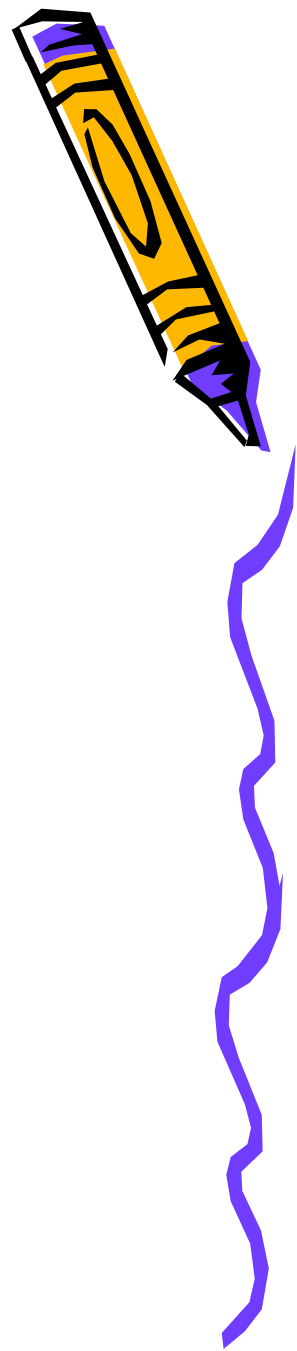
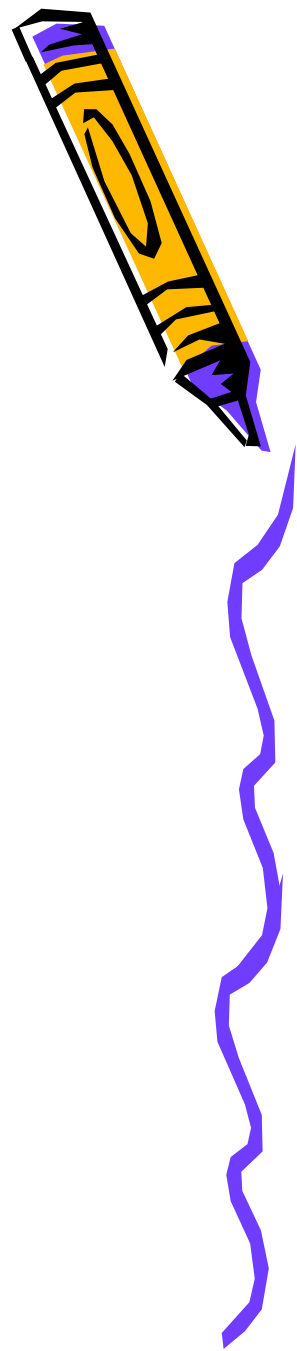


8. Числа, вычисления и алгебраические выражения



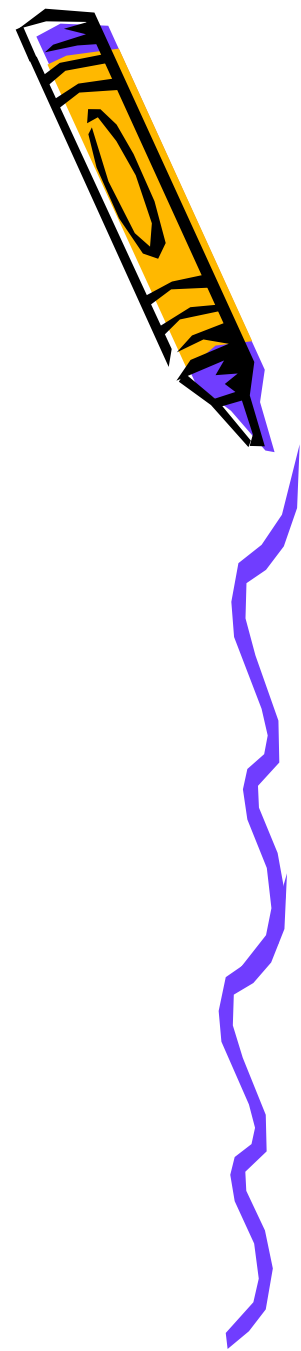


• Вычисления



Свойства степени

- Произведение степеней
- Частное степеней
- Степень степени
- Степень произведения
- Степень дроби





Произведение степеней

Если a - число,
отличное от
нуля, а m , n -
целые числа, то

- При умножении степеней с одинаковыми основаниями показатели складываются

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$



Примеры:

$$x \cdot x^{-2} \cdot x^{-3} = x^{1-2-3} = x^{-4}$$

$$\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-5} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-4}$$

$$-2,4 \cdot a^{-15} \cdot a^{-7} = -2,4a^{-22}$$



Частное степеней

Если a - число,
не равное 0, и
 m , n - целые
числа, то

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

При делении степеней
с одинаковыми
основаниями из
показателя делимого
вычитают показатель
делителя



Примеры:

$$y^{-6} : y^{-3} = y^{-6-(-3)} = y^{-3}$$

$$\frac{x^{-14}}{x^{14}} = x^{-14-14} = x^{-28}$$

$$(-7)^{-9} : (-7) = (-7)^{-9+1} = (-7)^{-8}$$



Степень степени

Если a - число, не
равное нулю и m ,
 n - целые числа,
то

При возведении
степени в степень
показатели
перемножаются

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$



Примеры:

$$(f^{-5})^{-2} = f^{-5 \cdot (-2)} = f^{10}$$

$$\frac{1}{((2^3))^{-4}} = \frac{1}{2^{3 \cdot (-4)}} = \frac{1}{2^{-12}}$$



Степень произведения



- Если a , b - числа, не равные нулю и n - любое целое число, то *При возведении в степень произведения возводят в эту степень каждый множитель и результаты перемножают*

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$



Примеры:



$$(c \cdot d)^{-8} = c^{-8} \cdot d^{-8}$$

$$(0,3 \cdot v)^{-4} = 0,3^{-4} \cdot v^{-4}$$

$$(-x \cdot r \cdot l)^{-3} = (-x)^{-3} \cdot r^{-3} \cdot l^{-3}$$



Степень дроби

Если a , b - числа,
причем $a, b \neq 0$, и
 n - любое целое
число, то

При возведении дроби
в степень возводят в
эту степень
отдельно ее
числитель и
знаменатель

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

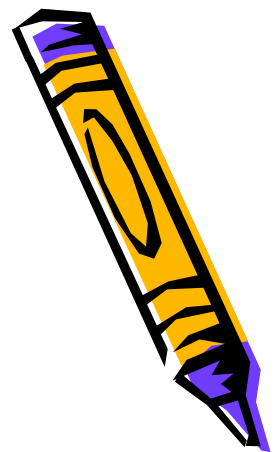


Найдите значение выражения $a^{12} \cdot (a^{-4})^4$ при $a = -\frac{1}{2}$.

Найдите значение выражения $\frac{1}{4^{-10}} \cdot \frac{1}{4^9}$.

Вычислите: $\frac{7^{-7} \cdot 7^{-8}}{7^{-13}}$.

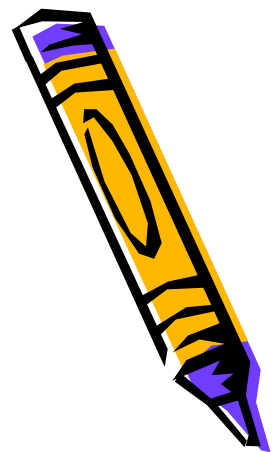
Найдите значение выражения $\frac{24^4}{3^2 \cdot 8^3}$.



Сократите дробь $\frac{18^{n+3}}{3^{2n+5} \cdot 2^{n-2}}$.

Найдите значение выражения: $\frac{(3x)^3 \cdot x^{-9}}{x^{-10} \cdot 2x^5}$ при $x = 5$.

Сократите дробь: $\frac{(2a^2)^3 \cdot (3b)^2}{(6a^3b)^2}$.



Задание. Проверьте, верны ли данные равенства
и ответьте на вопрос «*почему?*»

$$\sqrt{16} = 4;$$

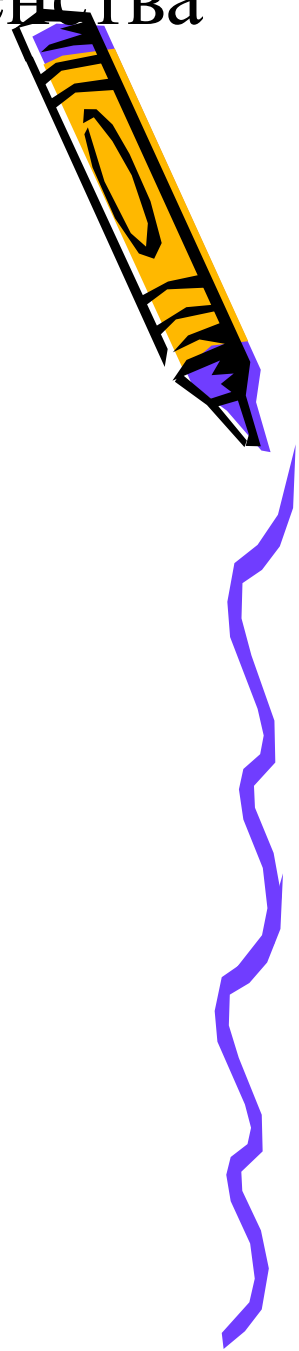
$$\sqrt{81} = 9;$$

$$\sqrt{8} = 3;$$

$$\sqrt{9} = 3;$$

$$\sqrt{0} = 0;$$

$$\sqrt{-25} = 5.$$



Если $a \geq 0$, $b \geq 0$, то $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$

$$\sqrt{64 \cdot 0,04} = \sqrt{64} \cdot \sqrt{0,04} = 8 \cdot 0,2 = 1,6$$

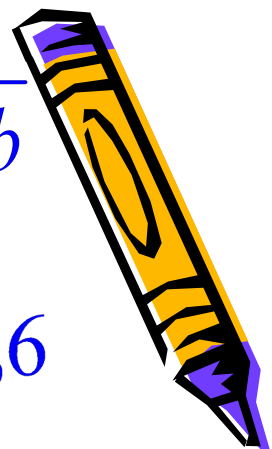
Решите самостоятельно

$$\sqrt{36 \cdot 0,25} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{0,25} = 6 \cdot 0,5 = 3$$

$$\sqrt{121 \cdot 0,49} = \sqrt{121} \cdot \sqrt{0,49} = 11 \cdot 0,7 = 7,7$$

$$\sqrt{9 \cdot 64 \cdot 0,25} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{64} \cdot \sqrt{0,25} = 3 \cdot 8 \cdot 0,5 = 12$$

$$\sqrt{0,36 \cdot 144 \cdot 2,25} = \sqrt{0,36} \cdot \sqrt{144} \cdot \sqrt{2,25} = 0,6 \cdot 12 \cdot 1,5 = 10,8$$



Если $a \geq 0, b > 0$, то

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

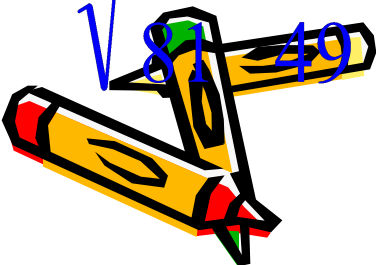


Решите самостоятельно

$$\sqrt{\frac{81}{144}} = \frac{\sqrt{81}}{\sqrt{144}} = \frac{9}{12}$$

$$\sqrt{1\frac{9}{16}} = \sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{16}} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$$

$$\sqrt{\frac{25}{81} \cdot \frac{16}{49} \cdot \frac{196}{9}} = \sqrt{\frac{25}{81}} \cdot \sqrt{\frac{16}{49}} \cdot \sqrt{\frac{196}{9}} = \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{14}{3} = \frac{40}{27} = 1\frac{13}{27}$$



Карточка – памятка «Свойства арифметического квадратного корня».



$$1 \quad \sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \quad a \geq 0, b \geq 0$$

$$2 \quad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad a \geq 0, b > 0$$

$$3 \quad \sqrt{a^2} = |a|$$

$$4 \quad \sqrt{a^2 b} = a \sqrt{b} \quad a \geq 0, b \geq 0$$



Вычислите:

$$\sqrt{4 \cdot 9} = 6$$

$$(a \cdot b)^2 = a^2 b^2$$

$$\sqrt{49 \cdot 121} = 77$$

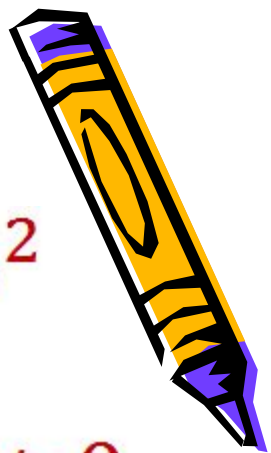
$$\left(\frac{p}{q}\right)^3 = \frac{p^3}{q^3}, q \neq 0$$

$$\sqrt{\frac{144}{169}} = \frac{12}{13}$$

$$3^2 + 5^2 = 34$$

$$\sqrt{6^4} = 6^2 = 36 \quad a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$\sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^4} = \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$$



318 Упростите:

а) $2\sqrt{10} \cdot \sqrt{10}$;

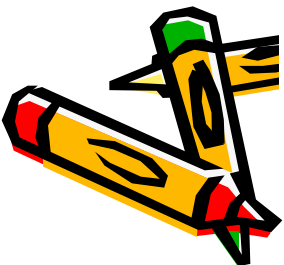
б) $3\sqrt{15} \cdot 6\sqrt{15}$;

в) $3\sqrt{7} \cdot 10\sqrt{7}$;

г) $(2\sqrt{11})^2$;

д) $(3\sqrt{8})^2$;

е) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3}$.



Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{21} \cdot \sqrt{14}}{\sqrt{6}}$.



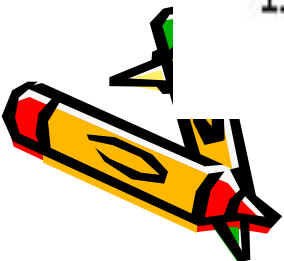
Найдите значение выражения $\sqrt{18 \cdot 80} \cdot \sqrt{30}$.

...

Найдите значение выражения $\sqrt{90 \cdot 30} \cdot 3$.

Найдите значение выражения $5\sqrt{11} \cdot 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{22}$.

Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{200}}{\sqrt{8}}$.



Упростите выражение

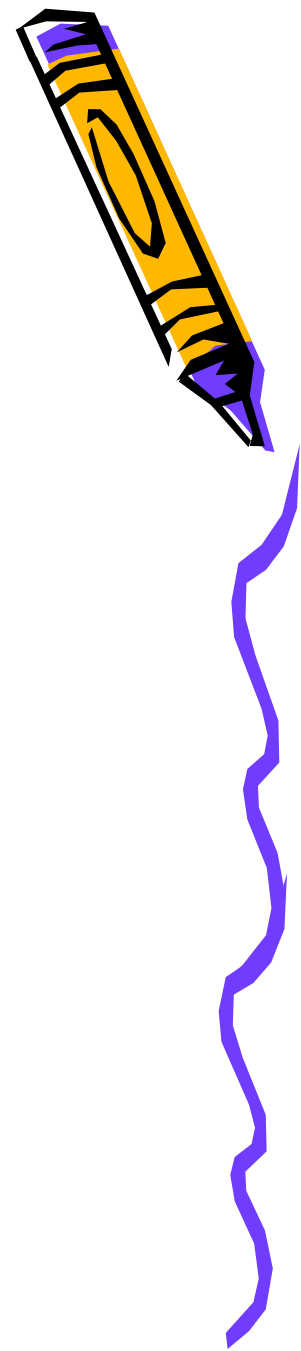
$$\frac{\sqrt{\sqrt{10}-2} \cdot \sqrt{\sqrt{10}+2}}{\sqrt{24}}$$

Какое из чисел больше: $\sqrt{6} + \sqrt{10}$ или $3 + \sqrt{7}$?

-



- **Целые алгебраические
выражения**



ФОРМУЛЫ СОКРАЩЕННОГО УМНОЖЕНИЯ

$$(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$$

$$(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$$

$$A^2 - B^2 = (A - B)(A + B)$$

$$A^3 + B^3 = (A + B)(A^2 -$$

$$AB + B^2)$$

$$A^3 - B^3 = (A - B)(A^2 + AB + B^2)$$

$$(A + B)^3 =$$

$$A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3$$





Найдите значение выражения $(\sqrt{23}+1)^2$.

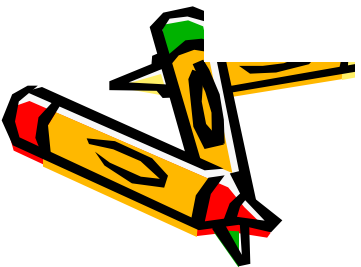
Найдите значение выражения $(\sqrt{85}-1)^2$.

Найдите значение выражения $(\sqrt{11}-3)(\sqrt{11}+3)$.

Найдите значение выражения $(\sqrt{11}+3)^2-6\sqrt{11}$.

Найдите значение выражения $(2+\sqrt{3})^2+(2-\sqrt{3})^2$.

Найдите значение выражения $(x-3) \cdot \frac{x^2-6x+9}{x+3}$ при $x = -21$.





- Рациональные алгебраические выражения





Провести классификацию данных многочленов по способу разложения на множители

$$2y(x-5)+x(x-5)$$

$$a^4-b^6$$

$$2an-5bm-10bn+am$$

$$b(a+5)-c(a+5)$$

$$27b^3+a^6$$

$$2bx-3ay-6by+ax$$

$$15a^3b+3a^2b^3$$

$$49m^4-25n^2$$

$$3a^2+3ab-7b-7a$$

$$20x^3y^2+4x^2y$$

$$x^2+6x+9$$

$$a^2+ab-5a-5b$$



Упростите выражение $\frac{a^2+4a}{a^2+8a+16}$ и найдите его значение при $a = -2$. В ответ запишите полученное число.

Упростите выражение $\frac{x^2-4}{4x^2} \cdot \frac{2x}{x+2}$ и найдите его значение при $x = 4$. В ответ запишите полученное число.

Представьте в виде дроби выражение $\frac{10x}{2x-3} - 5x$ и найдите его значение при $x = 0,5$. В ответ запишите полученное число.

Найдите значение выражения $(a^3 - 25a) \left(\frac{1}{a+5} - \frac{1}{a-5} \right)$ при $a = -39$.



Сократите дробь $\frac{x^3 + 2x^2 - 9x - 18}{(x-3)(x+2)}$.

Сократите дробь $\frac{ab - 2b - 6 + 3a}{a^2 - 4}$.

Найдите значение выражения $(a^3 - 16a) \cdot \left(\frac{1}{a+4} - \frac{1}{a-4}\right)$ при $a = -45$.

