НЕРАВЕНСТВА

Неравенства бывают:

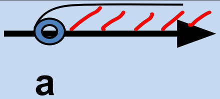
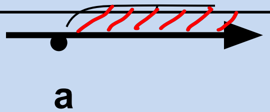
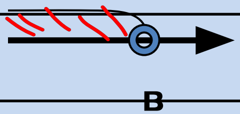
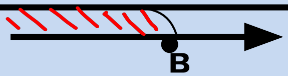
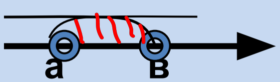
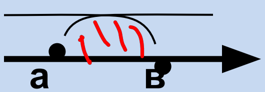
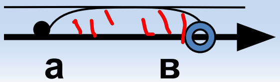
линейные

квадратные

рациональные

иррациональные

Вспомним:

Аналитическая модель	Геометрическая модель	Обозначение
$x > a$		$(a ; +\infty)$
$x \geq a$		$[a ; +\infty)$
$x < в$		$(-\infty; в)$
$x \leq в$		$(-\infty; в]$
$a < x < в$		$(a ; в)$
$a \leq x \leq в$		$[a ; в]$
$a \leq x < в$		$[a ; в)$

Изобразите на координатной прямой промежуток

(работаем в парах):

1) $[-2;4]$
2) $(-3;3)$
3) $(3;+\infty)$
4) $(-\infty;4]$
5) $(-5;+\infty)$
6) $(0;7]$

а) $x\geq2$
в) $x\leq3$
с) $x>8$
д) $x<5$
е) $-4<x<7$
ж) $-2\leq x<6$

Изобразите на координатной прямой промежуток

(работаем в парах):

1) $[-2;4]$

2) $(-3;3)$

3) $(3;+\infty)$

4) $(-\infty;4]$

5) $(-5;+\infty)$

6) $(0;7]$

а) $x \geq 2$

в) $x \leq 3$

с) $x > 8$

д) $x < 5$

е) $-4 < x < 7$

ж) $-2 \leq x < 6$

Линейные неравенства

Определения:

1) Запись вида **а>в; а≥в** или **а<в; а≤в** называется ***неравенством***
2) Неравенства вида **а≥в**, **а≤в** называются ***нестрогими.***
3) Неравенства вида **а>в**, **а<в** называются ***строгим***
4) **Решением неравенства** с одной переменной называется то значение переменной, которое обращает его **в верное числовое неравенство**

Линейные неравенства

Правила:

1) Любой член неравенства можно переносить из одной части неравенства в другую, изменив его знак на противоположный, при этом ***знак неравенства не изменится***.

Линейные неравенства

Правила:

2) Обе части неравенства можно умножить или разделить на одно и тоже положительное число, при этом знак неравенства ***не изменится***.

Линейные неравенства

Правила:

3) Обе части неравенства можно умножить или разделить на одно и то же отрицательное число, при этом знак неравенства ***изменится на противоположный.***

<u>Решим неравенство:</u> 1)

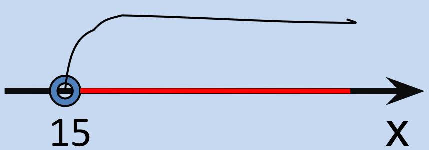
$16x>13x+45$

<u>Решение:</u>

$16x-13x > 45$ — *слагаемое **13х** с противоположным знаком перенесли в левую часть неравенства*

$3x > 45$ — *привели подобные слагаемые*

$x > 15$ — *поделили обе части неравенства на **3***



Ответ: $(15;+\infty)$

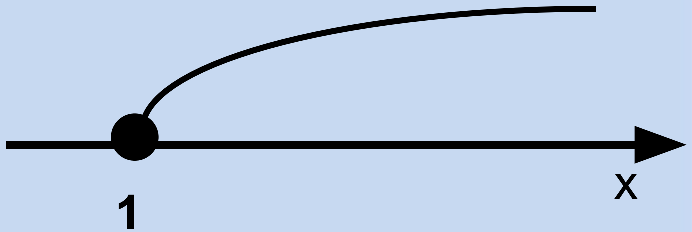
Решить неравенство:

2) $\underline{2x + 4 \geq 6}$

$2x \geq -4 + 6$

$2x \geq 2$

$x \geq 1$



Ответ: [1;+∞).

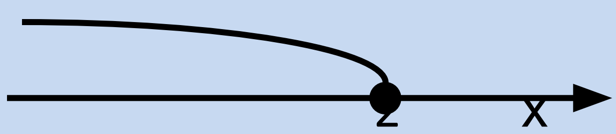
3) $x+2 \geq 2{,}5x-1$

Решение:

$x-2{,}5x \geq -2-1$

$-1{,}5x \geq -3$

$x \leq 2$



Ответ: $(-\infty;2]$

4) $x^2+x < x(x-5)+2$

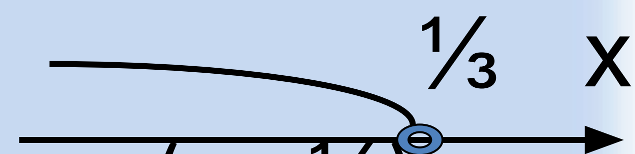
Решение:

$x^2+x < x^2-5x+2$

$\underline{x^2}+x\ \underline{-x^2}+5x < 2$

$6x < 2$

$x < \frac{1}{3}$



Ответ: $(-\infty;\frac{1}{3})$

Решить неравенства

1) $3x \leq 21$
2) $-5x < 35$
3) $3x + 6 \leq 3$
4) $2 - 6x > 14$
5) $3 - 9x \leq 1 - x$
6) $5(x+4) < 2(4x-5)$
7) $2x \geq 18$
8) $-4x > 16$
9) $5x + 11 \geq 1$
10) $3 - 2x < -1$
11) $17x - 2 \leq 12x - 1$
12) $3(3x-1) > 2(5x-7)$

Проверим ответы:

1) (-∞;7]

2) (-7;∞)

3) (-∞;-1]

4) (-∞;-2)

5) [0,25;∞)

6) (10;∞)

7) [9;∞)

8) (-∞;-4)

9) [-2;∞)

10) (2;∞)

11) (-∞;0,2]

12) (-∞;11)

Самостоятельная работа

Найдите наименьшее целое число, являющееся решением неравенства:

1) $2(x-3)-1-3(x-2)-4(x+1) < 0;$
2) $0{,}2(2x+2)-0{,}5(x-1)<2$

Проверим:

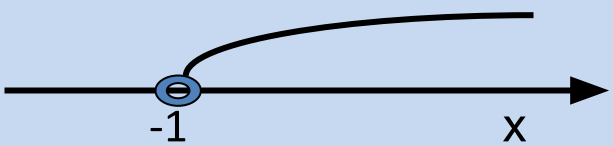
1)

$\underline{2(x-3)-1-3(x-2)-4(x+1) < 0}$

$\underline{2x} -6-1\underline{-3x}+6\underline{-4x}-4 < 0$

$-5x < 5$

$x > -1$



Ответ: 0

2)

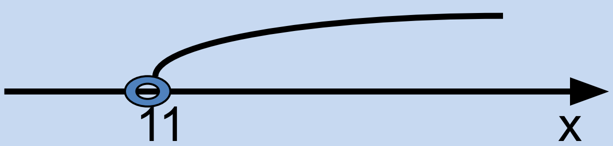
$\underline{0,2(2x+2)-0,5(x-1)<2}$

$\underline{0,4x} +0,4 \underline{-0,5x} +0,5 <2$

$-0,1x < -0,9 +2$

$-0,1x < +1,1$

$x > 11$



Ответ: 12

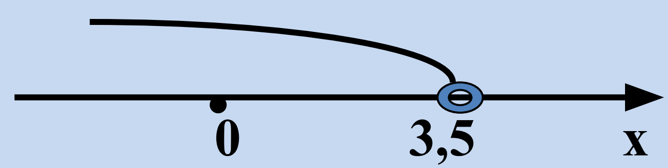
Решаем сами:

Найдите наименьшее натуральное число, являющееся решением неравенства $\mathbf{3x-3 < x+4}$

Решение: $3x - x < 3+4$

$$2x < 7$$

$$x < 3{,}5$$



Ответ: **1**

КВАДРАТНЫЕ НЕРАВЕНСТВА

Квадратные неравенства

Определение: ***Квадратным*** называется неравенство, левая часть которого – ***квадратный трёхчлен,*** а правая часть равна ***нулю:***

$ax^2+bx+c>0$ $\quad$ $ax^2+bx+c\geq 0$

$ax^2+bx+c<0$ $\quad$ $ax^2+bx+c\leq 0$

Являются ли следующие неравенства квадратными?

А) $4y^2 - 5y + 7 > 0$

Б) $2x - 4 > 0$

В) $4x^2 - 2x \geq 0$

Г) $3y - 5y^2 + 7 < 0$

Д) $4 - 6x + 5x^2 \leq 0$

Е) $5y^4 + 3y - 6 < 0$

Основные способы решения квадратных неравенств:

1) Метод интервалов
2) Графический метод

Запомним:

Чтобы решить квадратное неравенство $ax^2+вx+c>0$ методом интервалов надо:

1) Найти корни соответствующего квадратного уравнения $ax^2+вx+c = 0$;
2) Корни уравнения нанести на числовую ось;
3) Разделить числовую ось на **интервалы**;
4) Определить знаки функции в каждом из интервалов;
5) Выбрать подходящие интервалы (в соответствии со знаком неравенства) и записать ответ.

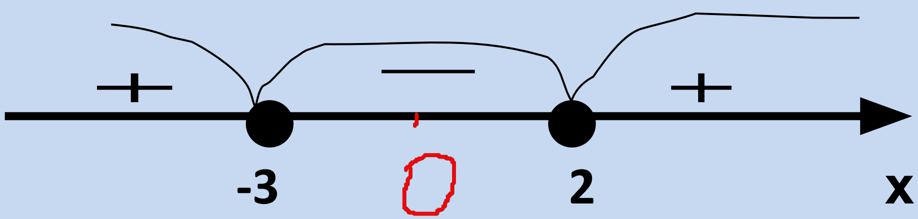
Решим квадратное неравенство методом интервалов:

Дано неравенство: $x^2 + x - 6 \geq 0$

Решение: 1) решим соответствующее квадратное уравнение $x^2 + x - 6 = 0.$

$x_1 = 2$, а $x_2 = -3$

2)



$0^2 + 0 - 6 = -6 < 0$

3) Запишем ответ:

$(-\infty; -3] \cup [2; +\infty)$

Решить неравенства:

1) $x^2-3x<0$;

2) $x^2-4x>0$;

3) $x^2+2x\geq 0$;

4) $-2x^2+x+1\leq 0$

<u>Проверим ответы:</u>

1) (0;3)
2) (-∞;0)U(4;+∞)
3) (-∞; -2]U[0; +∞)
4) (-∞; - 0,5]U[1; +∞)

Решите неравенства методом интервалов самостоятельно:

Решить неравенства

1) $x(x+7) \geq 0$;
2) $(x-1)(x+2) \leq 0$;
3) $x- x^2+2<0$;
4) $-x^2-5x+6>0$;

5) $x(x+2)<15$

Проверим ответы:

1) $(-\infty;-7]\cup[0; +\infty)$
2) $[-2;1]$
3) $(-\infty;-1)\cup(2; +\infty)$
4) $(-6;1)$
5) $(-5;3)$

Графический метод решения квадратного неравенства:

1).Определить направление ветвей параболы, по знаку первого коэффициента квадратичной функции.

2).Найти корни соответствующего квадратного уравнения;

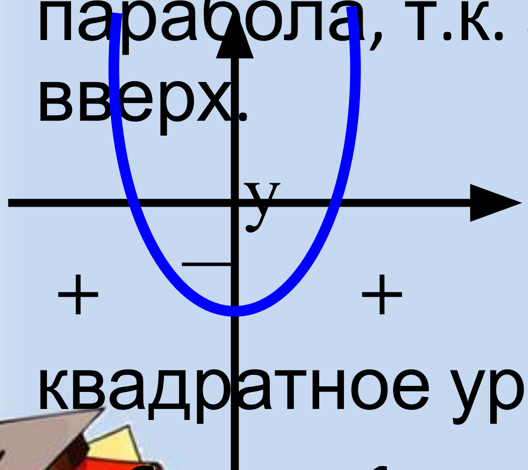
3). Построить эскиз графика и по нему определить промежутки, на которых квадратичная функция принимает положительные или отрицательные значения

Например:

Решить графически неравенство
$x^2+5x-6\leq 0$

Решение: рассмотрим $y = x^2+5x-6$,

это квадратичная функция, графиком является парабола, т.к. $a=1>0$, то ветви направлены вверх.



2) решим соответствующее квадратное уравнение **$x^2 + 5x – 6 = 0.$**

$x_1 =-6$, а **$x_2 = 1$**

Ответ: [-6;1]

Решите графически неравенства

1) $x^2-3x<0$;

2) $x^2-4x>0$;

3) $x^2+2x\geq0$;

4) $-2x^2+x+1\leq0$

Проверим ответы:

1) $(0;3)$
2) $(-\infty;0)\cup(4;+\infty)$
3) $(-\infty;\ -2]\cup[0;\ +\infty)$
4) $(-\infty;\ -0{,}5]\cup[1;\ +\infty)$