непараметрические.**

Шкалы называют параметрическими, если они основаны на нормальном распределении генеральной совокупности (как правило, нормальном) или используют параметры этой совокупности (средние, дисперсии и т.д.).

Шкалы называют непараметрическими, если они не базируются на нормальном типе распределении генеральной совокупности и не используют параметры этой совокупности.

При нормальном распределении генеральной совокупности параметрические шкалы (а они уже составляют параметрические критерии) обладают большей мощностью по сравнению с непараметрическими. Иными словами, они способны с большей достоверностью отвергать нулевую гипотезу, если последняя неверна. Поэтому в тех случаях, когда выборки взяты из нормального распределения генеральных совокупностей, следует отдавать предпочтение параметрическим критериям.

Однако практика показывает, что подавляющее большинство данных, получаемых в психологических экспериментах, не распределены нормально, поэтому применение параметрических критериев в анализе результатов психологических исследований может привести к ошибкам в статистических выводах. В таких случаях непараметрические критерии оказываются более мощными, то есть способными с большей достоверностью отвергать нулевую гипотезу.

Процедура психологического измерения состоит из ряда этапов, аналогичных этапам экспериментального исследования.

Основой психологических измерений является математическая теория измерений — раздел психологии, интенсивно развивающийся параллельно и в тесном взаимодействии с развитием процедур психологического измерения. *Сегодня это — крупнейший раздел математической психологии.*

С математической точки зрения, измерением называется операция установления взаимно однозначного соответствия множества объектов и символов (как частный случай — чисел). Символы (числа) приписываются вещам по определенным правилам.

Правила, на основании которых числа приписываются объектам, определяют **шкалу измерения**.

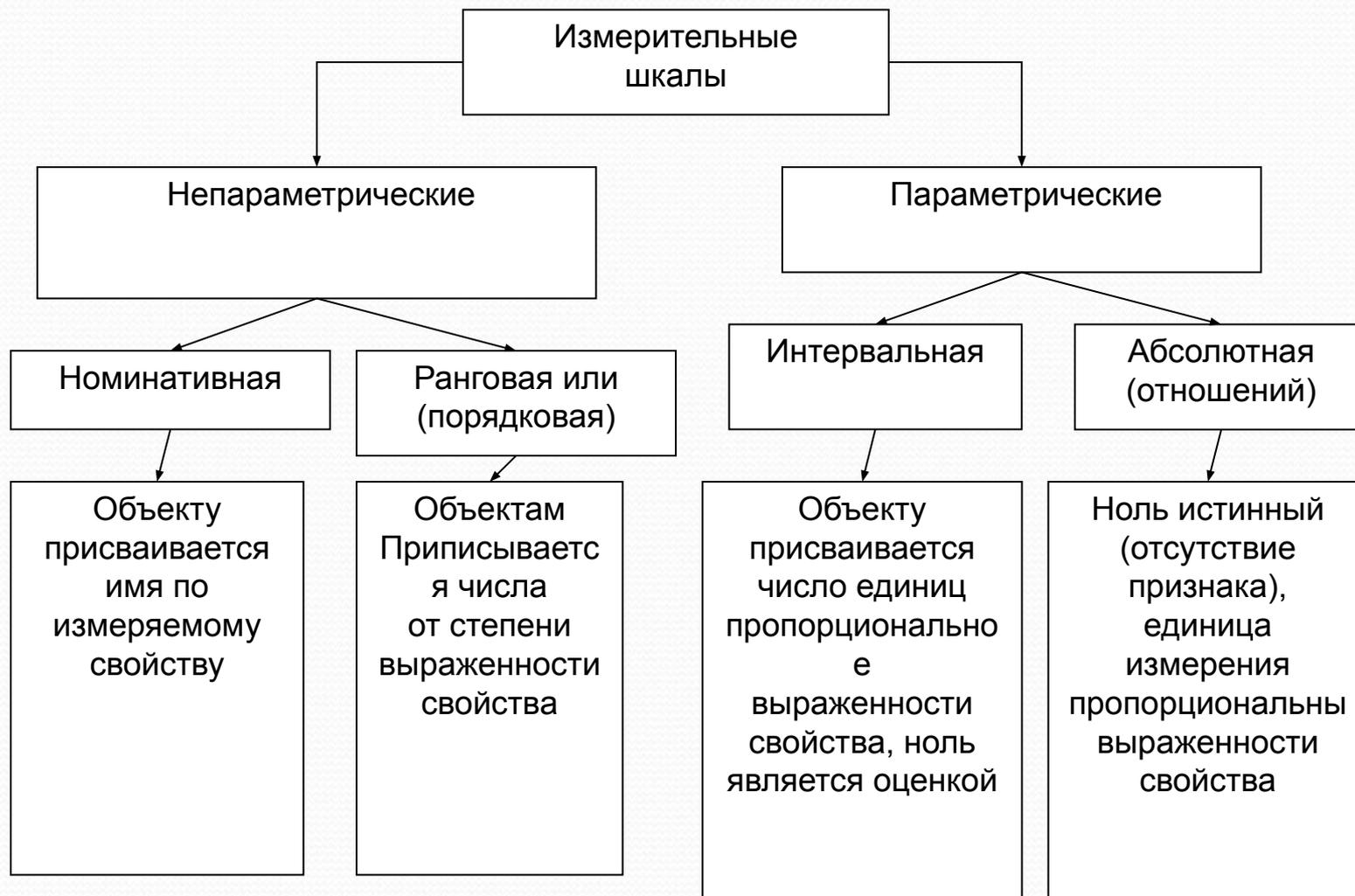
Измерительная шкала — основное понятие, введенное в психологию в 1950г. Стэнли Смитом Стивенсом; его трактовка шкалы и сегодня используется в научной литературе.

Итак, приписывание чисел объектам создает шкалу. Числовая система является множеством элементов с реализованными на нем отношениями и служит моделью для множества измеряемых объектов.

Тип шкалы однозначно определяет совокупность статистических методов, которые могут быть применены для обработки данных измерения.

Шкала (лат. *scala* — лестница) в буквальном значении есть измерительный инструмент.

Шкалы по С. Стивенсу



Сводка характеристик и примеры измерительных шкал

Шкала	Характеристики	Примеры
Наименований	Объекты классифицированы, а классы обозначены номерами. То, что номер одного класса больше или меньше другого, еще ничего не говорит о свойствах объектов, за исключением того, что они различаются.	Раса, цвет глаз, номера на футболках, пол, клинические диагнозы, автомобильные номера, номера страховок.
Порядковая	Соответствующие значения чисел, присваиваемых предметам, отражают количество свойства, принадлежащего предметам. Равные разности чисел не означают равных разностей в количествах свойств.	Твердость минералов, награды за заслуги, ранжирование по индивидуальным чертам личности, военные ранги.
Интервальная	Существует единица измерения, при помощи которой предметы можно не только упорядочить, но и приписать им числа так, чтобы равные разности чисел, присвоенных предметам, отражали равные различия в количествах измеряемого свойства. Нулевая точка интервальной шкалы произвольна и не указывает на отсутствие свойства.	Календарное время, шкалы температур по Фаренгейту и Цельсию.
Отношений	Числа, присвоенные предметам, обладают всеми свойствами объектов интервальной шкалы, но, помимо этого, на шкале существует абсолютный нуль. Значение нуль свидетельствует об отсутствии оцениваемого свойства. Отношения чисел, присвоенных в измерении, отражают количественные отношения измеряемого свойства.	Рост, вес, время, температура по Кельвину (абсолютный нуль).

Наглядное представление данных

Наглядное
представление
данных

```
graph TD; A[Наглядное представление данных] --- B[Табличные данные]; A --- C[Графическое представление данных];
```

Табличные данные

Графическое
представление данных

Графическое представление данных

В самом общем виде диаграммы делятся на:

1. Столбиковые:

- Вертикальные;
- Горизонтальные;

2. Линейные

- Собственно линейные,
- Ступенчатые,
- Линейные с областями (профили);

3. Точечные (диаграммы рассеяния);

4. Круговые:

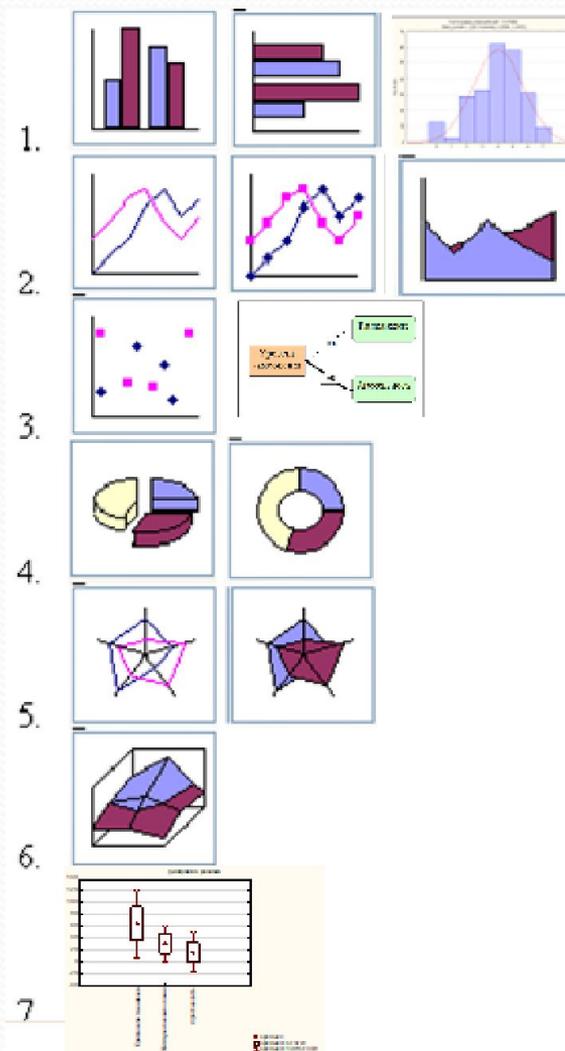
- Собственно круговая,
- Кольцевая,

5. Радиальные:

- Звезды;
- Лучевые;

6. Диаграммы поверхностей.

7. Комбинированные и др.



Правила графического оформления

- Вся структура графика предполагает его чтение слева направо, вертикальные шкалы — снизу вверх.
- График должен быть читаем и понятен.
- Подобрать такой масштаб, чтобы цифровые данные и полные заголовки были читаемы и разборчивы.
- График должен быть подписан и подпись соответствовать содержанию.

Правила табличного представления первичных данных

- Вся структура таблицы предполагает ее чтение слева направо.
- В первом столбце предполагается размещение испытуемых.
- В последующих столбцах располагаются значения по признакам, полученные после проведения психодиагностической процедуры.

Табулирование данных - это методы и способы построения таблиц

Таблица 1 – Результаты исследования младших школьников

ФИО	Пол	Тревож ность	Идент ичнос ть	Мотив ация	Успева емость
МИО	М	3	0	10	3
ВПр	Ж	3	1	20	5
СМТ	Ж	0	0	15	4
ВЛР	М	3	0	12	3
ЖДО	М	5	1	25	5
СТВ	М	0	1	13	3
МИН	М	4	0	18	4
КГН	М	3	1	14	3

Тема 2. Генеральная совокупность и выборка.

- Понятие генеральной совокупности и выборки
- Виды вероятностной выборки
- Зависимые и независимые выборки
- Определение объема выборки при нормальном распределении

Понятие генеральной совокупности и выборки

Генеральной совокупностью – называется всякая большая (конечная или бесконечная) коллекция или совокупность предметов, которые мы хотим исследовать.

Выборка — это часть или подмножество совокупности. Выборка называется **репрезентативной** если она адекватно отражает свойства генеральной совокупности.

Репрезентативность достигается методом **рандомизации**, т. е. случайным отбором объектов из генеральной совокупности.

Для обеспечения репрезентативности выборки необходимо учитывать следующее:

- 1) число единиц в выборке должно быть достаточно большим;
- 2) выборка и генеральная совокупность должны быть по возможности статистически однородны;
- 3) репрезентативность может достигаться посредством **рандомизации**.

Соотношение выборки и генеральной совокупности



Виды выборки:

Случайная выборка – сформированная на основе случайного отбора.

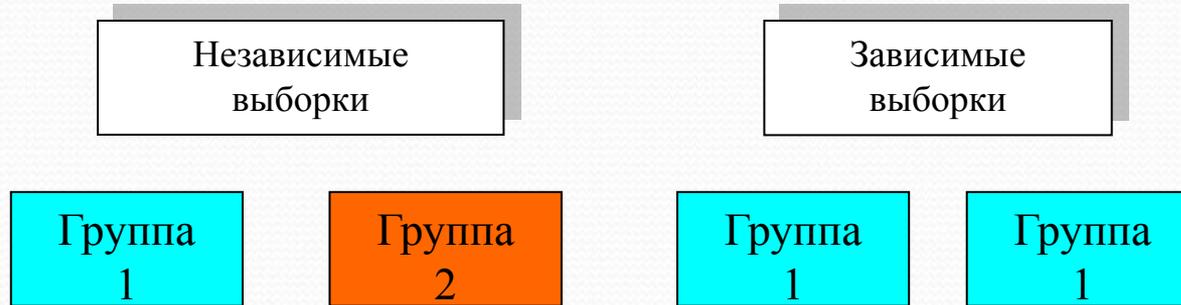
Минус случайной выборки: отобранная часть популяции может существенно отличаться от популяции в целом.

Стратифицированная выборка – отражающая особенности популяции, групп. Генеральная совокупность разбивается на группы (страты). В каждую страту отбор осуществляется случайным образом. Например, врачи (терапевты, хирурги и т.п.).

Групповая выборка (кластерная) – это метод извлечения выборки, основанный на предварительном разделении генеральной совокупности на относительно компактные структурные части (кластеры, гнезда). Главным требованием является более широкая вариация основных изучаемых показателей внутри кластера по сравнению с их вариацией между кластерами. Например, параллельные классы в школе, группы в институте.

Простая выборка – это выборки с наиболее часто встречаемыми признаками в популяции (что есть у всех).

Зависимые и независимые выборки



- **Независимые выборки** – это разные группы (людей, характеристик или параметров). Характеризуются тем, что вероятность отбора любого испытуемого одной выборки не зависит от отбора любого из испытуемых другой выборки.
- **Зависимые выборки** – это одна и та же группа или очень схожие группы (людей, характеристик или параметров). Характеризуются тем, что каждому испытуемому одной выборки поставлен в соответствие по определенному критерию испытуемый из другой выборки или это тот же самый испытуемый при повторном измерении.

По схеме испытаний – выборки могут быть независимые и зависимые.

По объему выборки делят на малые и большие.

К малым относят выборки, в которых число элементов $n \leq 30$.

Понятие большой выборки не определено, но большой считается выборка в которой число элементов > 100 и средняя выборка удовлетворяет условию $30 \leq n \leq 100$.

Это деление условно. Малые выборки используются при статистическом контроле известных свойств уже изученных совокупностей.

Большие выборки используются для установки неизвестных свойств и параметров совокупности.

Объем выборки вычисляют, ориентируясь на несколько параметров:

1. *Задачи и методы исследования.* Это критерий, которым иногда можно ограничиться, решая вопрос об объеме выборки. Так, например, факторный анализ наиболее адекватен, когда выборка составляет не менее 100 случаев (испытуемых, показателей).
2. *Однородность генеральной совокупности.* Чем более однородна выборка, тем меньший объем выборки будет достаточным для исследования.
3. *Вероятность ошибки (уровень статистической значимости).* Данный показатель говорит о степени нашей уверенности в полученном результате.
4. *Предельная ошибка репрезентативности выборки (или кратко: «ошибка выборки»).* Эта статистическая величина показывает долю отклонения показателя, полученного в выборочной совокупности, от показателя, который получили бы, сделав измерение на всей генеральной совокупности.

Объем выборки – определяется численностью входящих в нее элементов. Объем выборки зависит от целей и методов исследования, от гомогенности генеральной совокупности, от принимаемой исследователем погрешности.

Гомогенной или однородной называется совокупность, все характеристики которой присущи каждому ее элементу;

Гетерогенной или неоднородной называется совокупность, характеристики которой сосредоточены в отдельных подмножествах элементов.

Объем выборки для нормального распределения определяется по формуле:

$$n = \frac{t^2 * \sigma^2}{\Delta^2}$$

где

n — объем выборки;

t — табулированное значение абсциссы для кривой нормального распределения, определяемое желаемой точностью оценки (для наиболее распространенных $p = 0,95$ $t = 1,96$; для $p = 0,99$ $t = 2,58$);

Δ — предельная репрезентативность (погрешность) выборки (обычно задается исследователем в пределах от 10% до 1% погрешности соответственно, представляется десятыми долями, например: 10% это 0,1);

σ — дисперсия признака в генеральной совокупности.

Расчет размера выборки

$$\frac{\frac{z^2 \times p(1-p)}{e^2}}{1 + \left(\frac{z^2 \times p(1-p)}{e^2 N}\right)}$$

Параметр	Описание
N	Численность ген. совокупности
e	Предел погрешности (в виде десятичной дроби) от 10% до 1%, т.е. 0,1 до 0,01
z	Уровень доверия (в виде z-оценки) 90% -1,65; 95%-1,96; 99%-2,56
p	Процентное значение (в виде десятичной дроби) 0,5

Рекомендованные размеры выборки

Ниже приведена таблица, в которой указаны рекомендованные значения численности ген. совокупности для предела погрешности при уровне доверия 95%. В некоторых случаях размеры выборки были округлены вверх до 5 или 10.

Численность ген. совокупности	Размер выборки для предела погрешности		
	±3%	±5%	±10%
500	345	220	80
1 000	525	285	90
3 000	810	350	100
5 000	910	370	100
10 000	1 000	385	100
100 000 и более	1 100	400	100

Сколько людей следует попросить пройти опрос?

Процентная доля ответивших может определять, какому количеству людей нужно отправить опрос. Чем выше процентная доля ответивших, тем меньше людей необходимо попросить пройти опрос.

Например, если Вам нужно 100 респондентов и Вы ожидаете, что 25% людей, приглашенных принять участие в опросе, ответят на него, Вам необходимо пригласить 400 человек.

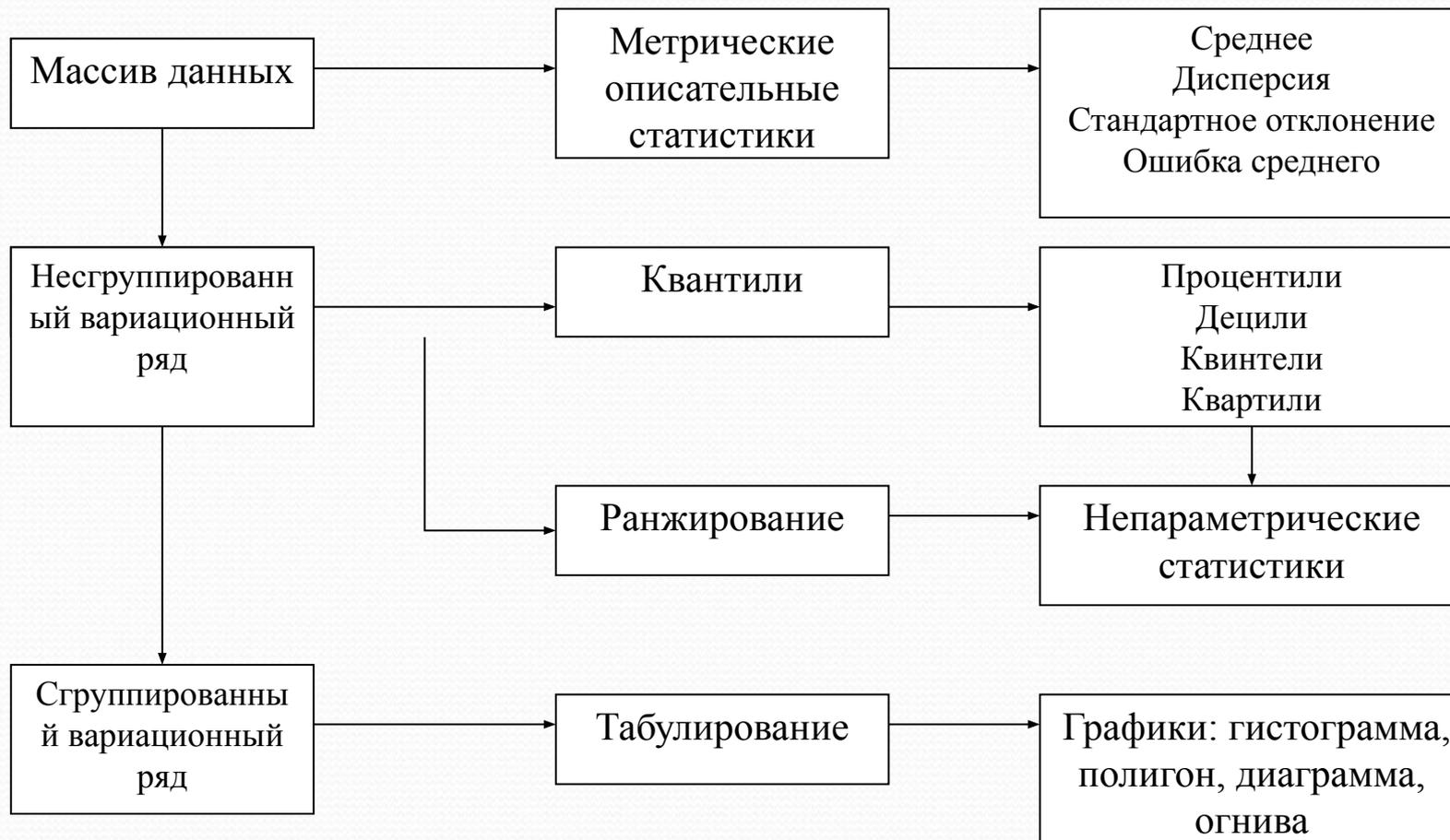
По следующей формуле можно рассчитать, какое количество людей необходимо пригласить для участия в опросе, на основе ожидаемой процентной доли ответивших:

$$\frac{\text{необходимое количество респондентов}}{\text{ожидаемая процентная доля ответивших}} * 100$$

Тема 3. Способы представления данных в психологии (Описательная статистика)

- Представление данных.
- Понятие о квантилях.
- Понятие о рангах. Процедура ранжирования.
- Табулирование данных.
- Графическое представление данных.

Варианты представления данных



Представление данных в психологии в виде:

Массива данных – первичные результаты измерения искомых параметров сводятся в одну таблицу в виде (Пример сводной таблицы данных):

ФИО	Пол	Тревожность	Идентичность	Мотивация
МИО	М	3	0	10
ВПр	Ж	3	1	20
СМТ	Ж	0	0	15
ВЛР	М	3	0	12

Несгруппированный вариационный ряд — это упорядочение всех значений переменной от минимального до максимального (или наоборот).

Пример таблицы несгруппированного вариационного ряда (ранги параметров)

ФИО	Пол	Тревожност	Идентичность	Мотивация
МИО	М	3	4	10
ВПр	Ж	5	12	20
СМТ	Ж	6	7	15
ВЛР	М	8	10	12

Сгруппированный вариационный ряд – вариационный ряд сворачивают, указывая все полученные значения однократно, а в соседнем столбце указывают частоту, с которой встречается данная оценка.

Этапы построения распределения сгруппированных частот

- Уточнение лимитов (крайних значений интервала) – производится округление лимитов - \min и \max значений: реальные лимиты $\max = 67$ и $\min = 32$, уточненные лимиты $\max = 70$ и $\min = 30$.
- Определение размаха: $\max - \min = 70 - 30 = 40$
- Выбор желаемой ширины интервала разрядов l - наиболее удобной шириной интервала разрядов является $l = 5$.
- Определение числа разрядов. Размах делится на интервал разряда: $40/5 = 8$, получаем число разрядов — 8.
- Расчет границ интервалов, посредством прибавления к нижней границе ширину интервала.
- Подсчет абсолютной, относительной и накопленной частот

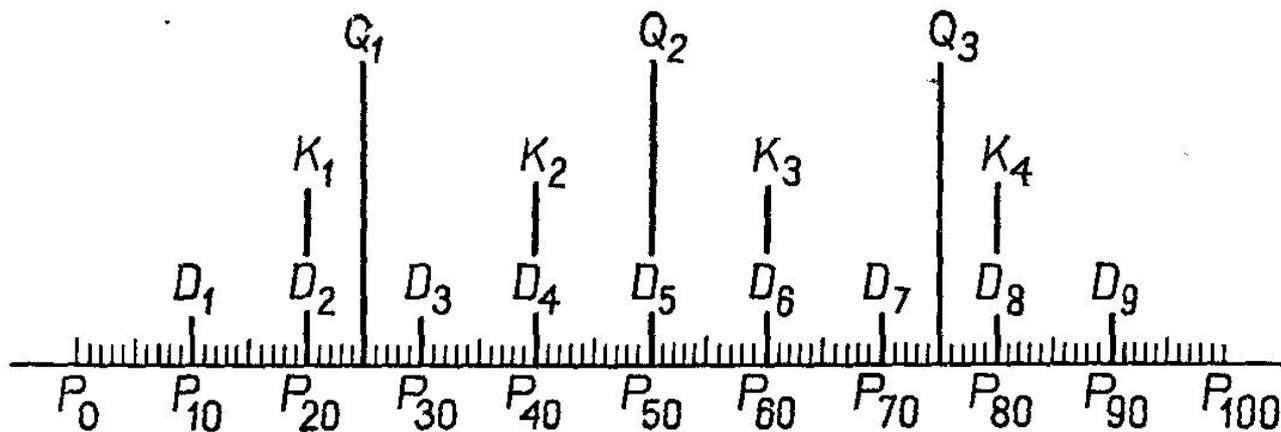
Пример таблицы сгруппированного ряда
для значений 67 и 32

Число разрядов	Ширина интервала (разрядность)	Количество данных в интервале (частота встречаемости)
1	(30-35)	3
2	(36-40)	4
3	(41-45)	7
4	(46-50)	2
5	(51-55)	12
6	(56-60)	9
7	(61-65)	3
8	(66-70)	2

Меры положения – квантили

Квантиль — это точка на числовой оси измеренного признака, которая делит всю совокупность упорядоченных измерений на две группы с известным соотношением их численности

- **Процентиль** (*Percentiles*) — это 99 точек — значений признака ($P_1 \dots, P_{99}$), которые делят упорядоченное (по возрастанию) множество наблюдений на 100 частей, равных по численности.
- **Дециль** - это 9 точек — значений признака ($D_1 \dots, D_9$), которые делят упорядоченное (по возрастанию) множество наблюдений на 10 частей, равных по численности.
- **Квинтель** - это 4 точки — значений признака ($K_1 \dots, K_4$), которые делят упорядоченное (по возрастанию) множество наблюдений на 5 частей, равных по численности.
- **Квартиль** - это 3 точки — значений признака ($Q_1 \dots, Q_3$), которые делят упорядоченное (по возрастанию) множество наблюдений на 4 части, равных по численности.



Определение квантилей в психологии дает возможность построения нормативных диапазонов, обычно это 10 и 90, а также 25 и 75 процентиля. Например, если какое-то значение по исследуемому параметру попадает в диапазон 25 и 75 процентиля – это свидетельствует о том, что это значение соответствует большинству ответов всех испытуемых.

В общем смысле процентиль (или другая мера положения) показывает относительную позицию испытуемого в выборке. Иначе говоря, если мы измерили показатель интеллекта по выборке в 30 человек и узнали, что у испытуемого N показатель интеллекта равен P_{75} это будет означать, что три четверти группы имеют интеллект ниже, чем у данного испытуемого, при этом процентиль ничего не говорит о тестовом показателе.

Нахождение процентиля

- *Процентили указывают на относительное положение индивида в выборке стандартизации.*
- *P-й百分иль представляет собой точку, ниже которой лежит P % процентов всех наблюдений.*

$$P = L + \frac{pn - (\text{cum } f)}{f},$$

где **L** – фактически нижняя граница единичного интервала оценок, содержащего частоту **pn**;

cum f - накопленная к **L** частота (до данного интервала);

f – частота оценок в интервале, содержащем частоту **pn**;

n – количество испытуемых

Пример расчета 25 перцентиля

Аддиктивная идентичность	Частота	Накопленная частота
7	1	10
6	1	9
5	2	8
4	3	6
3	2	3
2	1	1
$\Sigma = 10$		

Интерпретация: это свидетельствует о том, что ($P_{25}=3,25$) данный показатель соответствует диапазону крайнего значения, после которого идут низкие результаты.

- 1) Найти $pn = 0,25 \times 10 = 2,5$
- 2) Найти между какими значениями в разряде оценок лежит накопленная pn частота (2,5 лежит между 2 и 3 значениями).
 - Определить сколько единиц составляет интервал, и разделить пополам (между 2 и 3 лежит $1 / 2 = 0,5$).
 - Прибавить к каждому значению интервала результат второго шага ($2 + 0,5 = 2,5$ и $3 + 0,5 = 3,5$)
 - Таким образом, искомый интервал лежит между 2,5 и 3,5, а его фактически нижняя граница составляет $L = 2,5$.
- 3) Найти накопленную частоту: $\text{cum } f = 1$
- 4) Найти частоту в интервале, содержащем оценку 2,5: $f = 2$
- 5) Подставить найденные параметры в формулу:

$$P_{25} = 2,5 + \frac{2,5 - 1}{2} = 3,25$$

Ранговый порядок

Ранжирование – это приписывание объектам чисел в зависимости от степени выраженности измеряемого свойства

- Установите для себя и запомните порядок ранжирования. Вы можете ранжировать испытуемых по их «месту в группе»: ранг 1 присваивается тому, у которого наименьшая выраженность признака, и далее — увеличение ранга по мере увеличения уровня признака. Или можно ранг 1 присваивать тому, у которого 1-е место по выраженности данного признака (например, «самый быстрый»). Строгих правил выбора здесь нет, но важно помнить, в каком направлении производилось ранжирование.
- Соблюдайте правило ранжирования для связанных рангов, когда двое или более испытуемых имеют одинаковую выраженность измеряемого свойства. В этом случае таким испытуемым присваивается один и тот же, средний ранг. Например, если вы ранжируете испытуемых по «месту в группе» и двое имеют одинаковые самые высокие исходные оценки, то обоим присваивается средний ранг 1,5: $(1+2)/2 = 1,5$. Следующему за этой парой испытуемому присваивается ранг 3, и т. д.

Ранжирование данных

Варианты ранжирования

Метрические данные (X_i)	Ранги (X_r)
15	1
11	2
9	3
8	4
7	5
6	6
2	7

← Принцип: большему значению
меньший ранг

Принцип: меньшему значению
большой ранг →

Метрические данные (X_i)	Ранги (X_r)
15	7
11	6
9	5
8	4
7	3
6	2
2	1

Ранжирование связанных рангов

Метрические данные (X_i)	Предварительное ранжирование (X_{R1})	Окончательное ранжирование (X_r)
12	1	1
9	2	$(2+3)/2 = 2,5$
9	3	$(2+3)/2 = 2,5$
7	4	4
6	5	5
5	6	$(6+7+8)/3 = 7$
5	7	$(6+7+8)/3 = 7$
5	8	$(6+7+8)/3 = 7$
4	9	9
2	10	10

Распределение частот (частотный анализ)

- **Абсолютная частота распределения (f_a)** - называется частота, указывающая, сколько раз встречается каждое значение
- **Относительная частотах распределения (f_0)** – называется частота, указывающая долю наблюдений, приходящихся на то или иное значение признака ($f_0 = f_a / N$)
- **Накопленная частота (f_{cum})** – это частота показывающая, как накапливаются частоты по мере возрастания значений признака.

Результаты частотного анализа

Параметры	f_a (абсолютная частота)	f_o (относительная частота)	f_{cum} (накопленная частота)
отлично	3	0,05	0,05
хорошо	12	0,20	0,25
удовлетворительно	21	0,35	0,60
неудовлетворительно	15	0,25	0,85
на единицу	9	0,15	1
Σ сумма	60	1	—

Абсолютная и относительная частоты связаны соотношением:

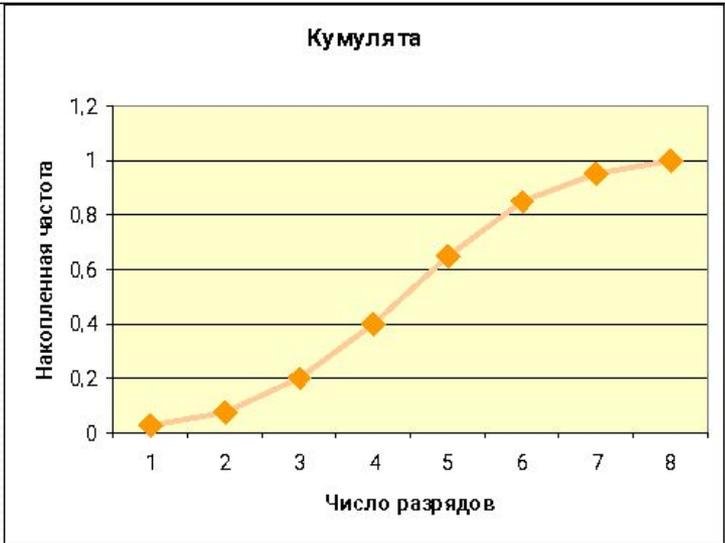
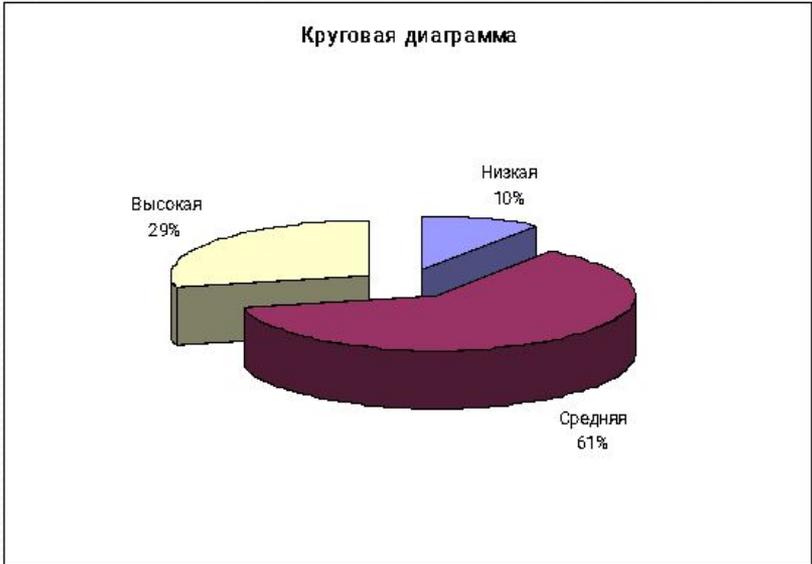
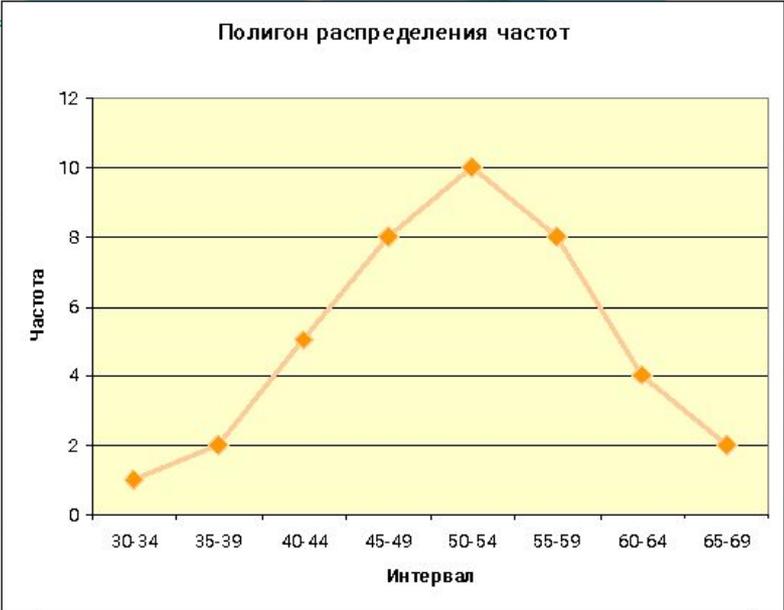
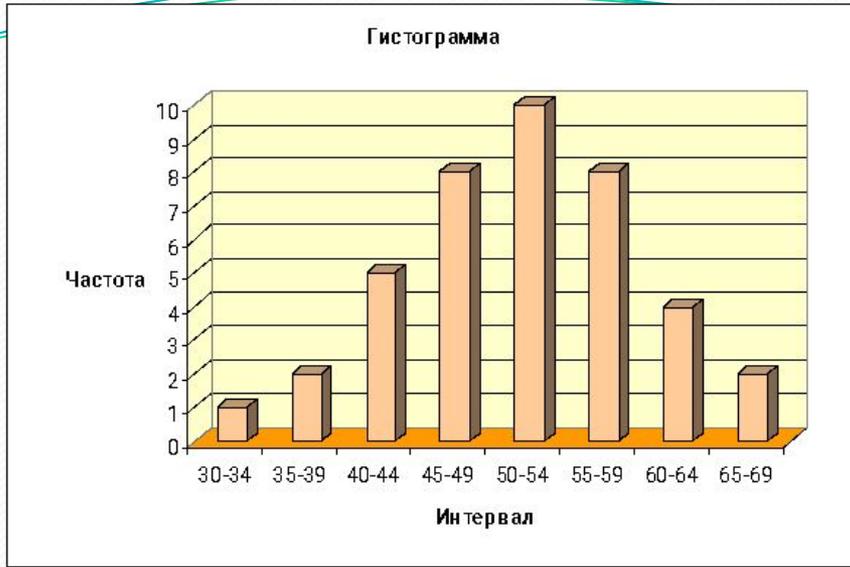
где f_a — абсолютная частота некоторого значения признака,
 N — число наблюдений,

f_o — относительная частота этого значения признака.

$$f_o = \frac{f_a}{N},$$

Графическое представление частот

- **Гистограмма** – это последовательность столбцов, каждый из которых опирается на один отдельный интервал, а высота столбца отражает количество случаев.
- **Полигон распределения** – кривая с перпендикуляром линий до горизонтальной оси в середине каждого интервала.
- **Полигон накопленных частот (кумулята)** – на оси ординат откладывают значения суммы всех случаев лежащих в данном интервале, так и всех предыдущих интервалов. Сглаженная линия описывает все эти значения.
- **Диаграмма** – отражение в долевого отношении частот на круге.



Пример описания «Результатов частотного анализа»

Таблица 1 - Результаты частотного анализа параметра «Уровень самооценки»

Уровень самооценки	Абсолютная частота (fa)	Относительная частота (f_o) %
низкий	4	29
средний	6	42
высокий	4	29

В результате применения частотного анализа по параметру «Уровень самооценки» (табл.1) было выявлено, что из общего числа студентов 14 человек, наибольший показатель имеет средний параметр 6 испытуемых и 42% соответственно, а низкий и высокий параметры имеет одинаковое количество испытуемых по 4 студента и 29% соответственно по каждому уровню.

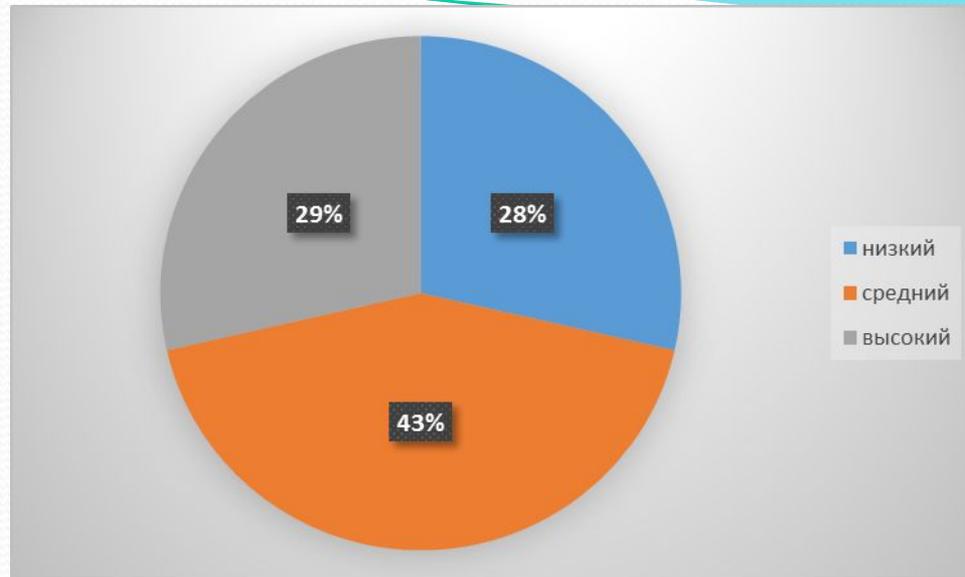


Рисунок 1 - Процентное соотношение по параметру «Уровень самооценки»

Таким образом, большинство испытуемых данной выборки, обладают средним уровнем самооценки, что говорит об их адекватном оценивании себя и своих возможностей. Меньше всего испытуемых имеют низкий и высокий показатель уровень самооценки. Низкий показатель говорит о том, что у студентов с низким уровнем самооценки проявляется заниженное представление о себе и своих способностях, тогда как у студентов с высокой самооценкой проявляется завышение представлений о собственных возможностях (рис.1).

Тема 4. Меры центральной тенденции

- Определение меры центральной тенденции;
- Мода;
- Медиана;
- Среднее;
- Выбор и особенности мер центральной тенденции.
- Графическое соотношение среднего, моды, медианы

Меры центральной тенденции - предназначены для замены множества значений признака, измеренного на выборке, одним числом и показывающие концентрацию группы значений на числовой шкале



Мода (Mode) — это такое значение из множества измерений, которое встречается наиболее часто.

- Если все значения в группе встречаются одинаково часто, то считают, что у данной выборки **моды нет** (3, 7, 4, 5, 2, 8, 1, 6 - $M_o = 0$).
- Если график распределения частот имеет одну вершину, то такое распределение называется **унимодальным** (3, 7, 4, 5, 7, 8, 7, 6 - $M_o = 7$).
- Когда два соседних значения встречаются одинаково часто и чаще, чем любое другое значение, мода есть среднее этих двух значений (3, 7, 4, 6, 7, 6, 8, 7, 6 - $M_o = 6,5$).
- Если два несмежных значения имеют равную и наибольшую в данной группе частоту, то у такой группы есть две моды, и распределение называют **бимодальным** (3, 7, 3, 5, 7, 3, 7, 6, 7 - $M_o = 7$; $M_o = 3$).
- Если в группе несколько значений, встречаются наиболее часто, при этом их частота может различаться, тогда выделяют наибольшую моду и локальные моды и такое распределение называют **полимодальным** (3, 7, 3, 5, 7, 3, 7, 6, 7, 10, 10. Наибольшая: $M_o = 7$; локальные: $M_o = 3$, $M_o = 10$).

Медиана (*Median*) — это такое значение признака, которое делит упорядоченное множество данных пополам так, что одна половина всех значений оказывается меньше медианы, а другая — больше.

- Первым шагом при определении медианы является упорядочивание (ранжирование) всех значений по возрастанию или убыванию.
- Если данные содержат нечетное число значений (8, 9, 10, 13, 15), то медиана есть центральное значение, т. е. $Md = 10$.
- Если данные содержат четное число значений (5, 8, 9, 11), то медиана есть точка, лежащая посередине между двумя центральными значениями, т. е. $M = (8+9)/2 = 8,5$.

Среднее (Mean) (M — выборочное среднее, среднее арифметическое) — определяется как сумма всех значений измеренного признака, деленная на количество суммированных значений.

$$M_x = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i .$$

- Если к каждому значению переменной прибавить одно и то же число c , то среднее увеличится на это число (уменьшится на это число, если оно отрицательное).

$$M_{(x_i+c)} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i + c) = M_x + c .$$

- Если каждое значение переменной умножить на одно и то же число c , то среднее увеличится в c раз (уменьшится в c раз, если делить на c).

$$M_{(x_i \cdot c)} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i \cdot c) = M_x \cdot c .$$

- Сумма всех отклонений от среднего равна нулю.

$$\sum_{i=1}^N (x_i - M_x) = 0 .$$

Выбор и особенности мер центральной тенденции

- Для **номинативных** данных единственной подходящей мерой центральной тенденции является мода.
- В малых группах мода нестабильна.
- Для метрических и порядковых данных наиболее подходящей мерой являются медиана и средняя арифметическая.
- На медиану не влияют величины очень больших и очень малых значений
- На величину среднего влияет каждое значение, оно чувствительно к «выбросам» — экстремально малым или большим значениям переменной.
- Наиболее устойчива к выбросам средняя гармоническая, при расчете которой используются обратные величины.
- Если распределение симметричное и унимодальное, то мода, средняя и медиана совпадают.

Сравнение преимуществ и ограничений мер центральной тенденции

Мера	Преимущества	Ограничения
<i>Среднее арифметическое.</i> «Центр тяжести» данных. Равно сумме значений всего ряда данных, деленной на количество этих значений	Выборочная стабильность — менее всего изменяется от выборки к выборке. Поддается математической обработке: может быть использована при подсчете дальнейших статистик. Отражает действительную ценность каждого показателя и поэтому содержит больше информации, относящейся к полному набору данных.	Не используется: — если распределение скошено; — когда значение экстремальных случаев неизвестно. Не используется в номинальной и порядковой шкалах
<i>Медиана.</i> Разделяет предварительно упорядоченные данные на две равные по размеру части	Лучше всего репрезентирует центр сильно скошенного распределения (не подвержена влиянию экстремальных значений). Может быть подсчитана, когда экстремальные значения неизвестны	Зависит от величины принятого интервала (для сгруппированных данных). Редко используется в дальнейших статистиках. Не используется в номинальной шкале
<i>Мода.</i> Наиболее часто встречаемое явление.	Полезна для неупорядоченных качественных переменных. Быстро дает представление о типичном по группе. Ее очень легко посчитать. Малочувствительна к экстремальным значениям	Зависит от принятого интервала (для сгруппированных данных). Редко используется в дальнейших статистиках. Может отсутствовать для некоторых сгруппированных данных

Пример «Описания предварительных результатов по группам (по средним значениям)»

Таблица 1 – Показатели средних значений по исследуемым параметрам между группами мужчин и женщин

Параметры	Ср.знач. (Ж)	Ср.знач. (М)
Тревожность	14,25	17,2
Агрессивность	66,25	67,7
Самооценка	6,75	5,1

В результате диагностики испытуемых 14 студентов из них 10 мужчин и 4 женщины были получены следующие результаты по параметрам «Тревожность», «Агрессивность» и «Самооценка» (табл.1).

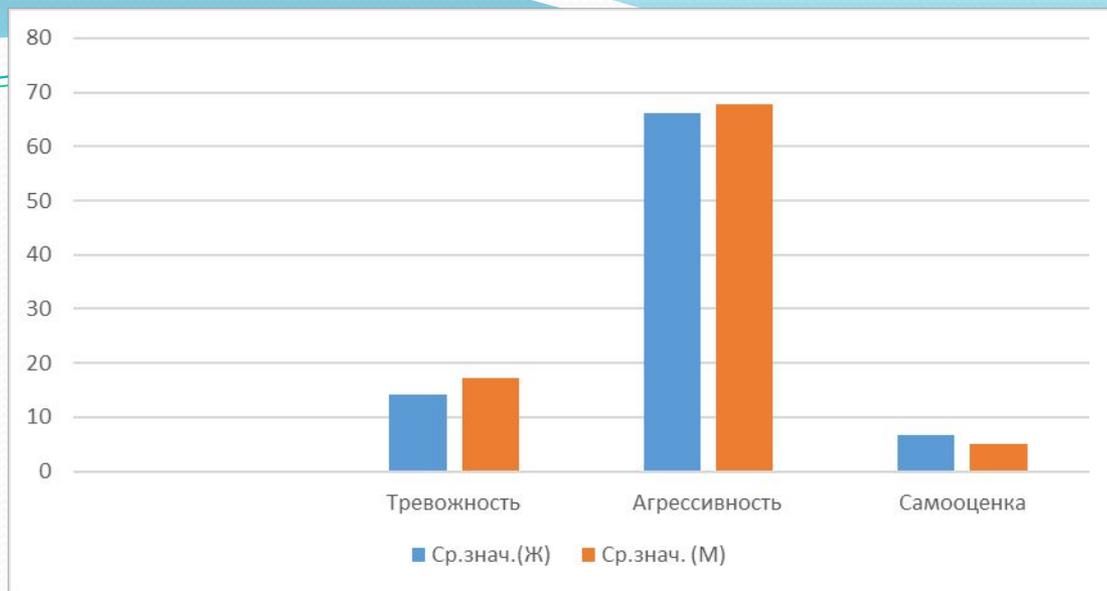


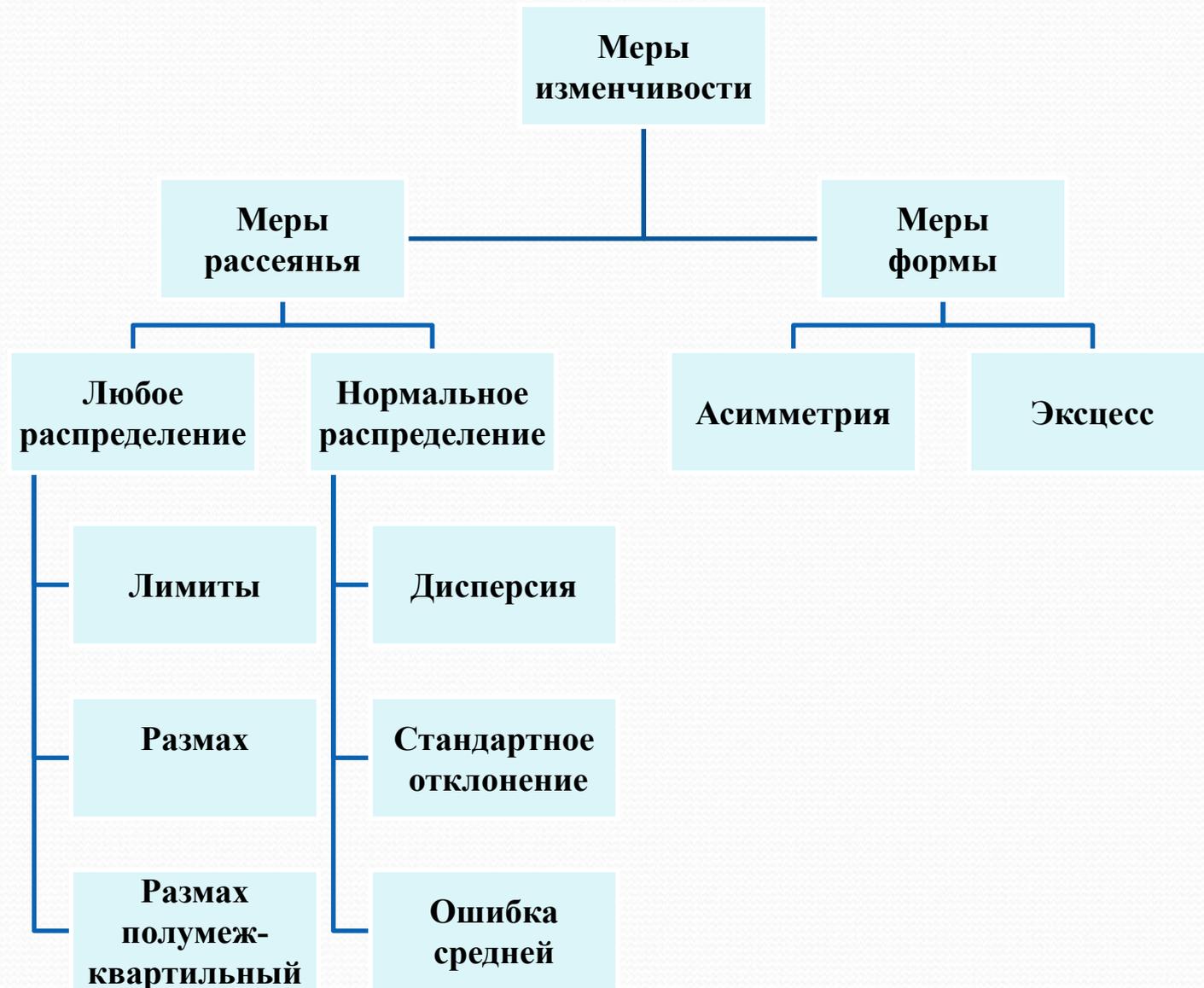
Рисунок 1 - Показатели средних значений по исследуемым параметрам между группами мужчин и женщин

Результаты по параметру «Тревожность» говорят о том, что этот параметр наиболее выражен в группе мужчин ($M=17,2$), чем у женщин ($M=14,25$), т.е. мужчины-студенты больше, чем женщины беспокоятся, переживают по поводу учебы. По параметру «Агрессивность» мужчины-студенты так же имеют более высокие показатели ($M=67,7$), чем женщины ($M=66,25$) это говорит о том, что враждебность, не дружелюбность, негативные реакции у мужчин выражены больше, чем у женщин, тогда как показатели «Самооценки» у мужчин ($M=5,1$) меньше, чем у женщин ($M=6,75$), это показывает, что мужчины низко оценивают себя, свои возможности и способности в учёбе, чем испытуемые женщины-студенты (табл.1, рис.1).

Тема 5. Меры изменчивости

- Понятие меры изменчивости
- Лимиты. Размах вариации и его разновидности.
- Дисперсия и ее свойства.
- Стандартное отклонение.
- Асимметрия и эксцесс.

Меры изменчивости



Меры рассеяния независящие от распределения

- **Лимиты** – это характеристики, определяющие верхнюю (max) и нижнюю (min) границы значений показателя.
- **Размах (*Range*)** — это разность максимального и минимального значений: $R = \max - \min$.
- Размах это очень неустойчивая мера изменчивости, на которую влияют любые возможные «выбросы».
- Более устойчивыми являются разновидности размаха: **размах от 10 до 90-го перцентиля** $R = P_{90} - P_{10}$ или **полумежквартильный размах**:

$$Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2}.$$

Меры рассеяния

характеризующие нормальное распределение

Дисперсия (*Variance*) — мера изменчивости для метрических данных, пропорциональная сумме квадратов отклонений измеренных значений от их арифметического среднего:

Свойства дисперсии:

$$D_x = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - M_x)^2}{N-1}.$$

1. Если значения измеренного признака не отличаются друг от друга (равны между собой) — дисперсия равна нулю. Это соответствует отсутствию изменчивости в данных.
2. Прибавление одного и того же числа к каждому значению переменной не меняет дисперсию.
3. Умножение каждого значения переменной на константу c изменяет дисперсию в c раз.
4. При объединении двух выборок с одинаковой дисперсией, но с разными средними значениями дисперсия увеличивается.

Расчет дисперсии

N	x_i	$(x_i - M_x)$	$(x_i - M_x)^2$	Вычисления
1	4	1	1	$D_x = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - M_x)^2}{N-1}$
2	2	-1	1	
3	4	1	1	
4	1	-2	4	
5	5	2	4	
6	2	-1	1	
Σ	18	0	12	$M_x = 18/6 = 3$ $D_x = 12 / (6-1) = 2,4$ $\sigma_x = \sqrt{2,4} = 1,549$

Меры рассеяния

характеризующие нормальное распределение

- **Стандартное отклонение (*Std. deviation*)** (сигма, среднеквадратическое отклонение) — положительное значение квадратного корня из дисперсии, говорит о том, на сколько могут значимо отклоняться, изменяющиеся данные :

$$\sigma_x = \sqrt{D_x} = \sqrt{\frac{\sum_i (x_i - M_x)^2}{N-1}}.$$

- **Ошибка среднего значения (*error of mean*)** - среднеарифметическое значение среднеквадратичного отклонения, она говорит о том, на сколько могут отклониться данные при повторном исследовании:

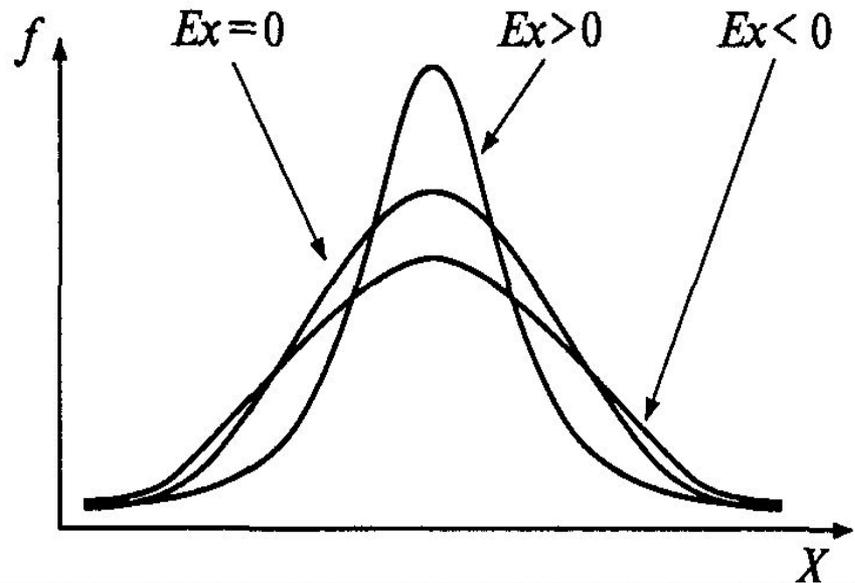
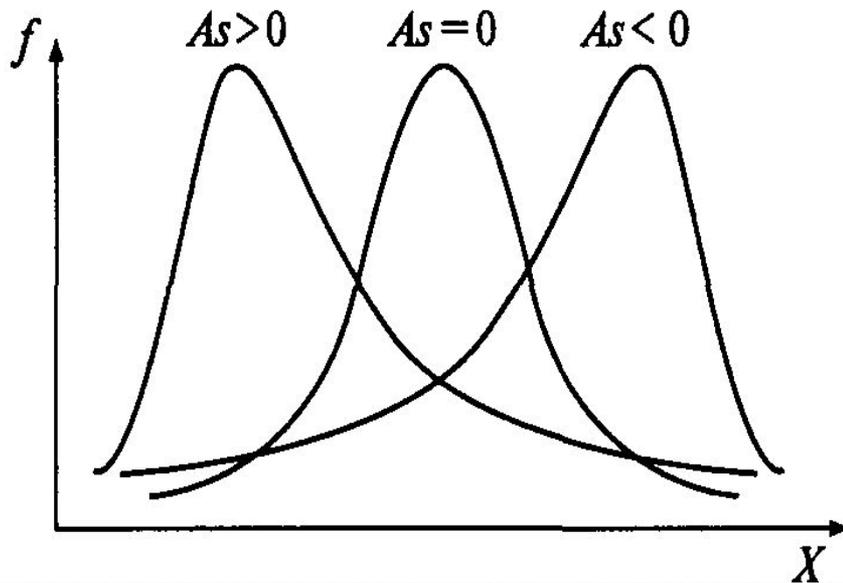
$$m = s_0 = \frac{s_x}{\sqrt{n-1}}.$$

Меры формы

- **Асимметрия (*Skewness*)** — степень отклонения графика распределения частот от симметричного вида относительно среднего значения:

$$A = \frac{\sum(x_i - M_x)^3}{n \times \sigma^3}.$$

- **Эксцесс (*Kurtosis*)** — мера плосковершинности или остроконечности графика распределения измеренного признака. $E = \frac{\sum(x_i - M_x)^4}{n \times \sigma^4} - 3.$



Пример описания результатов с помощью «Средств описательной статистики»

Таблица 1 – Сводная таблица данных

Испытуемые	Пол	Тревожность	Агрессивность	Самооценка
1.	Ж	12	57	4
2.	М	15	23	6
3.	М	3	68	2
4.	Ж	12	79	10
5.	М	8	46	9
6.	М	10	88	8
7.	М	25	59	2
8.	М	27	73	6
9.	М	19	91	3
10.	Ж	16	54	7
11.	М	23	68	2
12.	М	26	92	5
13.	Ж	17	75	6
14.	М	16	69	8

Описательная статистика (классический вариант)

Таблица 2 – Результаты описательной статистики

Параметры	N набл.	Среднее	Минимум	Максимум	Процентиль - 10,0000 0	Процентиль - 90,0000 0	Ст.откл.	Станд. - ошибки	Асимметрия	Эксцесс
Тревожность	14	16,36	3,00	27,00	8,00	26,00	7,132	1,9061	-0,082	-0,619
Агрессивность	14	67,29	23,00	92,00	46,00	91,00	18,813	5,0279	-0,821	1,040
Самооценка	14	5,57	2,00	10,00	2,00	9,00	2,681	0,7165	0,006	-1,152

В ходе применения средств описательной статистики (табл.2) было выявлено, что количество студентов, участвующих в исследовании составило 14 человек, из них 10 мужчин и 4 женщины (табл.1). Показатели «Тревожности» у данной выборки испытуемых имеет среднее значение $M=16,36$, при этом минимальное значение составляет 3 балла, а максимальное 27 баллов, большинство респондентов имеют баллы в диапазоне от 8 до 26 баллов (это 10 и 90 процентиль соответственно), значение стандартного отклонения демонстрирует большой разброс значений по данному параметру, стандартная ошибка превышает 10% от среднего значения (1,91), что свидетельствует о возможной недостоверности результатов исследования по данному параметру, показатели асимметрии $A_s = -0,08$, а эксцесса $E_s = -0,62$ меньше единицы по модулю, что свидетельствует о приближенности к нормальному распределению.

Описание результатов по средним значениям (современный вариант)

В результате диагностики испытуемых 14 студентов из них 10 мужчин и 4 женщины были получены следующие результаты по параметрам «Тревожность», «Агрессивность» и «Самооценка» (табл.1)

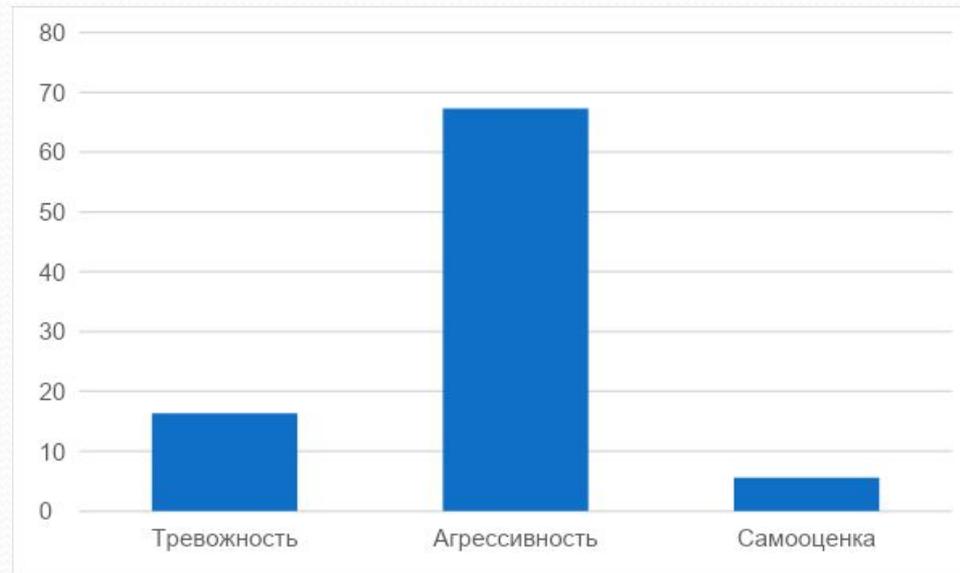


Рисунок 1 – Показатели средних значений параметров «Тревожность», «Агрессивность» и «Самооценка»

Результаты параметра «Тревожность» $M=16,36$ относительно нормы (табл.1, рис.1) свидетельствует о том, что испытуемые студенты данной выборки имеют средний уровень выраженности, т.е. адекватное реагирование на переживание, беспокойство на какую-либо ситуацию.

Результаты параметра «Агрессивность» $M=67,29$ относительно нормы (табл.1, рис.1) свидетельствует о том, что испытуемые имеют высокий уровень выраженности, что говорит о повышенной враждебности и не дружелюбности.

Результаты параметра «Самооценка» $M=5,57$ относительно нормы (табл.1, рис.1) свидетельствует о том, что испытуемые имеют средний уровень выраженности данного параметра, который выражает степень соответствия представлений человека о себе и объективные основания этих представлений.

Таким образом, полученные результаты говорят о том, что данная выборка студентов имеет средний уровень выраженности параметров «Тревожность» и «Самооценка», тогда как по параметру «Агрессивность» эти результаты представляют высокий уровень.

Тема 6. Стандартизация данных

- Понятие стандартизации данных.
- Основные формы стандартизации.
- z-преобразование данных.

Стандартизация (англ. standard нормальный) — унификация, приведение к единым нормативам процедуры и оценок теста.

Различают две формы стандартизации

1. В первом случае под С. понимаются обработка и регламентация процедуры проведения, унификация инструкции, бланков обследования, способов регистрации результатов, условий проведения обследования, характеристика контингентов испытуемых.
2. Во втором случае под С. понимается преобразование нормальной (или искусственно нормализованной) шкалы оценок в новую шкалу, основанную уже не на количественных эмпирических значениях изучаемого показателя, а на его относительном месте в распределении результатов в выборке испытуемых.

Преобразование первичных оценок в новую шкалу

- **Центрирование** – это линейная трансформация величин признака, при котором средняя величина распределения становится равной нулю ($M \pm \sigma$ – нормативный диапазон).
- **Нормирование** - это переход к другому масштабу (единицам) измерения, называемый **z-преобразованием** данных. **z-преобразование** данных — это перевод измерений в стандартную *Z-шкалу* со средним $M_z = 0$ и D_z (или σ_z) = 1.

Этапы перехода к другому масштабу

- Для переменной, измеренной на выборке, вычисляют среднее по выборке, индивидуальный показатель (или среднее каждого испытуемого) M_x , стандартное отклонение σ_x .
- Все значения переменной x_i пересчитываются по формуле:

$$z_i = \frac{x_i - M_x}{\sigma_x}.$$

- Перевод в новую шкалу осуществляется путем умножения каждого z-значения на заданную сигму и прибавления среднего:

$$S_i = \sigma_S z_i + M_S.$$

- Известные шкалы: IQ (среднее 100, сигма 15); Т-оценки (среднее 50, сигма 10); 10-балльная — стены (среднее 5,5, сигма 2) и др.

Пример преобразования в z-значения, T-баллы

№ п/п	Косвенная агрессия	Преобразование в z-значения		Преобразование в T-баллы	
		$x_i - X$	$\frac{(x_i - X)}{\sigma}$	$\frac{(x_i - X)}{\sigma} * 10$	$\frac{(x_i - X)}{\sigma} * 10 + 50$
1	8	2,75	1,61	16	66
2	4	-1,25	-0,73	7	57
3	3	-2,25	-1,32	13	63
4	5	-0,25	-0,15	1	51
5	5	-0,25	-0,15	1	51
6	7	1,75	1,02	10	50
7	5	-0,25	-0,15	1	51
8	6	0,75	0,44	4	54
9	5	-0,25	-0,15	1	51
10	8	2,75	1,61	16	66
11	3	-2,25	-1,32	13	63
12	4	-1,25	-0,73	7	57
X	5,25		0		56,6
σ	1,71		1		6,3

Тема 7. Теоретические распределения, используемые при статистических выводах

- Нормальное распределение
- Единичное нормальное распределение и его свойства
- Соответствия между диапазонами значений и площадью под кривой
- Проверка нормальности распределения

Виды распределения данных

Нормальное
распределение
Распределение
Стьюдента



Показывает распределения выраженности
количественного признака (метрических данных)

Биномиальное
распределение
Пуассоновское
распределение



Показывает распределения качественного
признака (номинативных данных).
Сортирует группы по числу объектов,
обладающих признаком

Нормальное распределение



К. Гаусс (1777—1855)



П. Лаплас (1749-1827)

Нормальное распределение было впервые предложено математиками в начале XIX века К. Гауссом и П. Лапласом

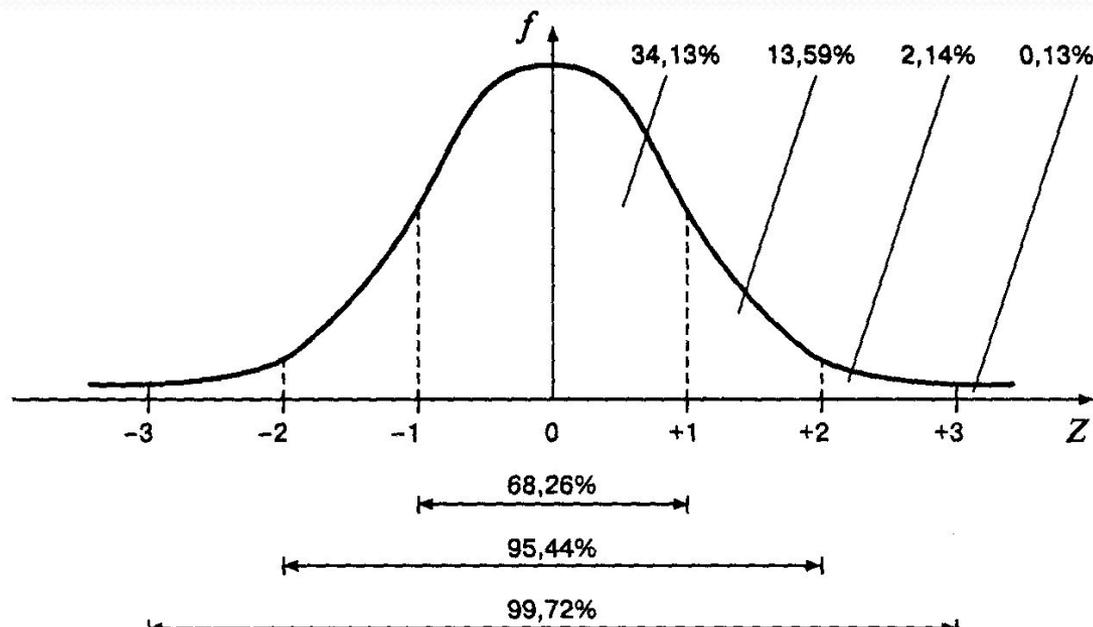
Единичное нормальное распределение и его свойства

Нормальное распределение. Нормальный закон распределения состоит в том, что чаще всего встречаются средние значения соответствующих показателей, и чем больше отклонение от этой средней величины в меньшую или большую сторону встречаются одинаково реже чем среднее значение.

Если применить z-преобразование ко всем возможным измерениям свойств, все многообразие нормальных распределений может быть сведено к одной кривой. Тогда каждое свойство будет иметь среднее 0 и стандартное отклонение 1. Это и есть **единичное нормальное распределение**, которое используется как стандарт — эталон.

Свойства единичного нормального распределения

- Единицей измерения единичного нормального распределения является стандартное отклонение.
- Кривая приближается к оси Z по краям асимптотически — никогда не касаясь ее.
- Кривая симметрична относительно $M=0$. Ее асимметрия и эксцесс равны нулю.
- Кривая имеет характерный изгиб: точка перегиба лежит точно на расстоянии в одну σ от M .
- Площадь между кривой и осью Z равна 1.

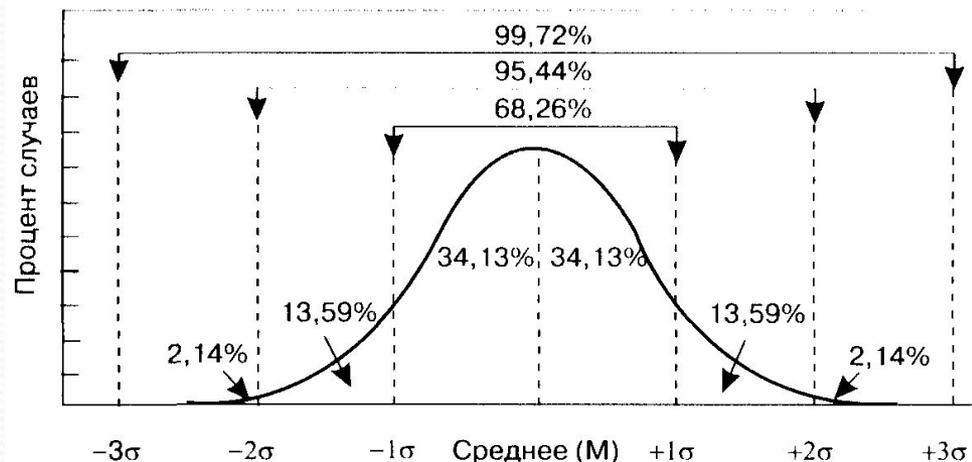


Соответствия между диапазонами значений и площадью под кривой

- $M \pm \sigma$ соответствует $\approx 68\%$ (точно — $68,26\%$) площади;
- $M \pm 2\sigma$ соответствует $\approx 95\%$ (точно — $95,44\%$) площади;
- $M \pm 3\sigma$ соответствует $\approx 100\%$ (точно — $99,72\%$) площади.

Если распределение является нормальным, то:

- 90% всех случаев располагается в диапазоне значений $M \pm 1,64\sigma$;
- 95% всех случаев располагается в диапазоне значений $M \pm 1,96\sigma$;
- 99% всех случаев располагается в диапазоне значений $M \pm 2,58\sigma$.



Проверка нормальности распределения



1. Способ. Предполагает построение графика накопленных частот, которое осуществляется следующим образом. На оси абсцисс через равные интервалы откладываются значения накопленных относительных частот. Далее определяются эмпирические значения, соответствующие каждому значению накопленной частоты, которые пересчитываются в z -оценки. По таблице нормального распределения определяются теоретические накопленные частоты (площадь под кривой) для каждого из вычисленных z -значений, которые откладываются на оси ординат. Если распределение соответствует нормальному виду, то полученные на графике точки лежат на одной прямой.

График распределения частот

2. Способ. Нормальность распределения результативного признака можно проверить путем расчета показателей асимметрии и эксцесса по Н. А. Плохинскому, которые определяется следующим образом:

Если исходные данные переведены в z-значения, показатель асимметрии вычисляется по формуле:

$$A = \frac{\sum(x_i - M_x)^3}{n \times \sigma^3}.$$

Показатель эксцесса определяется формулой:

$$E = \frac{\sum(x_i - M_x)^4}{n \times \sigma^4} - 3.$$

Показатели асимметрии и эксцесса свидетельствуют о достоверном отличии эмпирических распределений от нормального в том случае, если они превышают по модулю $|-1|$.

3. Способ. Статистический критерий d-Колмогорова-Смирнова, который носит имена математиков Андрея Николаевича Колмогорова и Николая Васильевича Смирнова.



Данный критерий считается наиболее состоятельным для определения степени соответствия эмпирического распределения нормальному. Он позволяет оценить вероятность того, что данная выборка принадлежит генеральной совокупности с нормальным распределением.

Одновыборочный критерий нормальности Колмогорова-Смирнова основан на максимуме разности между кумулятивным распределением выборки и предполагаемым кумулятивным распределением. Если d статистика Колмогорова-Смирнова значима, то гипотеза о том, что соответствующее распределение нормально, должна быть отвергнута.

Иначе говоря, если вероятность $p \leq 0,05$, то данное эмпирическое распределение существенно отличается от нормального, а если $p > 0,05$, то делают вывод о приблизительном соответствии данного эмпирического распределения нормальному.

Пример проверки на нормальность распределения по критерию Колмагорова-Смирнова.

H_0 : распределение признаков личностных особенностей и локус контроля не отличается от нормального (т.е. является нормальным).

H_1 : распределение признаков личностных особенностей и локус контроля отличается от нормального.

Таблица 1 - Результаты проверки на нормальность распределения по Колмагорову-Смирнову

Параметры	макс.D	Ур.знач. (p)
Невротичность	0,14	$p > 0,20$
Уравновешенность	0,15	$p > 0,20$
Депрессивность	0,18	$p > 0,20$
Интернальность	0,14	$p > 0,20$
Экстернальность	0,16	$p > 0,20$

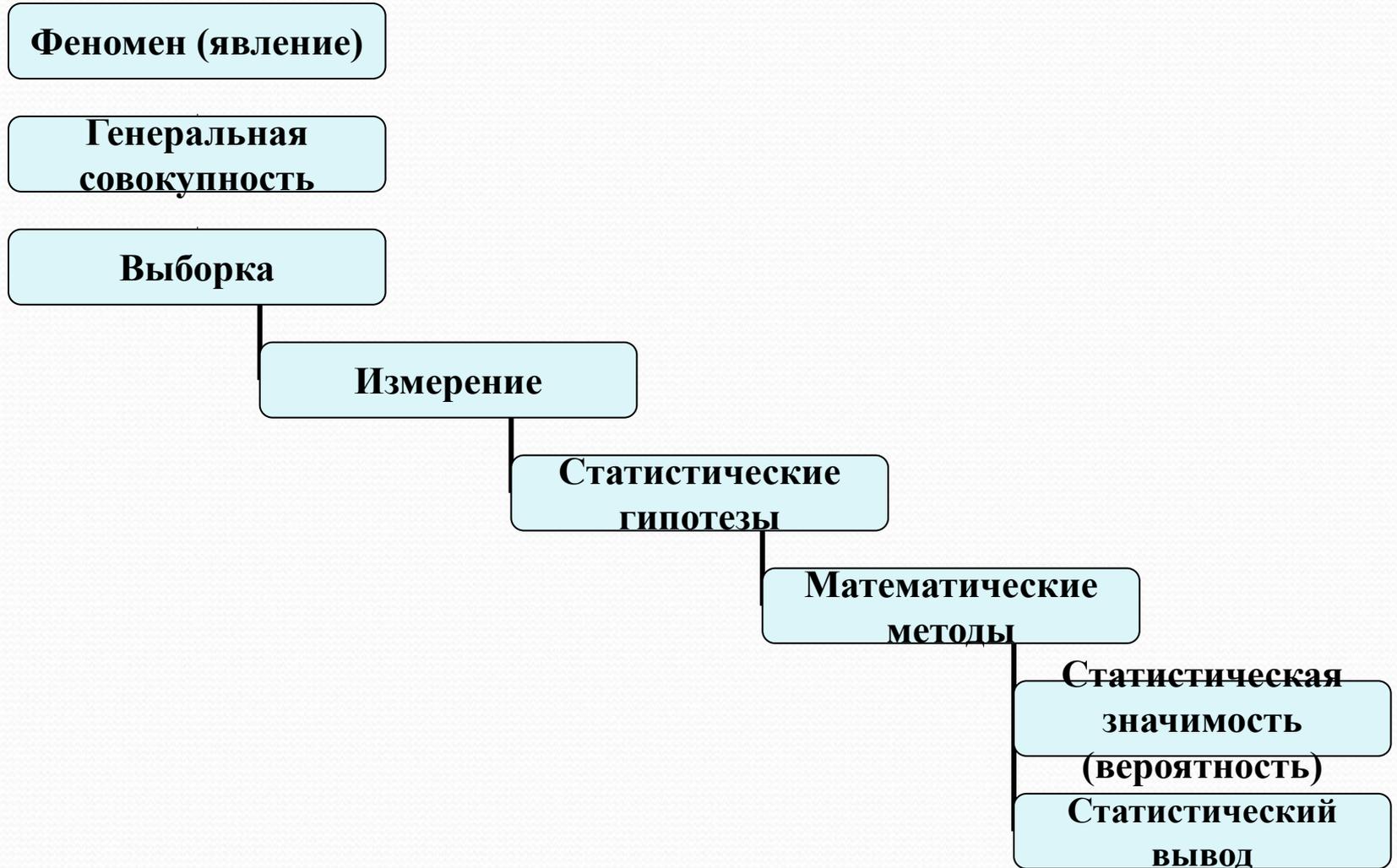
Статистический вывод: по данным (табл. 1) по всем параметрам принимается гипотеза H_0 , т.к. $p > 0,05$.

Результаты проверки на нормальность распределения по критерию Колмагорова-Смирнова параметров личностных особенностей и локус контроля показали (табл. 1), что они не отличаются от нормального.

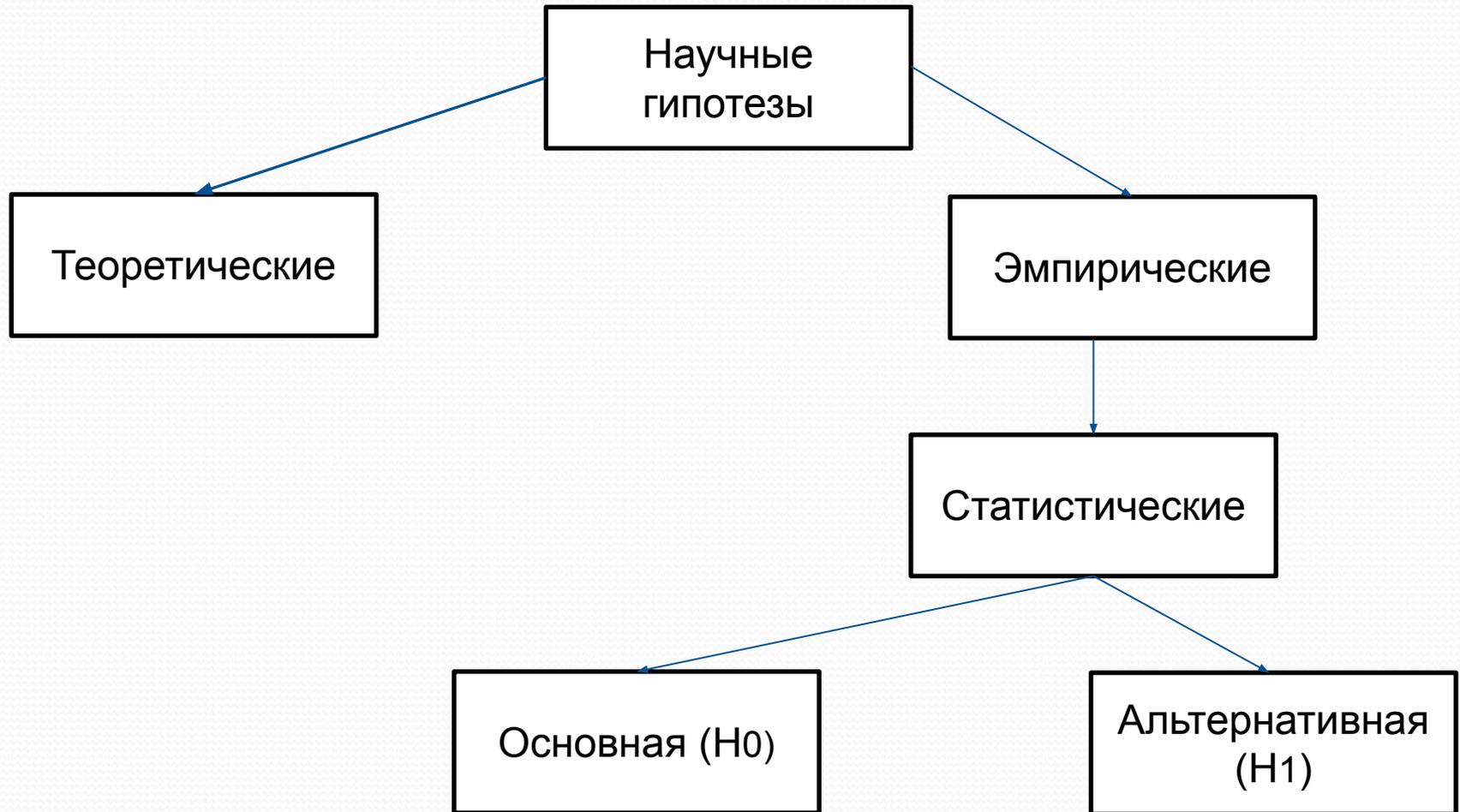
Тема 8. Статистическое оценивание и проверка гипотез

- Статистические гипотезы.
- Статистический вывод.
- Ошибки 1 и 2 рода.
- Степень свободы.
- Статистический критерий

Этапы статистического вывода



ы



Различают научные и статистические гипотезы.

Научные гипотезы (предположение) формулируются как предполагаемое решение проблемы.

Статистическая гипотеза – утверждение в отношении неизвестного параметра, сформулированное на языке математической статистики.

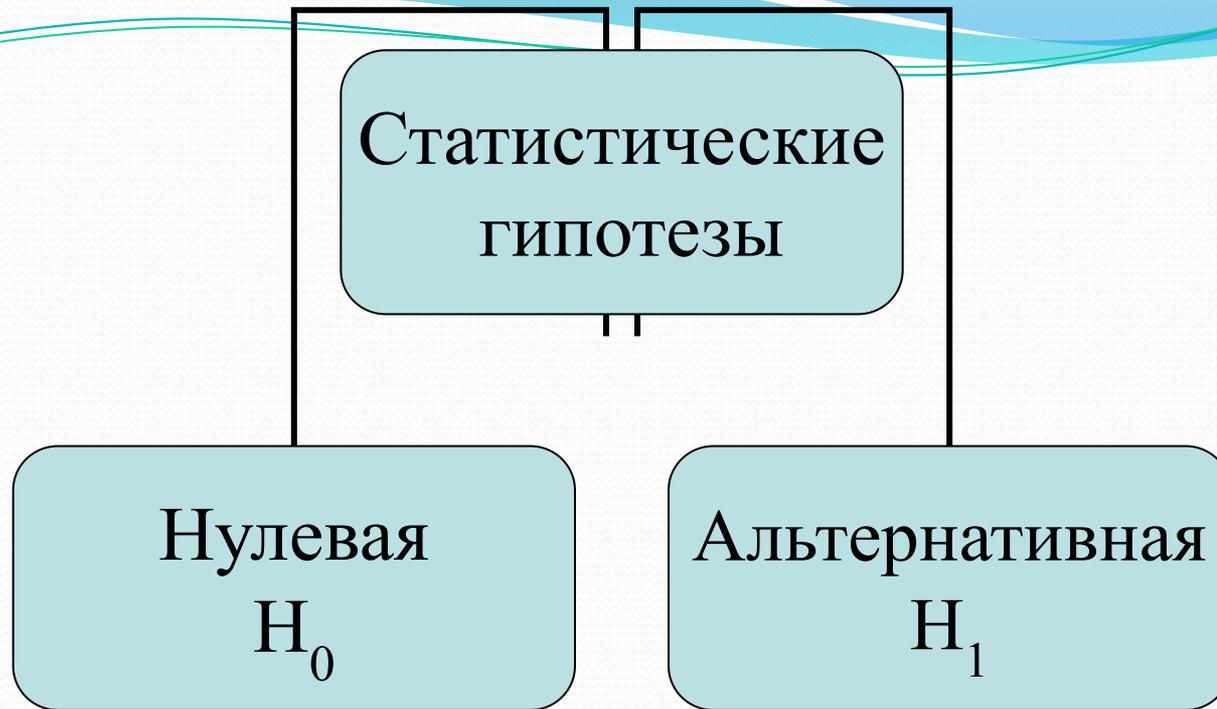
Любая научная гипотеза требует перевода на язык статистики.

Статистическая гипотеза необходима на этапе математической интерпретации данных эмпирических исследований. Большое количество статистических гипотез необходимо для подтверждения или опровержения основной – экспериментальной гипотезы.

Экспериментальная гипотеза – первична, статистическая – вторична.

Варианты гипотез:

1. О (различии) значении генеральных параметров;
2. О (взаимосвязи) отличии параметров от нуля;
3. О (нормальности распределения) законе распределения.



Нулевая гипотеза - это гипотеза об отсутствии различий, взаимосвязи. Она обозначается как H_0 и называется нулевой потому, что содержит число 0: $X_1 - X_2 = 0$, где X_1, X_2 - сопоставляемые значения признаков. **Нулевая гипотеза** - это то, что мы хотим опровергнуть, если перед нами стоит задача доказать значимость различий.

Альтернативная гипотеза - это гипотеза о значимости различий или наличия взаимосвязи. Она обозначается как H_1 . **Альтернативная гипотеза** - это то, что мы хотим доказать, поэтому иногда ее называют *экспериментальной* гипотезой.

Алгоритм проверки статистических гипотез

1. Обоснование применения критерия.
2. Выполнение ограничений (если есть).
3. Формулирование статистических гипотез (H_0 и H_1).
4. Расчет критерия (таблица данных).
5. Определение уровня значимости (p), Принятие одной из статистических гипотез.
6. Формулирование статистического вывода.
7. Интерпретация значимых результатов ($p \leq 0,05$) + рисунок.

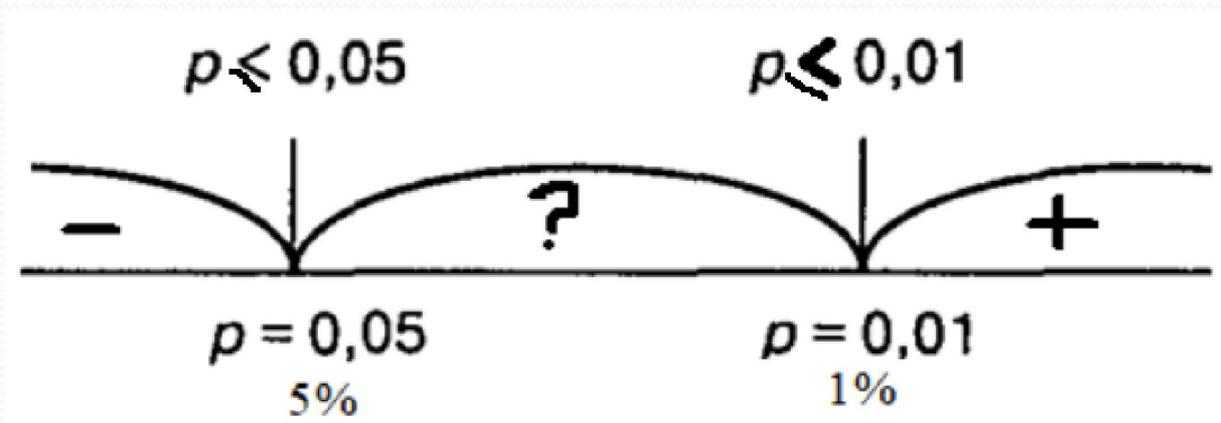
Условия принятия и отвержения статистических гипотез

H_0 принимается при $p > 0,05$

H_1 принимается при $p \leq 0,05$

Статистическая значимость (Significant level, сокращенно Sig.), или p -уровень значимости (p-level).

Величину называют статистически значимой, если мала вероятность совершения ошибки при расчетах.



Свойства статистической значимости

Чем меньше значение p -уровня, тем выше статистическая значимость результата исследования, подтверждающего научную гипотезу.

Что влияет на показатели уровня значимости:

- величина связи (изменчивость признака) больше;
- различия признаков больше;
- объем выборки (выборок) больше.

Традиционная интерпретация уровней значимости при $\alpha = 0,05$

Уровень значимости	Решение	Возможный статистический вывод
$p > 0,1$	Принимается H_0	«Статистически достоверные различия не обнаружены»
$p \leq 0,1$	сомнения в истинности H_0 , неопределенность	«Различия обнаружены на уровне статистической тенденции»
$p \leq 0,05$	значимость, отклонение H_0	«Обнаружены статистически достоверные (значимые) различия»
$p \leq 0,01$	высокая значимость, отклонение H_0	«Различия обнаружены на высоком уровне статистической значимости»



$p > 0,1$



$p < 0,1$



$p < 0,05$



$p < 0,01$



$p < 0,001$

КРИТИЧЕСКИЕ ЗНАЧЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ КОРРЕЛЯЦИИ r -ПИРСОНА (r -СПИРМЕНА)

(для проверки ненаправленных альтернатив, n — объем выборки)

n	p				n	p			
	0,10	0,05	0,01	0,001		0,10	0,05	0,01	0,001
5	0,805	0,878	0,959	0,991	46	0,246	0,291	0,376	0,469
6	0,729	0,811	0,917	0,974	47	0,243	0,288	0,372	0,465
7	0,669	0,754	0,875	0,951	48	0,240	0,285	0,368	0,460
8	0,621	0,707	0,834	0,925	49	0,238	0,282	0,365	0,456
9	0,582	0,666	0,798	0,898	50	0,235	0,279	0,361	0,451
10	0,549	0,632	0,765	0,872	51	0,233	0,276	0,358	0,447
11	0,521	0,602	0,735	0,847	52	0,231	0,273	0,354	0,443
12	0,497	0,576	0,708	0,823	53	0,228	0,271	0,351	0,439
13	0,476	0,553	0,684	0,801	54	0,226	0,268	0,348	0,435
14	0,458	0,532	0,661	0,780	55	0,224	0,266	0,345	0,432
15	0,441	0,514	0,641	0,760	56	0,222	0,263	0,341	0,428
16	0,426	0,497	0,623	0,742	57	0,220	0,261	0,339	0,424
17	0,412	0,482	0,606	0,725	58	0,218	0,259	0,336	0,421
18	0,400	0,468	0,590	0,708	59	0,216	0,256	0,333	0,418
19	0,389	0,456	0,575	0,693	60	0,214	0,254	0,330	0,414
20	0,378	0,444	0,561	0,679	61	0,213	0,252	0,327	0,411
21	0,369	0,433	0,549	0,665	62	0,211	0,250	0,325	0,408
22	0,360	0,423	0,537	0,652	63	0,209	0,248	0,322	0,405
23	0,352	0,413	0,526	0,640	64	0,207	0,246	0,320	0,402
24	0,344	0,404	0,515	0,629	65	0,206	0,244	0,317	0,399
25	0,337	0,396	0,505	0,618	66	0,204	0,242	0,315	0,396
26	0,330	0,388	0,496	0,607	67	0,203	0,240	0,313	0,393
27	0,323	0,381	0,487	0,597	68	0,201	0,239	0,310	0,390
28	0,317	0,374	0,479	0,588	69	0,200	0,237	0,308	0,388
29	0,311	0,367	0,471	0,579	70	0,198	0,235	0,306	0,385
30	0,306	0,361	0,463	0,570	80	0,185	0,220	0,286	0,361
31	0,301	0,355	0,456	0,562	90	0,174	0,207	0,270	0,341

Ошибки 1 и 2 рода

- **Ошибка I рода** - ошибка, состоящая в том, что мы отклонили H_0 , в то время как она верна.
- **Ошибка II рода** - ошибка, состоящая в том, что мы приняли H_0 , в то время как она не верна.

Вероятность такой ошибки называется **мощностью** (чувствительностью) критерия. Эта величина характеризует статистический критерий с точки зрения его способности отклонять H_0 , когда она не верна.

Степень свободы

Число степеней свободы – это количество возможных направлений изменчивости признака.

Это характеристика распределения, используемая при проверке статистических гипотез, отражающая степень произвольности вариантов заполнения определенных групп, на которые квантифицируется распределение (обозначается как *df* или $n-1$).

Вариант заполнения интервалов оценок в выборке из 100 обследованных степень свободы равна трем ($df = k-1 = 4-1=3$).

Показатели степеней свободы для зависимых и независимых выборок

Если имеются две независимые выборки, то число степеней свободы для первой из них составляет $n_1 - 1$, а для второй $n - 1$. Таким образом, число степеней свободы для этих независимых выборок будет составлять $(n_1 + n_2) - 2$.

В случае зависимых выборок число степеней свободы равно $n - 1$.

Показатель степени свободы наиболее широко используется при расчете статистических гипотез с использованием критериев Стьюдента, Фишера, z-критерия, критерия χ^2 . При применении каждого критерия и в каждом конкретном случае его использования существуют свои правила определения количества степеней свободы.

Статистический критерий

Статистический критерий – это решающее правило, обеспечивающее принятие истинной и отклонение ложной гипотезы с высокой вероятностью.

Мощность критерия – это его способность не допустить ошибку.

Критерий включает в себя:

- формулу расчета эмпирического значения критерия;
- правило соотнесения значения критерия с уровнем значимости для определения того, какая гипотеза принимается H_0 или H_1 .

Критерии делятся

```
graph TD; A[Критерии делятся] --> B[Параметрические, включающие в формулу расчета параметры распределения: средние и дисперсии (t-Стьюдента, ANOVA)]; A --> C[Непараметрические, основанные на оперировании частотами или рангами (φ-Пирсона, Т-Уилкоксон, U-Манна-Уитни)];
```

Параметрические,
включающие в
формулу расчета параметры
распределения: средние и
дисперсии
(t-Стьюдента, ANOVA)

Непараметрические,
основанные на
оперировании частотами
или рангами
(φ-Пирсона, Т-Уилкоксон,
U-Манна-Уитни)

Параметрические и непараметрические критерии

Параметрические критерии – это группа статистических критериев, которые включают в расчет параметры вероятностного распределения признака (средние и дисперсии).

Непараметрические критерии – это группа статистических критериев, которые не включают в расчёт параметры вероятностного распределения и основаны на оперировании частотами или рангами.

Преимущества и недостатки.

Параметрические критерии могут оказаться несколько более мощными, чем непараметрические, но только в том случае, если признак измерен по интервальной, абсолютной шкалах и нормально распределен. Кроме того, проверка распределения «на нормальность» требует достаточно сложных расчетов, результат которых заранее не известен.

Непараметрические критерии лишены всех этих ограничений и не требуют таких длительных и сложных расчетов. По сравнению с параметрическими критериями они ограничены лишь в одном – с их помощью невозможно оценить взаимодействие двух или более условий или факторов, влияющих на изменение признака.

Основание выбора критерия (мощность критерия)

- а) в какой шкале представлены признаки;
- б) зависимость от нормального распределения.

Алгоритм работы с критериями

1. Обоснование применения критерия.
2. Выполнение ограничений критерия (если они есть).
3. Выдвижение статистических гипотез.
4. Расчет критерия (таблицы).
5. Определение уровня значимости (p). Принятие/отвержение статистических гипотез
6. Формулирование статистического вывода. + график
7. Обсуждение полученных результатов (значимых) описание табличных и графических результатов.
8. Общий вывод по анализу (корреляционному, сравнительному).

Логика интерпретации результатов:

1. Указывается какой анализ и критерий был применен с ссылкой на табличные данные и рисунок;
2. Указывается сколько значимых различий или взаимосвязей было выявлено;
3. В текст переносятся результаты расчетов только значимых различий или взаимосвязей (в скобках значение критерия и уровень значимости)
4. Дается математическая интерпретация: **в сравнительном анализе** по средним значениям в какой группе выше или ниже показатели, **в корреляционном анализе** по показателям коэффициента корреляции (по силе и направлению);
5. Дается психологическая интерпретация (описание результатов **психологическим языком**), что означают различия по параметру или взаимосвязи между параметрами.

Тема 9. Меры связи

(корреляционный анализ)

- Понятие корреляции.
- Диаграмма рассеяния.
- Классификация коэффициентов корреляции.
- Корреляционные матрицы.
- Интерпретация коэффициентов корреляции.
- Графическое представление полученных взаимосвязей. Корреляционные плеяды.

Корреляционный анализ — метод обработки статистических данных, заключающийся в изучении коэффициентов (**корреляции**).

Его применение возможно в случае наличия достаточного количества (для конкретного вида коэффициента **корреляции**) наблюдений из более чем одной переменной.

Корреляционный анализ - метод, позволяющий обнаружить зависимость между несколькими случайными величинами.

Корреляционный анализ проводится между параметрами разных методик (если внутри одной методики, то вы проверяете её на валидность).

Понятие корреляции и ее основные параметры

Корреляционная связь – это согласованное изменение двух или более признаков.

Коэффициент корреляции — это количественная мера силы и направления вероятностной взаимосвязи двух переменных; принимает значения в диапазоне от -1 до +1.

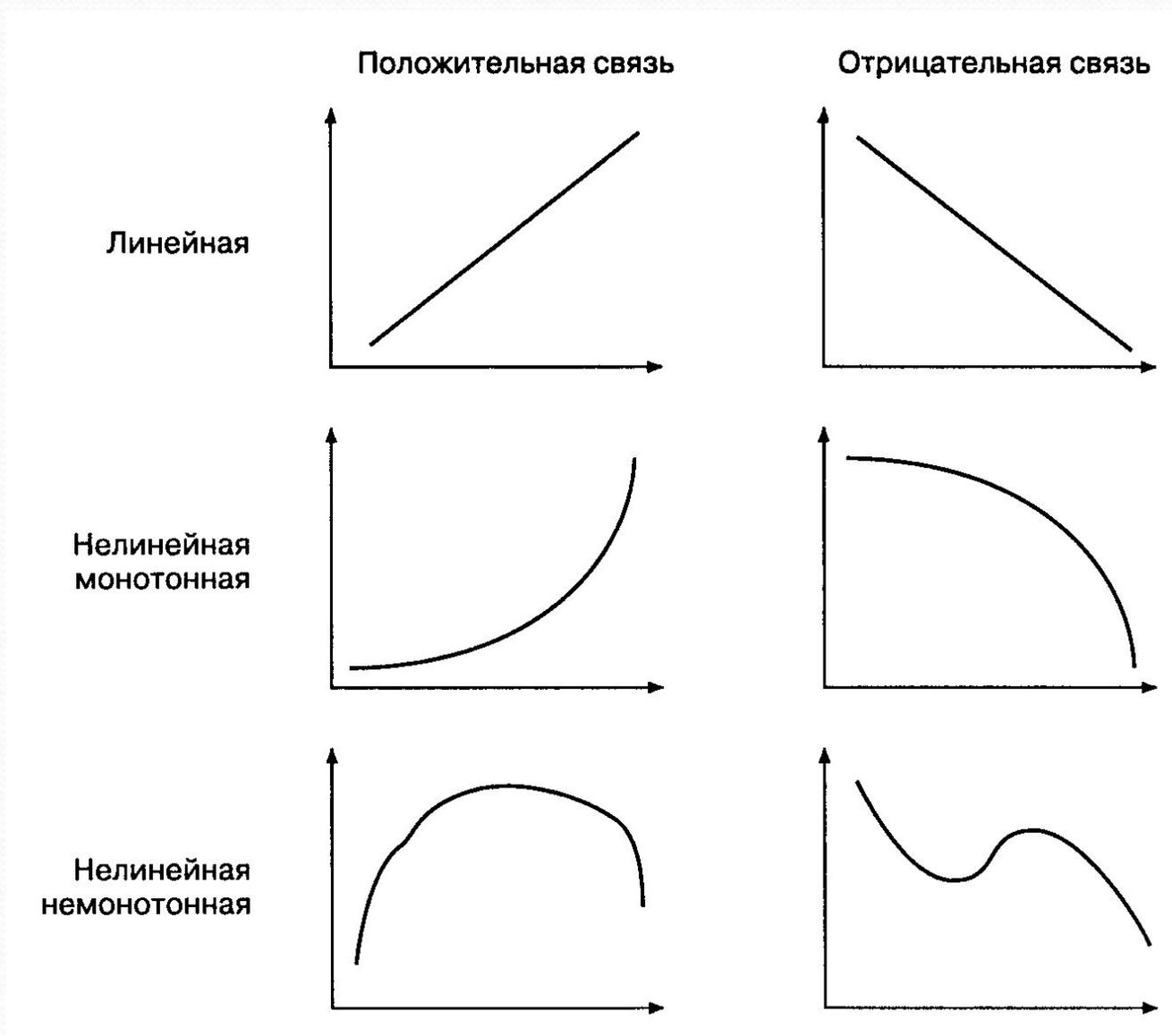
- 1. Сила связи** достигает максимума при условии взаимно однозначного соответствия: когда каждому значению одной переменной соответствует только одно значение другой переменной (и наоборот). Показателем силы связи является *абсолютная* (без учета знака) *величина* коэффициента корреляции.
- 2. Направление связи** определяется прямым или обратным соотношением значений двух переменных: если возрастанию значений одной переменной соответствует возрастание значений другой переменной, то взаимосвязь называется прямой (положительной); если возрастанию значений одной переменной соответствует убывание значений другой переменной, то взаимосвязь является обратной (отрицательной). Показателем направления связи является *знак* коэффициента корреляции.

Виды связей

Взаимосвязи на языке математики обычно описываются при помощи функций, которые графически изображаются в виде линий.

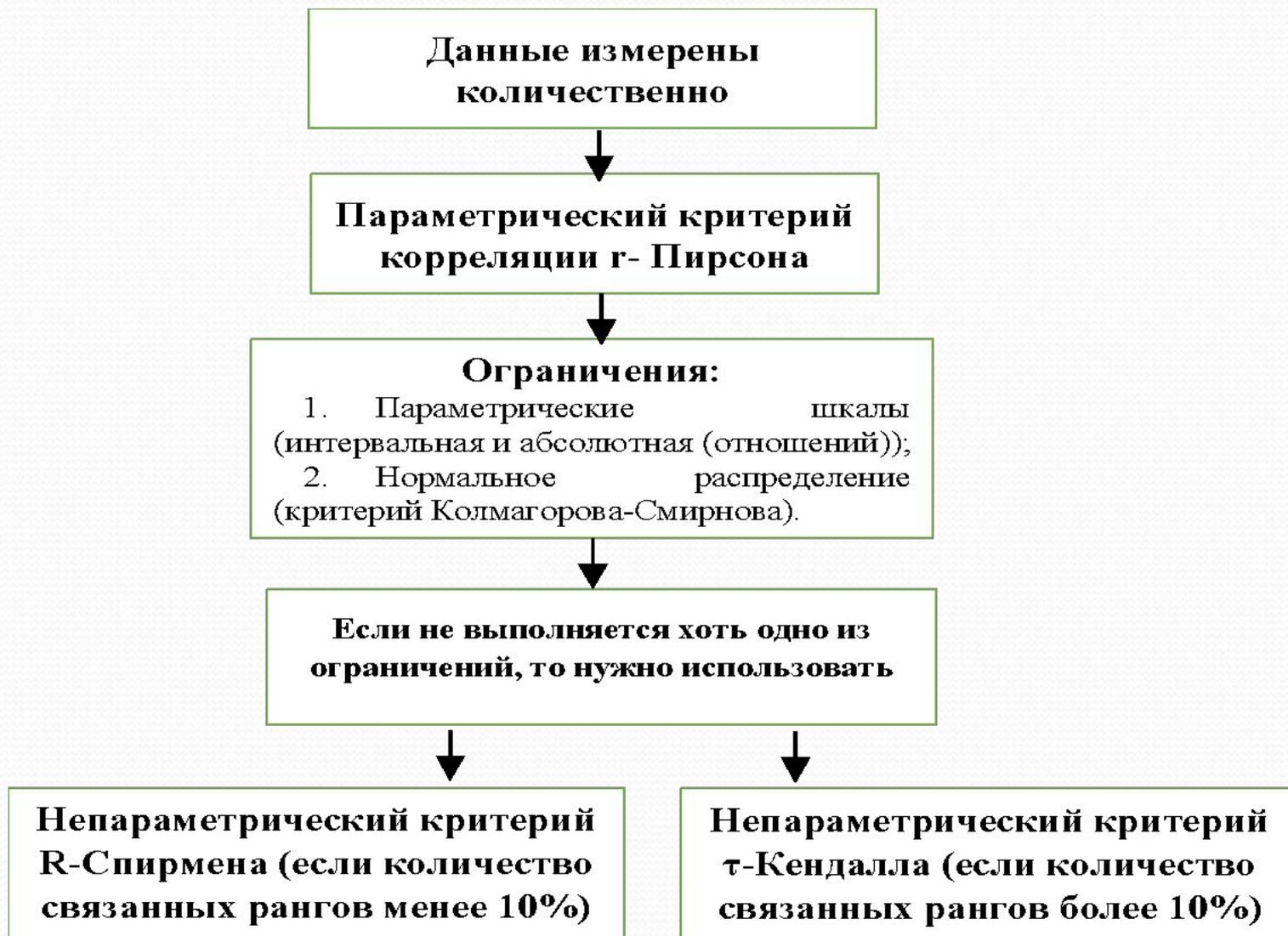
- Если увеличение одной переменной связано с увеличением другой, то связь — **положительная (прямая)**; если увеличение одной переменной связано с уменьшением другой, то связь — **отрицательная (обратная)**.
- Если направление изменения одной переменной не меняется с возрастанием (убыванием) другой переменной, то такая функция — **монотонная**; в противном случае функцию называют **немонотонной**.
- Если изменение одной переменной на одну единицу всегда приводит к изменению другой переменной на одну и ту же величину, функция является **линейной** (график ее представляет прямую линию); любая другая связь — **нелинейная**.

Примеры графиков часто встречающихся функций

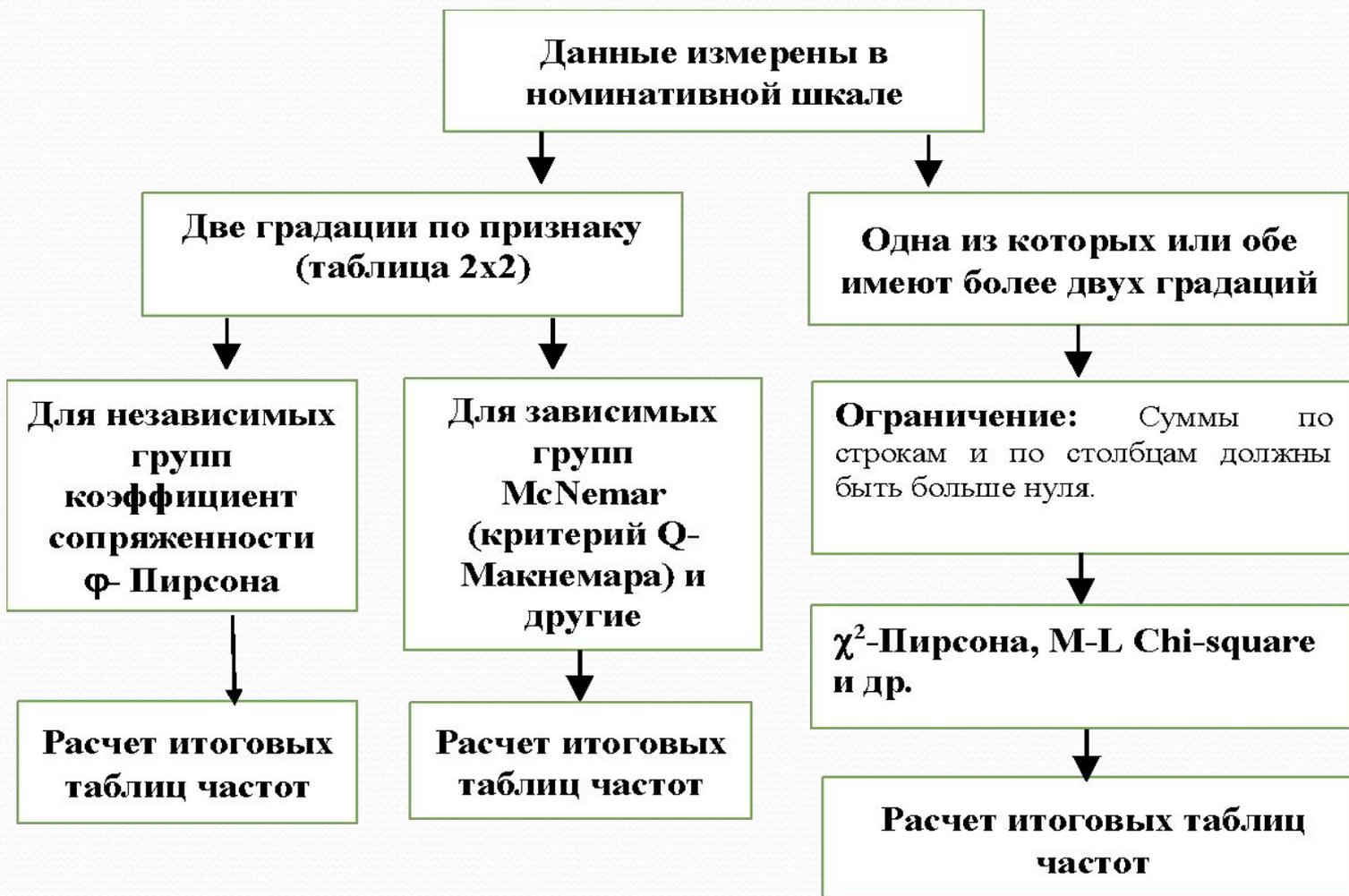


Классификация мер связи

Корреляция количественных данных



Корреляция номинативных данных



**Направление связи
- отрицательное**

$$r = -0,8$$

**Сила связи -
сильная**

**Направление связи
- положительное**

$$r = 0,3$$

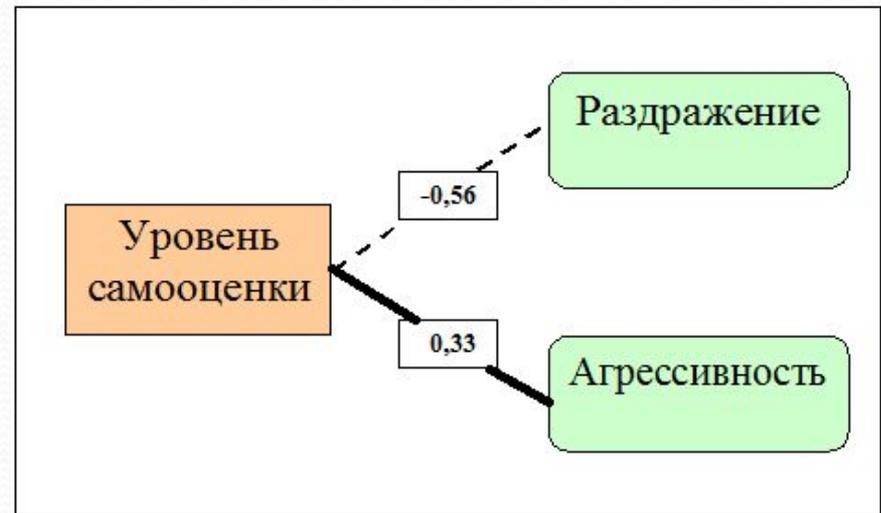
**Сила связи -
слабая**

Формулировка статистических гипотез

H₀: Корреляция между переменными равна 0.

H₁: Корреляция между переменными не равна 0.

Графическое представление данных корреляционного анализа



Поле рассеяния

Корреляционная плеяда

Представление данных корреляционного анализа (Построение

корреляционных матриц)

1 вид - Квадратная матрица

	Мене джме нт	Авто номи я	Стаб ильн ость	Служе ние	Выз ов	Интегр ация
Менеджмент	1,00	0,33	0,04	-0,35	0,69	0,14
Автономия	0,33	1,00	0,32	0,27	0,31	0,02
Стабильность	0,04	0,32	1,00	-0,21	0,15	0,53
Служение	-0,35	0,27	-0,21	1,00	0,42	0,06
Вызов	0,69	0,31	0,15	0,42	1,00	0,32
Интеграция	0,14	0,02	0,53	0,06	0,32	1,00

2 вид - Прямоугольная матрица

	Служе ние	Вызо в	Интегр ация
Менеджмент	-0,35	0,69	0,14
Автономия	0,27	0,31	0,02
Стабильность	-0,21	0,15	0,53

3 вид - Детализированный отчет

	N	r Spearman	p-level
Менеджмент Служение	40	-0,35	0,02
Менеджмент Вызов	40	0,69	0,00
Менеджмент Интеграция	40	0,14	0,38
Автономия Служение	40	0,27	0,10
Автономия Вызов	40	0,31	0,05
Автономия Интеграция	40	0,02	0,88
Стабильность Служение	40	-0,21	0,19
Стабильность Вызов	40	0,15	0,37
Стабильность Интеграция	40	0,53	0,00

Коэффициент корреляции Пирсона

- r-Пирсона (Pearson r) применяется для изучения взаимосвязи двух метрических переменных (измеренных количественно), полученных на одной и той же выборке, если выполняются ограничения.

Ограничения

- Обе переменные измерены в метрической шкале;
- Обе переменные не имеют выраженной асимметрии (имеют нормальное распределение);

Пояснения к формуле

- $(x_i - M_x)$, $(y_i - M_y)$ – отклонения соответствующих значений переменных от своих средних величин;
- N – количество испытуемых;
- σ_x , σ_y – соответствующие стандартные отклонения.

Интерпретация коэффициентов корреляции

- От $\pm 0,7$ до ± 1 – тесная (сильная) связь;
- От $\pm 0,4$ до $\pm 0,6$ – умеренная (средняя) связь;
- От ± 0 до $\pm 0,3$ – слабая связь;
- 0 – нет связи

$$r_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - M_x)(y_i - M_y)}{(N-1)\sigma_x\sigma_y},$$

ПРИМЕР.

НГ: у младших школьников существует взаимосвязь между параметрами «Коммуникативные навыки», «Агрессивность» и «Креативное мышление».

1. Для подтверждения гипотезы о том, что у младших школьников существует взаимосвязь между параметрами «Коммуникативные навыки», «Агрессивность» и «Креативное мышление» возможно применение параметрического критерия корреляции r-Пирсона, т.к. результаты измерены количественно и на одной выборке, если выполняются ограничения по шкалам и нормальному распределению.

2. Так как параметры «Коммуникативные навыки» и «Креативное мышление» измерены в интервальной, а «Агрессивность» и в абсолютной шкале, то первое ограничение выполняется. Для проверки выполнения второго ограничения (на нормальность распределения) необходимо применить критерий Колмагорова-Смирнова.

H_0 : распределение параметров «Коммуникативные навыки», «Агрессивность» и «Креативное мышление» не отличается от нормального (т.е. является нормальным).

H_1 : распределение параметров «Коммуникативные навыки», «Агрессивность» и «Креативное мышление» отличается от нормального (т.е. не является нормальным).

Таблица 2 – Результаты проверки на нормальность распределения по критерию Колмагорова-Смирнова

Параметры	N	макс.D (К.-С.)	Уровень значимости (p)
Креативное мышление	13	0,25	p > 0,20
Коммуникаивные навыки	13	0,21	p > 0,20
Агрессивность	13	0,31	p < 0,15

Статистический вывод: по данным табл. 2 по всем параметрам принимается гипотеза H_0 , т.к. $p > 0,05$.

В результате проверки на нормальность распределения по критерию Колмагорова-Смирнова (табл. 2) было выявлено, что по всем параметрам «Коммуникативные навыки», «Агрессивность» и «Креативное мышление» имеется нормальное распределение. Таким образом, второе ограничение также выполняется и возможно применение параметрического критерия корреляции r -Пирсона.

3. H_0 : корреляция между параметрами «Коммуникативные навыки», «Агрессивность» и «Креативное мышление» равна 0.

H_1 : корреляция между параметрами «Коммуникативные навыки», «Агрессивность» и «Креативное мышление» не равна 0.

4. Таблица 3 – Результаты применения параметрического критерия корреляции r -Пирсона

Параметры	Креативное мышление	Коммуникаивные навыки	Агрессивность
Креативное мышление	1,00	0,85 (H_1)	-0,85 (H_1)
Коммуникаивные навыки	0,85	1,00	-0,92 (H_1)
Агрессивность	-0,85	-0,92	1,00

6. Статистический вывод: по данным таблицы 3 принимается гипотеза H_1 между параметрами «Креативное мышление» и «Коммуникативные навыки», «Креативное мышление» и «Агрессивность», «Коммуникативные навыки» и «Агрессивность», т.к. $p \leq 0,05$. По всем остальным параметрам принимается гипотеза H_0 .

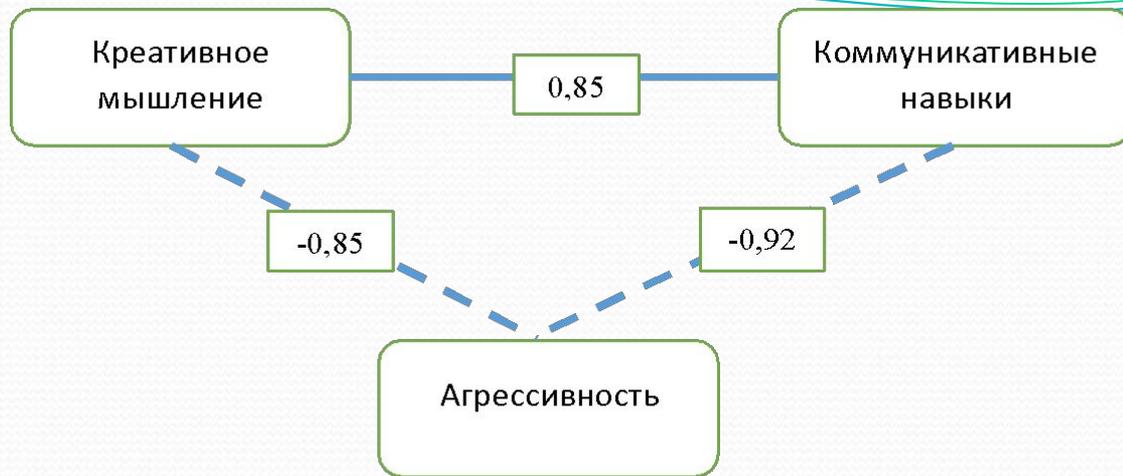


Рисунок 1 – Корреляционная плеяда значимых взаимосвязей

7. В результате применяя корреляционный анализа, рассчитанного с помощью параметрического критерия корреляции r -Пирсона (табл. 3, рис.1) было выявлено 3 значимых взаимосвязи (корреляции). Так обнаружена положительная сильная взаимосвязь между параметрами «Креативное мышление» и «Коммуникативные навыки» ($r=0,85$, при $p \leq 0,05$), т.е. с увеличением параметра «Креативное мышление» также увеличивается параметр «Коммуникативные навыки» и наоборот. Это свидетельствует о том, что у младших школьников с повышением необычного, творческого мышления, также повышается способность построить правильный, эффективный диалог со своими сверстниками и взрослыми людьми.

Также обнаружена сильная отрицательная взаимосвязь между параметрами «Креативное мышление» и «Агрессивность» ($r=-0,85$, при $p \leq 0,05$), т.е. с увеличением параметра «Креативное мышление» параметр «Агрессивность» снижается и наоборот. Это означает, что у младших школьников с повышением необычного, творческого мышления снижается деструктивное поведение, озлобленность, негативизм.

Выявлена сильная отрицательная взаимосвязь между параметрами «Коммуникативные навыки» и «Агрессивность» ($r=-0,92$, при $p \leq 0,05$), т.е. с увеличением параметра «Коммуникативные навыки» параметр «Агрессивность» снижается и наоборот. Это говорит о том, что у младших школьников повышая способность построить правильный, эффективный диалог со своими сверстниками и взрослыми людьми, уменьшается деструктивное поведение, озлобленность, негативизм.

8. Таким образом, корреляционный анализ показал, что у младших школьников с повышением необычного, творческого мышления, также повышается способность построить правильный, эффективный диалог со своими сверстниками и взрослыми людьми, но при этом снижается деструктивное поведение, озлобленность, негативизм. Также у данной выборки испытуемых младших школьников повышая способность построить правильный, эффективный диалог со своими сверстниками и взрослыми людьми, также уменьшается деструктивное поведение, озлобленность, негативизм.

Исходя из выше изложенного можно заключить, что научная гипотеза подтвердилась полностью.

Коэффициент ранговой корреляции R-Спирмена

- Коэффициент ранговой корреляции: R-Спирмена применяется если обе переменные измерены количественно (в ранговой или параметрических шкалах, или мы не знаем в каких шкалах у нас результаты), а также если не выполняется хоть 1 из ограничений по параметрическому критерию r-Пирсона., а также если выполняется следующее ограничение.

Ограничения

- Отсутствие повторяющихся рангов (или менее 10 % связанных рангов).

Формула R-Спирмена и пояснения к формуле

- d – разность между рангами по двум переменным для каждого испытуемого;
- N – количество ранжируемых значений, в данном случае количество испытуемых

Интерпретация коэффициентов корреляции

- От $\pm 0,7$ до ± 1 – тесная (сильная) связь;
- От $\pm 0,4$ до $\pm 0,6$ – умеренная (средняя) связь;
- От ± 0 до $\pm 0,3$ – слабая связь;
- 0 – нет связи

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{N(N^2 - 1)},$$

Расчет непараметрического коэффициента корреляции R-Спирмена

HГ: у младших школьников существует взаимосвязь между «Коммуникативными навыками» и «Агрессивностью», «Коммуникативными навыками» и «Креативным мышлением».

1-2. Исходя из цели исследования выявить взаимосвязь в группе младших школьников между параметрами «Коммуникативные навыки», «Агрессивность» и «Креативное мышление» возможно применение непараметрического критерия ранговой корреляции R-Спирмена, т.к. результаты измерены количественно имеют смешанный тип шкал, на одной и той же выборке, при этом количество связанных рангов составляет менее 10% от всех результатов.

3. H_0 : корреляция между параметрами «Коммуникативные навыки», «Агрессивность» и «Креативное мышление» равна 0.

H_1 : корреляция между параметрами «Коммуникативные навыки», «Агрессивность» и «Креативное мышление» не равна 0.

4. **Таблица 1 – Результаты применения непараметрического критерия ранговой корреляции R-Спирмена**

Параметры	Спирмена - R	Уровень значимости (p)
Коммуникаивные навыки & Креативное мышление	0,23	0,22 (H_0)
Коммуникаивные навыки & Агрессивность	-0,71	0,007 (H_1)

6. **Статистический вывод:** по данным табл. 1 принимается гипотеза H_1 между параметрами «Коммуникативные навыки» и «Агрессивность», т.к. $p \leq 0,05$.

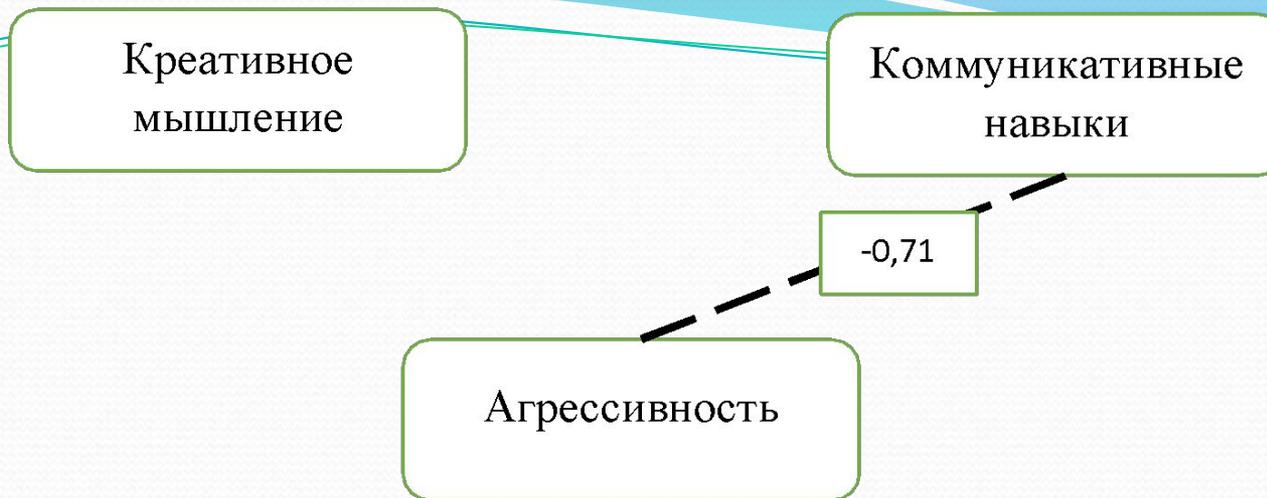


Рисунок 1 – Корреляционная плеяда значимых взаимосвязей

7. В результате применяя корреляционного анализа, рассчитанного с помощью непараметрического критерия ранговой корреляции R-Спирмена (табл. 1, рис.1) было выявлено 1 значимая взаимосвязь.

Так обнаружена сильная отрицательная взаимосвязь между параметрами «Коммуникативные навыки» и «Агрессивность» ($R=-0,71$, при $p = 0,007$), т.е. с увеличением параметра «Коммуникативные навыки» параметр «Агрессивность» снижается и наоборот. Это говорит о том, что у младших школьников повышая способность построить правильный, эффективный диалог со своими сверстниками и взрослыми людьми, уменьшается деструктивное поведение, озлобленность, негативизм.

8. Таким образом, корреляционный анализ показал, что у младших школьников с повышением необычного, творческого мышления, уменьшается деструктивное поведение, озлобленность, негативизм.

Исходя из выше изложенного можно заключить, что научная гипотеза подтвердилась частично.

Коэффициент ранговой корреляции τ -Кенделла

- Коэффициент ранговой корреляции Кенделла применяется если обе переменные измерены количественно (в ранговой или параметрических шкалах, или мы не знаем в каких шкалах у нас результаты), а также если не выполняется хоть 1 из ограничений по параметрическому критерию r -Пирсона., а также если выполняется следующее ограничение.

Ограничения

- Наличие повторяющихся рангов (более 10 % связанных рангов).

Пояснения к формуле

- P — общее число совпадений.
- Q — *общее* число инверсий
- N — количество испытуемых

$$\tau = \frac{P - Q}{N(N - 1)/2},$$

Интерпретация коэффициентов корреляции

- От $\pm 0,7$ до ± 1 — тесная (сильная) связь;
- От $\pm 0,4$ до $\pm 0,6$ — умеренная (средняя) связь;
- От ± 0 до $\pm 0,3$ — слабая связь;
- 0 — нет связи

Непараметрический критерий ранговой корреляции τ - Кендалла

Пример расчёта:

НГ: у младших школьников с увеличением параметра «Агрессивность» снижается параметр «Коммуникативные навыки» и снижается «Креативное мышление».

1-2 Для доказательства того, что у младших школьников с увеличением параметра «Агрессивность» снижается параметр «Коммуникативные навыки» и снижается «Креативное мышление» возможно применение непараметрического критерия ранговой корреляции τ - Кендалла, т.к. результаты измерены количественно в параметрических шкалах, но отсутствует нормальное распределение у параметров, при этом число связанных рангов по исследуемым параметрам составляет более 10%.

3. H_0 : корреляция между параметрами «Коммуникативные навыки», «Агрессивность» и «Креативное мышление» равна 0.

H_1 : корреляция между параметрами «Коммуникативные навыки», «Агрессивность» и «Креативное мышление» не равна 0.

4. Таблица 1 – Результаты применения непараметрического критерия ранговой корреляции τ - Кендалла

Параметры	τ - Кендалла	Уровень значимости (p)
Агрессивность & Креативное мышление	-0,56	0,008 (H_1)
Агрессивность & Коммуникативные навыки	-0,66	0,002 (H_1)

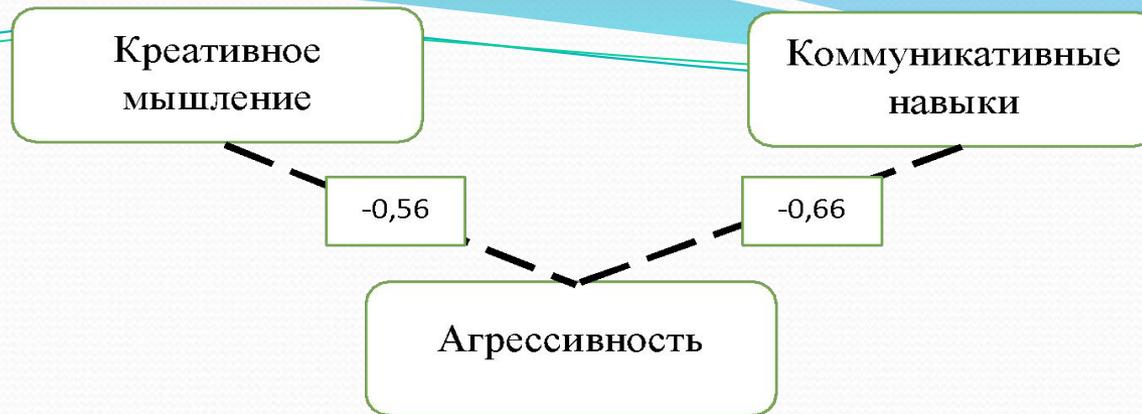


Рисунок 1 – Корреляционная плеяда значимых взаимосвязей

6. **Статистический вывод:** по данным табл. 3 принимается гипотеза H_1 между параметрами «Креативное мышление» и «Агрессивность», «Коммуникативные навыки» и «Агрессивность», т.к. $p \leq 0,05$.

7. В результате применяя корреляционного анализа, рассчитанного с помощью непараметрического критерия ранговой корреляции τ - Кендалла (табл. 1, рис.1) было выявлено 2 значимых взаимосвязи (корреляции).

Обнаружена умеренная отрицательная взаимосвязь между параметрами «Креативное мышление» и «Агрессивность» ($\tau = -0,56$, при $p = 0,008$), т.е. с увеличением параметра «Креативное мышление» параметр «Агрессивность» снижается и наоборот. Это означает, что у младших школьников с повышением необычного, творческого мышления снижается деструктивное поведение, озлобленность, негативизм.

Выявлена сильная отрицательная взаимосвязь между параметрами «Коммуникативные навыки» и «Агрессивность» ($\tau = -0,66$, при $p = 0,002$), т.е. с увеличением параметра «Коммуникативные навыки» параметр «Агрессивность» снижается и наоборот. Это говорит о том, что у младших школьников повышая способность построить правильный, эффективный диалог со своими сверстниками и взрослыми людьми, уменьшается деструктивное поведение, озлобленность, негативизм.

8. Таким образом, корреляционный анализ показал, что у младших школьников с увеличением проявления деструктивного поведения, озлобленности, негативизма уменьшается необычное восприятие окружающего и творческое мышление, но при этом снижается способность построить правильный, эффективный диалог со своими сверстниками и взрослыми людьми.

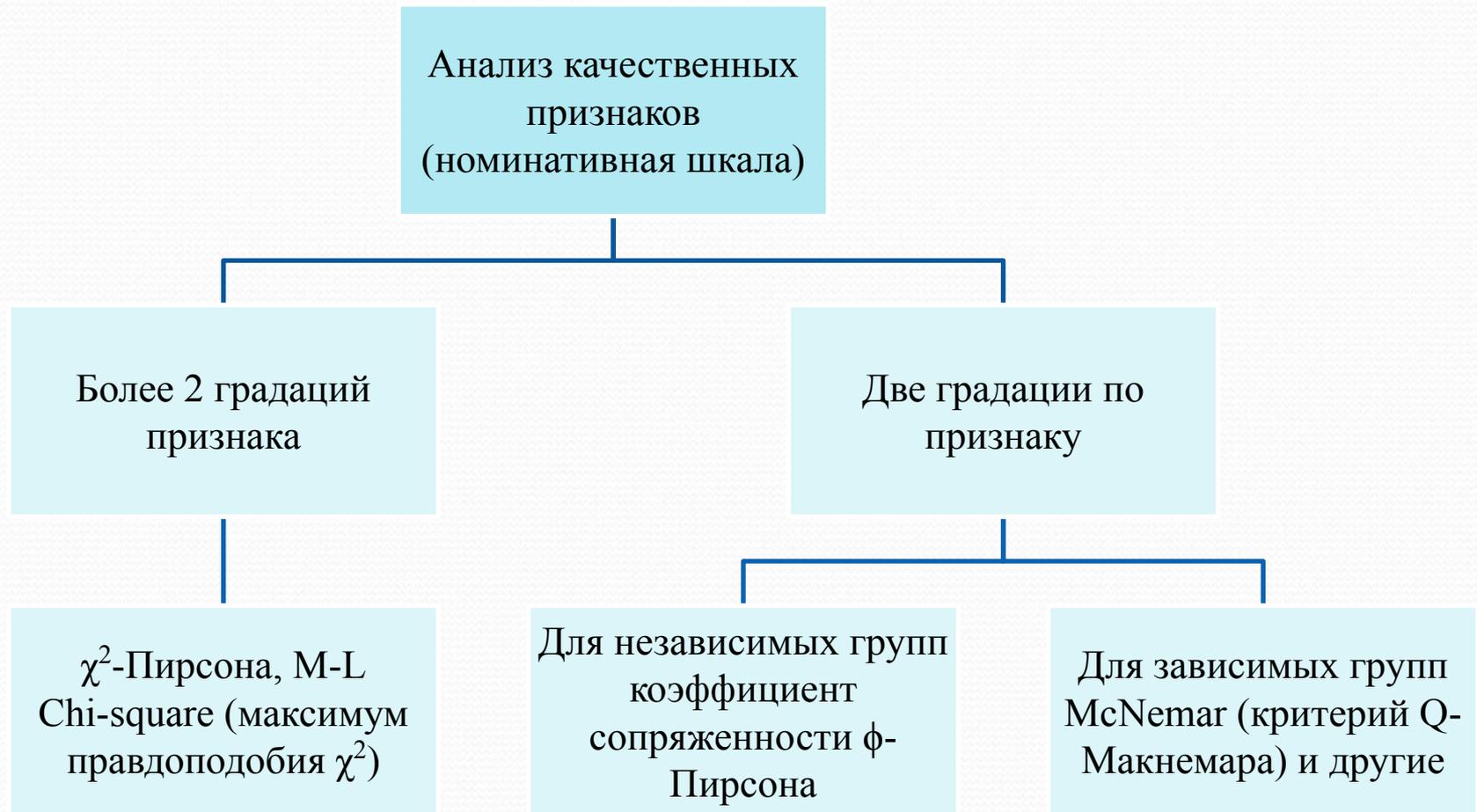
Исходя из выше изложенного можно заключить, что научная гипотеза подтвердилась полностью.

Тема 10. Анализ качественных признаков (номинативных данных)

- Корреляция номинативных данных критерий χ^2 -Пирсона
- Корреляция бинарных данных коэффициент сопряженности ϕ -Пирсона

Анализ качественных признаков

(номинативных данных)



Корреляция номинативных данных

критерий χ^2 -Пирсона

- Критерий χ^2 -Пирсона применяется если обе переменные представлены в номинативной шкале, одна из которых или обе имеют более двух градаций.

Ограничения

- Суммы по строкам и по столбцам должны быть больше нуля.
- **Формула χ^2 -Пирсона и пояснения к формуле**
- f_o – наблюдаемая частота (эмпирическая);
- f_e – ожидаемая частота (теоретическая);

$$\chi^2 = \sum \frac{(f_o - f_e)^2}{f_e}$$

Пример.

H_0 : существует взаимосвязь между полом и предпочтением цвета у выборки студентов

1-2 Для доказательства гипотезы о сопряженности между полом и цветовыми предпочтениями возможно применение непараметрического критерия сопряженности χ^2 -Пирсона, т.к. признаки измерены в шкале наименований, параметр пол имеет 2 градации (мужской и женский), а параметр цвет 3 градации (синий, зеленый, красный), а также сумма по строкам и столбцам не равна 0 (табл.1).

3. H_0 : корреляция между полом и цветовыми предпочтениями у студентов равна нулю.

H_1 : корреляция между полом и цветовыми предпочтениями у студентов не равна нулю.

Таблица 1. – Сводная таблица данных

Пол	Предпочитаемый цвет			
	синий	зеленый	красный	Всего
женский	3	4	0	7
мужской	2	1	6	9
Всего	5	5	6	16

4. Таблица 2 - Результаты расчетов коэффициента χ^2 – Пирсона (между полом и выбором цвета)

Статист.	Хи-квадрат	ст.св.	p
Пирсона Хи-квадрат	12,95846	сс=5	p=,02377
М-П Хи-квадрат	13,46752	сс=5	p=,01937

Параметры	χ^2	Уровень значимости
Пол и Выбор цвета	12,95	0,02 (H_1)

6. **Статистический вывод:** между параметрами «Пол» и «Цвет» принимается гипотеза H_1 , т. к. $p \leq 0,05$ (табл. 2).

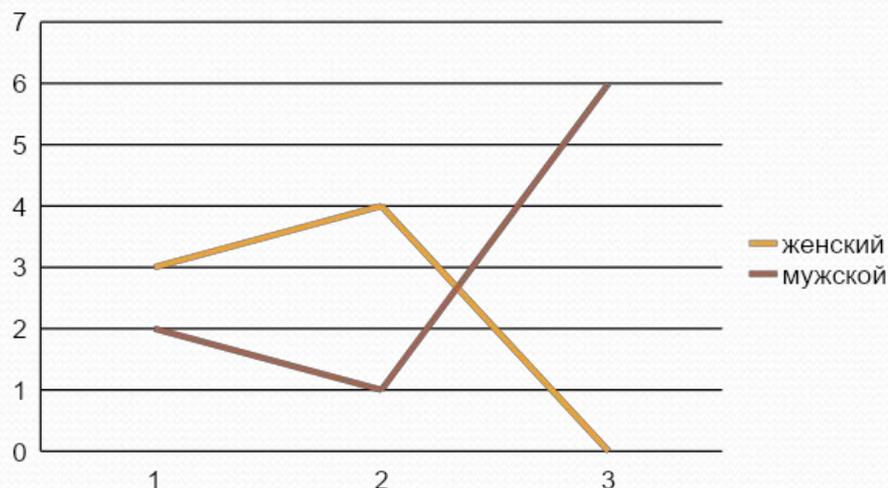


Рис. 1 – Сопряженность предпочитаемого цвета и пола

Интерпретация значимых результатов ($p \leq 0,05$) + рисунок.

7. В ходе проведенного корреляционного анализа номинативных данных, рассчитанного по критерию χ^2 –Пирсона (табл. 2 и рис. 1) была обнаружена значимая взаимосвязь между «Выбором цвета» и «Полом» ($\chi^2 = 12,96$ при $p = 0,02$).

Интерпретация дается на основании Таблица 3 - «Итоговых таблиц частот» только по красным значениям.

	Итоговая таблица частот (Таблица данные) Частоты выделенных ячеек > 10 (Маргинальные суммы не отмечены)			
	Цвет синий	Цвет зелёный	Цвет красный	Всего по стр.
Частота	2	1	6	9
% по строке	22,22%	11,11%	66,67%	
Частота	3	4	0	7
% по строке	42,86%	57,14%	0,00%	
Частота	5	5	6	16

Анализ полученных результатов показывает (табл. 3), что студенты (мужской пол) наиболее предпочитают красный цвет 66,67% (6 чел.), тогда как студентки (женский пол) отдают предпочтение зеленому 57,14% (4 чел.) и синему цвету 42,86% (3 чел.). Это свидетельствует о том, что молодые люди данной выборки энергичны и активны, уверены в себе и менее нуждаются в покое, тогда как девушки более уверены в себе, эмоционально уравновешены.

8. В ходе проведенного корреляционного анализа было выявлено, что молодые люди данной выборки энергичны и активны, уверены в себе и менее нуждаются в покое, тогда как девушки более уверены в себе, эмоционально уравновешены.

Таким образом, научная гипотеза подтвердилась, частично.

Корреляция бинарных данных

коэффициент сопряженности ϕ -Пирсона

- Коэффициент сопряженности ϕ -Пирсона применяется если обе переменные представлены в номинативной шкале, каждая из которых имеет по две градации.

Формула ϕ -Пирсона и пояснения к формуле

- p_x – доля имеющих 1 по x ;
- p_y – доля имеющих 1 по y ;
- p_{xy} – доля тех, кто имеет 1 и по x и по y ;
- q_x – доля имеющих 0 по $x = 1 - p_x$
- q_y – доля имеющих 0 по $y = 1 - p_y$

$$\phi = \frac{p_{xy} - p_x p_y}{\sqrt{p_x q_x p_y q_y}} .$$

Таблица 1 – Сводная таблица данных

Параметры	Аддикция (алкогольная)		
	Нет	Есть	
Пол	Мужской	24	23
	Женский	31	7

Пример.

НГ: существует взаимосвязь между параметром «Пол» и «Аддикция»

1-2. С целью изучения взаимосвязи двух параметров – пола и алкогольной аддикции (или различий между мужчинами и женщинами по признаку алкогольная аддикция) был применен критерий ϕ -Пирсона, т.к. обе переменные измерены в номинативной шкале и имеют по две градации.

3. H_0 : Корреляция между полом и алкогольной аддикцией равна 0.

H_1 : Корреляция между полом и алкогольной аддикцией не равна 0.

4. **Таблица 1 - Результаты расчета коэффициента сопряженности ϕ -Пирсона между показателями алкогольная аддикция и пол**

Параметры	ϕ -Пирсона	Уровень значимости (p)
Аддикция и пол	-0,28	0,009

Статистика	Статистика: Пол(2) x Аддикц		
	Хи-квадрат	df	p
Пирсоновский Чи-кв	6,894531	df=1	p=,00865
M-L Chi-square	7,110126	df=1	p=,00767
Phi for 2 x 2 tables	-.284802		
Tetrachoric correlation	-.450643		
Contingency coefficient	,2739098		

6. **Статистический вывод:** по данным табл. 1 между параметрами «Аддикция» и «Пол» принимается гипотеза H_1 , т.к. $p \leq 0,05$.

Интерпретация значимых результатов ($p \leq 0,05$) + рисунок.

7. В ходе проведенного корреляционного анализа номинативных данных, с применением критерия сопряженности ϕ -Пирсона (табл. 1) была выявлена слабая отрицательная взаимосвязь между полом и алкогольной аддикцией ($\phi = -0,28$ при $p=0,009$).

Рис. 1 – Взаимосвязь алкогольной аддикции и пола

Далее интерпретация дается на основании «Итоговых таблиц частот» только по красным значениям.

Таблица 2 - Результаты «Итоговых таблиц частот»

	Итоговая таблица частот (Таблица данные Частоты выделенных ячеек > 10 (Маргинальные суммы не отмечены)		
	Аддикция нет	Аддикция есть	Всего по стр.
Частота	24	23	47
% по строке	51,06%	48,94%	
Частота	31	7	38
% по строке	81,58%	18,42%	
Частота	55	30	85

Данные табл. 2, рис.1 свидетельствуют, что у мужчин алкогольная аддикция встречается у 23 человек (что составляет 48,94%), так и не имеют ее 24 человека (это у 51,06%), тогда как у женщин 31 человека (81,58%) она отсутствует. Это говорит о том, что мужчины почти в равной степени как готовы решать свои проблемы, так и уходя от них с помощью алкоголя, тогда как большинство женщин не употребляют алкоголь.

8. Таким образом, корреляционный анализ показал, что мужчины почти в равной степени как готовы решать свои проблемы, так и уходя от них с помощью алкоголя, тогда как большинство женщин не употребляют алкоголь.

Исходя из выше изложенного, научная гипотеза подтвердилась частично.

Тема 11. Сравнительный анализ.

Анализ различий между 2 группами независимых выборок

- Классификация методов сравнения
- Представление данных сравнительного анализа
- Параметрический критерий t-Стьюдента для двух независимых выборок
- Непараметрический критерий U-Манна-Уитни для двух независимых выборок

Методы сравнения

В зависимости от решаемых задач методы внутри этой группы классифицируются по трем основаниям:

Количество групп (выборок):

- а) сравниваются 2 выборки;
- б) сравниваются больше 2 выборок.

Зависимость выборок:

- а) сравниваемые выборки независимы;
- б) сравниваемые выборки зависимы.

Шкала:

- а) ранговая переменная;
- б) метрическая переменная.

По последнему основанию методы делятся на две большие группы: **параметрические методы** (критерии) — для метрических переменных и **непараметрические методы** (критерии) — для порядковых (ранговых) переменных.

Критерии сравнения для 2 групп

**Параметрический критерий
t-Стьюдента для 2
зависимых групп**

Ограничения:

1. Параметрические шкалы (интервальная и абсолютная (отношений));
2. Нормальное распределение (критерий Колмагорова-Смирнова).

Если не выполняется хоть одно из ограничений, то нужно использовать

**Непараметрический критерий
Т-Вилкаксона для 2
зависимых групп**

**Параметрический критерий
t-Стьюдента для 2
независимых групп**

Ограничения:

1. Параметрические шкалы (интервальная и абсолютная (отношений));
2. Нормальное распределение (критерий Колмагорова-Смирнова).

Если не выполняется хоть одно из ограничений, то нужно использовать

**Непараметрический критерий
U-Манна-Уитни для 2
независимых групп**

Критерии сравнения для 3 групп



Параметрические методы проверяют гипотезы относительно параметров распределения (средних значений и дисперсий) и основаны на предположении о нормальном распределении в генеральной совокупности.

Непараметрические методы не зависят от предположений о характере распределения и не касаются параметров этого распределения.

Независимые выборки характеризуются тем, что вероятность отбора любого испытуемого одной выборки не зависит от отбора любого из испытуемых другой выборки.

Зависимые выборки характеризуются тем, что каждому испытуемому одной выборки поставлен в соответствие по определенному критерию испытуемый из другой выборки. В общем случае зависимые выборки предполагают попарный подбор испытуемых в сравниваемые выборки, а независимые выборки — независимый отбор испытуемых.

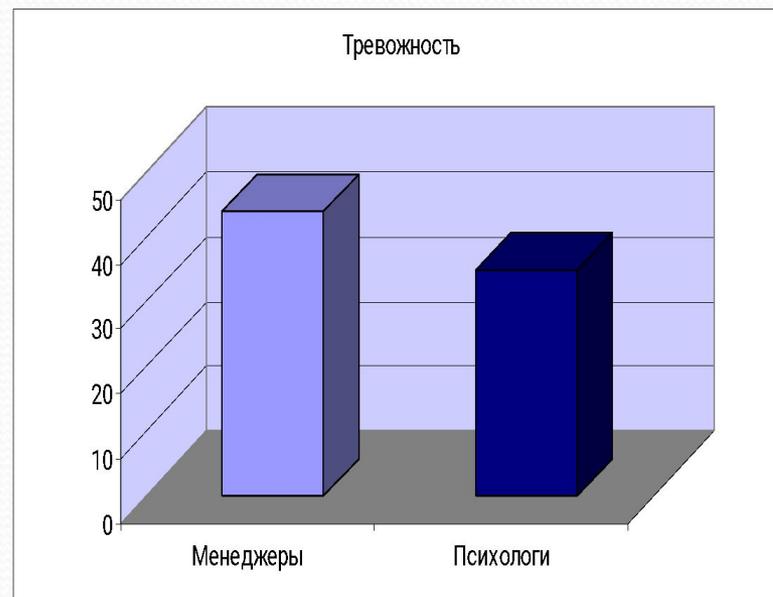
Формулировка статистических гипотез

H₀: Средние значения параметров между выборками не различаются.

H₁: Средние значения параметров между выборками различаются.

Представление данных сравнительного анализа

Графическое представление данных



Построение таблиц

Параметры	Ср. знач. выборка 1	Ср. знач. выборка 2	Значение критерия	Ур. знач. (p)
....				
.....				

Параметрический критерий t-Стьюдента для двух независимых выборок

Параметрический критерий t-Стьюдента для 2 независимых групп применяется тогда, когда данные измерены количественно, а группы являются независимыми и их 2, если выполняются ограничения по данному критерию.

Ограничения:

1. Признаки измерены в метрической шкале.
2. Распределения признака и в той, и в другой выборке не отличаются от нормального.

Гипотезы:

- **H₀**: Средние значения параметров между выборками 1 и 2 не различаются.
- **H₁**: Средние значения параметров между выборками 1 и 2 различаются.

Параметрический критерий t-Стьюдента для двух независимых выборок

Пример расчета:

НГ: женщины рожавшие в 1ый раз и 2ой раз различаются по параметрам «Страх родов» и «Родительские компетенции».

1. Исходя из цели исследования выявления различий в выборке женщин у которых первые и вторые роды по исследуемым параметрам «Страх родов» и «Родительские компетенции» возможно применение параметрического критерия сравнения 2 независимых групп t-Стьюдента, т.к. данные измерены количественно, а группы являются независимыми (1 группа – у которых 1ые роды; 2 группа – у которых 2ые роды), если выполняются ограничения по данному критерию (по шкалам, они должны быть параметрическими; и распределение параметров должно быть нормальным).

2. Так как параметры «Страх родов» измерен в абсолютной шкале, а параметр «Родительские компетенции» в интервальной (а данные шкалы являются параметрическими), то первое ограничение выполнено, для проверки выполнения второго ограничения необходимо применить критерий Колмагорова-Смирнова.

H_0 : распределение параметров «Страх родов» и «Родительские компетенции» не отличаются от нормального (имеют нормальное распределение).

H_1 : распределение параметров «Страх родов» и «Родительские компетенции» отличаются от нормального (не имеют нормальное распределение).

Таблица 2 – Результаты применения критерия Колмагорова-Смирнова на нормальность распределения (1 группа – у которых 1ые роды)

Параметры	N	макс.D (К.-С.)	Ур. знач. (p)	Распределение
Страх родов	15	0,13	$p > 0,2$	нормальное
Родительская компетентность	15	0,14	$p > 0,2$	нормальное

Статистический вывод: по данным табл. 2 по всем параметрам принимается гипотеза H_0 , т.к. $p > 0,05$.

Таблица 3 – Результаты применения критерия Колмагорова-Смирнова на нормальность распределения (2 группа – у которых 2ые роды)

Параметры	N	макс.D (К.-С.)	Ур. знач. (p)	Распределение
Страх родов	13	0,29	$p < 0,2$	нормальное
Родительская компетентность	13	0,20	$p > 0,2$	нормальное

Статистический вывод: по данным табл. 3 по всем параметрам принимается гипотеза H_0 , т.к. $p > 0,05$.

В результате применения критерия Колмагорова-Смирнова (табл. 2-3) в группах 1 и 2 женщин было выявлено, что все параметры имеют нормальное распределение, таким образом второе ограничение также выполняется и возможно применение параметрического критерия сравнения 2 независимых групп t-Стьюдента.

3. H_0 : средние значения параметров «Страх родов» и «Родительские компетенции» не различаются в выборках женщин у которых первые и вторые роды.

H_1 : средние значения параметров «Страх родов» и «Родительские компетенции» различаются в выборках женщин у которых первые и вторые роды.

4. Таблица 4 – Результаты применения параметрического критерия сравнения 2 независимых групп t-Стьюдента

Параметры	Среднее значение (1 роды)	Среднее значение (2 роды)	t-знач.	Ур. знач. (p)
Страх родов	4,4	3,77	0,61	0,55
Родительская компетентность	76,27	57	3,04	0,005

6. Статистический вывод: по данным табл. 4 принимается гипотеза H_1 по параметру «Родительская компетентность», т.к. $p \leq 0,05$. По всем остальным параметрам принимается гипотеза H_0 .

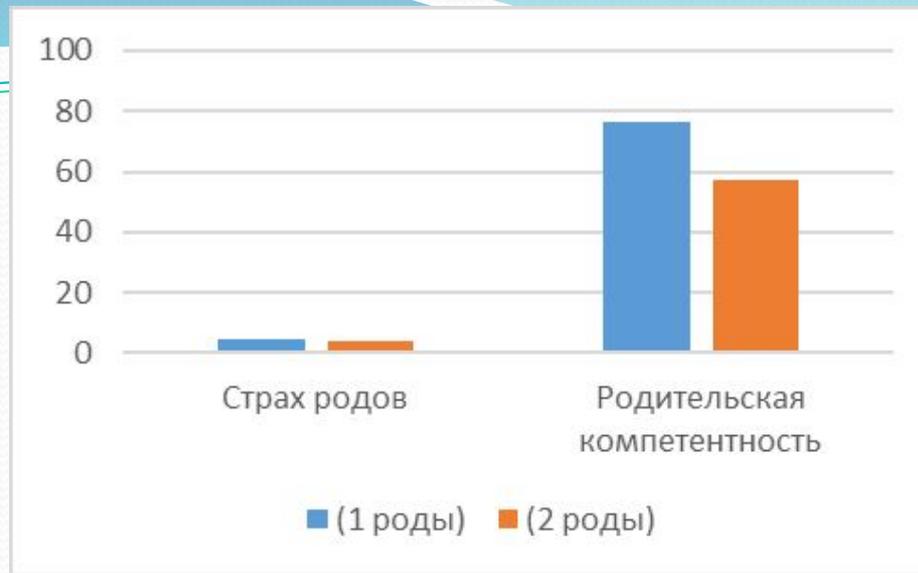


Рисунок 1 – Показатели средних значений параметров «Страх родов» и

«Родительские компетенции» в выборках женщин у которых первые и вторые роды

7. В результате применения сравнительного анализа, рассчитанного с помощью параметрического критерия сравнения 2 независимых групп t-Стьюдента (табл. 4, рис. 1) в выборках женщин у которых первые и вторые роды было выявлено 1 значимое различие по параметру «Родительские компетенции» ($t=3,04$ при $p=0,005$), при этом у женщин у которых 1ые роды ($M=76$ баллов) показатели выше, чем у женщин у которых 2ые роды ($M=56$ баллов).

Это свидетельствует о том, что у группы женщин в первые проживающих беременность отмечается более высокая способность и готовность выполнять свои родительские функции, чем женщин уже имеющих ребенка. По всем остальным параметрам значимых различий не обнаружено. Таким образом, научная гипотеза нашла частичное подтверждение. **Может использоваться как вывод**

Непараметрический критерий U-Манна-Уитни для двух независимых выборок

Критерий применяется, когда данные измерены количественно и необходимо сравнить 2 независимые группы, а также если не выполняется хоть 1 из ограничений параметрического критерия сравнения 2 независимых групп t-Стьюдента (по шкалам и нормальному распределению).

Ограничения - нет.

Формула U-Манна-Уитни и пояснения к формуле

- n — объем выборки X ;
- m — объем выборки Y ,
- R_x и R_y — суммы рангов для X и Y в объединенном ряду.

В качестве эмпирического значения критерия берется наименьшее из U_x и U_y . Чем больше различия, тем меньше эмпирическое значение U .

$$U_x = mn - R_x + \frac{n(n+1)}{2},$$

$$U_y = mn - R_y + \frac{m(m+1)}{2},$$

$$U_x + U_y = mn,$$

Гипотезы

- **H0:** Средние значения параметров между выборками 1 и 2 не различаются.
- **H1:** Средние значения параметров между выборками 1 и 2 различаются.

Непараметрический критерий сравнения 2 независимых групп U-Манна-Уитни

Пример расчета

НГ: группы военных и гражданских лиц различаются по параметрам «Склонность к подчинению» и «Тревожность».

1-2. Исходя из цели выявить различия по параметрам «Склонность к подчинению» и «Тревожность» между группами военных и гражданских лиц возможно применение непараметрического критерия сравнения 2 независимых групп U-Манна-Уитни, т.к. данные измерены количественно и необходимо сравнить 2 независимые группы (военные и гражданские), при этом результаты измерены в ранговой шкале, которая является непараметрической .

3. H_0 : средние значения по параметрам «Склонность к подчинению» и «Тревожность» не различаются между группами военных и гражданских лиц.

H_1 : средние значения по параметрам «Склонность к подчинению» и «Тревожность» различаются между группами военных и гражданских лиц.

4. Таблица 2 – Результаты применения непараметрического критерия сравнения 2 независимых групп U-Манна-Уитни

Параметры	Ср. знач (Военные)	Ср. знач (Гражданские)	U	Уровень значимости (p)
Склонность к подчинению	18,38	9,38	14,5	0,001
Тревожность	16,08	7,54	38,0	0,02

6. Статистический вывод: по данным табл. 2 принимается гипотеза H_1 по параметрам «Склонность к подчинению» и «Тревожность», т.к. $p \leq 0,05$.

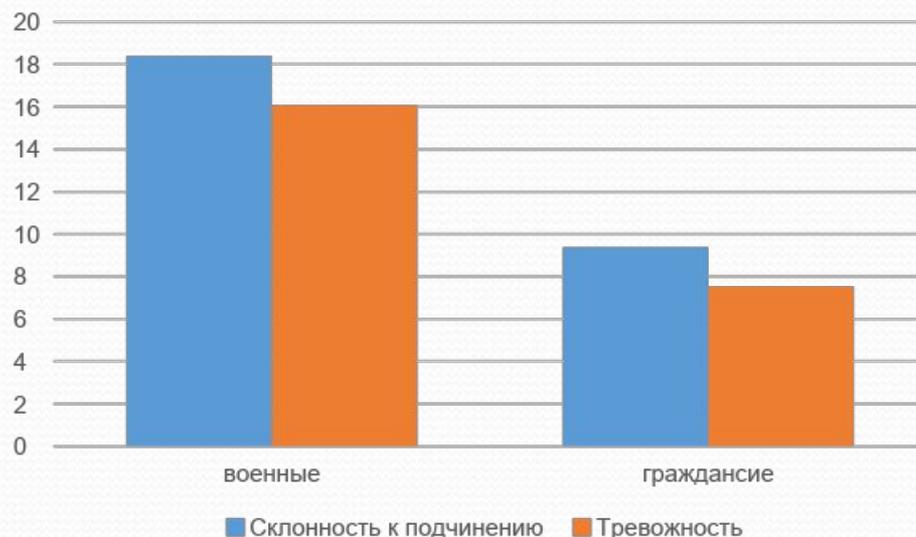


Рисунок 1- Показатели средних значений по параметрам «Склонность к подчинению» и «Тревожность» между группами военных и гражданских лиц

7. В результате применения сравнительного анализа, рассчитанного с помощью непараметрического критерия сравнения 2 независимых групп U-Манна-Уитни было выявлено 2 значимых различия (табл. 2, рис. 1).

Так обнаружено достоверное различие между группами военных и гражданских лиц по параметру «Склонность к подчинению» ($U = 14,5$ при $p = 0,001$), где данный параметр выше у группы военных ($M=18,38$), чем у гражданских лиц ($M=9,38$). Это означает, что группа военнослужащих более склонна к выполнению приказов, безоговорочно подчиняться, чем люди не проходящие воинскую службу.

Также выявлено достоверное различие по параметру «Тревожность» ($U=38$ при $p = 0,02$), данный параметр выше в группе военнослужащих ($M=16,08$), чем у гражданских ($M=7,54$). Это говорит о том, что склонность к переживаниям, состояние не покоя проявляется больше у испытуемых проходящих воинскую службу, чем у гражданских лиц.

8. Таким образом сравнительный анализ показал, что группа военнослужащих более склонна к выполнению приказов, готова безоговорочно подчиняться, а также склона к переживаниям, отличается состоянием беспокойства, чем гражданские лица.

Исходя из этого научная гипотеза подтвердилась полностью.

Тема 12. Анализ различий между 2 группами зависимых выборок

- Параметрический критерий t-Стьюдента для двух зависимых выборок
- Непараметрический критерий T-Уилкоксона для сравнения двух зависимых групп

Параметрический критерий t-Стьюдента для двух зависимых выборок

- Параметрический критерий t-Стьюдента для 2 зависимых групп применяется тогда, когда данные измерены количественно, а группы являются зависимыми и их 2 (признак измерен на одной и той же выборке дважды, например, до воздействия и после него), а также если выполняются ограничения по данному критерию.

Ограничения:

- Признак измерен в метрической шкале.
- Распределения признака и в той, и в другой выборке существенно не отличаются от нормального.

Формула t-Стьюдента и пояснения к формуле

- M_d – средняя разность значений;
- σ_d – стандартное отклонение разностей;
- N – количество испытуемых в выборке
- df - число степеней свободы.

$$t_0 = \frac{M_d}{\sigma_d / \sqrt{N}}, \quad df = N - 1,$$

Гипотезы

H_0 : среднее значение по признаку до и после воздействия не различаются.

H_1 : среднее значение по признаку до и после воздействия различаются.

Параметрический критерий t-Стьюдента для двух зависимых выборок

Пример расчета:

НГ: параметры «Настойчивость», «Мотивация к обучению» и «Лабильность» различаются у студентов двоечников до и после беседы с родителями.

1. Исходя из цели исследования выявления различий у студентов двоечников до и после беседы с родителями возможно применение параметрического критерия сравнения 2 зависимых групп t-Стьюдента, т.к. данные измерены количественно и сравниваемые группы являются зависимыми, т.е. результаты получены на одной и той же выборке студентов до и после воздействия, а также если выполняются ограничения по шкалам и нормальному распределению.

2. Так как параметры «Настойчивость», «Мотивация к обучению» и «Лабильность» измерены в абсолютной шкале, а она является параметрической, то первое ограничение выполнено. Для проверки выполнения второго ограничения (на нормальность распределения) необходимо произвести расчеты по критерию Колмагорова-Смирнова.

H_0 : распределение параметров «Настойчивость», «Мотивация к обучению» и «Лабильность» не отличается от нормального (т.е. имеется нормальное распределение).

H_1 : распределение параметров «Настойчивость», «Мотивация к обучению» и «Лабильность» отличается от нормального (т.е. не имеется нормальное распределение).

Таблица 2 – Результаты проверки на нормальность распределения по критерию Колмагорова-Смирнова

Параметры	макс.D (К.-С.)	Ур. знач. (p)
Настойчивость (до)	0,16	$p > 0,20$
Мотивация (до)	0,14	$p > 0,20$
Лабильность (до)	0,21	$p > 0,20$
Настойчивость (после)	0,22	$p > 0,20$
Мотивация (после)	0,15	$p > 0,20$
Лабильность (после)	0,23	$p > 0,20$

Статистический вывод: по данным табл. 2 по всем параметрам принимается гипотеза H_0 , т.к. $p > 0,05$.

В результате проверки на нормальность распределения по критерию Колмагорова-Смирнова (табл. 2) было выяснено, что по всем параметрам имеется нормальное распределение, таким образом второе ограничение также выполняется и возможно применение параметрического критерия сравнения 2 зависимых групп t-Стьюдента.

3. H_0 : средние значения параметров «Настойчивость», «Мотивация к обучению» и «Лабильность» не отличаются у студентов двоечников до и после воздействия.

H_1 : средние значения параметров «Настойчивость», «Мотивация к обучению» и «Лабильность» отличаются у студентов двоечников до и после воздействия.

4. Таблица 3 – Результаты применения параметрического критерия сравнения 2 зависимых групп t-Стьюдента

Параметры	Ср. знач. (до)	Ср. знач. (после)	t-Стьюдента	Ур. знач. (p)
Настойчивость	6,67	5,83	0,85	0,41 (H_0)
Мотивация	9,58	13,25	-3,43	0,006 (H_1)
Лабильность	4,42	6,08	-2,59	0,03 (H_1)

6. Статистический вывод: по данным табл. 3 принимается гипотеза H_1 по параметрам «Мотивация к обучению» и «Лабильность», т.к. $p \leq 0,05$. По всем остальным параметрам принимается гипотеза H_0 .

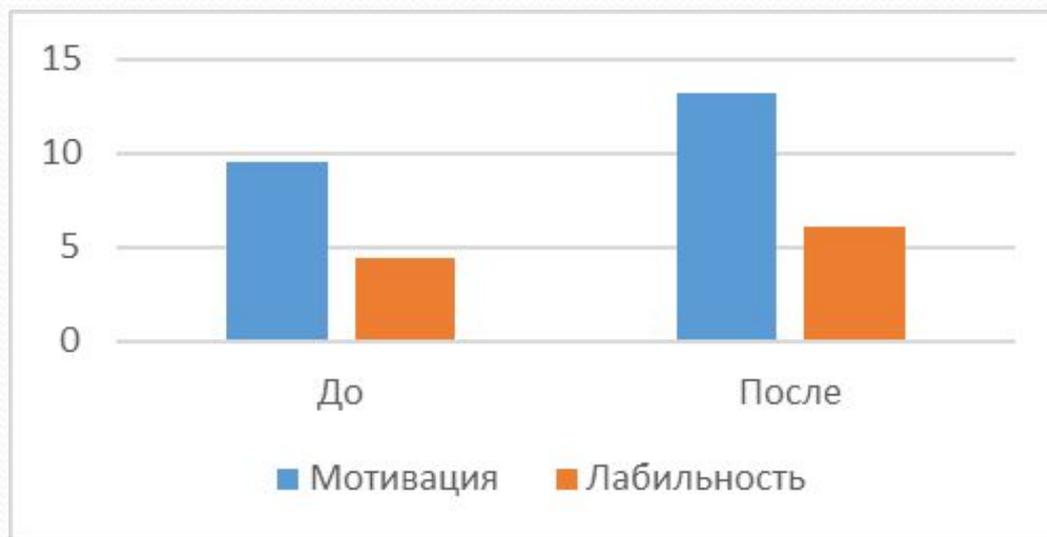


Рисунок 1 – Показатели значимых различий у студентов до и после воздействия по параметрам «Мотивация к обучению» и «Лабильность»

7. В результате применения сравнительного анализа, рассчитанного с помощью параметрического критерия сравнения 2 зависимых групп t-Стьюдента (табл. 3, рис. 1) и обнаружено 2 значимых различия.

Так достоверно различаются результаты по параметру «Мотивация к обучению» ($t=-3,43$, $p=0,006$), результаты до воздействия ($M=9,58$), достоверно ниже, чем после ($M=13,25$), т.е. количество посещаемых занятий студентами двоечниками после постановки в угол увеличилось.

Также значимо различаются показатели по параметру «Лабильность» ($t=-2,59$, $p=0,03$), результаты до воздействия ($M=4,42$), достоверно ниже, чем после ($M=6,08$), т.е. это говорит о том, что у студентов способность переключения от одной деятельности к другой после воздействия выросло.

8. Можно сделать вывод, что после беседы с родителями количество посещаемых занятий студентами двоечниками увеличилось, а также выросла способность переключения от одной деятельности к другой.

Таким образом, научная гипотеза подтвердилась частично.

Непараметрический критерий Т-Уилкоксона (Вилкоксона) для сравнения двух зависимых групп

Непараметрический критерий Т-Вилкоксона для 2 зависимых групп применяется тогда, когда данные измерены количественно, а группы являются зависимыми и их 2 (признак измерен на одной и той же выборке дважды, например, до воздействия и после него), а также если не выполняются хоть 1 ограничение по критерию t-Стьюдента (по шкалам и нормальному распределению).

Ограничений - нет.

- Т-критерий Вилкоксона для связанных выборок рассчитывается по следующей формуле: $T = \sum Rr$
- где $\sum Rr$ - сумма рангов, соответствующих нетипичным изменениям показателя.

Пояснения к критерию

Подсчитываются суммы рангов для положительных и отрицательных разностей. Затем меньшая из сумм принимается в качестве эмпирического значения критерия, значение которого сравнивается с табличным значением для данного объема выборки. Чем больше различия, тем меньше эмпирическое значение T , тем меньше значение p -уровня.

- H_0 : среднее значение по признаку до и после воздействия не различаются.
- H_1 : среднее значение по признаку до и после воздействия различаются.

Непараметрический критерий сравнения 2 зависимых групп Т-Вилкоксона

Пример расчета

НГ: у учителей начальных классов показатели параметров «Стрессоустойчивость», «Аутоагрессия» и «Тревожность» в начале учебного года выше, чем в конце учебного года.

1-2. Для подтверждения того, что у учителей начальных классов показатели параметров «Стрессоустойчивость», «Аутоагрессия» и «Тревожность» в начале учебного года выше, чем в конце учебного года возможно применение непараметрический критерий сравнения 2 зависимых групп Т-Вилкоксона, т.к. данные измерены количественно и получены на одной и той же группе учителей начальных классов (в начале и в конце учебного года), при этом результаты измерены в ранговой шкале, которая является непараметрической .

3. H_0 : средние значения у учителей начальных классов по параметрам «Стрессоустойчивость», «Аутоагрессия» и «Тревожность» не различаются в начале и в конце учебного года.

H_1 : средние значения у учителей начальных классов по параметрам «Стрессоустойчивость», «Аутоагрессия» и «Тревожность» различаются в начале и в конце учебного года.

4. Таблица 2 – Результаты применения непараметрический критерий сравнения 2 зависимых групп Т-Вилкаксона

Переменные	Ср. знач. (н. года)	Ср. знач. (к. года)	T	Ур. знач. (p)
Стрессоустойчивость	25,36	12,82	0	0,003 (H_1)
Аутоагрессия	8,45	13,36	5	0,02 (H_1)
Тревожность	19,09	23,73	18	0,33 (H_0)

6. **Статистический вывод:** по данным табл. 2 принимается гипотеза H_1 по параметрам «Стрессоустойчивость», «Аутоагрессия», т.к. $p \leq 0,05$. По всем остальным параметрам принимается гипотеза H_0 .

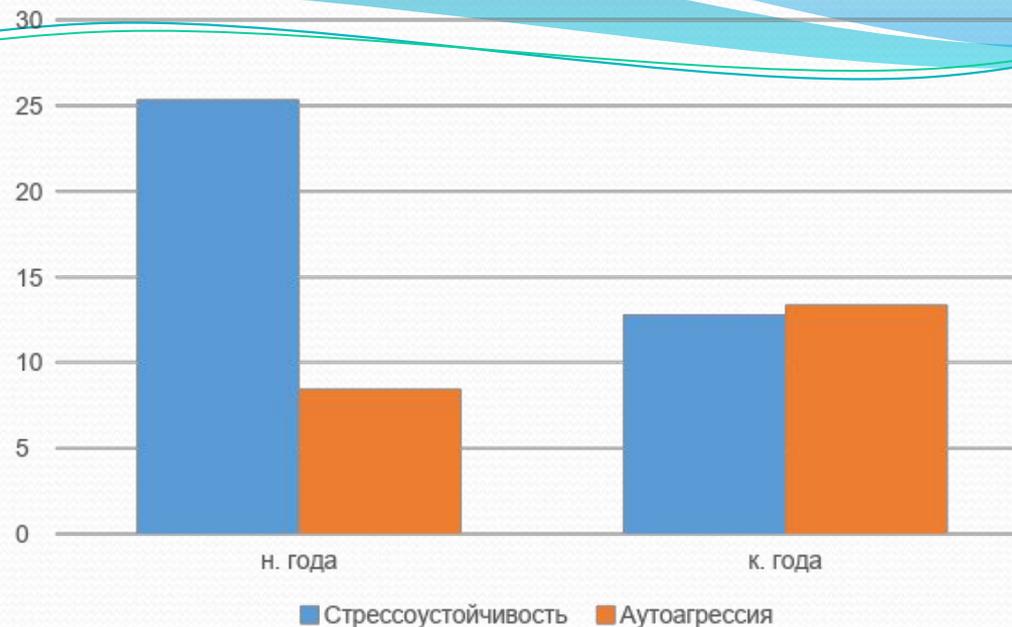


Рисунок 1 – Показатели значимых различий по параметрам «Стрессоустойчивость», «Аутоагрессия» у учителей в начале и в конце учебного года

7. В результате применения сравнительного анализа, рассчитанного с помощью непараметрического критерия сравнения 2 зависимых групп Т-Вилкоксона (табл. 2, рис. 1) и было обнаружено 2 значимых различия.

Так обнаружено значимое различие у учителей по параметру «Стрессоустойчивость» ($T=0$ при $p = 0,003$), где показатели данного параметра выше в начале учебного года ($M=25,36$), чем в конце года ($M= 12,82$). Это означает, что учителя начальных классов в начале года более противостоят внешним и внутренним раздражителям, чем в конце года.

Было выявлено достоверное различие по параметру «Аутоагрессия» ($T=5$ при $p = 0,02$), в начале учебного года этот параметр ниже ($M=8,45$), чем в конце учебного года ($M = 13,36$). Это свидетельствует о том, что у учителей начальных данный защитный механизм, направленный на причинение себе вреда в конце учебного проявляется больше.

По параметру «Тревожность» значимых различий не выявлено, т.е. беспокойство, переживание по какому-либо случаю в начале и в конце года у данной выборки испытуемых проявляется примерно одинаково.

8. Таким образом, сравнительный анализ показал, что учителя начальных классов в начале года более противостоят внешним и внутренним раздражителям, чем в конце года, при этом защитный механизм, направленный на причинение себе вреда в конце учебного проявляется больше, но беспокойство, переживание по какому-либо случаю в начале и в конце года у данной выборки испытуемых проявляется примерно одинаково.

Из этого следует, что научная гипотеза подтвердилась частично.

Тема 13. Анализ различий между 3 и более группами (выборками)

- Непараметрический критерий H-Краскала-Уоллеса для сравнения 3 и более независимых групп
- Непараметрический критерий χ^2 -Фридмана для сравнения 3-х и более зависимых выборок

Непараметрический критерий Н-Краскала-Уоллеса для сравнения 3 и более групп

Непараметрический критерий Н-Краскала-Уоллеса для 3 и более независимых групп применяется тогда, когда данные измерены количественно, а группы являются независимыми и их 3 и более, а также если при этом не выполняются ограничения параметрического аналога (однофакторного Д/А).

Ограничения - нет.

Результаты расчетов критерия берутся из «шапки таблицы».

Стоит отметить, что непараметрический критерий сравнения 3-х и более независимых групп Н-Краскала-Уоллеса показывает только наличие или отсутствие значимых различий между группами но не показывает как они различаются, то для выяснения этого необходимо осуществить попарное сравнение исследуемых параметров с использованием непараметрического сравнения двух независимых групп U-Манна-Уитни.

Гипотезы

H_0 : Средние значения параметров не различаются между выборками 1, 2, 3 и т. д.

H_1 : Средние значения параметров различаются между выборками 1, 2, 3 и т. д.

Анализ и представление данных критерия Н-Краскала-Уоллеса для сравнение 3-х и более независимых выборок

Kruskal-Wallis ANOVA by Ranks; Уверенность (Увере Independent (grouping) variable: Факультет Kruskal-Wallis test: H (2, N= 21) =10,70270 p =,0047					
Depend.:	Код	Правил N	Сумма Ranks		
Уверенность					
психологи	1	6	25,0000		
юристы	2	8	101,5000		
экономисты	3	7	104,5000		

Расчёт критерия осуществляется отдельно по каждому параметру между Независимыми группами, результаты расчетов берутся из «шапки» таблицы и дополнительно требуется расчёт средних значений по этим параметрам

Непараметрический критерий Н-Краскала-Уоллеса для сравнения 3 и более групп

Пример расчета:

НГ: параметры «Эгоцентризм» и «Инфантилизм» выше у детей 7-12 лет из не полных семей и детского дома, чем у детей из полной семьи.

1-2. Для доказательства того, что параметры «Эгоцентризм» и «Инфантилизм» выше у детей 7-12 лет из не полных семей и детского дома, чем у детей из полной семьи возможно применение непараметрического критерия сравнения 3 и более независимых групп Н- Краскала-Уоллиса, т.к. данные измерены количественно и получены на 3 независимых группах (дети из полных семей, не полных семей и из детского дома).

3. H_0 : средние значения параметров «Эгоцентризм» и «Инфантилизм» не отличаются у детей из полных семей, не полных семей и из детского дома.

H_1 : средние значения параметров «Эгоцентризм» и «Инфантилизм» отличаются у детей из полных семей, не полных семей и из детского дома.

4. **Таблица 2 – Результаты применения непараметрического критерия сравнения 3 и более независимых групп Н- Краскала-Уоллиса**

Параметры	Ср. знач. (полн. семья)	Ср. знач. (не полн. семья)	Ср. знач. (детск. дом)	Н- Краскала- Уоллиса	Ур. знач. (p)
«Эгоцентризм»	21	27,88	40	5,18	0,08 (H_0)
«Инфантилизм»	15,83	4,13	13,2	10,27	0,006 (H_1)

6. Статистический вывод: по данным табл. 2 принимается гипотеза H_1 по параметру «Инфантилизм», т.к. $p \leq 0,05$. По всем остальным параметрам принимается гипотеза H_0 .

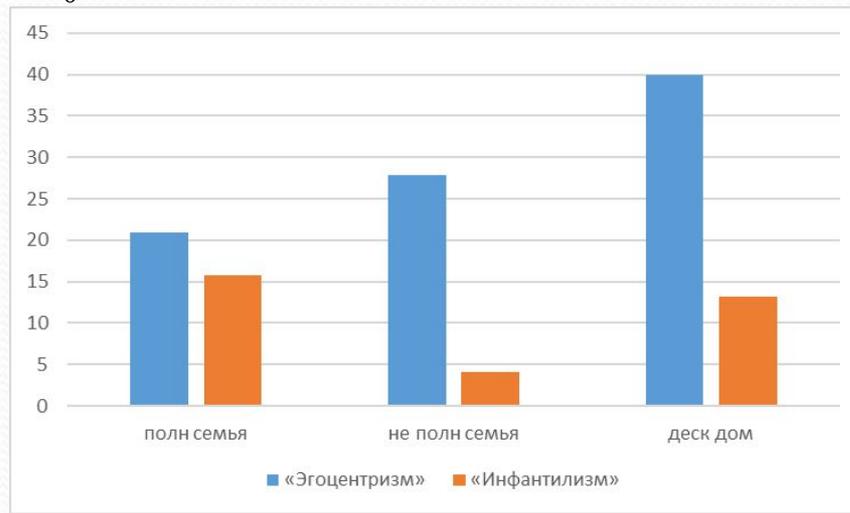


Рисунок 1 – Показатели средних значений по параметрам «Эгоцентризм» и «Инфантилизм» у детей из полных семей, не полных семей и из детского дома

7. В результате применения сравнительного анализа рассчитанного с помощью непараметрического критерия сравнения 3 и более независимых групп H - Краскала-Уоллиса (табл. 2, рис. 1) было выявлено 1 значимое различие по параметру «Инфантилизм» ($H=10,27$ при $p=0,006$). Так как данный критерий показывает только наличие или отсутствие значимых различий, но не показывает как различаются группы между собой, то для выяснения этого необходимо осуществить попарное сравнение групп с помощью непараметрического критерия сравнения 2 независимых групп U – Манна-Уитни.

H_0 : средние значения параметров «Эгоцентризм» и «Инфантилизм» не отличаются у детей из полных семей, не полных семей.

H_1 : средние значения параметров «Эгоцентризм» и «Инфантилизм» отличаются у детей из полных семей, не полных семей.

Таблица 3 – Результаты применения непараметрического критерия сравнения 2 независимых групп U – Манна-Уитни (группы из полной и не полной семьи)

Параметры	Ср. знач. (полн. семья)	Ср. знач. (не полн. семья)	U	Ур. знач. (p)
Эгоцентризм	21	27,88	18	0,48 H_0
Инфантилизм	15,83	4,13	0	0,002 (H_1)

Статистический вывод: по данным табл. 3 принимается гипотеза H_1 по параметру «Инфантилизм», т.к. $p \leq 0,05$. По всем остальным параметрам принимается гипотеза H_0 .

В результате применения сравнительного анализа, рассчитанного с помощью непараметрического критерия сравнения 2 независимых групп U – Манна-Уитни (табл. 3, рис.1) было обнаружено 1 значимое различие по параметру «Инфантилизм» ($U = 0$ при $p = 0,002$) у детей и 3 полных семей данный параметр ($M=15,83$) достоверно выше, чем у детей из неполной семьи ($M=4,13$). Это свидетельствует о том, что количество детских реакций в разных ситуациях, доминирование незрелого поведения проявляется больше и чаще у детей из полных семей. Тогда как по параметру «Эгоцентризм» значимых различий не обнаружено, т.е. непринятие чужого мнения в обеих группах примерно одинаково.

H_0 : средние значения параметров «Эгоцентризм» и «Инфантилизм» не отличаются у детей из полных семей и из детского дома.

H_1 : средние значения параметров «Эгоцентризм» и «Инфантилизм» отличаются у детей из полных семей и из детского дома.

Таблица 4 – Результаты применения непараметрического критерия сравнения 2 независимых групп U – Манна-Уитни (группы из полной и детского дома)

Параметры	Ср. знач. (полн. семья)	Ср. знач. (детск. дом)	U	Ур. знач. (p)
Эгоцентризм	21	40	4	0,06 H_0
Инфантилизм	15,83	13,2	13	0,78 H_0

Статистический вывод: по данным табл. 4 по всем параметрам принимается гипотеза H_0 , т.к. $p > 0,05$.

В результате применения сравнительного анализа, рассчитанного с помощью непараметрического критерия сравнения 2 независимых групп U – Манна-Уитни (табл. 4, рис.1) не было выявлено значимых различий. Непринятие чужого мнения, количество детских реакций в разных ситуациях, доминирование незрелого поведения проявляется в обеих группах примерно одинаково.

H_0 : средние значения параметров «Эгоцентризм» и «Инфантилизм» не отличаются у детей из не полных семей и из детского дома.

H_1 : средние значения параметров «Эгоцентризм» и «Инфантилизм» отличаются у детей из не полных семей и из детского дома.

Таблица 5 – Результаты применения непараметрического критерия сравнения 2 независимых групп U – Манна-Уитни (группы из не полной и детского дома)

Параметры	Ср. знач. (не полн. семья)	Ср. знач. (детск. дом)	U	Ур. знач. (p)
Эгоцентризм	27,88	40	7,5	0,08 H_0
Инфантилизм	4,13	13,2	6	0,05 H_1

Статистический вывод: по данным табл. 3 принимается гипотеза H_1 по параметру «Инфантилизм», т.к. $p \leq 0,05$. По всем остальным параметрам принимается гипотеза H_0 .

7. В результате применения сравнительного анализа, рассчитанного с помощью непараметрического критерия сравнения 2 независимых групп U – Манна-Уитни (табл. 5, рис.1) было обнаружено 1 значимое различие по параметру «Инфантилизм» ($U = 6$ при $p = 0,05$) у детей из не полных семей данный параметр ($M=4,13$) достоверно ниже, чем у детей из детского дома ($M=13,2$). Это свидетельствует о том, что количество детских реакций в разных ситуациях, доминирование незрелого поведения проявляется больше и чаще у детей из детского дома. Тогда как по параметру «Эгоцентризм» значимых различий не обнаружено, т.е. непринятие чужого мнения в обеих группах примерно одинаково.

8. Таким образом, полученные результаты сравнительного анализа демонстрируют, что количество детских реакций в разных ситуациях, доминирование незрелого поведения проявляется больше и чаще у детей из полных семей и детского дома, чем у не полных семей. Тогда как неприятие чужого мнения во всех группах примерно одинаково.

Исходя из выше изложенного научная гипотеза не подтвердилась.

Критерий χ^2 -Фридмана для сравнение 3-х и более зависимых выборок

Непараметрический критерий χ^2 -Фридмана для 3 и более зависимых групп применяется тогда, когда данные измерены количественно, а группы являются зависимыми и их 3 и более (признак измерен на одной и той же выборке 3 и более раз, например, до воздействия, во время и после него), а также если при этом не выполняются ограничения параметрического аналога (Д/А с повторными измерениями).

Ограничения - нет.

Результаты расчетов критерия берутся из «шапки таблицы».

Стоит отметить, что непараметрический критерий сравнения 3-х и более зависимых групп χ^2 -Фридмана показывает только наличие или отсутствие значимых различий между измеряемыми зависимыми выборками, но не показывает, как они различаются, то для установления этого необходимо осуществить попарное сравнение данных выборок с помощью непараметрического критерия сравнения двух зависимых групп Т-Вилкаксона.

- **Гипотезы**
- H_0 : Средние значения, полученные (измеренные) в разных условиях не различаются.
- H_1 : Средние значения, полученные (измеренные) в разных условиях различаются

Анализ и представление данных критерия χ^2 -Фридмана для сравнение 3-х и более зависимых выборок

Friedman ANOVA and Kendall Coeff. of Concordance (Интернет-адрес: http://www.statsoft.ru)						
ANOVA Chi Sqr. (N = 10, df = 3) = 13,70103 p < ,00334						
Coeff. of Concordance = ,45670 Aver. rank r = ,39633						
Переменная	Усреднен Ранг	Сумма Ranks	Средств	Std.Dev.		
1 тестирование	2,250000	22,50000	11,70000	3,591657		
2 тестирование	1,400000	14,00000	10,30000	3,267687		
3 тестирование	3,050000	30,50000	13,00000	2,160247		
4 тестирование	3,300000	33,00000	13,90000	2,078995		

Расчёт критерия осуществляется отдельно по каждому параметру между зависимыми группами, результаты расчетов берутся из «шапки» таблицы

Критерий χ^2 -Фридмана для сравнение 3-х и более зависимых выборок

Пример расчета

НГ: у руководителей организации повышаются параметры «Принятие решений», «Самостоятельность» с начала проведения тренинга, во время него и после.

1-2. Для доказательства того, что у руководителей организации повышаются параметры «Принятие решений», «Самостоятельность» с начала проведения тренинга, во время него и после, возможно применение непараметрического критерия сравнения 3 и более зависимых групп χ^2 -Фридмана, т.к. данные измерены количественно и на одной и той же выборке испытуемых руководителей организации (эта выборка является зависимой) и 3 раза (до, во время и после проведения тренинга).

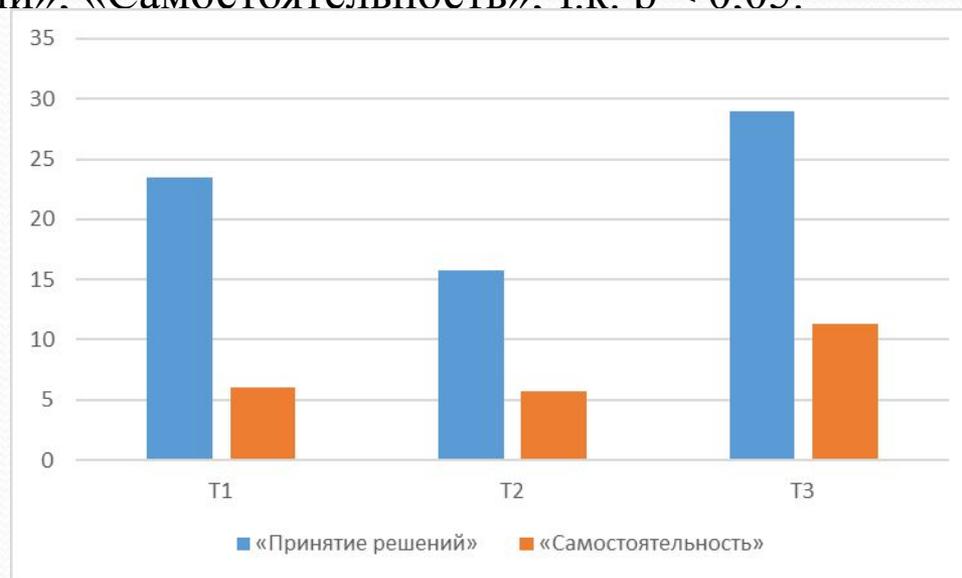
$3.H_0$: средние значения параметров «Принятие решений», «Самостоятельность» не различаются у руководителей организации до, во время и после проведения тренинга.

H_1 : средние значения параметров «Принятие решений», «Самостоятельность» различаются у руководителей организации до, во время и после проведения тренинга.

4. Таблица 2 – Результаты применения непараметрического критерия сравнения 3 и более зависимых групп χ^2 - Фридмана

Параметры	χ^2 - Фридман	Ур. знач. (p)	Ср. знач. (Т1)	Ср. знач. (Т2)	Ср. знач. (Т3)
«Принятие решений»	16,67	0,001 Н ₁	23,42	15,75	28,92
«Самостоятельность»	18,43	0,001 Н ₁	6	5,75	11,33

6. Статистический вывод: по данным табл. 2 принимается гипотеза Н₁ по параметрам «Принятие решений», «Самостоятельность», т.к. $p < 0.05$.



7. Рисунок 1 – Показатели средних значений по параметрам «Принятие решений» и «Самостоятельность» до, во время и после проведения тренинга

7. В результате применения сравнительного анализа, рассчитанного с помощью непараметрического критерия сравнения 3 и более зависимых групп χ^2 - Фридмана было выявлено 2 значимых различия (табл. 2, рис. 1). Были обнаружены различия по параметру «Принятие решений» ($\chi^2=16,67$ при $p=0,001$) и по параметру «Самостоятельность» ($\chi^2=18,43$ при $p=0,001$).

Так как данный критерий показывает только наличие или отсутствие значимых различий по исследуемым параметрам до, вовремя и после проведения тренинга, но не показывает, как различаются эти параметры в разные периоды времени, то для выяснения этого необходимо осуществить попарное сравнение этих параметров в разные периоды времени по непараметрическому критерию сравнения 2 зависимых групп Т-Вилкоксона.

Таблица 3 – Результаты применения непараметрического критерия сравнения 2 зависимых групп Т- Вилкаксона

Параметры	Т- Вилкаксона	Ур. знач. (p)	Ср. знач. (Т1)	Ср. знач. (Т2)
«Принятие решений»	1,00	0,003 Н ₁	23,42	15,75
«Самостоятельность»	31,50	0,89 Н ₀	6	5,75
Параметры	Т- Вилкаксона	Ур. знач. (p)	Ср. знач. (Т1)	Ср. знач. (Т3)
«Принятие решений»	5	0,008 Н ₁	23,42	28,92
«Самостоятельность»	0	0,002 Н ₁	6	11,33
Параметры	Т- Вилкаксона	Ур. знач. (p)	Ср. знач. (Т2)	Ср. знач. (Т3)
«Принятие решений»	1	0,003 Н ₁	15,75	28,92
«Самостоятельность»	0	0,002 Н ₁	5,75	11,33

Статистический вывод: по данным табл. 3 принимается гипотеза Н₁ по параметру «Принятие решений» между Т1 и Т2, по параметрам «Принятие решений» «Самостоятельность» между Т1 и Т3, и Т2 и Т3, т.к. $p \leq 0,05$. По все остальным параметрам между разными тестированиями принимается гипотеза Н₀.

В результате применения сравнительного анализа, рассчитанного с помощью непараметрического критерия сравнения 2 зависимых групп Т- Вилкаксона было выявлено 5 значимых различия (табл. 3, рис. 1).

Было обнаружено 1 значимое различия по параметру «Принятие решений» ($T=1$ при $p=0,003$) между Т1 (до проведения тренинга) и Т2 (во время проведения тренинга), где данный параметр выше при Т1 ($M=23,43$), чем при Т2 ($M=15,75$). Это означает, что у руководителей организации процесс приводящий к выбору действия среди нескольких альтернатив до тренинга выше, чем во время него.

Обнаружены 2 достоверных различия между Т1 (до проведения тренинга) и Т3 (после проведения тренинга). Так по параметру «Принятие решений» ($T=5$ при $p=0,008$), где данный параметр выше при Т3 ($M=28,92$), чем при Т1 ($M=23,42$). Это означает, что у руководителей организации процесс приводящий к выбору действия среди нескольких альтернатив выше после тренинга, чем до него.

Также обнаружено значимое различие по параметру «Самостоятельность» ($T=0$ при $p=0,002$), где данный параметр выше при Т3 ($M=11,33$), чем при Т1 ($M=6$). Это говорит о том, что способность самому ставить свои цели и самому их достигать, способность решать свои проблемы за свой счет проявляется больше после тренинга, чем до него.

Обнаружены 2 достоверных различия между Т2 (во время тренинга) и Т3 (после проведения тренинга). Так по параметру «Принятие решений» ($T=1$ при $p=0,003$), где данный параметр выше при Т3 ($M=28,92$), чем при Т2 ($M=15,75$). Это означает, что у руководителей организации выбор лучшего варианта из двух и более возможных с помощью определенных правил выше после тренинга, чем во время него.

Также обнаружено значимое различие по параметру «Самостоятельность» ($T=0$ при $p=0,002$), где данный параметр выше при Т3 ($M=11,33$), чем при Т2 ($M=5,75$). Это говорит о том, что способность самому ставить свои цели и самому их достигать, способность решать свои проблемы за свой счет проявляется больше после тренинга, чем во время него.

8. Таким образом, сравнительный анализ показал, что у руководителей организации процесс приводящий к выбору действия среди нескольких альтернатив с помощью определенных правил имеет высокие показатели до тренинга, снижаются во время и вновь увеличиваются после тренинга. Тогда как способность самому ставить свои цели и самому их достигать, способность решать свои проблемы за свой счет проявляется меньше всего до и вовремя тренинга и отмечается повышение после тренинга.

Исходя из выше изложенного научная гипотеза подтвердилась частично.

Тема 14. Дисперсионный анализ (ANOVA)/ (MANOVA)

- Однофакторный дисперсионный анализ
- Дисперсионный анализ с повторными измерениями
- Многофакторный дисперсионный анализ

Виды дисперсионного анализа (ANOVA\MANOVA)

```
graph TD; A[Виды дисперсионного анализа (ANOVA\MANOVA)] --> B[Однофакторный дисперсионный анализ]; A --> C[Многофакторный дисперсионный анализ]; A --> D[Дисперсионный анализ с повторными измерениями]; C --> E[Многомерный дисперсионный анализ (две и более зависимых переменных)];
```

Однофакторный
дисперсионный
анализ

Многофакторный
дисперсионный
анализ

Дисперсионный
анализ с повторными
измерениями

Многомерный
дисперсионный
анализ (две и более
зависимых
переменных)

Методы множественного сравнения

Методы множественного
сравнения

ANOVA (ДА с повторными измерениями)
его непараметрический аналог
 χ^2 -Фридмана (Сравнение 3 и более
зависимых группы)

Парное сравнение зависимых групп
Критерий Шеффе (в ANOVA)
Т-Вилкоксона

ANOVA (Однофакторный ДА)
его непараметрический аналог
Н-Краскала-Уоллиса (Сравнение 3 и более
независимых группы)

Парное сравнение независимых групп
Критерий Фишера НЗР (в ANOVA)
U-Манна-Уитни

Дисперсионный анализ ANOVA (от англоязычного ANalysis Of VAriance)

Анализ предназначен для изучения различий у трех и более выборок в уровне выраженности признака. Типичная схема эксперимента сводится к изучению влияния независимой переменной (одной или нескольких) на зависимую переменную.

Выделяются два вида переменных – **независимая (группирующая) и зависимая.**

Независимая переменная (*Independent Variable*) представляет собой **качественно определенный (номинативный) признак (группирующая переменная)**, имеющий две или более градации. Каждой градации независимой переменной соответствует выборка объектов (испытуемых), для которых определены значения зависимой переменной.

Зависимая переменная (*Dependent Variable*) (должна быть представлена в **метрической шкале**) в экспериментальном исследовании рассматривается как изменяющаяся под влиянием независимых переменных.

Ограничения

1. **Шкалы зависимой переменной должны быть параметрическими**
2. **Проверка на однородность (гомогенность) дисперсий** (в Статистике проверяется по критерию Левина)

Статистические гипотезы

H₀: средние значения признака в выборках 1, 2, 3, ... соответствующих разным уровням фактора не отличаются.

H₁: средние значения признака в выборках 1, 2, 3, ... соответствующих разным уровням фактора отличаются.

Однофакторный дисперсионный анализ

Метод однофакторного дисперсионного анализа применяется в тех случаях, когда исследуются изменения результативного признака под влиянием изменяющихся условий или градаций какого-либо фактора. *Градаций фактора должно* быть не менее трех, т.е. когда в распоряжении есть три или более независимые выборки, полученные из одной генеральной совокупности путем изменения какого-либо независимого фактора.

Для этих выборок предполагают, что они имеют разные выборочные средние и одинаковые выборочные дисперсии. Поэтому необходимо ответить на вопрос, оказал ли этот фактор существенное влияние на разброс выборочных средних или разброс является следствием случайностей, вызванных небольшими объемами выборок. Другими словами если выборки принадлежат одной и той же генеральной совокупности, то разброс данных между выборками (между группами) должен быть не больше, чем разброс данных внутри этих выборок (внутри групп).

Последовательность вычислений для ANOVA

В общей изменчивости зависимой переменной выделяются основные ее составляющие. (В однофакторном ANOVA их две: внутригрупповая (случайная) и межгрупповая (факторная) изменчивость.) После этого вычисляются соответствующие показатели в следующей последовательности:

Шаг 1. Расчет суммы квадратов (SS) – общая, внутригрупповая и межгрупповая;

Шаг 2. Расчет числа степеней свободы (df): $df_{total} = N - 1$; $df_{bg} = k - 1$ (k – группа); $df_{wg} = df_{total} - df_{bg}$;

Шаг 3. средние квадраты (MS);

Шаг 4. F-отношения;

Шаг 5. p-уровни значимости.

Шаг 6. После отклонения H_0 применяется парное сравнение групп по критерию LSD.

Формулирование статистических гипотез:

H_0 : средние значения признака в выборках 1, 2, 3, ... соответствующих разным уровням фактора не отличаются.

H_1 : средние значения признака в выборках 1, 2, 3, ... соответствующих разным уровням фактора отличаются.

Однофакторный дисперсионный анализ

Пример расчета

НГ: военнослужащие разных национальностей различаются между собой по параметрам «Патриотизм», «Коллективизм» и «Толерантность».

1. Для доказательства предположения, что военнослужащие разных национальностей различаются между собой по параметрам «Патриотизм», «Коллективизм» и «Толерантность» возможно применение однофакторного дисперсионного анализа, т.к. данные измерены количественно и сравниваемых независимых групп 3. Группирующей переменной выступает «Национальность», в нее входят 3 группы: китайцы, корейцы, японцы, а зависимыми переменными являются параметры: «Патриотизм», «Коллективизм» и «Толерантность». Данный анализ применяется если выполняются ограничения по шкалам (они должны параметрическими) и однородности дисперсий (они должны однородными или гомогенными).

2. Так как параметр «Патриотизм» и «Толерантность» представлены в абсолютной шкале, а параметр «Коллективизм» в интервальной – эти шкалы являются параметрическими, то первое ограничение соблюдается. Для проверки выполнения второго ограничения на гомогенность дисперсий необходимо применить критерий Левена.

H_0 : дисперсии параметров «Патриотизм», «Коллективизм» и «Толерантность» не отличаются по однородности в разных группах (т.е. являются однородными, гомогенными).

H_1 : дисперсии параметров «Патриотизм», «Коллективизм» и «Толерантность» отличаются по однородности в разных группах (т.е. не являются однородными, гомогенными).

Таблица 2 – Результаты проверки на однородность дисперсий по критерию Левена

Параметры	F	Ур. знач. (p)
Патриотизм	1,76	0,2 H_0
Коллективизм	0,04	0,96 H_0
Толерантность	8,97	0,002 H_1

Статистический вывод: по данным табл. 2 принимается гипотеза H_1 по параметру «Толерантность», т.к. $p \leq 0,05$. По всем остальным параметрам принимается гипотеза H_0 .

Проверка на однородность дисперсий по критерию Левена показала (табл. 2), что дисперсии являются однородными по параметрам «Патриотизм», «Коллективизм», а значит только по ним выполняется ограничение и возможно применение однофакторного дисперсионного анализа. Тогда как по параметру «Толерантность» данное ограничение не выполняется и далее необходимо использовать в расчетах непараметрический критерий сравнения для 3 и более независимых групп Н-Краскала-Уоллиса (он является непараметрическим аналогом однофакторного дисперсионного анализа).

3. H_0 : дисперсии параметров «Патриотизм», «Коллективизм» не отличаются в разных группах.

H_1 : дисперсии параметров «Патриотизм», «Коллективизм» отличаются в разных группах.

4. Таблица 3 – Результаты применения однофакторного дисперсионного анализа (по национальности)

Группы	Патриотизм - F	Патриотизм - p	Коллективизм - F	Коллективизм м - p
Национальн ости	7,28	0,004 H_1	7,15	0,005 H_1

6. **Статистический вывод:** по данным табл. 3 по параметрам «Патриотизм», «Коллективизм» принимается гипотеза H_1 , т.к. $p < 0,01$ (или с вероятностью ошибки менее 1%).

7. В результате применения однофакторного дисперсионного анализа было выявлено 2 значимых различия (табл. 3) по параметрам «Патриотизм» ($F=7,28$ при $p = 0,004$) и «Коллективизм» ($F=7,15$ при $p = 0,005$). Так как данный анализ показывает только наличие или отсутствие значимых различий между группами, но не показывает как различаются эти группы по исследуемым параметрам, то для выяснения этого необходимо осуществить попарное сравнение по критерию Фишера (НЗР).

H_0 : средние значения параметров «Патриотизм», «Коллективизм» не отличаются в разных группах.

H_1 : средние значения параметров «Патриотизм», «Коллективизм» отличаются в разных группах.

Таблица 4 – Результаты применения критерия Фишера (НЗР) по параметру «Патриотизм»

	Национальн ости	{1} - 10	{2} - 11,13	{3} - 4
1	Китайцы (1)		0,59	0,009
2	Корейцы (2)	0,59		0,002
3	Японцы (3)	0,009	0,002	

Статистический вывод: по данным табл. 4 принимается гипотеза H_1 по параметру «Патриотизм» между группами китайцы и японцы, а также корейцы и японцы, т.к. $p \leq 0,05$. Между остальными группами принимается гипотеза H_0 .

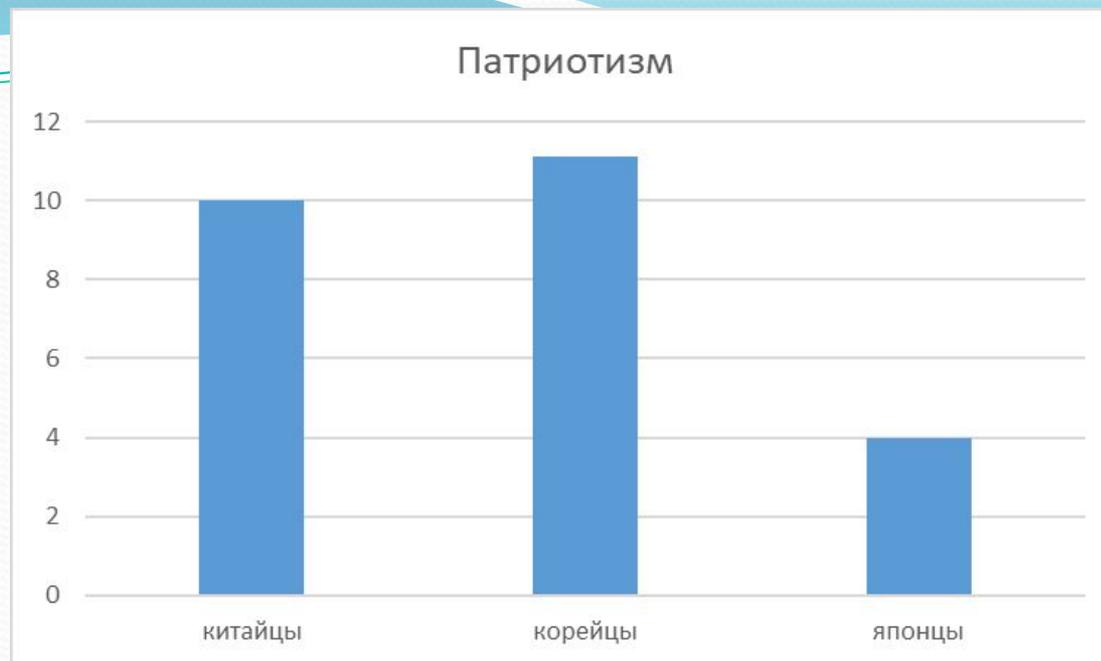


Рисунок 1 – Показатели средних значений по параметру «Патриотизм» между группами китайцев, корейцев и японцев

В результате применения критерия Фишера (НЗР) было выявлено 2 значимых различия (табл. 4, рис. 1). Так группы китайцев и японцев достоверно различаются (при $p = 0,009$) по параметру «Патриотизм», где данный параметр выше у группы китайцев ($M=10$), чем у группы японцев ($M=4$). При этом также по данному параметру значимо различаются (при $p=0,002$) группы корейцев и японцев, у корейцев параметр «Патриотизм» составил ($M=11,13$), а у японцев достоверно ниже ($M=4$). Это означает, что любовь к Родине, преданность ей, гордость за нее, готовность защищать ее, в большей степени проявляется у китайцев и корейцев по сравнению с японцами.

Таблица 5 – Результаты применения критерия Фишера (HЗР) по параметру «Коллективизм»

	Национальн ости	{1} - 39,86	{2} - 73,5	{3} - 60,13
1	китайцы		0,001	0,03
2	корейцы	0,001		0,14
3	японцы	0,03	0,14	

Статистический вывод: по данным табл. 5 принимается гипотеза H_1 по параметру «Коллективизм» между группами китайцы и японцы, а также китайцы и корейцы, т.к. $p \leq 0,05$. Между остальными группами принимается гипотеза H_0 .

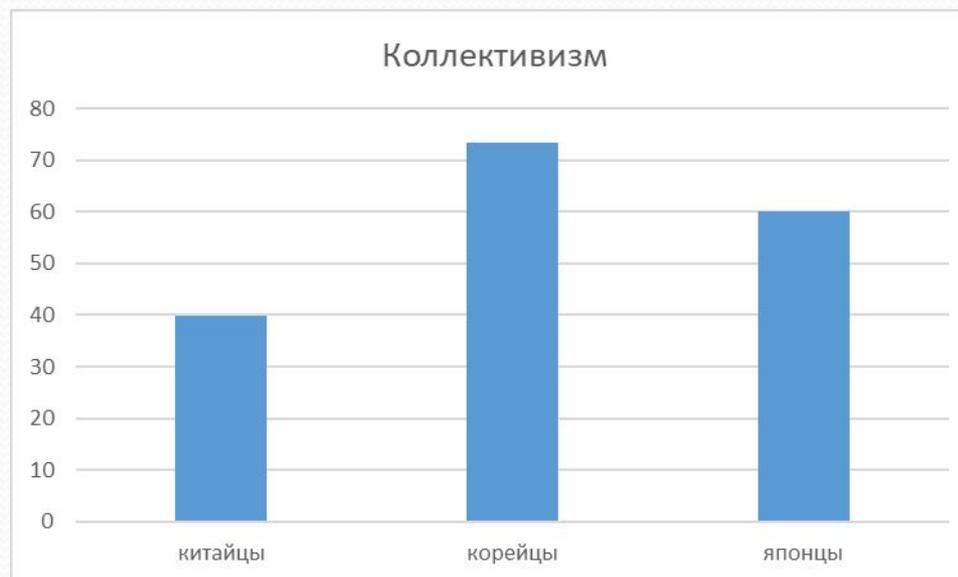


Рисунок 2 – Показатели средних значений по параметру «Коллективизм» между группами китайцев, корейцев и японцев

В результате применения критерия Фишера (HЗР) было выявлено 2 значимых различия (табл. 5, рис. 2). Так группы китайцев и корейцев достоверно различаются (при $p = 0,001$) по параметру «Коллективизм», где данный параметр выше у группы корейцев ($M=73,5$), чем у группы китайцев ($M=39,86$). При этом также по данному параметру значимо различаются (при $p=0,03$) группы китайцев и японцев, у японцев достоверно выше параметр «Коллективизм» и составил ($M=60,13$), чем у группы китайской национальности ($M=39,86$). Это свидетельствует о том, что принцип общности, группового начала в труде, в владении собственностью выражается в большей степени у таких национальностей как корейцы и японцы по сравнению с китайской национальностью.

Так как по параметру «Толерантность» ограничение по однородности дисперсий не выполняется, то далее необходимо использовать в расчетах непараметрический критерий сравнения для 3 и более независимых групп Н-Краскала-Уоллиса (он является непараметрическим аналогом однофакторного дисперсионного анализа). Как это сделать см. слайд 176

Многофакторный дисперсионный анализ

Многофакторный дисперсионный анализ предназначен для изучения влияния двух и более независимых переменных, с двумя и более градациями на зависимую переменную. Данный вид анализа подразумевает факторный план, в котором проверяются одновременно несколько гипотез:

1. Гипотезы о отдельном влиянии каждой из независимых переменных.

2. Гипотезы о взаимодействии переменных, а именно – как присутствие одной из независимых переменных влияет на эффект воздействия другой .

Как указывает В.Н. Дружинин, факторное планирование заключается в том, чтобы все уровни независимых переменных сочетались друг с другом. При этом количество групп равно числу сочетаний градаций (уровней) всех независимых переменных.

Общая схема для многофакторного анализа принципиально не отличается от однофакторного и определяется выделением в общей изменчивости зависимой переменной SS_{total} ее внутригрупповой SS_{wg} (случайной) и межгрупповой SS_{bg} (факторной) составляющих. Отличие заключается в выделении дополнительных составляющих межгрупповой изменчивости. Что для двухфакторного случая будет иметь следующий вид: $SS_{bg} = SS_A + SS_B + SS_{AB}$

Таким образом общая схема расчета для двухфакторного анализа выглядит следующим образом:

1. Рассчитываются суммы квадратов (SS) – общая (total), внутригрупповая (wg) и межгрупповая (bg);
2. Рассчитываются суммы квадратов (SS) для факторов А, В и для их взаимодействия;
3. Вычисляются числа степеней свободы (df) для суммы квадратов;
4. Рассчитываются средние квадраты (MS);
5. F-отношение (отношение средних квадратов межгрупповой изменчивости к внутригрупповой изменчивости);
6. Определяется р-уровни значимости для каждого из F-отношения.
7. После отклонения H_0 применяется парное сравнение групп по критерию LSD.

Многофакторный дисперсионный анализ

Пример расчета

НГ: у студентов 5 курса психологического факультета параметры «Пунктуальность» и «Дисциплинированность» различаются в зависимости от пола и формы обучения.

1. Для доказательства того, что у студентов 5 курса психологического факультета параметры «Пунктуальность» и «Дисциплинированность» различаются в зависимости от пола и формы обучения возможно применение многофакторного дисперсионного анализа, т.к. результаты измерены количественно, а количество группирующих переменных две, одна из которых «Форма обучения» имеет 3 градации (очная, заочная и дистанционная), вторая «Пол» имеет 2 градации (мужской, женский). При этом если соблюдаются ограничения по шкалам и однородности дисперсий.

2. Так как параметры «Пунктуальность» и «Дисциплинированность» измерены в абсолютной шкале, а она является параметрической, то первое ограничение выполняется. Для проверки выполнения второго ограничения на однородность дисперсий необходимо применить критерий Левена.

H_0 : дисперсии параметров «Пунктуальность» и «Дисциплинированность» не отличаются по однородности в представленных группах.

H_1 : дисперсии параметров «Пунктуальность» и «Дисциплинированность» отличаются по однородности в представленных группах.

Таблица 2 – Результаты проверки на однородность дисперсий по критерию Левена

Параметры	F	Ур. знач. (p)
Пунктуальность	0,52	0,76
Дисциплинированность	1,43	0,25

Статистический вывод: по данным табл. 2 по всем параметрам принимается гипотеза H_0 , т.к. $p > 0,05$.

Результаты проверки на однородность дисперсий по критерию Левена (табл. 2) показали, что по всем параметрам имеется однородность дисперсий, таким образом второе ограничение также выполняется и возможно применение многофакторного дисперсионного анализа.

H_0 : дисперсии параметров «Пунктуальность» и «Дисциплинированность» не отличаются в зависимости от пола и формы обучения.

H_1 : дисперсии параметров «Пунктуальность» и «Дисциплинированность» отличаются в зависимости от пола и формы обучения.

4. Таблица 3 – Результаты многофакторного дисперсионного анализа

Группы	Пунктуальность - F	Пунктуальность - p	Дисциплинированность - F	Дисциплинированность - p
Пол	0,0	0,95 H_0	2,7	0,12 H_0
Форма обучения	29,6	0,001 H_1	5,5	0,01 H_1
Пол и Форма обучения	4,8	0,02 H_1	0,5	0,62 H_0

6. Статистический вывод: по данным табл. 3 принимается гипотеза H_1 между группами «Форма обучения» по параметрам «Пунктуальность» и «Дисциплинированность», а также между группами «Пол и форма обучения» по параметру «Пунктуальность», т.к. $p \leq 0,05$. По всем остальным параметрам принимается гипотеза H_0 .

Рисунок 1 – Показатели средних значений параметров «Пунктуальность» и «Дисциплинированность», в зависимости от пола и формы обучения

7. В результате применения многофакторного дисперсионного анализа было выявлено (табл. 3, рис. 1) два достоверных различия между группами разных «Форм обучения» по параметру «Пунктуальность» ($F=29,6$ при $p=0,001$) и «Дисциплинированность» ($F=5,5$ при $p=0,01$), а также одно значимое различие по параметру «Пунктуальность» в зависимости от пола и формы обучения ($F=4,8$ при $p=0,02$). Так как данный анализ показывает только наличие или отсутствие значимых различий, но не показывает как различаются группы в зависимости от пола и формы обучения по исследуемым параметрам, то для выяснения этого необходимо применить критерий Фишера НЗР.

H_0 : средние значения параметров «Пунктуальность» и «Дисциплинированность» не отличаются в зависимости от пола и формы обучения.

H_1 : средние значения параметров «Пунктуальность» и «Дисциплинированность» отличаются в зависимости от пола и формы обучения.

Таблица 4 – Результаты применения критерия Фишера НЗР по параметру «Пунктуальность»

	Пол	Форма обучения	{1} - 25,25	{2} - 21,83	{3} - 48,33	{4} - 14,4	{5} - 32,5	{6} - 48
1	Мужской	очная		0,51	0,001	0,05	0,17	0,001
2	Мужской	заочная			0,001	0,13	0,03	0,001
3	Мужской	дистанционная				0,001	0,009	0,95
4	Женский	очная					0,001	0,001
5	Женский	заочная						0,002
6	Женский	дистанционная						

Применение многофакторного дисперсионного анализа и критерия Фишера НЗР показало (табл. 4, рис. 1), что было выявлено 10 значимых различий по параметру «Пунктуальность» в зависимости от пола и формы обучения.

Так мужчины очной формы обучения достоверно различаются с мужчинами (при $p=0,001$) и женщинами (при $p=0,001$) дистанционной формы обучения, при этом данный параметр «Пунктуальность» выше у мужчин ($M=48,33$) и женщин ($M=48$) дистанционной формы обучения, чем у мужчин очной формы ($M=25,25$). Это означает, что количество посещений без опозданий и пропусков боле всего преобладает в группах мужчин и женщин дистанционной формы обучения, чем у мужчин очной формы обучения.

Обнаружены достоверные различия у мужчин заочной формы обучения с мужчинами (при $p=0,001$) и женщинами ($p=0,001$) дистанционной формы обучения и женщинами заочной формы (при $p=0,03$), исследуемый параметр выше у мужчин дистанционной формы ($M=48,33$), женщин заочной ($M=32,5$) и дистанционной формы обучения ($M=48$), чем у мужчин заочников ($M=21,83$). Это говорит о том, что количество посещений без опозданий и пропусков боле всего преобладает в группах мужчин и женщин дистанционной, а также женщин заочной формы обучения, чем у мужчин заочной формы.

Выявлены различия у мужчин заочной формы обучения с женщинами очной (при $p=0,001$) и заочной (при $p=0,009$) формы обучения. Параметр «Пунктуальность» преобладает у мужчин дистанционной формы обучения ($M=48,33$), чем у женщин очной ($M=14,4$) и заочной ($M=32,5$) формы обучения. Это свидетельствует о том, что количество посещений без опозданий и пропусков выше в группах мужчин дистанционной формы обучения, чем у женщин очной и заочной формы.

Также достоверно различаются группы женщин очной формы обучения с женщинами заочной (при $p=0,001$) и дистанционной формы обучения (при $p=0,001$). Данный параметр выше у групп женщин заочной ($M=32,5$) и дистанционной формы обучения ($M=48$), чем у женщин очников ($M=14,4$). Это можно объяснить тем, что количество посещений без опозданий и пропусков выше в группах женщин заочной и дистанционной формы обучения, чем у женщин очной.

Еще одно достоверное различие наблюдается между группами женщин заочной и дистанционной формы обучения (при $p=0,002$), где показатели параметра «Пунктуальность» выше у женщин дистанционной формы обучения ($M=48$), чем у женщин заочной ($M=32,5$). Это можно проинтерпретировать тем, что количество посещений без опозданий и пропусков выше в группах женщин дистанционной формы обучения, чем у женщин заочной.

8. Таким образом, многофакторный дисперсионный анализ показал, что количество посещений без опозданий и пропусков более всего преобладает в группах мужчин и женщин дистанционной формы обучения, чем у мужчин очной формы обучения; в группах мужчин и женщин дистанционной, а также женщин заочной формы обучения, чем у мужчин заочной формы; в группах мужчин дистанционной формы обучения, чем у женщин очной и заочной формы; в группах женщин заочной и дистанционной формы обучения, чем у женщин очной; в группах женщин дистанционной формы обучения, чем у женщин заочной.

Аналогично производится расчет и описание по параметру «Дисциплинированность»

Дисперсионный анализ с повторными измерениями

Анализ позволяет проверить гипотезы о различии более двух зависимых выборок (повторных измерений) по уровню выраженности изучаемого признака. При этом допускается наличие межгрупповых факторов, а также несколько внутригрупповых. Для этого используется критерий F-Фишера, который тем больше, чем больше различаются зависимые выборки по изучаемому признаку.

Специфика ANOVA с повторными измерениями состоит в том, что из остаточной изменчивости (внутригрупповой) вычитается компонент, обусловленный индивидуальными различиями. Тем самым уменьшается дисперсия ошибки факторной модели и повышается чувствительность метода к воздействию факторов на зависимую переменную.

Последовательность ANOVA с повторными измерениями аналогична обычному дисперсионному анализу:

- Шаг 1. Подсчитываем общую сумму квадратов;
- Шаг 2. Подсчитываем факторную сумму квадратов между уровнями;
- Шаг 3. Подсчитываем межиндивидуальную сумму квадратов;
- Шаг 4. Подсчитываем остаточную сумму квадратов;
- Шаг 5. Определим числа степеней свободы;
- Шаг 6. Вычислим средние квадраты;
- Шаг 7. Вычислим F-отношение;
- Шаг 8. Определим p-уровень значимости.

После отклонения H_0 применяется парное сравнение групп по критерию Шеффе.

Дисперсионный анализ с повторными измерениями

Пример расчета

НГ: у врачей «Эмоциональное выгорание» до, во время работы и после работы возрастает, а «Стрессоустойчивость» (давление) до, во время работы и после работы снижается.

1. Для доказательства того, что у врачей «Эмоциональное выгорание» до, во время работы и после работы возрастает, а «Стрессоустойчивость» (давление) до, во время работы и после работы снижается возможно применение дисперсионного анализа с повторными измерениями, т.к. данные измерены количественно и при этом необходимо сравнить 3 зависимых измерения у выборки врачей (до работы, во время работы и после работы в поликлинике), если выполняются ограничения по шкалам (они должны быть параметрическими) и однородности дисперсий (они должны однородными, гомогенными).

2. Так как параметр «Эмоциональное выгорание» измерен в интервальной шкале, а параметр «Стрессоустойчивость» (давление) в абсолютной – данные шкалы являются параметрическими, то первое ограничение выполняется. Для проверки выполнения второго ограничения на однородность дисперсий необходимо применить критерий Левена.

H_0 : дисперсии параметров «Эмоциональное выгорание» и «Стрессоустойчивость» (давление) не отличаются по однородности (т.е. являются однородными).

H_1 : дисперсии параметров «Эмоциональное выгорание» и «Стрессоустойчивость» (давление) отличаются по однородности (т.е. не являются однородными).

Таблица 2 – Результаты проверки на однородность дисперсий по критерию Левена

Параметры	F	Ур. знач. (p)
Эмоциональное выгорание	3,46	0,053
Давление верхнее	0,91	0,42
Давление нижнее	0,37	0,70

Статистический вывод: по данным табл. 2 по всем параметрам принимается гипотеза H_0 , т.к. $p > 0,05$.

В результате проверки на однородность дисперсий по критерию Левена было обнаружено (табл. 2), что все параметры «Эмоциональное выгорание» и «Стрессоустойчивость» (давление) имеют гомогенные дисперсии, таким образом второе ограничение также выполняется и возможно применение дисперсионного анализа с повторными измерениями.

3. H_0 : дисперсии параметров «Эмоциональное выгорание» и «Стрессоустойчивость» (давление) не различаются до, во время и после работы врачей в поликлинике.

H_1 : дисперсии параметров «Эмоциональное выгорание» и «Стрессоустойчивость» (давление) различаются до, во время и после работы врачей в поликлинике.

4. **Таблица 3 – Результаты применения дисперсионного анализа с повторными измерениями**

	Эмоциональное выгорание - F	Эмоциональное выгорание - p	Давление верхнее - F	Давление верхнее - p	Давление нижнее - F	Давление нижнее - p
Тестирование	15,8	0,001 H_1	6	0,008 H_1	8	0,003 H_1

6. **Статистический вывод:** по данным табл. 3 между разными тестированиями принимается гипотеза H_1 по параметрам «Эмоциональное выгорание» и «Стрессоустойчивость» (давление), т.к. $p \leq 0,05$.

7. Дисперсионный анализ с повторными измерениями показал (табл. 3), что имеются 3 значимых различия до, во время и после работы врачей в поликлинике по параметрам «Эмоциональное выгорание» ($F=15,8$ при $p=0,001$), «Верхнее давление» ($F=6$ при $p=0,008$) и «Нижнее давление» ($F=8$ при $p=0,003$). Так как данный анализ показывает только наличие или отсутствие значимых различий до, во время и после работы врачей в поликлинике по исследуемым параметрам, но не показывает они как различаются в разные периоды тестирования, то для выяснения этого необходимо осуществить попарное сравнение по критерию Шеффе.

H_0 : средние значения параметров «Эмоциональное выгорание» и не различаются до и во время и после работы врачей в поликлинике.

H_1 : средние значения параметров «Эмоциональное выгорание» различаются до и во время и после работы врачей в поликлинике.

Таблица 4 – Результаты применения критерия Шеффе («Эмоциональное выгорание»)

	Тестирование	{1} - 22,29	{2} - 61,43	{3} - 29,86
1	1 (до)		0,001	0,600
2	2 (во время)	0,001		0,002
3	3 (после)	0,600	0,002	

Статистический вывод: по данным табл. 4 принимается гипотеза H_1 по параметру «Эмоциональное выгорание» между 1 и 2 тестированием, 2 и 3 тестированием, т.к. $p \leq 0,05$. Между остальными тестированиями принимается гипотеза H_0 .

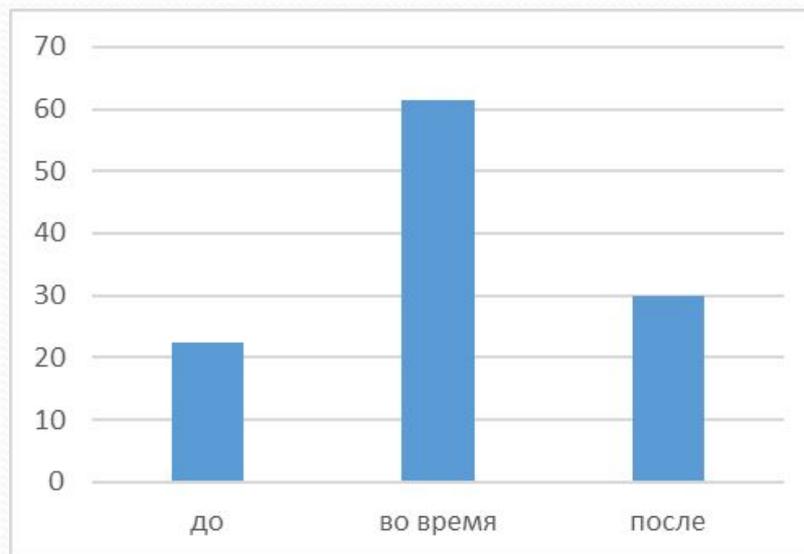


Рисунок 1 – Показатели средних значений по параметру «Эмоциональное выгорание» до и во время и после работы врачей в поликлинике

В результате применения критерия Шеффе было выявлено 2 значимых различия по параметру «Эмоциональное выгорание» (табл. 4, рис. 1). Так наблюдаются различия у врачей между до работы в поликлинике и во время работы (при $p = 0,001$), где данный параметр выше во время работы ($M=61,43$), чем до неё ($M=22,29$). Также отмечается значимое различие между показателями во время и после работы в поликлинике (при $p = 0,002$), данный параметр выше во время работы ($M=61,43$), чем после ($M=29,86$). Это свидетельствует о том, что нарастающее эмоциональное истощение, понижение работоспособности у данной выборки врачей, работавших в поликлинике более всего отмечается во время работы в данной организации, чем до и после неё.

H_0 : средние значения параметров «Стрессоустойчивость» (давление) не различаются до и во время работы врачей в поликлинике.

H_1 : средние значения параметров «Стрессоустойчивость» (давление) различаются до и во время работы врачей в поликлинике.

Таблица 5 – Результаты применения критерия Шеффе («Верхнее давление»)

	Тестирование	{1} - 123,14	{2} - 147,43	{3} - 147
1	1 (до)		0,02	0,02
2	2 (во время)	0,02		1,00
3	3 (после)	0,02	1,00	

Статистический вывод: по данным табл. 5 принимается гипотеза H_1 по параметру «Верхнее давление» между 1 и 2 тестированием, 1 и 3 тестированием, т.к. $p \leq 0,05$. Между остальными тестированиями принимается гипотеза H_0 .

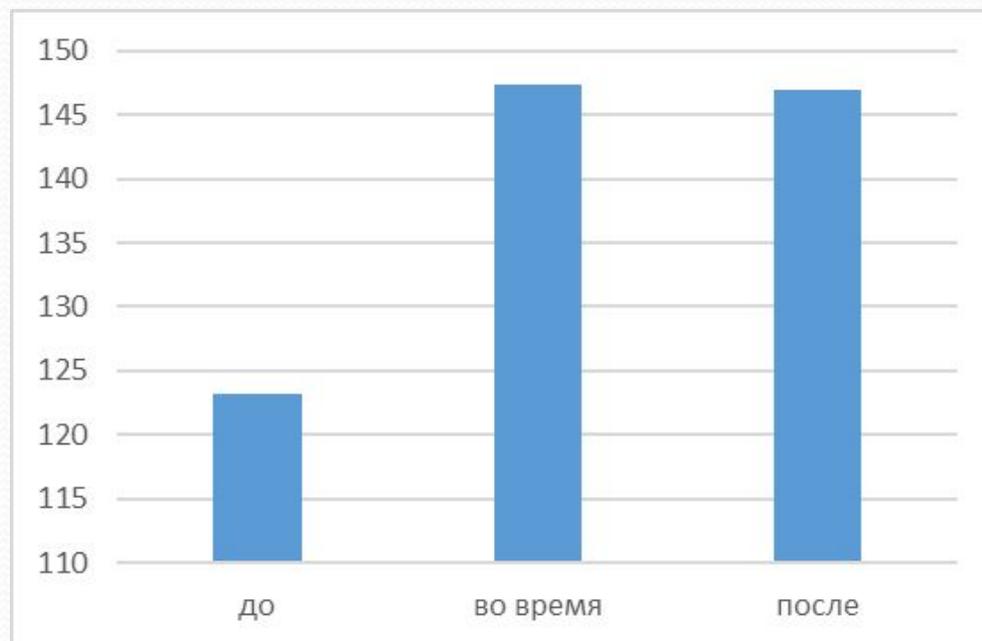


Рисунок 2 – Показатели средних значений по параметру «Верхнее давление» до и во время и после работы врачей в поликлинике

В результате применения критерия Шеффе было выявлено 2 значимых различия по параметру «Верхнее давление» (табл. 5, рис. 2). Так наблюдаются различия у врачей между до работы в поликлинике и во время работы (при $p = 0,02$), где данный параметр выше во время работы ($M=147,43$), чем до неё ($M=123,14$). Также отмечается значимое различие между показателями до работы и после работы в поликлинике (при $p = 0,02$), данный параметр выше после работы ($M=147$), чем до работы ($M=123,14$). Это означает, что у врачей давление крови регистрируемое в камере сердца и в артерии при сокращении сердечной мышцы преобладает во время и после работы в поликлинике, чем до неё.

H_0 : средние значения параметров «Стрессоустойчивость» (давление) не различаются до и во время работы врачей в поликлинике.

H_1 : средние значения параметров «Стрессоустойчивость» (давление) различаются до и во время работы врачей в поликлинике.

Таблица 6 – Результаты применения критерия Шеффе («Нижнее давление»)

	Тестирование	{1} - 82,14	{2} - 100,14	{3} - 101,29
1	1 (до)		0,01	0,01
2	2 (во время)	0,01		0,98
3	3 (после)	0,01	0,98	

Статистический вывод: по данным табл. 6 принимается гипотеза H_1 по параметру «Нижнее давление» между 1 и 2 тестированием, 1 и 3 тестированием, т.к. $p \leq 0,05$. Между остальными тестированиями принимается гипотеза H_0 .

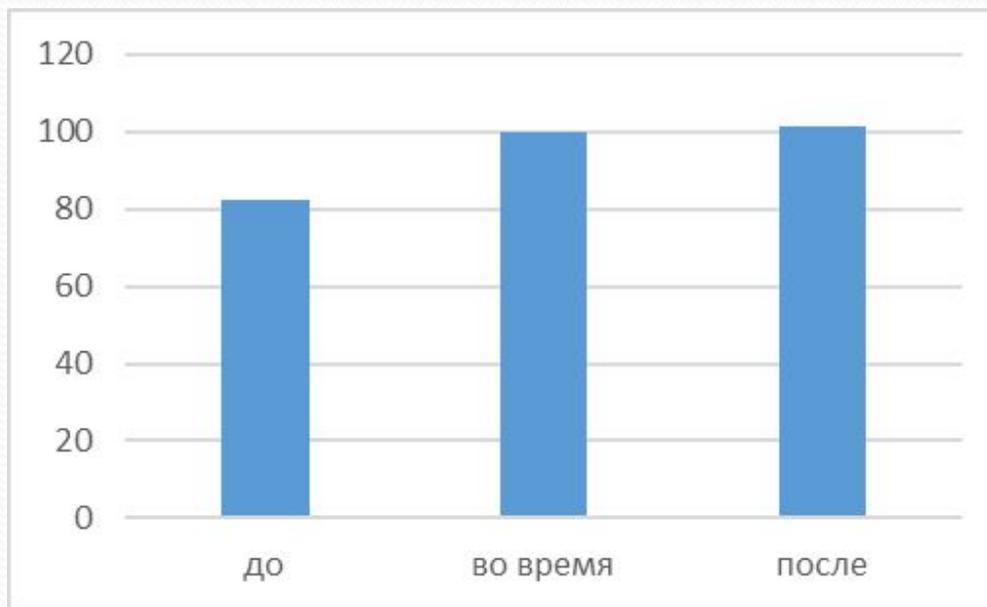


Рисунок 3 – Показатели средних значений по параметру «Нижнее давление» до и во время и после работы врачей в поликлинике

В результате применения критерия Шеффе было выявлено 2 значимых различия по параметру «Нижнее давление» (табл. 6, рис. 3). Так наблюдаются различия у врачей между до работы в поликлинике и во время работы (при $p = 0,01$), где данный параметр выше во время работы ($M=101,14$), чем до неё ($M=82,14$). Также отмечается значимое различие между показателями до работы и после работы в поликлинике (при $p = 0,01$), данный параметр выше после работы ($M=101,29$), чем до работы ($M=82,14$). Это говорит о том, что у врачей давление крови регистрируемое в камере сердца и в артерии при расслаблении сердечной мышцы преобладает во время и после работы в поликлинике, чем до неё.

Таким образом, применение сравнительного анализа в группе врачей до, во время и после работы в поликлинике показало, что нарастающее эмоциональное истощение, понижение работоспособности у данной выборки врачей, работавших в поликлинике более всего отмечается во время работы в данной организации, чем до и после неё. Тогда как давление крови регистрируемое в камере сердца и в артерии при сокращении и при расслаблении сердечной мышцы преобладает во время и после работы в поликлинике, чем до неё, т.е. совокупность качеств, позволяющих организму спокойно переносить действие стресса у данной выборки врачей преобладает до работы в поликлинике.

Исходя из выше изложенного научная гипотеза нашла свое частичное подтверждение.

Тема 15. Многомерные методы

- Определение и классификация многомерных методов
- Регрессионный анализ (частный случай множественного регрессионного анализа)
- Множественный регрессионный анализ
- Дискриминантный анализ
- Факторный анализ
- Кластерный анализ
- Многомерное шкалирование

Многомерные методы - это математические модели в отношении многостороннего (многомерного) описания изучаемых явлений.

ММ воспроизводят мыслительные операции человека, но в отношении таких данных, непосредственное осмысление которых невозможно в силу нашей природной ограниченности.

Многомерные методы выполняют такие функции, как:

- структурирование эмпирической информации (факторный анализ),
- классификация (кластерный анализ),
- предсказывание (множественный регрессионный анализ),
- распознавание образов (дискриминантный анализ) и т. д.

Классификации многомерных методов

Представленные методы можно классифицировать по трем основаниям: в соответствии с интеллектуальной операцией (по способу преобразования исходной информации) — по назначению метода; по способу сопоставления данных — по сходству (различию) или пропорциональности (корреляции); по виду исходных эмпирических данных.

Классификация методов по назначению:

1. **Методы предсказания** (экстраполяции): множественный регрессионный и дискриминантный анализ. Множественный регрессионный анализ предсказывает значения метрической «зависимой» переменной по множеству известных значений «независимых» переменных, измеренных у множества объектов (испытуемых). Дискриминантный анализ предсказывает принадлежность объектов (испытуемых) к одному из известных классов (номинативной шкале) по измеренным метрическим (дискриминантным) переменным.
2. **Методы классификации**: варианты кластерного анализа и дискриминантный анализ. Кластерный анализ («классификация без обучения») по измеренным характеристикам у множества объектов (испытуемых) либо по данным об их попарном сходстве (различии) разбивает это множество объектов на группы, в каждой из которых содержатся объекты, более похожие друг на друга, чем на объекты из других групп. Дискриминантный анализ («классификация с обучением», «распознавание образов») позволяет классифицировать объекты по известным классам, исходя из измеренных у них признаков, пользуясь решающими правилами, выработанными предварительно на выборке идентичных объектов, у которых были измерены те же признаки.

3. **Структурные методы:** факторный анализ и многомерное шкалирование. Факторный анализ направлен на выявление структуры переменных как совокупности факторов, каждый из которых — это скрытая, обобщающая причина взаимосвязи группы переменных. Многомерное шкалирование выявляет шкалы как критерии, по которым поляризуются объекты при их субъективном попарном сравнении.

Классификация методов по виду исходных данных:

1. Методы, использующие в качестве исходных данных только признаки, измеренные у группы объектов. Это множественный регрессионный анализ, дискриминантный анализ и факторный анализ.

2. Методы, исходными данными для которых могут быть попарные сходства (различия) между объектами: это кластерный анализ и многомерное шкалирование. Многомерное шкалирование, кроме того, может анализировать данные о попарном сходстве между совокупностью объектов, оцененном группой экспертов. При этом совместно анализируются как различия между объектами, так и индивидуальные различия между экспертами.

Представленные классификации свидетельствуют о **необходимости знаний многомерных методов**, их возможностей и ограничений уже на стадии общего замысла исследования.

Например, ориентируясь только на факторно-аналитическую модель, исследователь ограничен в выборе процедуры диагностики: она должна состоять в измерении признаков у множества объектов.

При этом исследователь ограничен и в направлении поиска: он изучает либо взаимосвязи между признаками, либо межгрупповые различия по измеряемым признакам. Общая осведомленность о других многомерных методах позволит исследователю использовать более широкий круг психодиагностических процедур, решать более широкий спектр не только научных, но и практических задач.

Классификация многомерных методов

Решаемая задача	Зависимая переменная	Независимые переменные	Используемый метод
Классификация	Количественная	Номинативная, порядковая	Многофакторный дисперсионный анализ
Классификация, прогноз	Номинативная, порядковая	Количественная	Дискриминантный анализ Кластерный анализ
	Количественная	Количественная	Множественная регрессия Кластерный анализ
Анализ структуры взаимосвязей		Номинативная, порядковая	Многомерное шкалирование Кластерный анализ
		Количественная	Многомерное шкалирование, Кластерный анализ Факторный анализ

Регрессионный анализ (частный случай множественного регрессионного анализа)

Регрессионный анализ — основан на коэффициенте детерминации. Регрессионный анализ применяется, для предсказания значения одной переменной, если известны значения другой, т.е. для исследования взаимосвязи зависимой одной y и одной независимой x переменных.

Линия регрессии, обобщает все точки рассеяния наилучшим способом из возможных. Иными словами, абсолютные значения расстояний по вертикали между каждой точкой графика и линией регрессии минимальны.

Переменная, по **которой предсказывают**, называется **предикторной**. Обычно ее значения откладываются по оси X .

Переменная, **которую предсказывают**, называется **критериальной**. Ее значения откладываются по оси Y .

Ограничения

1. *Главное требование к исходным данным* — отсутствие линейных взаимосвязей между переменными, когда одна переменная является линейной производной другой переменной. Следует избегать включения в анализ переменных, корреляция между которыми близка к 1, так как сильно коррелирующая переменная не несет для анализа новой информации, добавляя излишний «шум».

2. *Следующее требование* — переменные должны быть измерены в метрической шкале (интервалов или отношений) и иметь нормальное распределение.

Основными целями РА являются

1. Определение того, в какой мере «зависимая» переменная связана с совокупностью «независимых» переменных, какова статистическая значимость этой взаимосвязи. Показатель — коэффициент множественной корреляции (КМК - R) и его статистическая значимость по критерию F-Фишера,
2. Определение существенности вклада каждой «независимой» переменной в оценку «зависимой» переменной, отсев несущественных для предсказания «независимых» переменных. Показатели — регрессионные коэффициенты β , их статистическая значимость по критерию t-Стьюдента.
3. Анализ точности предсказания и вероятных ошибок оценки «зависимой» переменной. Показатель — квадрат КМК (КМД - R^2), интерпретируемый как доля дисперсии «зависимой» переменной, объясняемая совокупностью «независимых» переменных.
4. Вероятные ошибки предсказания анализируются по расхождению (разности) действительных значений «зависимой» переменной и оцененных при помощи модели РА.
5. Оценка (предсказание) неизвестных значений «зависимой» переменной по известным значениям «независимых» переменных. Осуществляется по вычисленным параметрам множественной регрессии.

Уравнение линейной регрессии

Если переменные пропорциональны друг другу, то графически связь между ними можно представить в виде прямой линии с положительным (прямая пропорция) или отрицательным (обратная пропорция) наклоном. Кроме того, если известна пропорция между переменными, заданная уравнением графика прямой линии, то по известным значениям переменной X можно точно предсказать значения переменной Y .

На практике связь между двумя переменными, если она есть, является вероятностной и графически выглядит как облако рассеивания эллипсоидной формы. Этот эллипсоид, однако, можно представить (аппроксимировать) в виде прямой линии, или *линии регрессии*.

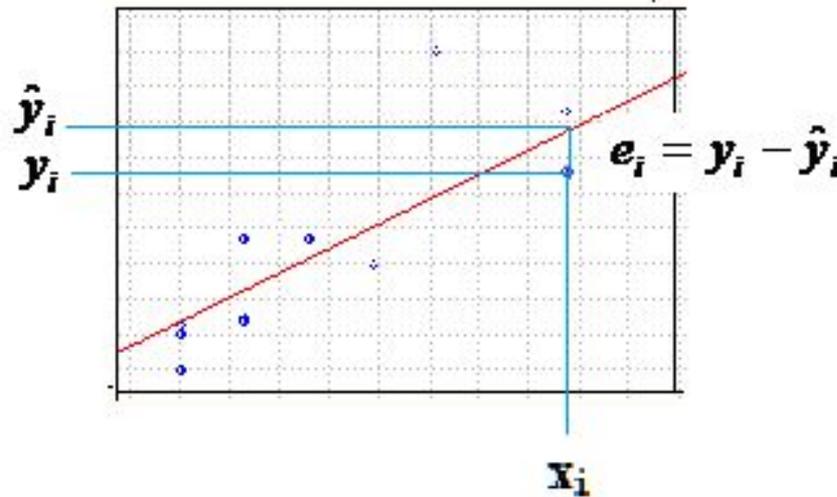


Рис. 1 – Диаграмма рассеивания и линия регрессии

Линия регрессии (*Regression Line*) — это прямая, построенная методом наименьших квадратов: сумма квадратов расстояний (вычисленных по оси Y) от каждой точки графика рассеивания до прямой является минимальной:

$$\sum_i (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum_i e_i^2 = \min,$$

где y_i , — истинное i -значение Y ,

\hat{y}_i , — оценка i -значения Y при помощи линии (уравнения) регрессии,

e_i , = $y_i - \hat{y}_i$, — ошибка оценки.

Уравнение регрессии имеет вид:

$$\hat{y}_i = bx_i + a,$$

где b — *коэффициент регрессии* (*Regression Coefficient*), задающий угол наклона прямой;

a — *свободный член*, определяющий точку пересечения прямой оси Y .

Угловой коэффициент регрессии (b) показывает, насколько в среднем величина признака y изменяется при соответствующем изменении на единицу признака x .

Таким образом, если на некоторой выборке измерены две переменные, которые коррелируют друг с другом, то, вычислив коэффициенты регрессии, мы получаем принципиальную возможность предсказания неизвестных значений одной переменной (Y - зависимая переменная) по известным значениям другой переменной (X – независимая переменная).

ПРИМЕР

Школьникам была дана тестовая задача, которую им необходимо было решить, при этом регистрировалось скорость выполнения задания и количество ошибок. Необходимо установить возможность предсказания количества ошибок в зависимости от скорости выполнения заданий теста и определить параметры уравнения линейной регрессии в зависимости от ошибок и скорости выполнения заданий теста.

Следуя алгоритму работы с критериями опишем расчеты регрессионного анализа.

1. С целью доказательства гипотезы о возможности предсказания количества ошибок в зависимости от скорости выполнения теста применялся регрессионный анализ, т.к. обе переменные измерены в метрической шкале.

2. Выполнение ограничений, так как отсутствует линейная взаимосвязь между переменными, то ограничение соблюдено (табл.1).

Таблица 1. - Корреляционная матрица переменных

Переменная	Корреляции (Spreadsheet1)	
	Время выполнения	Количество ошибок
Время выполнения	1,000000	0,866748
Количество ошибок	0,866748	1,000000

3. H_0 : Вклад переменной предиктора скорость выполнения теста для оценки количества ошибок равен нулю.

H_1 : Вклад переменной предиктора скорость выполнения теста для оценки количества ошибок не равен нулю.

4. Таблица 2. - Основные результаты регрессионного анализа

Regression Summary for Dependent Variable: Время выполнения R= ,86674769 R ² = ,75125156 Adjusted R ² = ,66833542 F(1,3)=9,0604 p<,05721 Std.Error of estimate: 1,2485						
N=5	Бета	Std.Err. of Beta	B	Std.Err. of B	t(3)	p-level
ОТРЕЗОК			-1,11765	2,365042	-0,472570	0,668773
Количество ошибок	0,866748	0,287952	1,44118	0,478789	3,010046	0,057210

Представленные результаты целесообразно свести в таблицу, убрав предварительно знаки после запятой до двух.

Таблица 3. - Основные результаты регрессионного анализа (из шапки таблицы)

Предикторы	R	F	p	R ²	Стд. ошибка оценки
Количество ошибок	0,87	9,06	0,057	0,75	1,25

7. В данном случае можно утверждать, что переменная-отклик (критериальная) (Время выполнения) тесно связана с «Количеством ошибок» (R = 0,87) - переменной предиктором, но данная связь не является статистически значимой (p = 0,057). Поэтому модель множественной регрессии не может быть содержательно интерпретирована.

Следующим шагом было бы (если связь являлась статистически значимой, при $p < 0,05$) при интерпретации данных регрессионного анализа является определение существенности вклада «независимой» переменной в оценку «зависимой» переменной, отсев несущественных для предсказания «независимых» переменных. Показатели — регрессионные коэффициенты β , их статистическая значимость по критерию t-Стюдента. Данные показатели извлекаются из табл. 2.

Таблица 4. - Регрессионные не стандартизированные (b) и стандартизированные коэффициенты (β)

Независимые переменные	β	t	p	b	Стд. ошибка оценки
Константа		-0,47	0,67	-1,12	2,37
Количество ошибок	0,87	3,01	0,057	1,44	0,49

Результаты анализа (табл.3-4) демонстрируют, что «Количество ошибок» объясняют 87 % ($R = 0,87$) изменчивости «Времени выполнения». При этом точность предсказания составляет всего 75% ($R^2 = 0,75$). Вероятность ошибочного предсказания, (значение стандартной ошибки) не велико (1,25).

8. Анализ результатов показывает, что важной переменной является «Количество ошибок», которое вносит наибольший вклад (87 %) в изменчивость «Время выполнения», который не является статистически значимым ($p < 0,057$). Это позволяет предположить, что с увеличением ошибок и погрешностей при решении задач, увеличивается время выполнения заданий.

Множественный регрессионный анализ

Множественный регрессионный анализ (МРА) предназначен для изучения взаимосвязи одной переменной (*зависимой, результирующей - y*) и нескольких других переменных (*независимых, исходных - x*). Частный случай регрессионный анализ для исследования взаимосвязи зависимой одной y и одной независимой x переменных.

МРА позволяет выявить какая доля изменчивости зависимой переменной объясняется независимыми переменными, с учетом их взаимозависимости, а также определить, отличаются ли статистически значимо объясняемыми переменными предикторами доли дисперсий от случайных. Частный случай - простой регрессионный анализ для исследования взаимосвязи зависимой одной y и одной независимой x переменных. При этом, если между переменными есть связь, которая является вероятностной и выглядит как облако рассеивания эллипсоидной формы, то ее можно представить в виде прямой линии, называемой линией регрессии.

Ограничения

1. *Главное требование к исходным данным* — отсутствие линейных взаимосвязей между переменными, когда одна переменная является линейной производной другой переменной. Следует избегать включения в анализ переменных, корреляция между которыми близка к 1, так как сильно коррелирующая переменная не несет для анализа новой информации, добавляя излишний «шум».

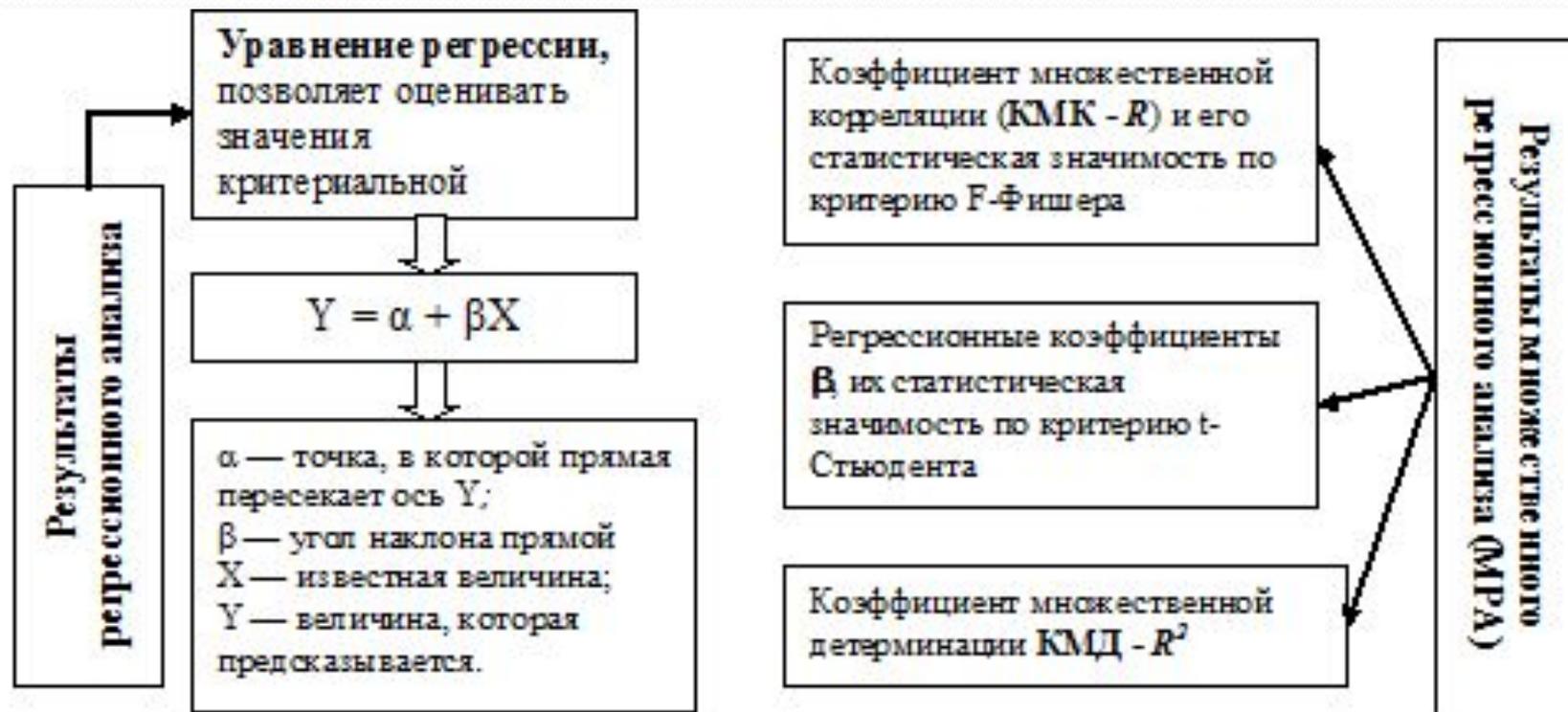
2. *Следующее требование* — переменные должны быть измерены в метрической шкале (интервалов или отношений) и иметь нормальное распределение.

Основными целями МРА являются

1. Определение того, в какой мере «зависимая» переменная связана с совокупностью «независимых» переменных, какова статистическая значимость этой взаимосвязи. **Показатель — коэффициент множественной корреляции (КМК - R) и его статистическая значимость по критерию F-Фишера,**
2. Определение существенности вклада каждой «независимой» переменной в оценку «зависимой» переменной, отсев несущественных для предсказания «независимых» переменных. Показатели — **регрессионные коэффициенты β , их статистическая значимость по критерию t-Стьюдента.**
3. Анализ точности предсказания и вероятных ошибок оценки «зависимой» переменной. Показатель — **квадрат КМК (КМД - R^2), интерпретируемый как доля дисперсии «зависимой» переменной, объясняемая совокупностью «независимых» переменных.**
4. Вероятные ошибки предсказания анализируются по расхождению (разности) действительных значений «зависимой» переменной и оцененных при помощи модели МРА.

Оценка (предсказание) неизвестных значений «зависимой» переменной по известным значениям «независимых» переменных. **Осуществляется по вычисленным параметрам множественной регрессии.**

В схематичном виде можно представить результаты регрессионного и множественного регрессионного анализов следующим образом:



Уравнение регрессии,
позволяет оценивать
значения
критериальной

$$Y = \alpha + \beta X$$

α — точка, в которой прямая
пересекает ось Y;
 β — угол наклона прямой
X — известная величина;
Y — величина, которая
предсказывается.

Коэффициент множественной
корреляции (КМК - R) и его
статистическая значимость по
критерию F-Фишера

Регрессионные коэффициенты
 β их статистическая
значимость по критерию t-
Стьюдента

Коэффициент множественной
детерминации КМД - R^2

Результаты множественного
регрессионного анализа (МРА)

Пример.

С целью изучения возможности прогнозирования синдрома эмоционального сгорания психологов-консультантов от эмоциональных характеристик (депрессивность и эмоциональная лабильность), а также стратегии в межличностных взаимодействиях (дистанцирование) использовался анализ множественной регрессии.

Выполнение ограничений (если есть). Данный анализ применяется в случае, если переменные измерены в метрической шкале и отсутствуют линейные корреляции между переменными предикторами. Результаты показывают, что тесно связаны друг с другом переменные предикторы депрессивность и дистанцирование, однако их связь не является линейной (табл. 1). Это позволяет включить обе переменные в анализ.

Таблица 1. - Корреляционная матрица переменных

Переменная	Корреляции (Эмоц сгорание стратегия дистанцирование)			
	Депрессивность	Эмоциональная лабильность	Дистанцирование	СЭС
Депрессивность	1,00	0,60	0,89	0,88
Эмоциональная лабильность	0,60	1,00	0,58	0,49
Дистанцирование	0,89	0,58	1,00	0,88
СЭС	0,88	0,49	0,88	1,00

Корреляции (Эмоц сгорание стратегия дистанцирование)

Гипотезы для оценки вклада каждой «независимой» переменной в изменчивость «зависимой» переменной:

H_0 : Вклад переменных предикторов депрессивности, эмоциональной лабильности и дистанцирования для оценки синдрома эмоционального сгорания равен нулю.

H_1 : Вклад переменных предикторов депрессивности, эмоциональной лабильности и дистанцирования для оценки синдрома эмоционального сгорания не равен нулю.

Расчет критерия, определение уровня значимости (p) (построение таблицы с результатами вычислений, см. табл. 2).

Таблица 2. - Основные результаты множественной регрессии

book17* - Regression Summary for Dependent Variable: СЭС (Эмоц сгорание стратегия дистанцирование)							Summary Statistics	
Regression Summary for Dependent Variable: СЭС (Эмоц сгорание стратегия дистанцирование)							Statistic	Значение
R= ,90710686 R ² = ,82284286 Adjusted R ² = ,80240165 F(3,26)=40,254 p<,00000 Std.Error of estimate: 15,244							Умножение R	0,90711
Beta							Multiple R?	0,82284
Std.Err. of Beta							Adjusted R?	0,80240
B							F(3,26)	40,25412
Std.Err. of B							p	0,00000
t(26)							Std.Err. of Estimate	15,24448
p-level								
N=30								
ОТРЕЗОК			10,87394	10,22668	1,063291	0,297426		
Депрессивность	0,475591	0,187237	6,34095	2,49638	2,540056	0,017401		
Эмоциональная лабильность	-0,085901	0,103730	-1,66485	2,01040	-0,828121	0,415139		
Дистанцирование	0,507594	0,184844	4,70263	1,71249	2,746069	0,010800		

Шаг 1

Шаг 2

Представленные в двух таблицах результаты целесообразно свести в одну таблицу, убрав предварительно знаки после запятой до двух.

Таблица 3. - Основные результаты множественной регрессии

Предикторы	R	F	p	R²	Стд. ошибка оценки
депрессивность, эмоциональная лабильность и дистанцирование	0,91	40,25	0,001	0,82	15,24

В данном случае можно утверждать, что переменная-отклик (СЭС) тесно связана с тремя ($R = 0,91$) переменными предикторами и данная связь является статистически значимой ($p = 0,001$). Поэтому модель множественной регрессии может быть содержательно интерпретирована.

Результаты анализа демонстрируют, что депрессивность, эмоциональная лабильность и дистанцирование совместно объясняют 82 % изменчивости синдрома эмоционального сгорания. В этой связи полученные результаты могут быть приняты во внимание. Но при этом есть вероятность ошибочного предсказания, поскольку значение стандартной ошибки достаточно велико (15,24).

Следующим шагом при интерпретации данных регрессионного анализа является определение существенности вклада каждой «независимой» переменной в оценку «зависимой» переменной, отсев несущественных для предсказания «независимых» переменных. Показатели — регрессионные коэффициенты β , их статистическая значимость по критерию t-Стьюдента. Данные показатели извлекаются из табл. 2.

Таблица 4. - Регрессионные не стандартизированные (b) и стандартизированные коэффициенты (β)

Независимые переменные	β	t	p	b	Стд. ошибка оценки
Константа		1,06	0,30	10,87	
Депрессивность	0,48	2,54	0,02	6,34	0,18
Эмоциональная лабильность	-0,09	-0,83	0,42	-1,66	0,10
Дистанцирование	0,51	2,75	0,01	4,70	0,18

Анализ результатов показывает, что наиболее важной переменной является дистанцирование, которое вносит наибольший вклад (51%) в изменчивость синдрома эмоционального сгорания, который является статистически значимым ($p < 0,01$). Депрессивность является второй переменной, которая объясняет еще 48 % дисперсии синдрома эмоционального сгорания и также является статистически значимой ($p < 0,02$). Эмоциональная лабильность не дает значительной прибавки в доле объясняемой дисперсии и не является статистически значимой.

Выводы:

Таким образом, содержащиеся в таблице 4 стандартизированные коэффициенты регрессии и их уровни значимости, позволяют определить регрессионную модель. Т.к. во внимание принимаются только те коэффициенты, которые являются статистически значимыми, то регрессионную модель составили две переменные депрессивность и дистанцирование, причем наибольший вклад в регрессионную модель вносит дистанцирование. Это позволяет предполагать, что при использовании стратегии в конфликтах дистанцирование и повышенной депрессивности эмоциональное сгорание психологов-консультантов увеличивается.

Факторный анализ

Факторный анализ представляет процедуру, с помощью которой большое число переменных сводит к меньшему числу независимых величин, которые называются факторами.

Как правило, один фактор объединяет переменные, сильно коррелирующие между собой, в то время как переменные из разных факторов либо слабо коррелируют между собой либо корреляция между ними вообще отсутствует. Иначе говоря, факторный анализ позволяет рассматривать группу переменных как одну, а не как ряд отдельных.

Обнаруженные факторы называют скрытыми или латентными факторами. Коэффициент корреляции переменной с фактором (в факторном анализе называется «вес») принимает значение от (-1) до (1), при этом чем ближе коэффициент по модулю к единице, тем больше вероятность вхождения переменной в данный фактор. Значение коэффициента корреляции равное (-1) указывает на максимальную обратную зависимость между переменными, входящими в один фактор, а значение (1) на максимальную положительную зависимость между переменными.

Главная цель факторного анализа — уменьшение размерности исходных данных.

Результатом факторного анализа является переход от множества исходных переменных к существенно меньшему числу новых переменных — факторов. Фактор при этом интерпретируется как причина совместной изменчивости нескольких исходных переменных.

Основное назначение факторного анализа — анализ корреляций множества признаков.

Область применения факторного анализа (задачи)

1. Исследование структуры взаимосвязей переменных. В этом случае каждая группировка переменных будет определяться фактором, по которому эти переменные имеют максимальные нагрузки. Нагрузки исследуемых факторов представляют корреляцию с общими факторами.
2. Идентификация факторов как скрытых (латентных) переменных — причин взаимосвязи исходных переменных.
3. Вычисление значений факторов для испытуемых как новых, интегральных переменных. При этом число факторов существенно меньше числа исходных переменных. В этом смысле факторный анализ решает задачу сокращения количества признаков с минимальными потерями исходной информации.

Основные этапы факторного анализа

1. Выбор исходных данных. Желательно чтобы испытуемых было в три раза больше чем признаков (параметров).
2. Предварительное решение проблемы числа факторов: используются критерий отсеивания Р. Кетелла (требует построения графика) и критерий Г. Кайзера (определяется по числу компонент, собственные значения которых больше 1).
3. Выбор метода факторизации. Существует несколько методов: главных компонент, главных осей, наименьших квадратов, максимального правдоподобия и др. Самым простым и часто используемым является **метод главных компонент** (компоненты – это еще одно название факторов), в котором величина объясняемой дисперсии равна числу переменных, при этом дисперсия (общность) каждой переменной принимается равной 1.
4. Факторизация матрицы интеркорреляций, вращение факторов (Задается число факторов, производится вращение методом «Варимакс-нормализованное». Результатом данного этапа является матрица факторных нагрузок (факторная структура) .
5. Интерпретация факторов: *По каждому фактору* выписывают наименования (обозначения) переменных, имеющих наибольшие нагрузки по этому фактору — выделенных на предыдущем шаге. При этом обязательно учитывается знак факторной нагрузки переменной. Если знак отрицательный, это отмечается как противоположный полюс переменной.
6. После такого просмотра всех факторов каждому из них *присваивается наименование*, обобщающее по смыслу включенные в него переменные.
7. Если все факторы найдены и интерпретированы, то на последнем шаге факторного анализа отдельным наблюдениям (испытуемым) можно присвоить значения этих факторов – факторные значения и, таким образом, перейти от большей размерности к меньшей.

Пример.

Цель исследования: выявить факторы профессиональной картины школьника из исследуемых параметров.

1. Выполнение п.1 (Выбор исходных данных). Составление таблицы с данными.
2. Для предварительного оценивания числа факторов можно использовать два метода: по критерию Р. Кетелла – критерий «каменистой осыпи» или критерий «следа» (требуется построение графика), и второй критерий – это критерий Г. Кайзера (основан на собственных значениях), согласно которому не следует рассматривать факторы с собственными значениями меньше или равными единицы.

Расчет по критерию Р. Кетелла

Рис. 1 – График собственных значений

Количество факторов определяется приблизительно по точке перегиба до выхода кривой на пологую прямую после резкого спада. При этом мы проверяем три гипотезы количество факторов до точки перегиба, равно точке перегиба, больше точки перегиба. Количество факторов до точки перегиба равно единице, точке перегиба – равно двум факторам и больше точки перегиба – три фактора. Таким образом, по критерию Р. Кетелла число факторов колеблется от 2 до 3 (один фактор рассматривать не имеет смысла), т.к. точке перегиба соответствует вторая компонента.

Определение числа компонентов по критерию Г. Кайзера

Таблица 1. - Собственных значений компонентов и объясняющей совокупной дисперсии

Значение	Собственные (Профессиональная картина мира шко Извлечение: Основные компоненты			
	Eigenvalue	% Total variance	Совокупный Eigenvalue	Совокупный %
1	5,808181	36,30113	5,808181	36,30113
2	1,310612	8,19133	7,118793	44,49246
3	1,121926	7,01204	8,240719	51,50450
4	0,954337	5,96461	9,195057	57,46911

По результатам таблицы можно сказать, что собственное значение четвертого фактора менее единицы (0,954), что по критерию Г. Кайзера указывает на количество компонент равное трем.

Таким образом, в данном случае оба критерия свидетельствуют о наличии трех факторов. В любом случае окончательное решение о числе факторов будет приниматься только после интерпретации факторов, которое осуществляется на третьем этапе.

3. Выбор метода факторизации (**метод главных компонент**, компоненты – это еще одно название факторов). 4. Факторизация матрицы интеркорреляций, вращение факторов (Задается число факторов, производится вращение методом «Варимакс-нормализованное»).

Таблица 2. - Результаты факторного анализа методом главных компонент с вращением варимакс нормализованное

Переменная	Factor Loadings (Варимаксимальн Извлечение: Основные компонент (Marked loadings are > ,500000)		
	Фактор 1	Фактор 2	Фактор 3
Долговременная память	0,663527	-0,085766	0,072621
Мышление (анализ)	0,766066	0,136257	0,363082
Внимание (конец)	0,814134	0,246821	0,346828
Реактивная тревожность	-0,295779	-0,254538	-0,495031
Личностная тревожность	-0,458422	-0,520227	-0,059041
Отношение к условиям жизни	0,590728	-0,120516	0,269943
Процесс жизни	0,556897	0,306057	0,168678
Самопринятие	0,729061	0,309156	0,346549
Саморукводство	0,572315	0,111367	0,123874
Самоинтерес	0,636537	0,214698	0,134239
Реалистичный проф. тип	-0,043338	-0,602805	-0,402114
Исследовательский проф. тип	0,399443	0,028305	0,576595
Артистичный проф. тип	-0,052868	0,107154	-0,767772
Социальный проф. тип	0,552466	0,123086	0,081895
Предпринимательский проф. тип	-0,024552	-0,753577	0,222349
Конвенциональный проф. тип	-0,492186	-0,006303	0,271556
Expl.Var	4,623219	1,643263	1,974237
Prp.Totl	0,288951	0,102704	0,123390

На основе данных представленных в табл. 2, в текстовом редакторе Word строится таблица (табл. 3), причем последние две строки, лучше удалить, а вместо них поместить собственные значения и совокупной объясненной дисперсии из ранее рассмотренных результатов в табл. 1.

Таблица 4. - Трехфакторная структура профессиональной картины школьников по методу главных компонент с вращением варимакс нормализованное

Переменные	Факторы		
	Когнитивно-онтологический	Эмоциональная устойчивость	Деятельный
Долговременная память	0,66	-0,09	0,07
Мышление (анализ)	0,77	0,14	0,36
Внимание (концентрация)	0,81	0,25	0,35
Реактивная тревожность	-0,30	-0,25	-0,50
Личностная тревожность	-0,46	-0,52	-0,06
Отношение к условиям жизни	0,59	-0,12	0,27
Процесс жизни	0,56	0,31	0,17
Самопринятие	0,73	0,31	0,35
Саморуководство	0,57	0,11	0,12
Самоинтерес	0,64	0,21	0,13
Реалистичный проф. тип	-0,04	-0,60	-0,40
Исследовательский проф. тип	0,40	0,03	0,58
Артистичный проф. тип	-0,05	0,11	-0,77
Социальный проф. тип	0,55	0,12	0,08
Предпринимательский проф. тип	-0,02	-0,75	0,22
Конвенциональный проф. тип	-0,50	-0,01	0,27
Собственные значения	5,81	1,31	1,12
Объяснимая дисперсия по фактору (в %)	36,30	8,19	7,01
Накопленная объяснимая дисперсия (в %)	36,30	44,49	51,50

Выполнение пунктов (5 и 6): 5. Интерпретация факторов: *По каждому фактору* выписывают наименования (обозначения) переменных, имеющих наибольшие нагрузки по этому фактору — выделенных на предыдущем шаге.

6. После такого просмотра всех факторов каждому из них *присваивается наименование*, обобщающее по смыслу включенные в него переменные.

В результате факторного анализа было извлечено три фактора с собственными значениями больше единицы и объясняющих 51,5 % общей изменчивости (табл. 1 и 4). **Первый фактор**, имеющий наибольшую объяснительную силу (36,3 % общей изменчивости) образовали переменные, отражающие **когнитивно-онтологический аспект личности**, включающий познавательную деятельность, смысложизненные ориентации и самоотношение (табл. 4). Причем профессиональным типом при положительной выраженности этого фактора является социальный тип (0,55 – факторная нагрузка), а на отрицательном полюсе находится конвенциональный профессиональный тип (-0,5). **Второй фактор** (охватывает 8,19 % изменчивости всех данных) интерпретируется посредством трех признаков, причем образующих отрицательный полюс данного фактора: личностная тревожность (-0,52); реалистичный профессиональный тип (-0,6); предпринимательский профессиональный тип (-0,75). Данный фактор отражает **эмоциональную устойчивость**. **В третий фактор** входят также три переменные (объясняет 7,01 % совокупной дисперсии): реактивная тревожность (-0,5); исследовательский профессиональный тип (0,58) и артистичный профессиональный тип (-0,77). Полученное характеризует данный **фактор как деятельностный**.

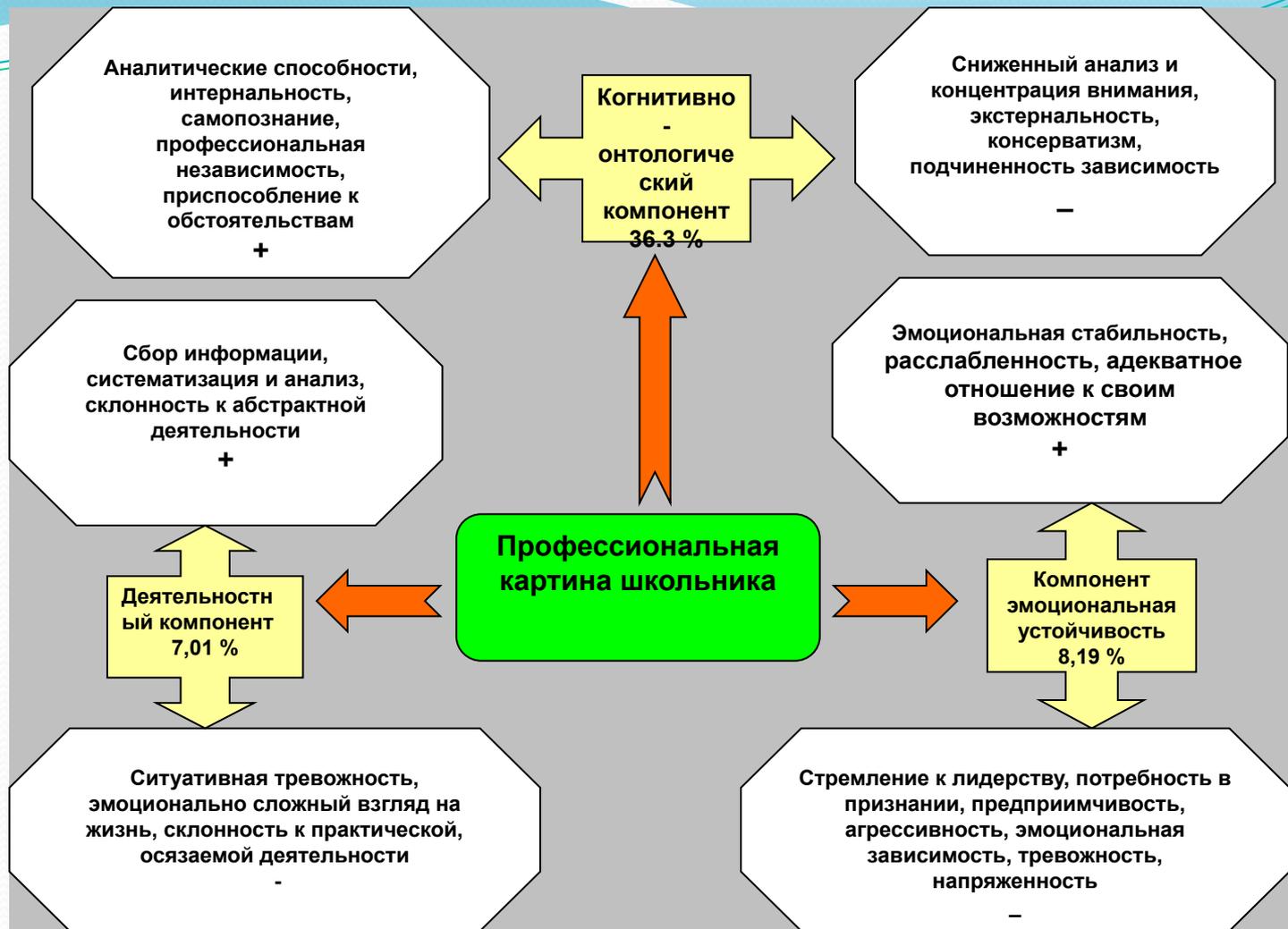


Рис. 2 – Структурные компоненты профессиональной картины школьника

Изображенные на рисунке компоненты профессиональной картины мира школьника наглядно отражают содержательную составляющую выделенных в процессе факторного анализа компонентов (табл. 3 и 4).

7. Если все факторы найдены и интерпретированы, то на последнем шаге факторного анализа отдельным наблюдениям (испытуемым) можно присвоить значения этих факторов – факторные значения и, таким образом, перейти от большей размерности к меньшей.

Каждому испытуемому (строки), присваиваются значения по каждому фактору (столбцы), причем полученные значения представлены в z-оценках, т.е. подвергнуты z-преобразованию и варьируются от -3 до 3. Следовательно, чем ближе значение к 3, тем более выражен у испытуемого положительный полюс по данному фактору и наоборот, приближение к -3, свидетельствует о выраженности отрицательного полюса, если значение приближены к 0, то по данному фактору имеется у конкретного испытуемого среднее значение. Так, например, первый испытуемый характеризуется сниженным анализом и концентрацией внимания, в профессиональной области консерватизмом и подчиненностью (отрицательное значение по первому фактору), при этом он эмоционально стабилен, расслаблен, и адекватно относится к своим возможностям (положительное значение по второму фактору), он склонен к осязаемой практической деятельности, которая может сопровождаться с ситуативным напряжением, тревожностью (отрицательные значения по третьему фактору).

Кластерный анализ

Кластерный анализ — это процедура упорядочивания объектов в сравнительно однородные классы на основе попарного сравнения этих объектов по предварительно определенным и измеренным критериям.

Кластерный анализ решает задачу построения *классификации*, то есть разделения исходного множества объектов на группы (классы, кластеры).

Классификация объектов — это группирование их в классы так, чтобы объекты в каждом классе были более похожи друг на друга, чем на объекты из других классов.

Задачи кластерного анализа:

- разбиение совокупности испытуемых на группы по измеренным признакам с целью дальнейшей проверки причин межгрупповых различий по внешним критериям, например, проверка гипотез о том, проявляются ли типологические различия между испытуемыми по измеренным признакам;
- применение кластерного анализа как значительно более простого и наглядного аналога факторного анализа, когда ставится только задача группировки признаков на основе их корреляции.

Этапы кластерного анализа

1. *Отбор объектов для кластеризации.* Объектами могут быть, в зависимости от цели исследования: а) испытуемые; б) объекты, которые оцениваются испытуемыми; в) признаки, измеренные на выборке испытуемых.
2. *Определение множества переменных, по которым будут различаться объекты кластеризации.* Для испытуемых — это набор измеренных признаков, для оцениваемых объектов — субъекты оценки, для признаков — испытуемые.
3. *Определение меры сходства между объектами кластеризации.* Это первая проблема, которая является специфичной для методов анализа различий: многомерного шкалирования и кластерного анализа.
4. *Выбор и применение метода классификации для создания групп сходных объектов.*
5. *Определение численности классов.* Сложность заключается в том, что не существует формальных критериев, позволяющих определить оптимальное число классов.
6. *Проверка достоверности разбиения на классы (используются критерии сравнения).*

Методы кластерного анализа

Метод одиночной связи – алгоритм начинается с поиска двух наиболее близких объектов, пара которых образует первичный кластер. Каждый последующий объект присоединяется к тому кластеру, к одному из объектов которого он ближе.

Метод полной связи – правило объединения этого метода подразумевает, что новый объект присоединяется к тому кластеру, самый далекий элемент которого находится ближе к новому объекту, чем самые далекие элементы других кластеров.

Метод средней связи (Невзвешенное попарное среднее) – на каждом шаге вычисляется среднее арифметическое расстояние между каждым объектом из одного кластера и каждым объектом из другого кластера. Объект присоединяется к данному кластеру, если это среднее расстояние меньше, чем среднее расстояние до любого другого кластера.

В принципе кластерный анализ будет заключаться в построении дендрограммы, наглядно демонстрирующей объединение объектов по группам.

Рис. 1 – Вертикальная дендрограмма (метод одиночной связи)

Из рисунка видно, что **метод одиночной связи** имеет тенденцию к образованию длинных кластеров «цепочного» вида. Таким образом, метод имеет тенденцию образовывать *небольшое число крупных кластеров*. К особенностям метода можно отнести и то, что результаты его применения часто не дают возможности определить, как много кластеров находится в данных. В принципе применение метода одиночной связи не позволяет сделать какие-либо выводы о формировании отдельных кластеров.

В то же время применение **метода полной связи** (рис. 2) позволяет говорить о более ясной и интерпретируемой картине, в отличие от метода одиночной связи, который с трудом поддается интерпретации. Метод полной связи позволяет выделить приблизительно пять мелких кластеров, которые могут быть объединены в более крупные и образовать три кластера.

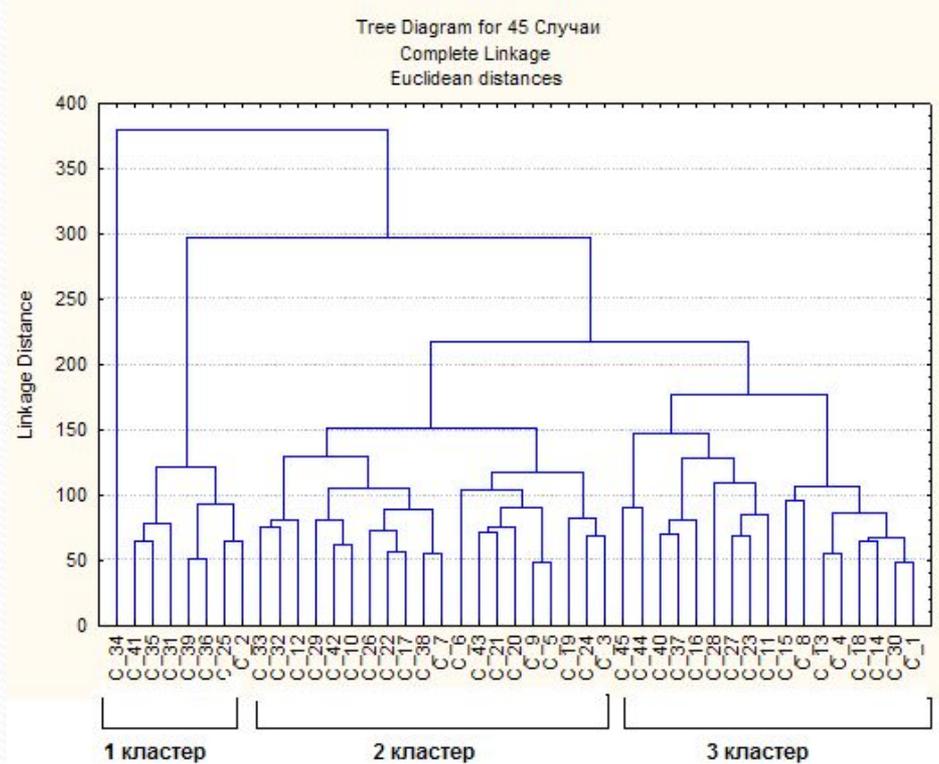


Рис. 2– Вертикальная дендрограмма (метод полной связи)

Результат применения метода **средней связи**, также с трудом поддается интерпретации. На малом расстоянии большинство испытуемых образует отдельные группы состоящие из трех человек, которые затем объединяются в два больших кластера (рис. 3).

Рис. 3. – Вертикальная дендрограмма (метод средней связи).

Таким образом, наиболее интерпретируемое решение дает метод объединения полной связи. Однако и здесь возможны два варианта – три или пять кластеров. К сожалению, не предусмотрены в самом анализе статистические критерии, позволяющие осуществить данный выбор. В какой-то степени решить проблему числа кластеров позволяет график таблиц объединения и график «следа», который подобен графику «каменистой осыпи» в факторном анализе.

Для этого нужно посчитать все выступы до того как вертикальная прямая перейдет в горизонтальную. Из рисунка 4 следует, что таких выступов три, следовательно, можно ориентироваться на три кластера.

Рис. 4 – График «следа»

Кроме того, качество разделения на группы (это возможно только когда в качестве объектов кластеризации выбраны испытуемые) можно проверить, осуществив при помощи сравнительных анализов изучить различия групп по признакам. Если будут обнаружены достоверные различия, то можно говорить об успешной кластеризации. Для этого нужно каждому испытуемому в основной таблице присвоить номер того кластера, к которому он относится. Например, в первый кластер относятся испытуемые под номером 34, 41, 35, 31, 39, 36, 25, 2 (рис. 2) всем им в основной таблице в Statistic присваивается единица. Аналогично проводится кодировка для испытуемых принадлежащих ко второму и третьему кластеру.

После того как всем испытуемым присвоена кодовая принадлежность к одному из кластеров, можно осуществить сравнение групп по всем признакам, на основе которых осуществлялся кластерный анализ. В данном случае использовались переменные – психологические механизмы защиты и формально-динамические свойства личности. Сравнение осуществлять лучше по критерию ANOVA, т.к. переменные измерены в метрической шкале и дисперсии, соответствующие разным градациям фактора однородны (т.к. $p > 0,05$), табл. 2

Таблица 1. - Присвоение испытуемым номера кластера

	1 Группы	2 Организаторская деятельность	3 Направленность на деятельность	4 Коммуникативность
1	1	5	6	7
2	1	5	1	6
3	1	3	4	8
4	1	5	5	5
5	1	6	4	4
6	1	6	7	7
7	1	4	5	2
8	1	4	3	8
9	1	5	6	6
10	1	7	10	5
11	1	5	3	6
12	1	6	4	6
13	1	8	8	5
14	1	8	7	4
15	2	6	6	1
16	2	5	5	4
17	2	4	4	6
18	2	6	4	3
19	2	6	2	6
20	2	4	4	5
21	2	6	5	4
22	3	3	3	3
23	3	5	2	6
24	3	7	1	7
25	3	6	3	6
26	3	4	4	8
27	3	6	2	7

Проверка на однородность дисперсий осуществляется по критерию Левена (ограничение выполняется при $p > 0,05$), табл. 2 .

Таблица 2 – Результаты проверки на однородность дисперсий по критерию Левена

	Критерий Левена однородности дисперс			
	MS Эффект	MS Ошибка	F	p
Организаторская деятельность	0,773066	0,600723	1,286892	0,293138
Направленность на деятельность	2,164044	1,344416	1,609654	0,219252
Коммуникативность	0,002128	1,112304	0,001914	0,998088

Результаты применение дисперсионного анализа демонстрируют наличие достоверных различий по большинству переменных (табл. 3).

Таблица 3 – Результаты применения однофакторного ДА

Переменная	Дисперсионный анализ (Таблица данных2)							
	Сум.кв. эффект	Ст.св. эффект	Ср.кв. эффект	Сум.кв. ошибки	Ст.св. ошибки	Ср.кв. ошибки	F	p
Организаторская деятельность	0,39101	2	0,19550	52,16071	26	2,006181	0,097451	0,907476
Направленность на деятельность	30,92118	2	15,46059	99,28571	26	3,818681	4,048673	0,029464
Коммуникативность	25,38670	2	12,69335	77,78571	26	2,991758	4,242773	0,025431

Далее необходимо произвести попарное сравнение с помощью критерия Фишера (НЗР, LSD) и описать полученные результаты (табл. 4, рис.5).

Это позволяет сделать вывод, что осуществленная на основе кластерного анализа классификация успешна.

Таблица 4 – Результаты применения критерия Фишера (НЗР)

		Крит. НЗР; перем.: Организаторская деяте. Отмечены разности, значимые на уровне р		
Группы		{1}	{2}	{3}
		M=5,4286	M=5,1429	M=5,3750
1	{1}		0,666605	0,932646
2	{2}	0,666605		0,754016
3	{3}	0,932646	0,754016	

		Крит. НЗР; перем.: Направленность на дея Отмечены разности, значимые на уровне р		
Группы		{1}	{2}	{3}
		M=5,2143	M=4,2857	M=2,7500
1	{1}		0,314109	0,008538
2	{2}	0,314109		0,140967
3	{3}	0,008538	0,140967	

		Крит. НЗР; перем.: Коммуникативнс Отмечены разности, значимые на у		
Группы		{1}	{2}	{3}
		M=5,5714	M=4,1429	M=6,7500
1	{1}		0,086068	0,136274
2	{2}	0,086068		0,007272
3	{3}	0,136274	0,007272	

Рисунок 5 – Показатели средних значений по исследуемым параметрам в группах 1,2 и 3

В результате применения критерия Фишера (НЗР) было выявлено (табл. 4, рис. 5) 1 значимое различие по параметру «Направленность на деятельность» между группами 1 и 3 с вероятностью ошибки менее 1% ($p=0,009$), где данный параметр выше в группе 1 ($M=5,2$), чем у группы 2 ($M=2,8$). Это означает, что желание работать, интерес и стимул к работе проявляется в большей степени у 1 группы руководителей, чем у 3 группы.

Также обнаружено 1 достоверное различие по параметру «Коммуникативность» между группами 2 и 3 ($p=0,007$), где данный параметр выше в группе 3 ($M=6,82$), чем у группы 2 ($M=4,1$). Это говорит о том, что врожденная или приобретенная способность, навык, умение передавать правильно свои мысли, чувства, эмоции так, чтобы они правильно (доходчиво) были поняты, восприняты другим человеком более развит у 3 группы, чем у 2.

Выводы.

Таким образом применение однофакторного дисперсионного анализа показало, что данное разделение групп кластерным анализом было выполнено успешно. Желание работать, интерес и стимул к работе проявляется в большей степени у 1 группы руководителей, чем у 3 группы. Тогда как врожденная или приобретенная способность, навык, умение передавать правильно свои мысли, чувства, эмоции так, чтобы они правильно (доходчиво) были поняты, восприняты другим человеком более развит у 3 группы, чем у 2.

Дискриминантный анализ

Дискриминантный анализ - это многомерный параметрический метод.

Цель дискриминантного анализа заключается в том, чтобы по значениям дискриминантных переменных для объектов получить значения классифицирующей переменной, то есть определить классы, в которые попадают эти объекты.

Дискриминантный анализ позволяет решить две группы проблем:

- **Интерпретировать различия между классами**, то есть ответить на вопросы: насколько хорошо можно отличить один класс от другого, используя данный набор переменных; какие из этих переменных наиболее существенны для различения классов.
- **Классифицировать объекты**, то есть отнести каждый объект к одному из классов, исходя только из значений дискриминантных переменных.

Исходные данные представляют собой набор независимых переменных и одну зависимую, при этом независимые переменные измеренные в количественных шкалах, а зависимая в номинативной. Кроме того, дискриминантный анализ дает возможность предсказать неизвестные значения зависимой переменной по известным значениям независимых переменных (предикторов).

По аналогии с множественной регрессией существует три способа введения предикторов в дискриминантный анализ: стандартный (прямой), иерархический (последовательный) и пошаговый (статистический).

Согласно **стандартному методу** все предикторы вводятся одновременно.

При **иерархическом методе** предикторы вводятся последовательно в порядке, задаваемым самим исследователем, что позволяет определить вклад каждого предиктора.

Когда используется **пошаговый метод** предикторы отбираются автоматически самой программой, согласно показателям, устанавливающим иерархию максимального вклада в дискриминацию.

Выбирается предиктор с большим показателем различения, даже если он имеет с другим предиктором незначительную разницу в различительной силе.

В качестве ограничений выделяют отсутствие выбросов (экстремально малые или большие значения) и количество объектов/субъектов в группе должно превышать число предикторов.

Основные результаты (этапы) дискриминантного анализа:

1. Определение статистической значимости различия классов при помощи данного набора дискриминантных переменных. Показатели — λ -Вилкса, χ^2 -тест, р-уровень значимости.
2. Выяснение вклада каждой переменной в дискриминантный анализ. Определяется по значениям критерия F-Фишера, толерантности и статистики F-удаления.
3. Вычисление расстояний между центроидами классов и определение их статистической значимости по F-критерию.
4. Анализ канонических функций, их интерпретация через дискриминантные переменные (по стандартизированным и структурным коэффициентам канонических функций).
5. Классификация «известных» и «неизвестных» объектов при помощи расстояний или значений априорных вероятностей. Качество классификации определяется совпадением действительной классификации и предсказанной для «известных» объектов. Мерой качества может служить вероятность ошибочной классификации как соотношение количества ошибочного отнесения к общему количеству «известных» объектов.
6. Графическое представление всех объектов и центроидов классов в осях канонических функций.

Многомерное шкалирование

- Основная *цель многомерного шкалирования (МШ)* — выявление структуры исследуемого множества объектов
- *Главная задача МШ* — реконструкция психологического пространства, заданного небольшим числом измерений-шкал, которые интерпретируются как критерии, лежащие в основе различий стимулов.

Основные этапы многомерного шкалирования

- Определение величины критерия Стресса (ϕ -Stress), который является показателем точности - наиболее приемлемый для него диапазон от 0,05 до 0,2. Вычисление коэффициентов отчуждения (D -star) и напряжения (D -hat). Чем меньше эти величины тем лучше воспроизведена матрица расстояния в наблюдаемой модели.
- Построение итоговой конфигурации нагрузки объектов по выделенным шкалам.
- Построение графика.
- Интерпретация шкал по итоговой конфигурации и графику (интерпретация шкал осуществляется через входящие в них объекты).

Тема 16. Математическое моделирование в психологии

- Математическое моделирование в психологии
- Системные подходы
- Теория функциональных систем.
- Становление кибернетики.
- Системный анализ.
- Теория катастроф.
- Методы математического моделирования в психодиагностике: априорные и апостериорные модели.
- Проблема искусственного интеллекта.

Модель (фр. *modele*, от *modulus* — мера, аналог, образец) — отображение, копия, схема, чертеж, макет, изображение, некоторый материальный или мысленно представляемый объект, явление или процесс, замещающий на основе аналогии исходный объект или явление, сохраняя при этом наиболее существенные, важные свойства, особенности, характеристики изучаемого объекта, явления или процесса, причем так, что непосредственное изучение модели позволяет получать новые знания об объекте-оригинале.

Моделированием называется процесс создания и реализации модели. Метод моделирования, как понятие модели, основан на принципе подобия. Его сущность состоит в том, что непосредственно исследуется не сам объект, а его аналог, его заместитель, его модель, а затем полученные на основе модели результаты по особым правилам переносятся на изучаемый объект.

Как правило, моделирование используется в тех случаях, когда сам объект либо труднодоступен, либо его прямое изучение экономически невыгодно и т.д.

Моделирование — это исследование объектов познания на их моделях. Построение и изучение моделей реально существующих предметов и явлений (живых и неживых систем, инженерных конструкций, разнообразных процессов — физических, химических, биологических, социальных) и конструируемых объектов (для определения, уточнения их характеристик, рационализации способов их построения).

Применение моделирования в науке необходимо потому, что с его помощью могут быть получены ранее неизвестные особенности и характеристики изучаемого явления, объекта, процесса.

Виды моделирования.

- 1. Предметное моделирование**, при котором модель воспроизводит геометрические, физические, динамические или функциональные характеристики объекта. Например, модель моста, плотины, модель крыла самолета и т.д.
- 2. Аналоговое моделирование**, при котором модель и оригинал описываются единым математическим соотношением. Примером могут служить электрические модели, используемые для изучения механических, гидродинамических и акустических явлений.
- 3. Знаковое моделирование**, при котором в роли моделей выступают схемы, чертежи, формулы. Роль подобных моделей особенно возросла с расширением масштабов использования компьютеров.
- 4. Мысленное моделирование**, при котором модели приобретают мысленно наглядный характер. Примером может в данном случае служить модель атома, предложенная в свое время Нильсом Бором.
- 5. Включение в эксперимент** не самого объекта, а его модели, в силу чего последний приобретает характер модельного эксперимента.

Психологические модели

Метод моделирования в психологических исследованиях развивается в двух направлениях:

- 1. Моделирование психики* — метод исследования психических состояний, свойств и процессов, который заключается в построении *моделей* психических явлений, в изучении функционирования этих моделей и использовании полученных результатов для предсказания и объяснения полученных фактов.
- 2. Психологическое моделирование (поведения)* - организация, воспроизведение того или иного вида человеческой деятельности (поведения) путем искусственного конструирования среды этой деятельности (например, в лабораторных условиях).

Психологические модели

1. Психофизиологические модели:

- Модель И.П. Павлова (образование рефлекса (или рефлекторной дуги), описание первой и второй сигнальной системы);
- Модель рефлекторного кольца по Н. А. Бернштейну;
- Теория функциональных систем (модель П. К. Анохина);
- Модель А.Р. Лурии - автономные блоки головного мозга, обеспечивающие функционирование психических явлений;

2. Биологические модели:

- К. Халл рассматривал живой организм как саморегулируемую систему (гомеостаз);

3. Системные модели (подходы):

- Системный подход в психологии (Б.Ф. Ломова), система психических явлений состоит из многих уровней, психика в целом разделяется на когнитивную, коммуникативную, регулятивную, каждая из которых также разделяется на те или иные уровни;

4. Био-кибернетические модели (системы):

- Технические системы К. Виннера В отличие от живого организма все можно оценить и исследовать с момента их создания. Понятие управляющего контура - разомкнутого и закрытого.

- В.Н. Пушкин и Д.А. Поспелов в русле кибернетики рассматривали процессы интеллектуальной активности;
- Модель Л.М. Веккера - регуляция биологических организмов по аналогии с кибернетическими системами;

5. Физико-математические модели:

- **Синергетика Г. Хакена** занимается изучением систем, состоящих из большого (очень большого, «огромного») числа частей. Слово «синергетика» и означает «совместное действие», подчеркивая согласованность функционирования частей, отражающуюся в поведении системы как целого;
- **Общая теория систем Л. Фон Бергаланфи** состоит в том, что если замкнутую систему вывести из состояния равновесия, то в ней начнутся процессы, возвращающие ее к состоянию термодинамического равновесия;
- **Теория развития И.Р. Пригожина** гласит, что при определенных условиях в системе начинает происходить самоорганизация — создание упорядоченных структур из хаоса и эти структуры могут последовательно переходить во все более сложные состояния.

- **Теория катастроф Р. Тома и К. Зимана** - катастрофами называются скачкообразные изменения, возникающие в виде внезапного ответа объекта на плавные изменения внешних условий, т.е. резкое качественное изменение объекта при плавном количественном изменении параметров, от которых он зависит).

В отечественной и зарубежной психологии существуют два основных типа моделей поведения.

Первый тип — так называемые концептуальные модели (или категориальные объяснительные схемы (системы)). Эти модели принципиально обходятся без математического описания психики. К этому типу моделей можно отнести практически все существующие на настоящий момент времени «описательные» психологические теории, например, такие как психоанализ З. Фрейда, теория оперантного обуславливания Б. Ф. Скиннера, теория деятельности А. Н. Леонтьева, транзактный анализ Эрика Берна и многие другие психологические теории.

Второй тип моделирования базируется на математическом описании психического. Как показала практика, наиболее удачными, хотя бы с точки зрения внутренней непротиворечивости и адекватности, оказались те модели, которые полностью основаны на математике и формальной логике.

Именно математика и ее действенные модели **являются той цементирующей основой**, которая позволяет и, в конце концов, позволит объединить все разрозненные области психологии в единую, концептуально непротиворечивую науку

Концептуальные модели (или категориальные объяснительные схемы (системы)).

Модели индивидуального поведения

1. Психодинамические модели индивидуального поведения:

- психоаналитическая модель поведения (З. Фрейд);
- психосоциальная модель поведения (Э. Эриксон);
- модель индивидуального поведения (А. Адлер).

2. Модели индивидуального поведения, ориентированные на личность, опыт и взаимоотношения между людьми:

- клиенто-центрированная модель индивидуального поведения;
- экзистенциальная модель поведения;
- гештальт-модель индивидуального поведения;
- трансактная модель индивидуального поведения.

3. Бихевиоральные модели индивидуального поведения:

- модель индивидуального поведения в радикальном бихевиоризме.

4. Описательные психологические модели (и этот список можно продолжить):

- трехуровневая модель индивидуальности В. М. Русалова;
- модель саморегуляции В. И. Моросановой;
- модель личности Курта Левина;
- модель психологической защиты Н. В. Калининой;
- интегративная модель поведения человека;
- коммуникативная модель;
- модель конструктивного изменения поведения человека Л. М. Митиной.

Математическое моделирование в психологии

Математическое моделирование – это процедура описания различных процессов посредством математического аппарата.

Объектом моделирования математического моделирования являются сложные системы, внутренняя структура которых не известна («черный ящик»). **Наблюдая параметры системы можно исследовать ее структуру, установить причинно-следственные взаимосвязи между элементами системы.**

Наметившийся в последнее время прогресс в области многомерного статистического анализа и анализа корреляционных структур, объединенный с новейшими вычислительными алгоритмами, послужил отправной точкой для создания новой, но уже получившей признание техники математического моделирования. **Эта необычайно мощная техника многомерного анализа включает методы из различных областей статистики, множественная регрессия и факторный анализ и др. методы получили здесь естественное развитие и объединение.**

Модели группового поведения

Прежде всего подчеркнем, что чрезвычайно интересные, реально действующие математические модели группового поведения разработаны в биологии, гидроэкологии, зоопсихологии, экологии.

В частности, в зоопсихологии это модели поведения стадных животных и насекомых: пингвинов, оленей, различных видов птиц, муравьев, саранчи и др.

В этих моделях используется разнообразный математический аппарат от систем дифференциальных уравнений до конфирматорного факторного анализа и даже систем искусственного интеллекта.

Примеры моделей группового поведения.

1. Модель включения личности в групповую структуру Ф. Шамбо.
2. Двухфакторная, или двумерная, модель Б. Такмена описывает динамику группового процесса исходя из учета условий, в которых формируется группа.
3. Очень интересная и перспективная, модель «идиосинкразического кредита» Е. Холландера изучает реакцию группы на отклоняющееся поведение, а также на внедрение в жизнь группы элементов инновационности.
4. Модель группового поведения Д. Хоманса изучает причины образования неформальных групп в рабочей обстановке.
5. Двухмерная модель Р. Бейлса делает акцент на взаимодействие делового и межличностного аспектов групповой структуры.
6. Предложенная Р. Кеттеллом концепция группового поведения получила название теории групповой синтальности (направленность энергии на достижение целей).
7. Модель социального взаимодействия (поведения толпы) С. Московичи

Метод моделирования в психодиагностике



В психодиагностике используются два основных метода математического моделирования: априорный и апостериорный.

Априорный метод (логический, концептуальный; от лат. *apriori* — не требующее доказательств) заключается в выборе автором показателей и на основе теоретических положений определении силы их влияния на целевую функцию модели.

Апостериорные модели создаются при помощи статистических методов, т.е. набирается большой массив данных, проводится процедура многомерного математического анализа, выбираются значимые для целевой функции показатели (предикторы) и определяются коэффициенты влияния каждого.

Нейронные сети

Еще одним направлением математического моделирования в психологии, имеющего целью представить интегральный характер психических проявлений человеческой психики, являются так называемые нейронные сети.

Разработки в этом направлении принципиально отличны от того, что делается в экспертных системах. Если последние построены на формально-логических структурах, то нейронные сети представляют собой механический аналог биологических компонент мозга — взаимосвязанных нейронов.

Нейронные сети (НС) — очень мощный метод моделирования, позволяющий воспроизводить чрезвычайно сложные зависимости, *нелинейные* по своей природе.

Как правило, нейронная сеть используется тогда, когда неизвестны предположения о виде связей между входами и выходами (хотя, конечно, от пользователя требуется какой-то набор эвристических знаний о том, как следует отбирать и подготавливать данные, выбирать нужную архитектуру сети и интерпретировать результаты).

Алгоритм обучения НС

Для обучения НС применяются алгоритмы двух типов:

- управляемое («обучение с учителем»)
- неуправляемое («без учителя»).

Нейронная сеть «учится» на примерах, подстраивая свои параметры при помощи алгоритмов обучения через механизм обратной связи.

Нейронные сети преимущественно используют «поведенческий» подход к решаемой задаче, и чаще всего нейронные сети используются для задач классификации.

НС имеют ряд серьезных и неустранимых недостатков:

- отсутствие необходимой гибкости систем при их перенастройке на другие задачи,
- сложность самих систем.
- нет никаких гарантий, что удастся обучить нейронную сеть, т.е. подобрать непротиворечивое и достаточное множество примеров так, чтобы она могла обучить другую нейронную сеть.

Проблема искусственного интеллекта

В настоящее время не существует однозначного ответа на вопрос — что представляет собой искусственный интеллект (ИИ, англ. Artificial intelligence, AI), поскольку это научное направление, несмотря на полувековую историю своего существования, все еще находится на стадии становления.

В английском языке слово «intelligence» означает «**умение рассуждать разумно**», а вовсе не «интеллект», для которого есть четкий и однозначный английский эквивалент — «intellect», было бы логичнее перевести термин «Artificial intelligence» как «Искусственный Разум», а не «Искусственный Интеллект».

Недоразумение перевода привело к тому, что — охватывающее понятие ИИ стало соотноситься в отечественной науке обширной сферы к психологии, а не к чисто технической, компьютерной области.

Область ИИ, по преимуществу, ориентирована на создание интеллектуальных роботов и интеллектуальных компьютерных программ.

В последнем случае **основная проблема состоит в том, что до сих пор нет четкого определения того, какие процедуры, выполняемые компьютером, следует называть интеллектуальными.**

Имеет место и «обратная проблема» — компьютеры используются для понимания механизмов человеческого интеллекта.

Следует сказать, однако, что исследования в области ИИ влились в общий поток технологий, таких как информатика, экспертные системы, нанотехнология, молекулярная биоэлектроника, теоретическая биология и даже квантовая физика.

Направления использования и развития ИИ

Моделирование мыслительных процессов. Моделирование рассуждений подразумевает создание символьных систем, на входе которых поставлена некая формализованная задача, а на выходе требуется ее решение.

Работа с естественными языками. Важным направлением в области ИИ является обработка естественного человеческого языка, в рамках которого проводится анализ возможностей понимания, обработки и генерации текстов на «человеческом» языке.

Накопление и использование знаний. Согласно мнению многих ученых важным свойством интеллекта является способность к обучению. Таким образом, на первый план выходит инженерия знаний, объединяющая задачи получения знаний, их систематизация и использование.

Биологическое моделирование искусственного интеллекта. Искусственные системы не обязаны повторять в своей структуре и функционировании структуру и протекающие в ней процессы, присущие биологическим системам.

Машинное творчество. Поставлены проблемы написания компьютером музыки, литературных произведений (часто — стихов или сказок), художественное творчество. Создание реалистичных образов широко используется в кино и индустрии игр.

Перспективы.

Робототехника — это весьма перспективное на сегодня развитие формы ИИ. Технические направления, в которых применяются роботы.

1. Многие промышленные производства частично или полностью автоматизированы.
2. Разрабатываются интеллектуальные системы, способные самостоятельно принимать решения по координации передвижения и имеющие для этого в составе датчики наклона движущегося средства, радиомаяк, компас, дальномер, инфракрасные и другие датчики мониторинга движения.
3. Ведутся разработки по машинному обучению, навигации роботов, логическому планированию их действий и т.д.
4. Агентные системы — под таковыми понимают специальные программы-агенты, нацеленные на исследование коллективной аудитории и обладающие автономностью (абсолютно самостоятельная программа), социальностью (способна общаться с человеком), реактивностью (способна воспринимать окружающую среду, адекватно реагировать на ее изменения) и активностью (агенты могут характеризоваться целенаправленностью поведения и проявлять инициативу).

5. Самоорганизующиеся СУБД. Эти базы данных способны гибко подстраиваться под профиль конкретной задачи и практически не требуют вмешательства извне.

6. Автоматический анализ языков. Сюда относят поиск по словарям, распознавание языков, перевод, выявление незнакомых слов, лексику, грамматику и т.д.

7. Медицинские системы для выполнения точных операций и консультирования врачей в сложных ситуациях; роботы-манипуляторы для проведения операций повышенной точности (например, на сетчатке глаза).

Таким образом, базовое направление в развитии ИИ связано с приближением их работы к возможностям человека, в том числе и за счет интеграции уже разработанных систем ИИ в единую систему.