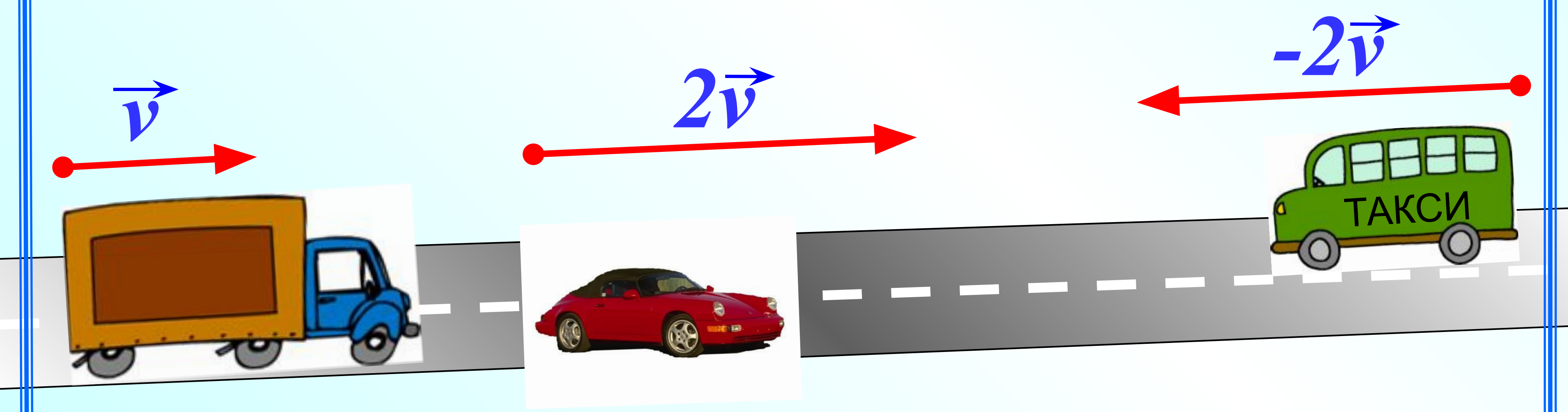
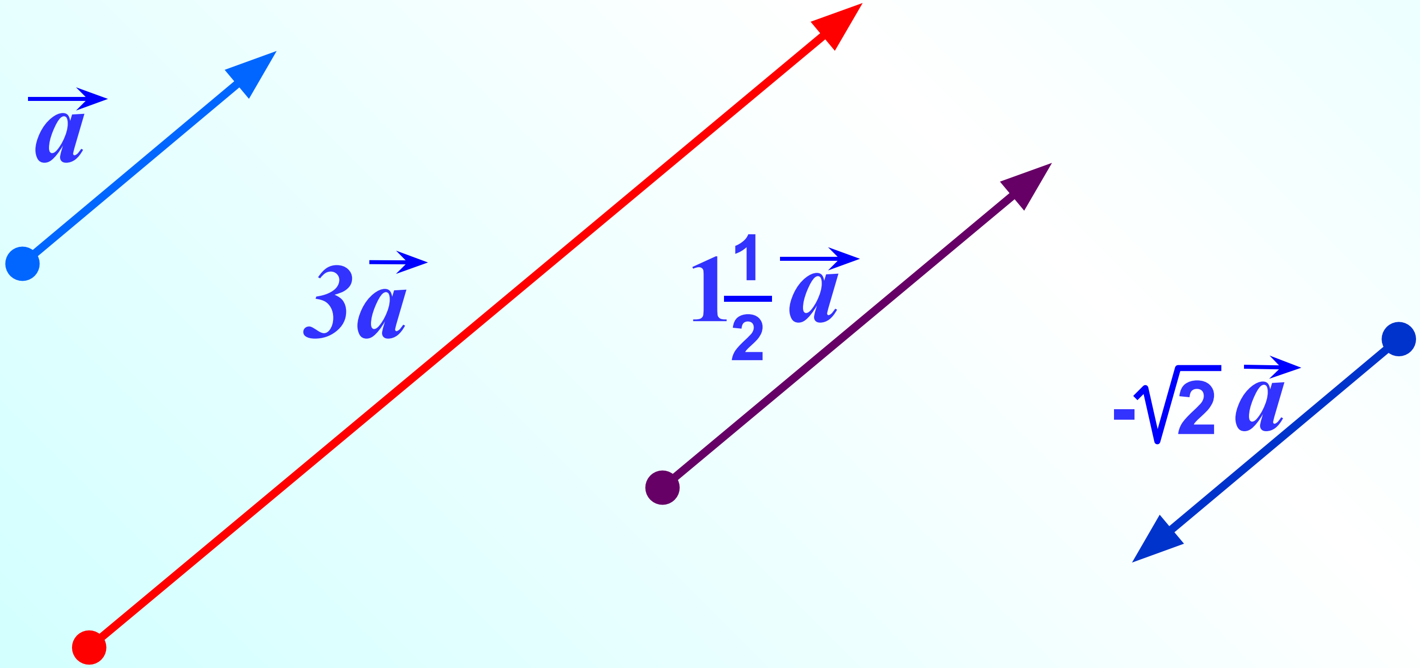
Умножение вектора на число

Прежде, чем ввести ещё одно действие – умножение вектора на число, обратимся к примеру. Представим себе, что один автомобиль движется прямолинейно с постоянной скоростью, второй движется в том же направлении со скоростью, вдвое большей, а третий автомобиль движется им навстречу, т.е. в противоположном направлении, и величина его скорости такая же, как у второго автомобиля.

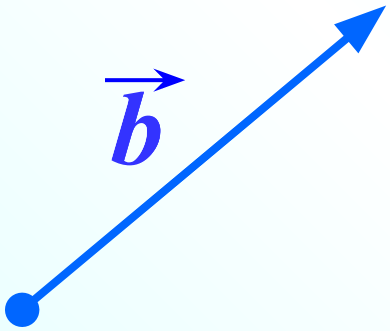


Умножение вектора на число.

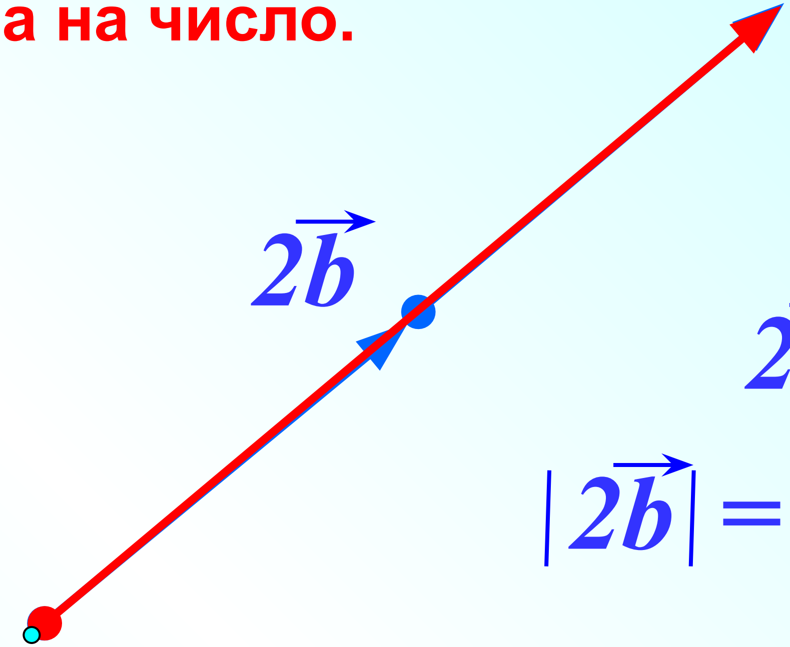
Произведением ненулевого вектора $\vec{a}$ на число k называется такой вектор $\vec{b}$, длина которого равна $|k| \cdot |\vec{a}|$, причем векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ сонаправлены при $k \geq 0$ и притивоположно направлены при $k<0$.



Умножение вектора на число.



$\vec{b}$



$2\vec{b}$

$2\vec{b} \uparrow\uparrow \vec{b}$

$|2\vec{b}| = |2| \cdot |\vec{b}|$

$\vec{a}$

$-\frac{1}{2}\vec{a}$

$-\frac{1}{2}\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{a}$

$\left|-\frac{1}{2}\vec{a}\right| = \left|-\frac{1}{2}\right| \cdot |\vec{a}|$

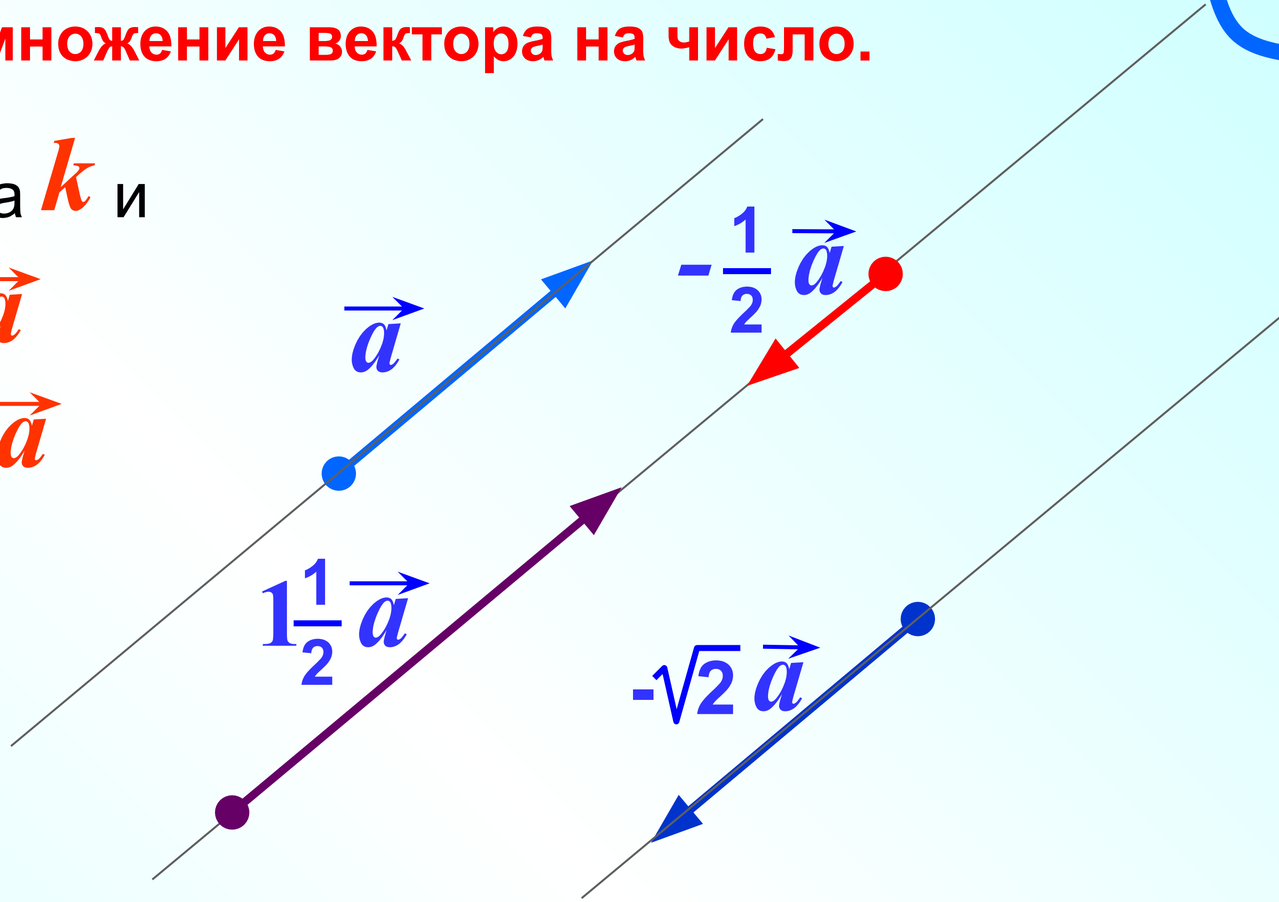
Умножение вектора на число.

Для любого числа k и

любого вектора $\vec{a}$

векторы $\vec{a}$ и $k\vec{a}$

коллинеарны.



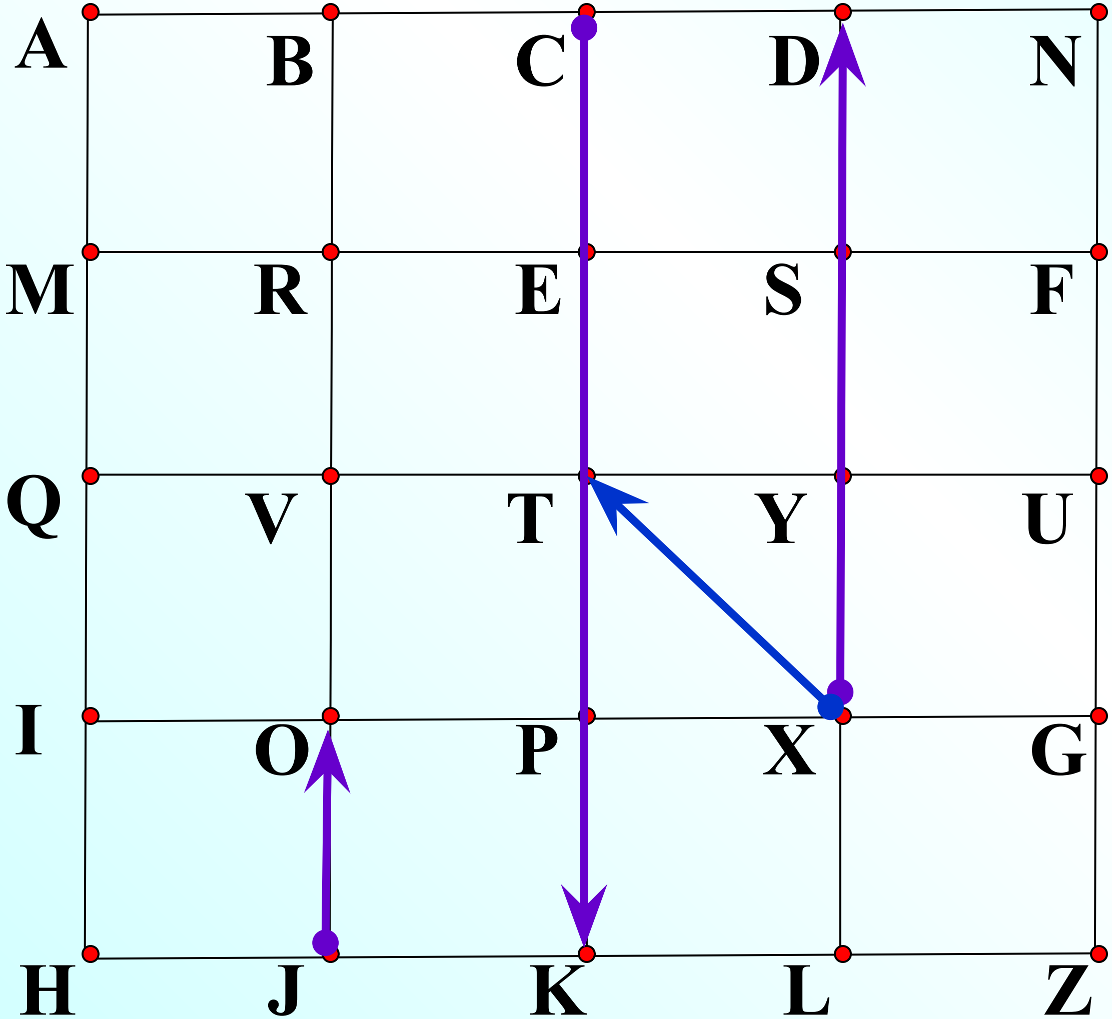
Произведение нулевого вектора на любое число считается нулевой вектор. $k \cdot \vec{o} = \vec{o}$

Произведение любого вектора на число нуль есть нулевой вектор. $o \cdot \vec{a} = \vec{o}$

$\overrightarrow{CK} = -4 \cdot \overrightarrow{JO}$

$\overrightarrow{JO} = -\frac{1}{4} \cdot \overrightarrow{CK}$

$\overrightarrow{XD} = -\frac{3}{4} \cdot \overrightarrow{CK}$



$\overrightarrow{NN} = 0 \cdot \overrightarrow{XD}$

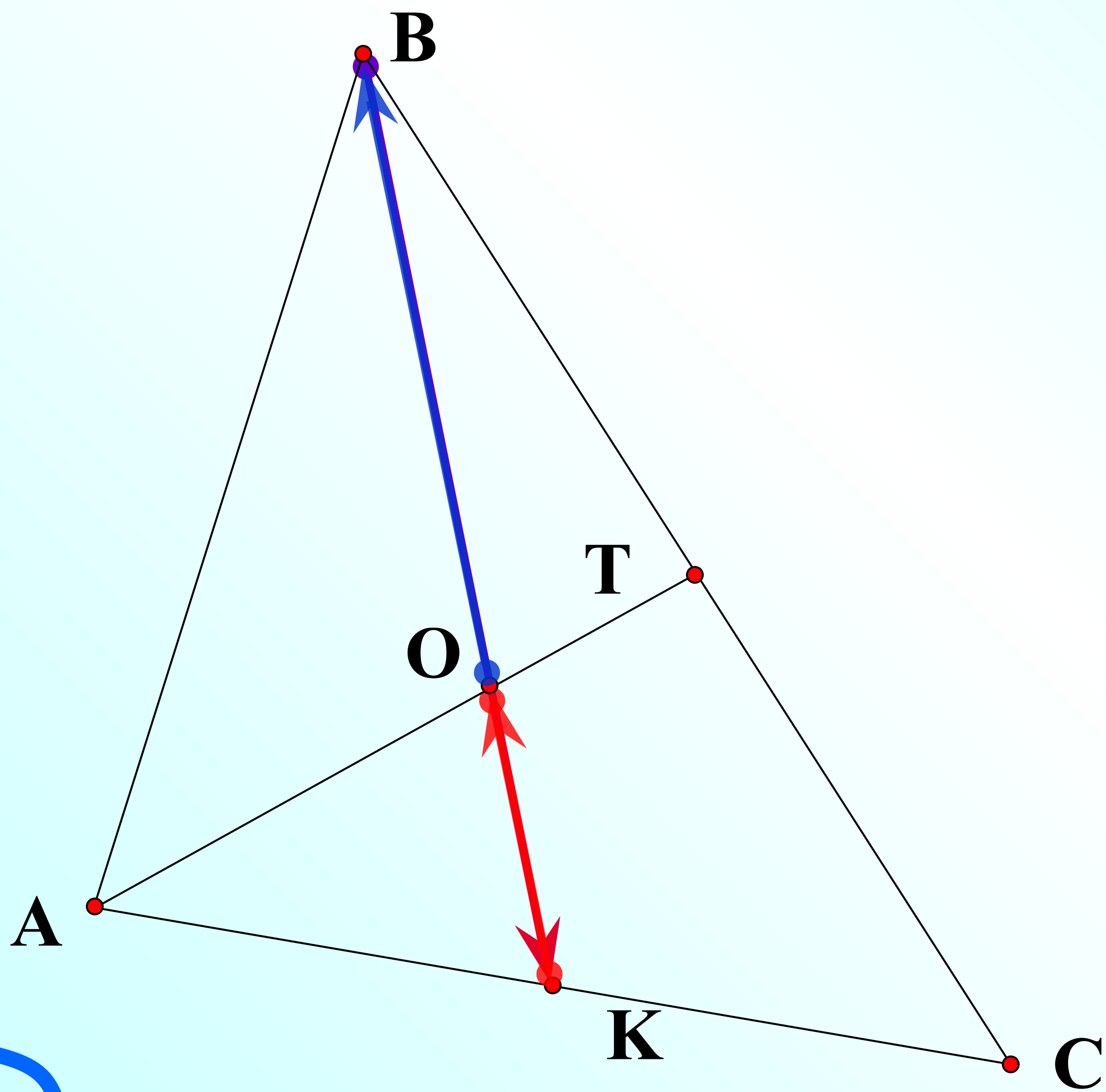
$\overrightarrow{XT} = x \cdot \overrightarrow{XD}$

x не существует

$\overrightarrow{XT} = 1 \cdot \overrightarrow{XT}$

$\overrightarrow{TX} = -1 \cdot \overrightarrow{XT}$

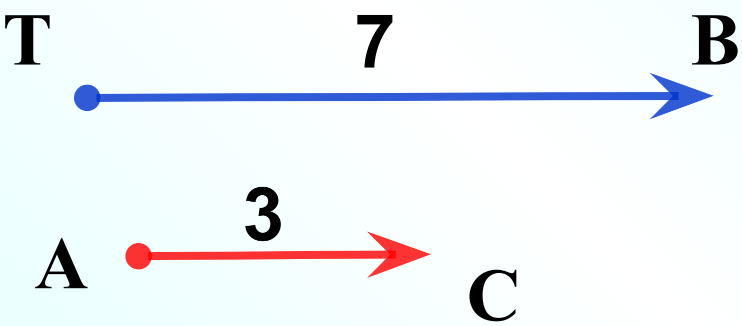
O – точка пересечения медиан треугольника.



$$\overrightarrow{BK} = 3 \cdot \overrightarrow{OK}$$

$$\overrightarrow{KO} = -\frac{1}{3} \cdot \overrightarrow{BK}$$

$$\overrightarrow{OB} = 2 \cdot \overrightarrow{KO}$$

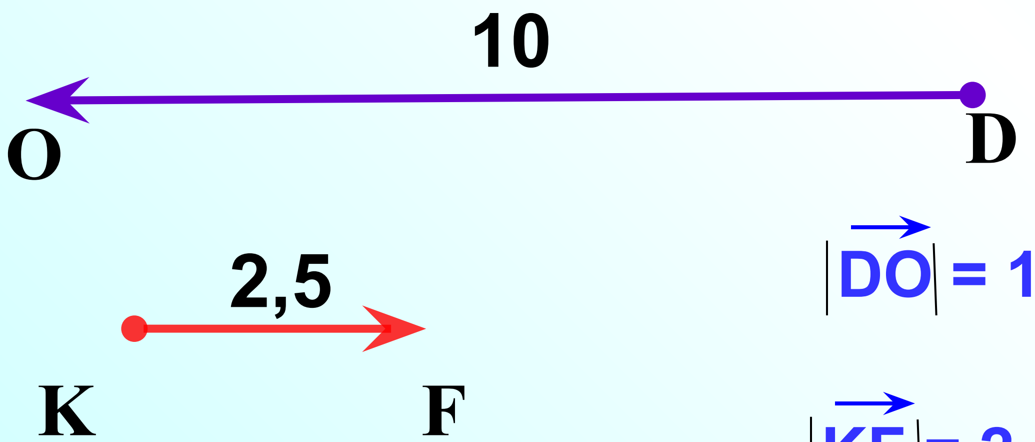


$$\left|\overrightarrow{TB}\right| = 7$$

$$\left|\overrightarrow{AC}\right| = 3$$

$$\overrightarrow{AC} = \frac{3}{7} \cdot \overrightarrow{TB}$$

$$\overrightarrow{TB} = \frac{7}{3} \cdot \overrightarrow{AC}$$



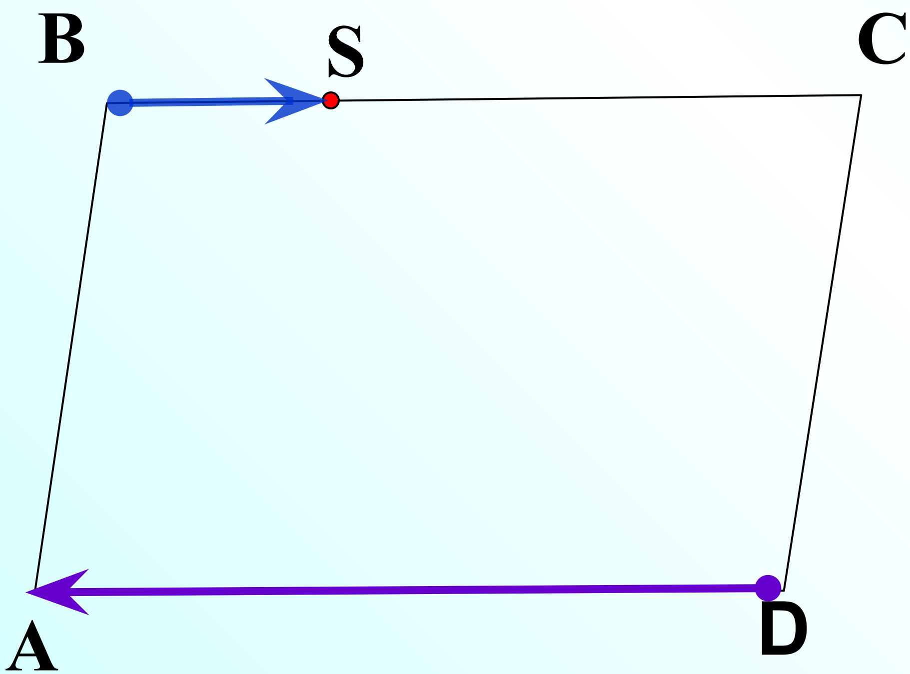
$$\overrightarrow{KF} = -\frac{1}{4} \cdot \overrightarrow{DO}$$

$$\left|\overrightarrow{DO}\right| = 10$$

$$\overrightarrow{DO} = -4 \cdot \overrightarrow{KF}$$

$$\left|\overrightarrow{KF}\right| = 2,5$$

ABCD – параллелограмм. CS : SB = 5 : 3



$$\overrightarrow{BS} = -\frac{3}{8}\cdot\overrightarrow{DA}$$

$$\overrightarrow{DA} = -\frac{8}{3}\cdot\overrightarrow{BS}$$

Умножение вектора на число обладает следующими основными свойствами.

Для любых $\vec{a}, \vec{b}$ и любых чисел k, l справедливы равенства:

1 $(kl)\vec{a} = k(l\vec{a})$ **Сочетательный закон**

2 $(k+l)\vec{a} = k\vec{a} + l\vec{a}$

Первый распределительный закон

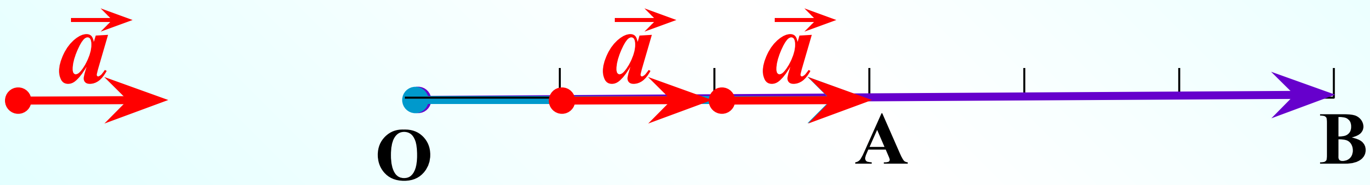
3 $k(\vec{a}+\vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$

Второй распределительный закон

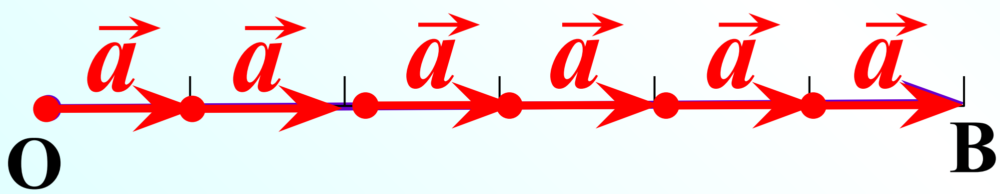
Рисунок иллюстрирует сочетательный закон.

Представлен случай, когда $k = 2,\ l = 3.$

1 $(kl)\vec{a} = k(l\vec{a})$ **Сочетательный закон**



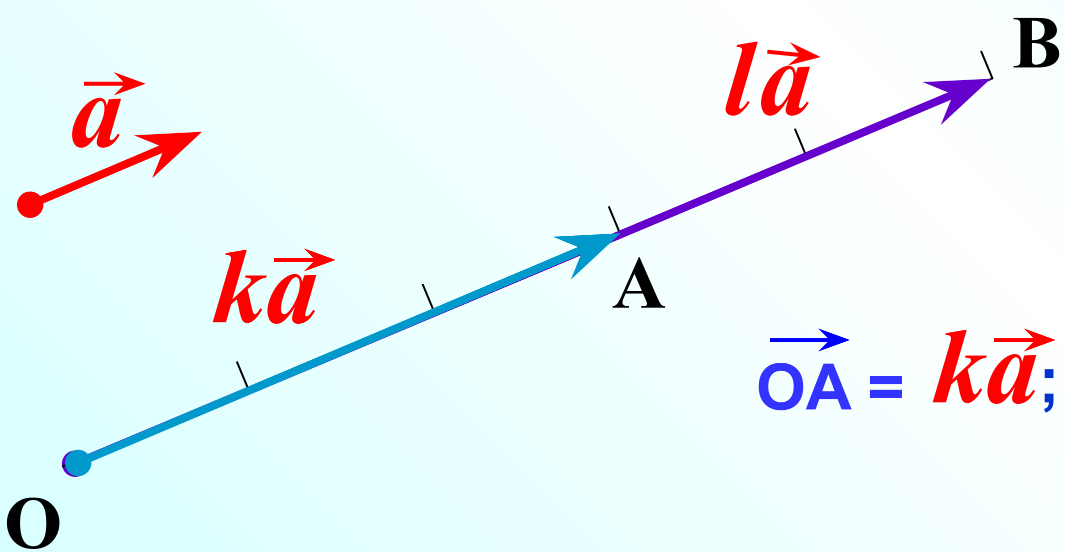
$\overrightarrow{OB} = 2\overrightarrow{OA} = 2(3\vec{a})$



$\overrightarrow{OB} = 6\vec{a} = (2\cdot 3)\vec{a}$

Рисунок иллюстрирует первый распределительный закон. Представлен случай, когда $k = 3,\ l = 2.$

2 $(k+l)\vec{a} = k\vec{a} + l\vec{a}$ **Первый распределительный закон**

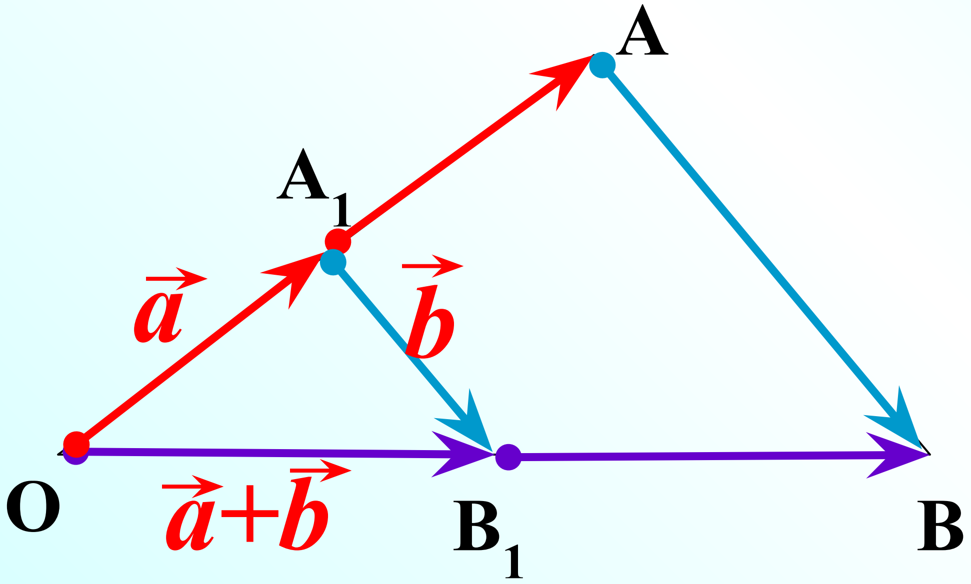


$\overrightarrow{OA} = k\vec{a}$; $\overrightarrow{AB} = l\vec{a}$

$\overrightarrow{OB} = (k+l)\vec{a} = k\vec{a} + l\vec{a}$

3 $k(\vec{a}+\vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$ **Второй распределительный закон**

Рисунок иллюстрирует второй распределительный закон.
На рисунке $\Delta OAB \backsim \Delta OA_1B_1$, коэффициент подобия k



$\overrightarrow{OA} = k\vec{a}$

$\overrightarrow{AB} = k\vec{b}$

$\overrightarrow{OB} = k(\vec{a}+\vec{b})$

С другой стороны, $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} = k\vec{a}+k\vec{b}$

Таким образом, $k(\vec{a}+\vec{b}) = k\vec{a}+k\vec{b}$

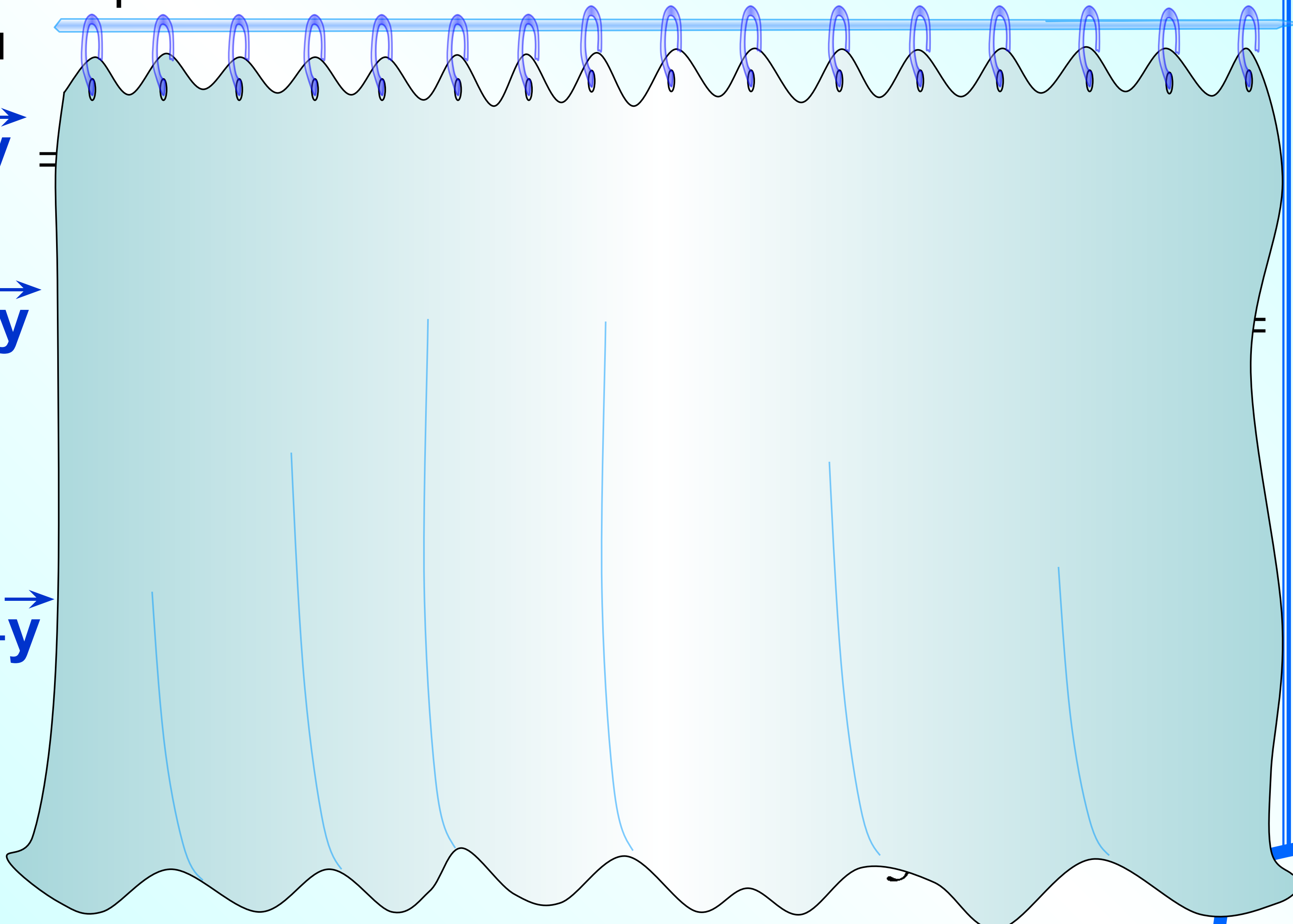
№ 781(Д/з) Пусть $\vec{x} = \vec{m} + \vec{n}$, $\vec{y} = \vec{m} - \vec{n}$

Выразите через $\vec{m}$ и $\vec{n}$ векторы

$2\vec{x} - 2\vec{y} =$

$2\vec{x} + \frac{1}{2}\vec{y}$

$-\vec{x} - \frac{1}{3}\vec{y}$



Д/з

Выполнить №776(а,б,в) для заданных векторов