

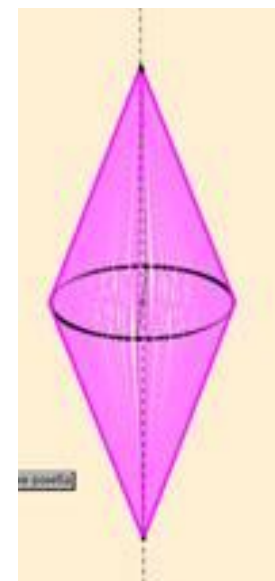
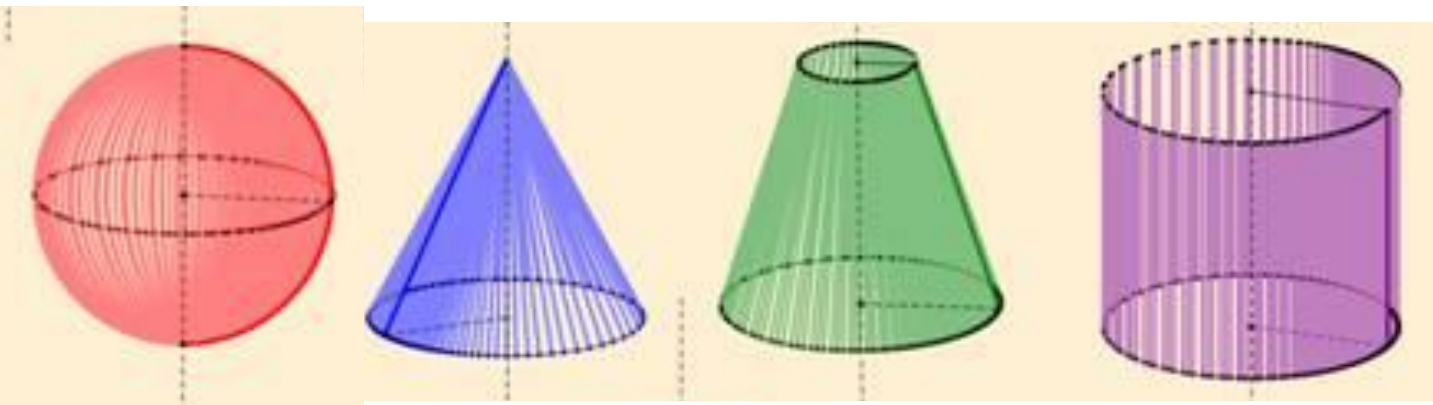
# 11 сынып. геометрия.

---

## цилиндр және онын элементтері

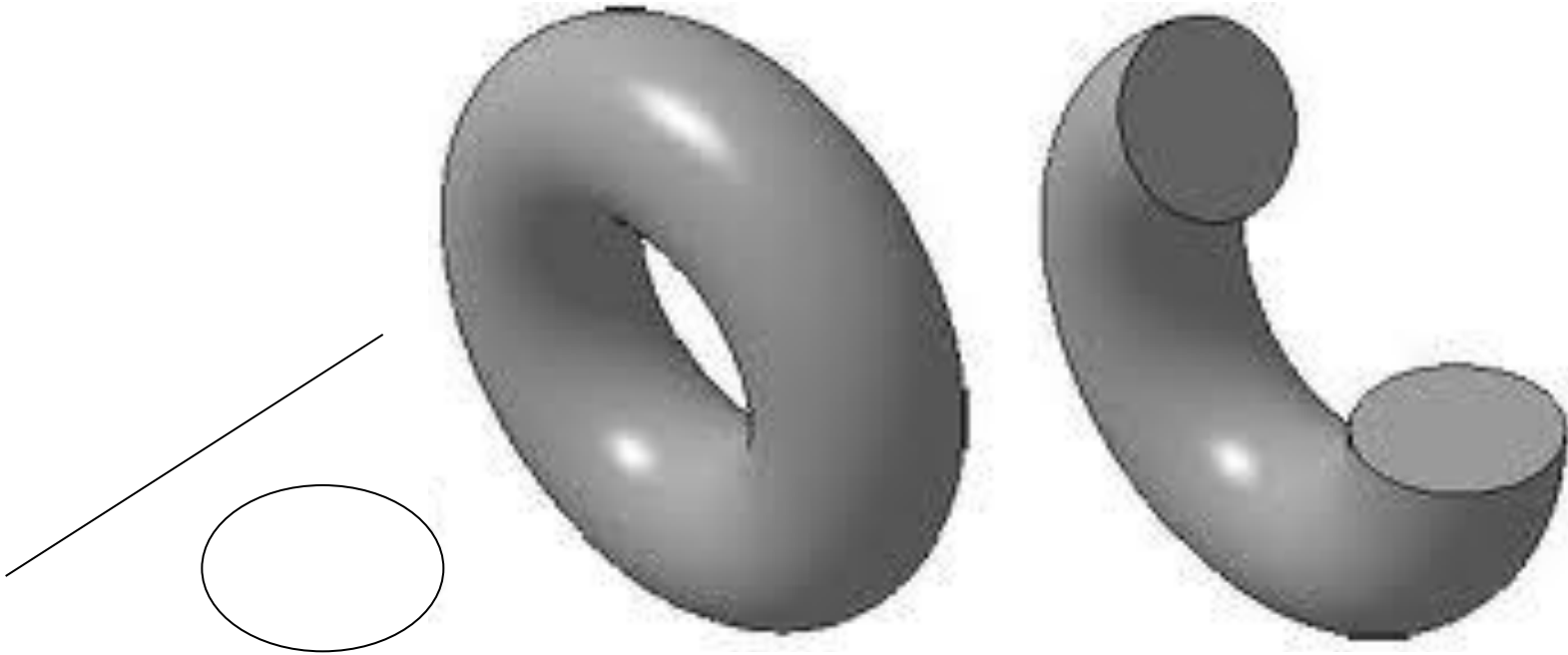


# Айналу денелері



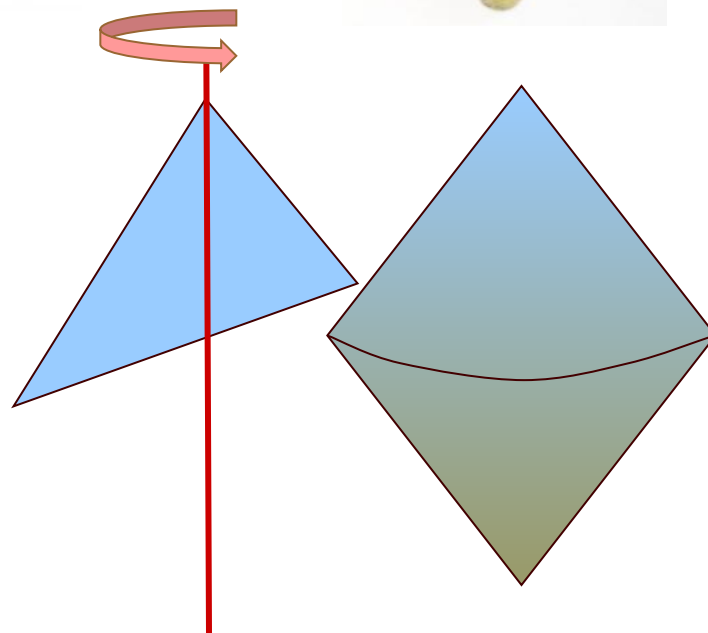
# Айналу дене түсінігі

Айналу денесі – кеңістіктегі геометриялық фигура. Ол жазықтықтағы шектелген бір ауданның, қандай да болсын бір осы арқылы айналып құрылады



# Мысал

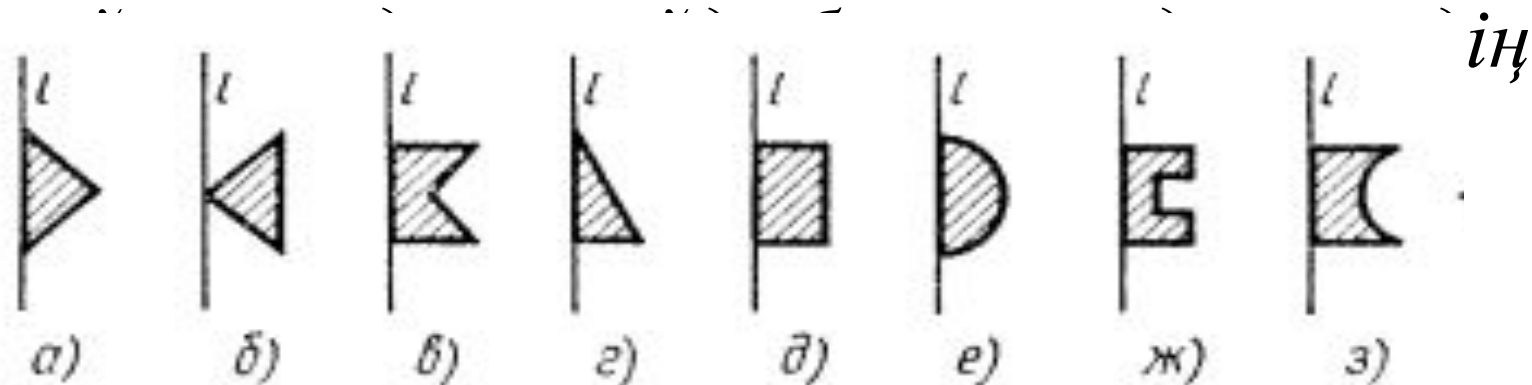
1) Өмірдегі, қоладныстағы айналу денелерін есімізге түсірейік:



# Тапсырма

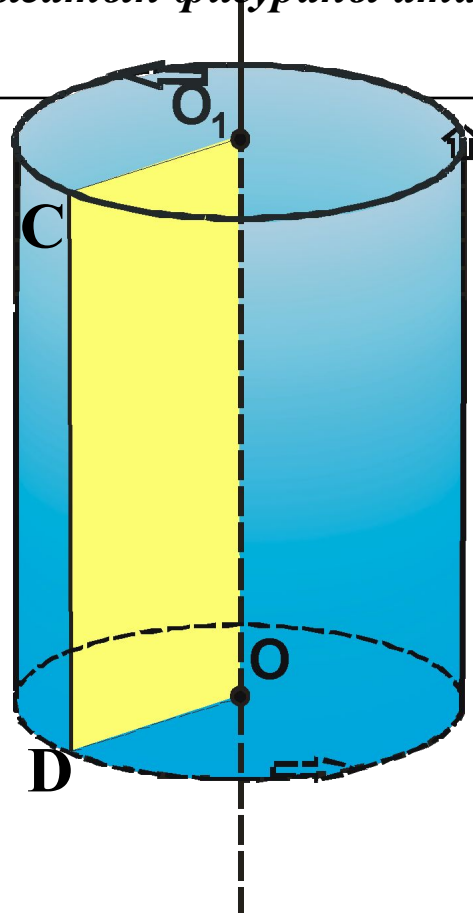
Келесі суреттертегі жазықтық

фигураларның вертикаль осьі арқылы



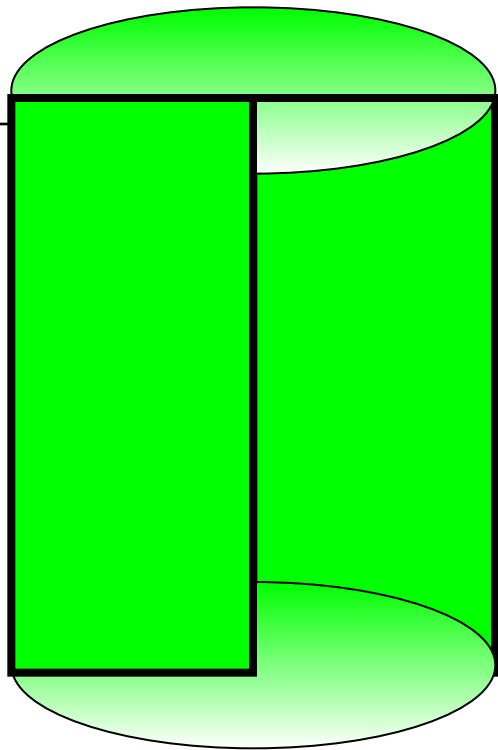
тексеру

*Цилиндр деп тік төртбұрышты оның қабырғасының бірінен айналдырғанда шығатын фигураны атайды.*



Суретте  $OO_1CD$  тіктөртбұрышын  $OO_1$  қабырғасынан айналдыру арқылы алынған цилиндр бейнеленген.

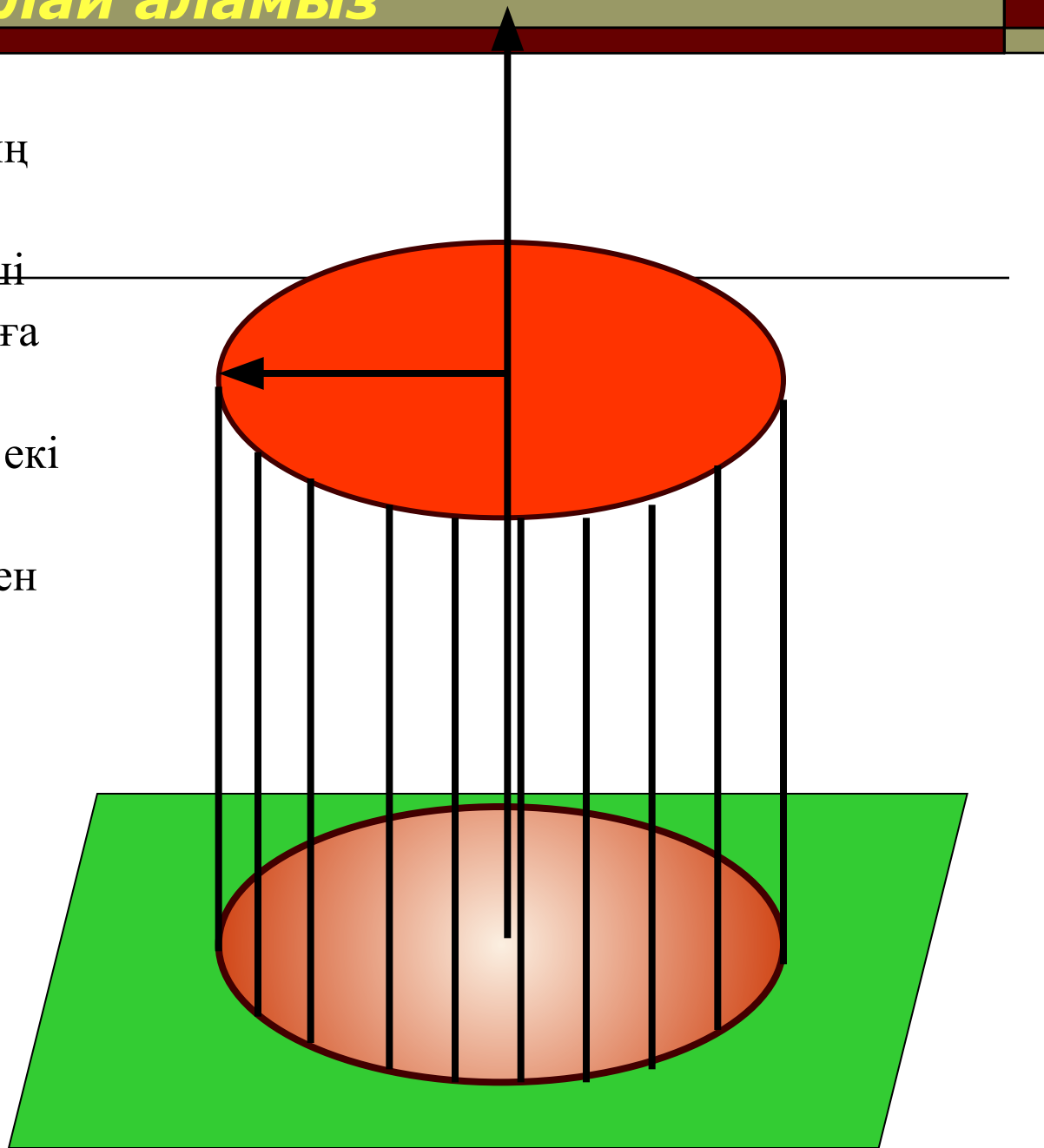
# Цилиндр



*Цилиндр деп тік  
төртбұрышты оның  
қабырғасының  
бірінен  
айналдырғанда  
шығатын фигураны  
атайды*

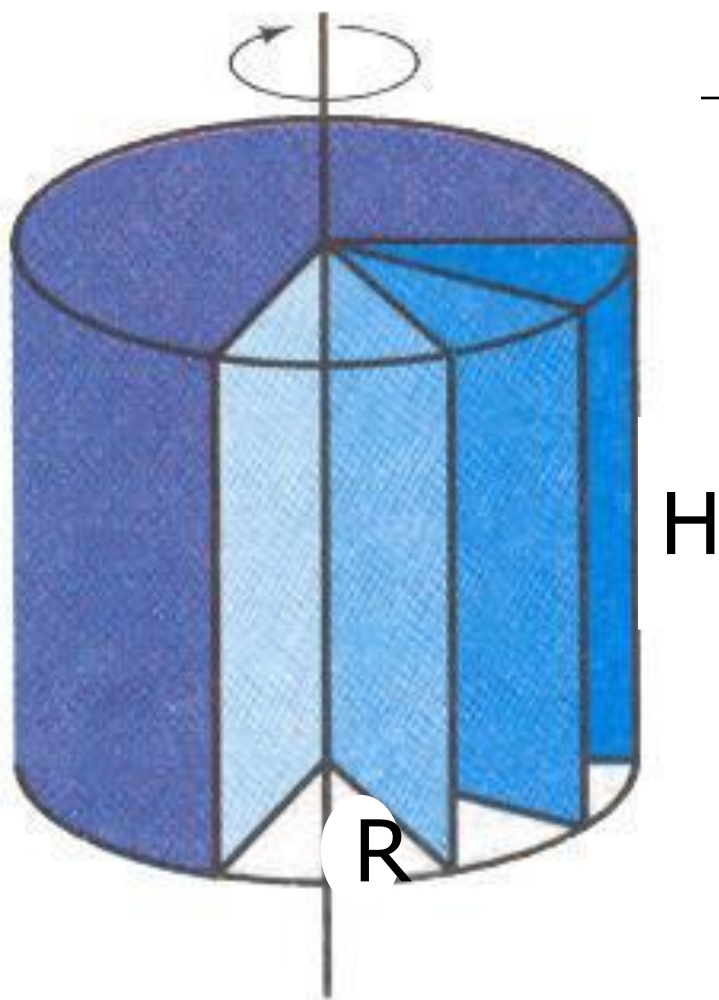
# Цилиндрді қалай аламыз

2 Параллель жазықтықтың бірінде шеңбер алынып, оның әр нүктесінен екінші жазықтықпен қиылысқанға дейін перпендикуляр қалпына келтірілсе, онда екі шеңбермен және перпендикулярдан түзілген бетпен шектелген дене пайда болады, бұл дене Цилиндр деп аталады.





# Цилиндр дегеніміз не?



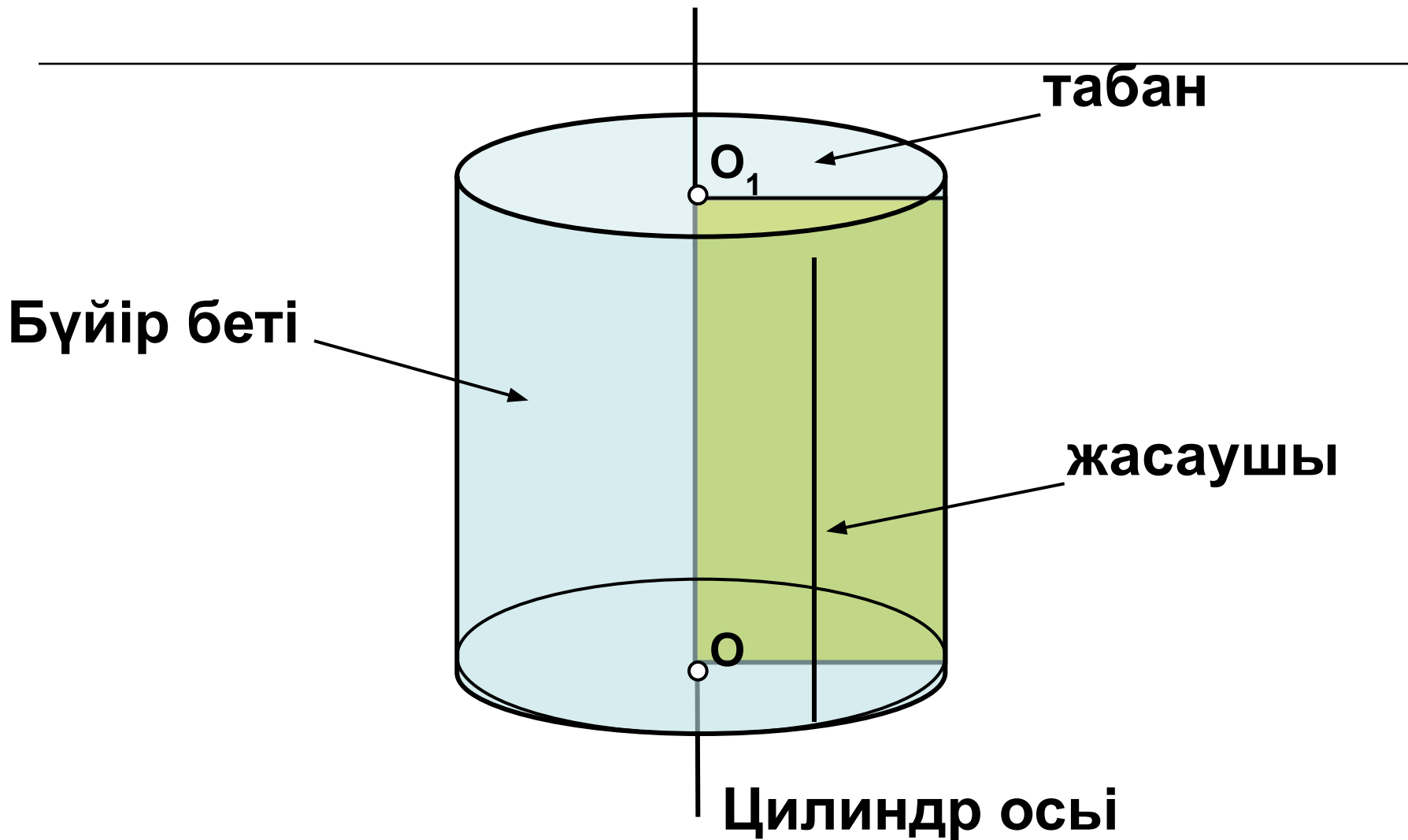
Тік төртбұрышты оның қабырғаларының бірінен айналдырғанда шығатын фигура (дене).

Мұндағы

**H**- цилиндрдің биіктігі

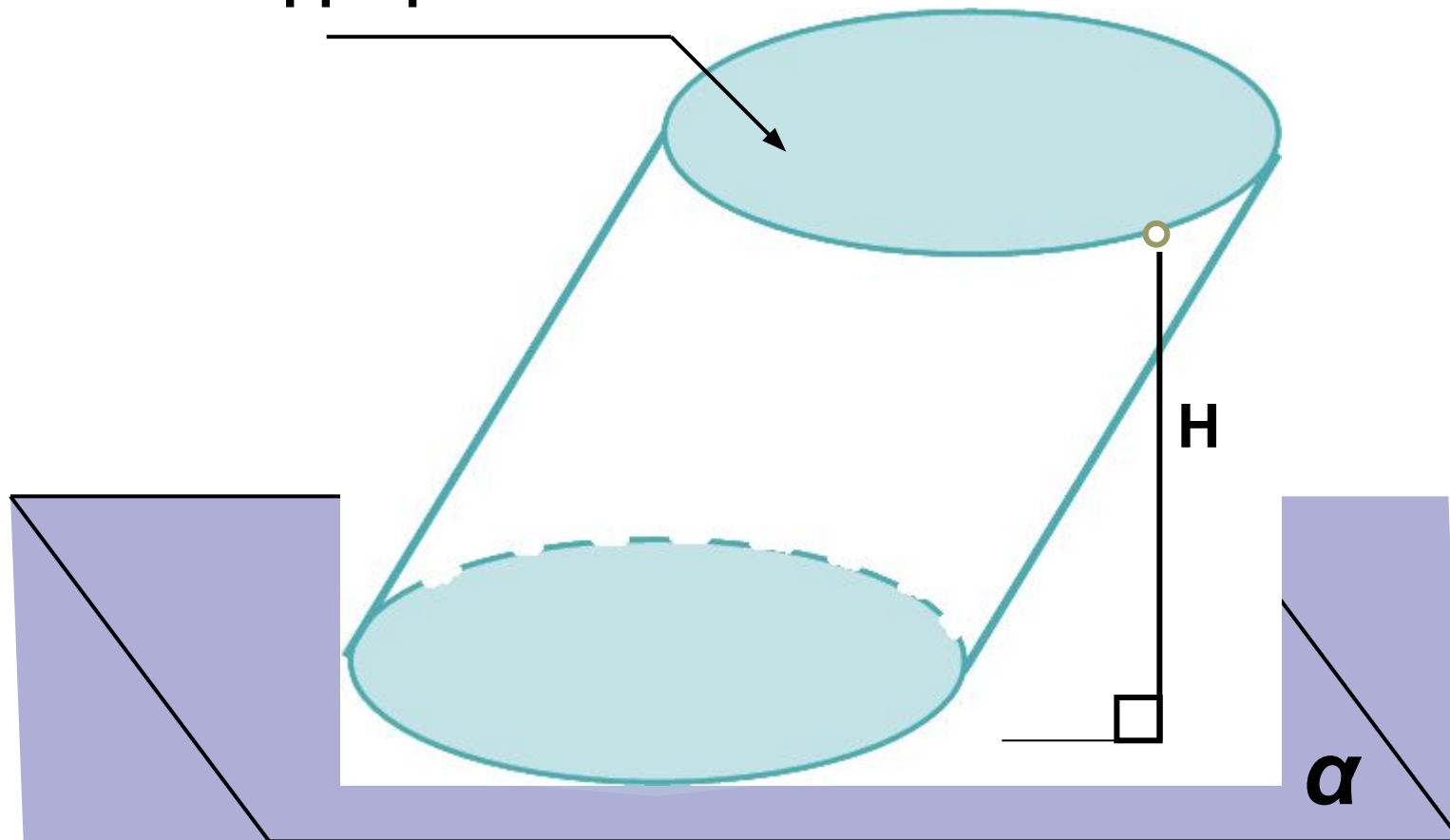
**R**- цилиндрдің радиусы

# Тік дөңгелек цилиндр

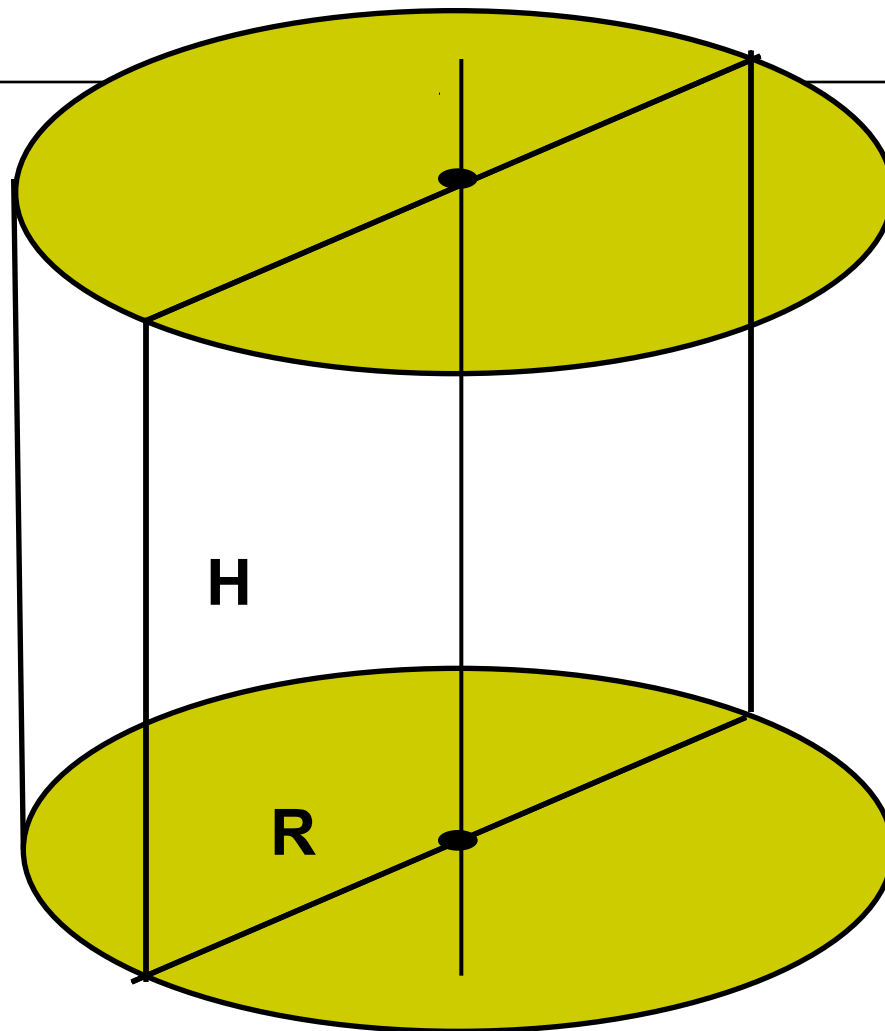


# Көлбеу дөңгелек цилиндр

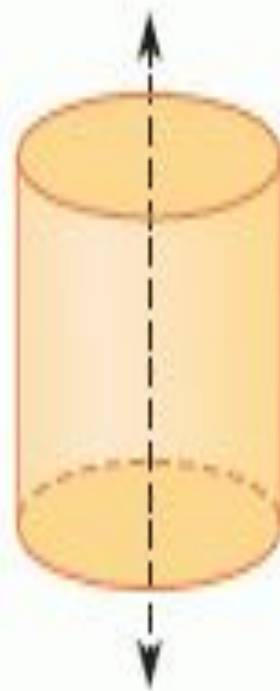
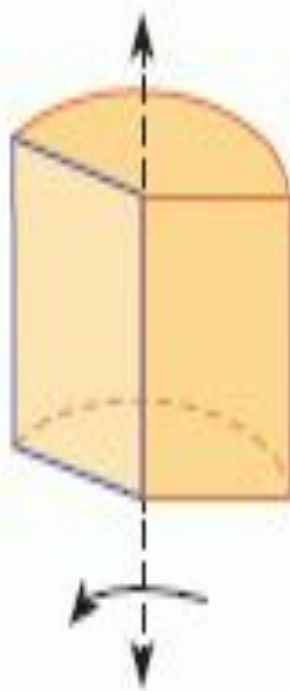
дөңгелек



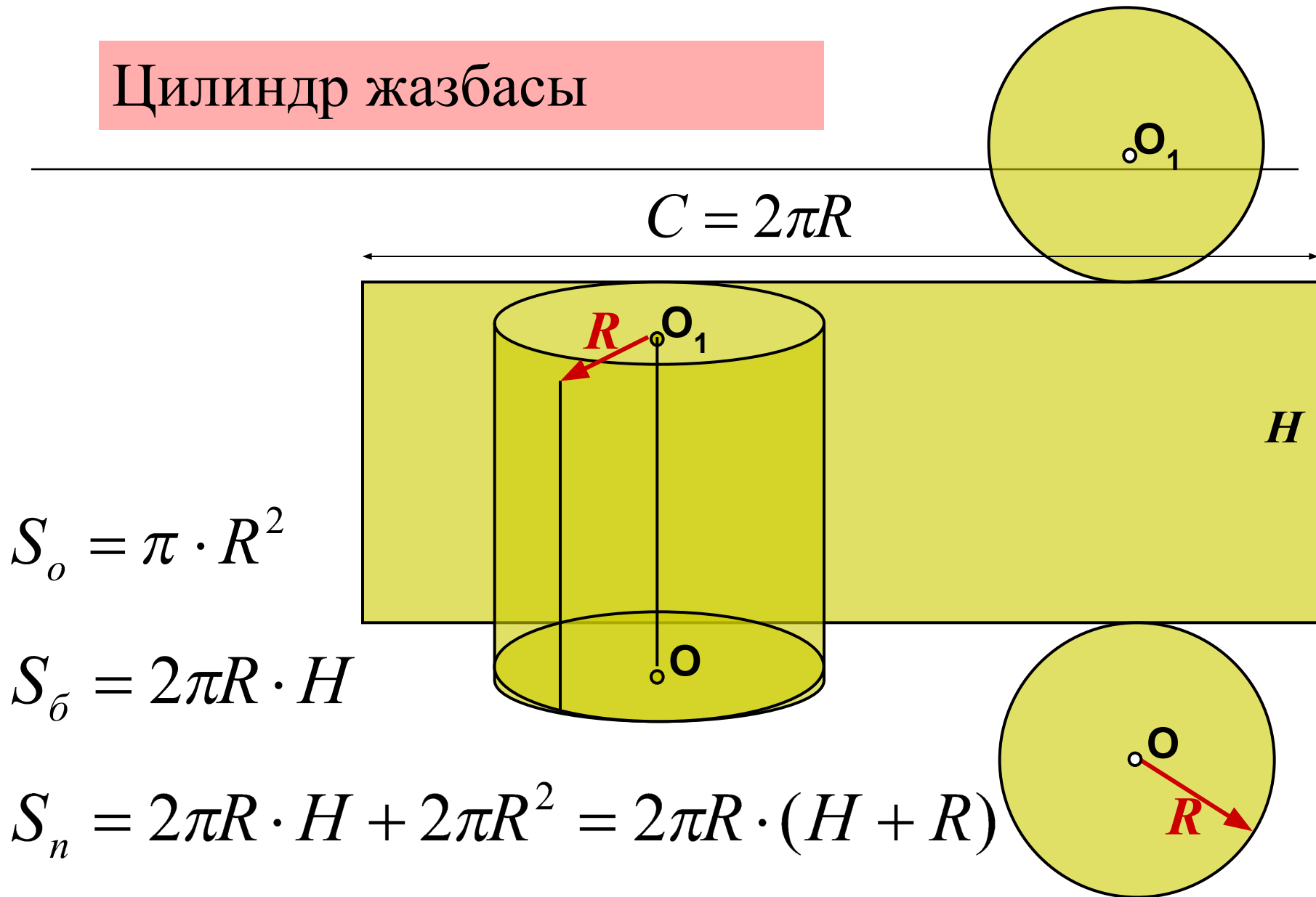
# Тең қабырғалы цилиндр

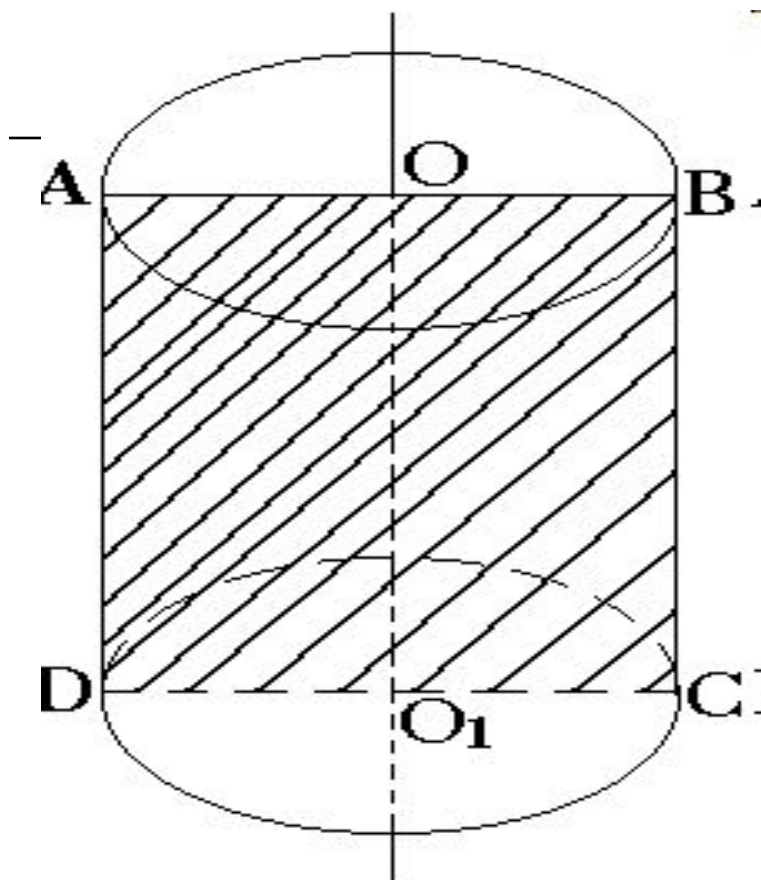


$$H = 2R$$



# Цилиндр жазбасы





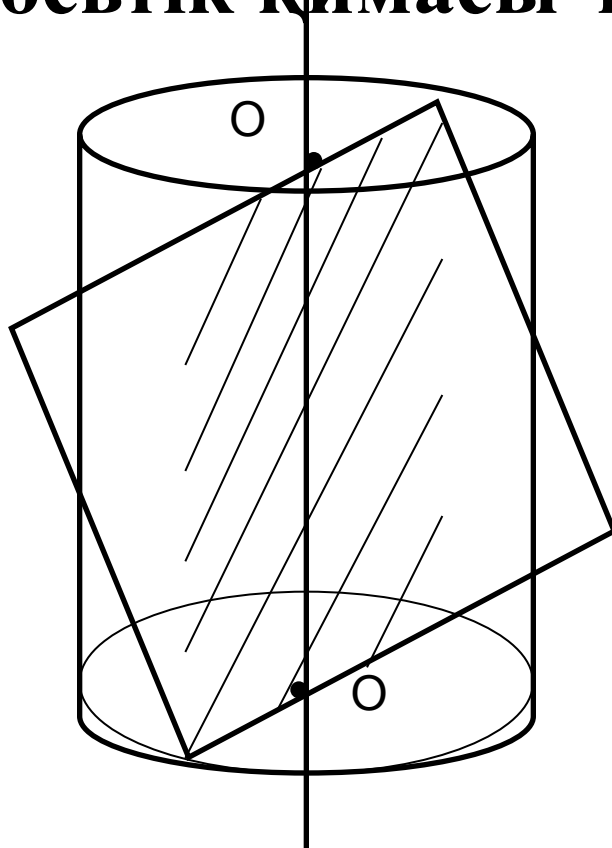
Егер қиюшы жазықтық  
цилиндр осы арқылы өтсе,  
онда қимасы тіктөртбұрыш  
болады

***Бұл осьтік қима деп  
аталады***

# Цилиндр қимасы

---

- осьтік қимасы-тіктөртбұрыш

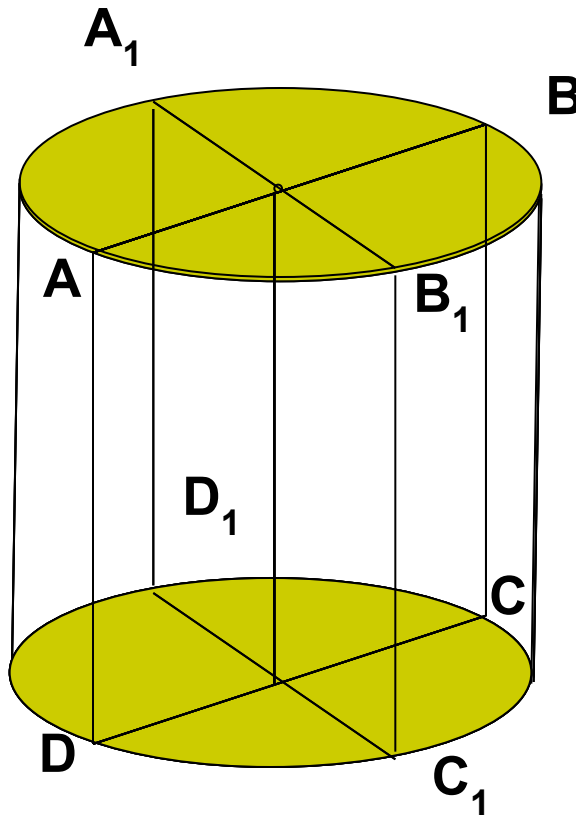




# Цилиндрдің кез келген екі осьтік қимасы бір біріне тең

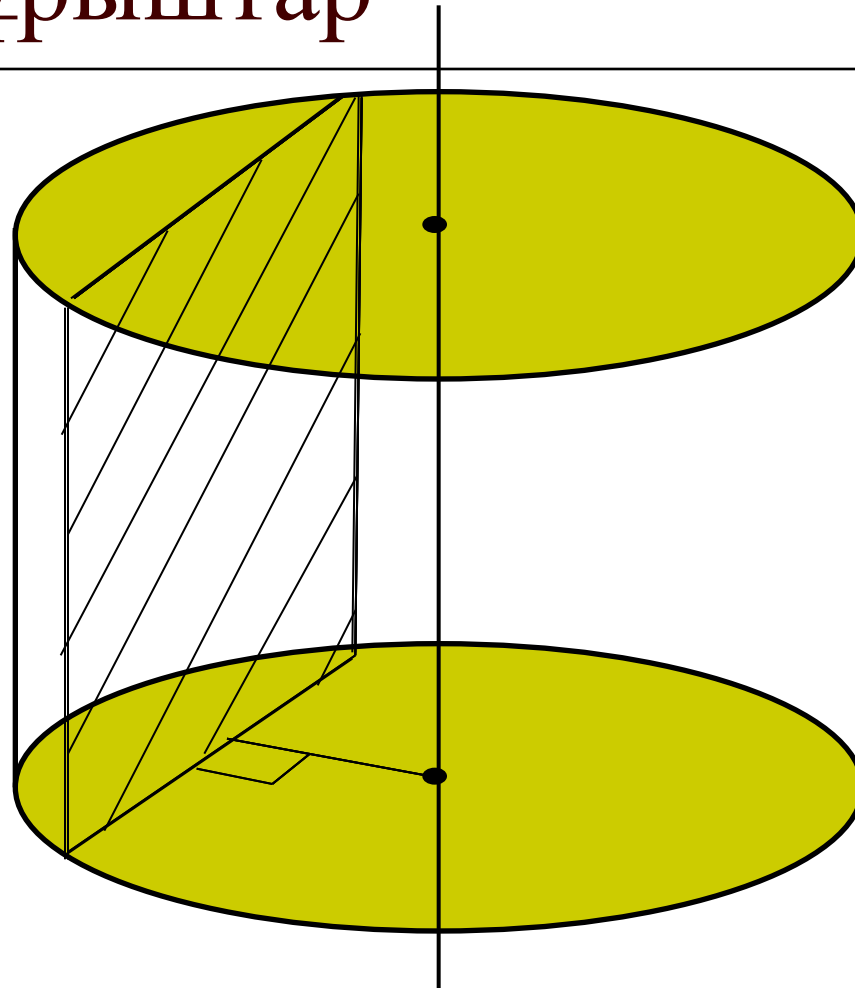
---

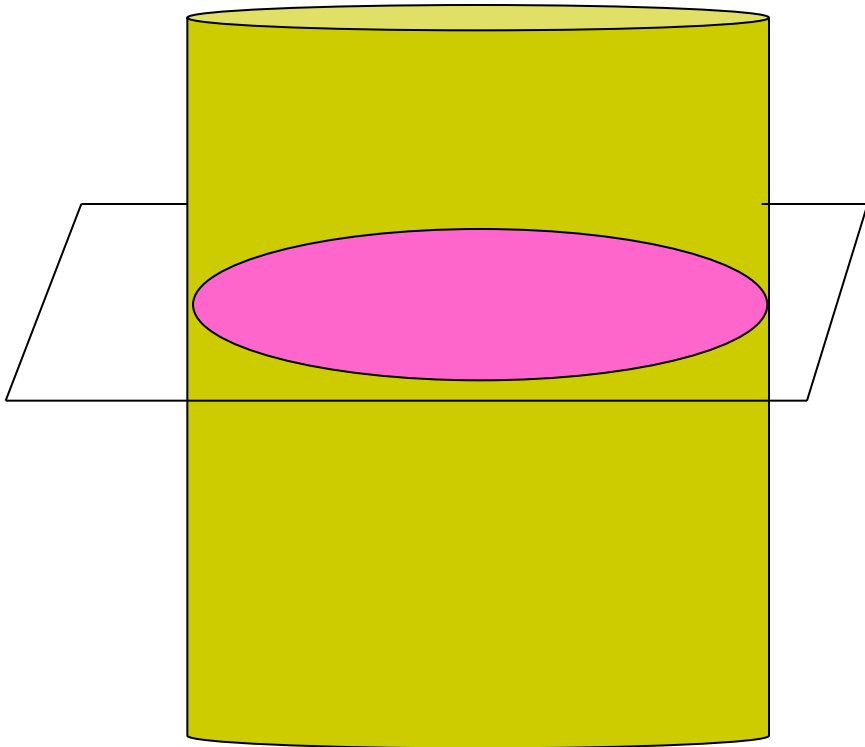
$$S(ABCD) = S(A_1B_1C_1D_1)$$



# Цилиндр осіне параллель қималар- тік төртбұрыштар

---



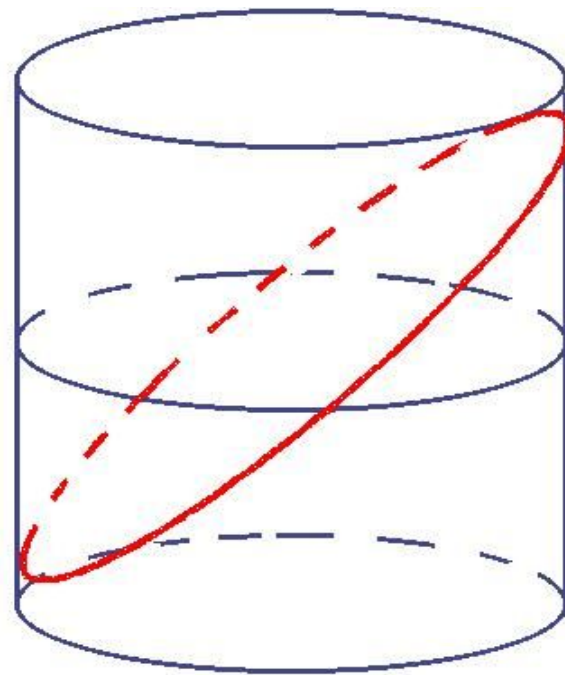
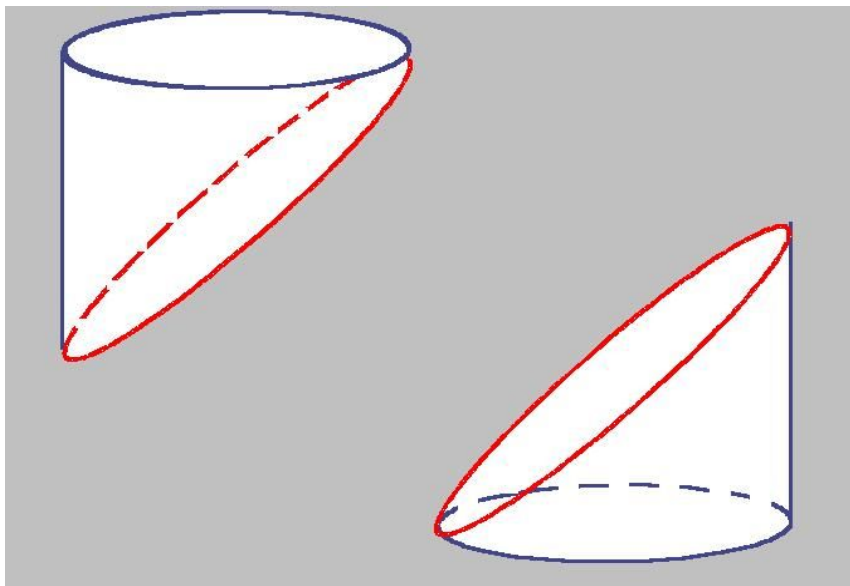


Егер қиюшы жазықтық  
цилиндр осіне  
перпендикуляр болса, онда  
бұл қима **шеңбер** болып  
табылады

## қима- Эллипс

---

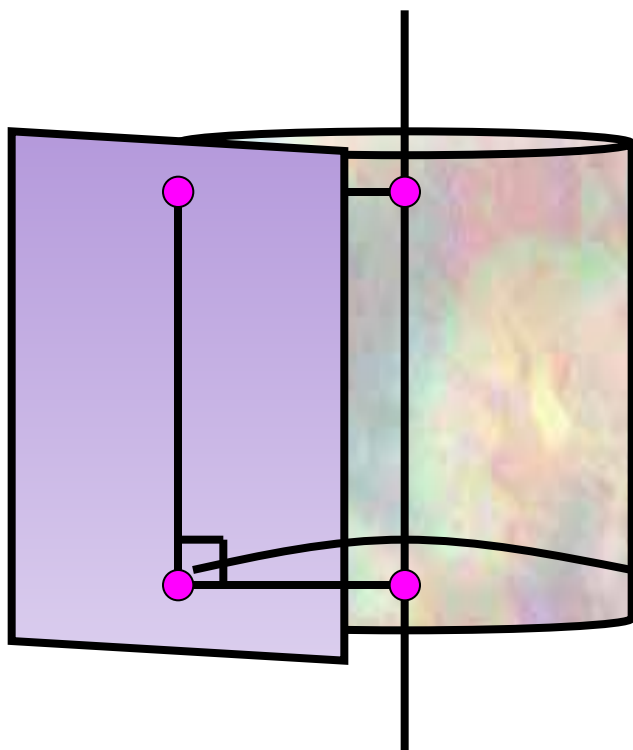
- Осылай да болады



## 5. Цилиндрдің жанама жақтығы

---

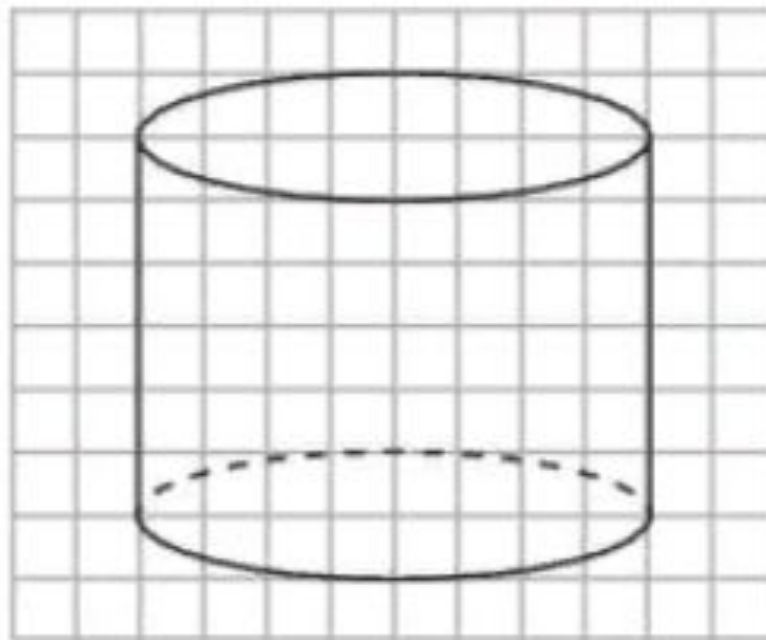
Цилиндрге жанасу жазықтығы - жазықтық цилиндр жасаушысы арқылы өтетін болады және осы жасаушыны қамтитын осьтік жазықтыққа перпендикуляр болады



# 1-тапсырма

---

- Ұқсас цилиндрді дәптерге салыңыз



12.8-сурет

# 2 тапсырма

2 тапсырма. Жұптық жұмыс

Сұрақтарға жауап жаз

Сұрақ №1

---

Келесі сөйлемдерді аяқтаңыз.

Цилиндрдің табанының диаметрі 2 дм, ал биіктігі 14 дм. Бұл цилиндр қабырғалары ... дм және 14 дм болатын тікбұрышты үшбұрыштың қабырғасы арқылы айналдырғанда алынған геометриялық дене.

Сұрақ №2

Цилиндр табанының радиусы 2,5 см, ал биіктігі 12 см. Осьтік қиманың диагоналын тап.

Сұрақ №3

Цилиндрдің бүйір беті жазбасы қандай фигура?

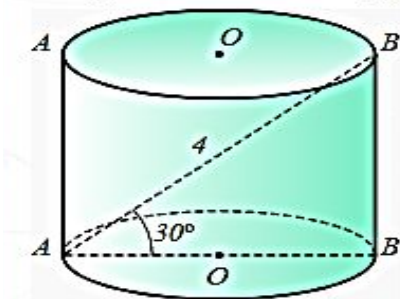
Сұрақ №4

Цилиндрдің бүйір беті жазбасының ауданы  $40\pi$ , табанының диаметрі 5-ке тең.

Цилиндрдің биіктігін табыңыз.

Сұрақ №5

Цилиндрдің радиусының квадратын табыңыз



# 3-тапсырма

---

## 3-тапсырма.

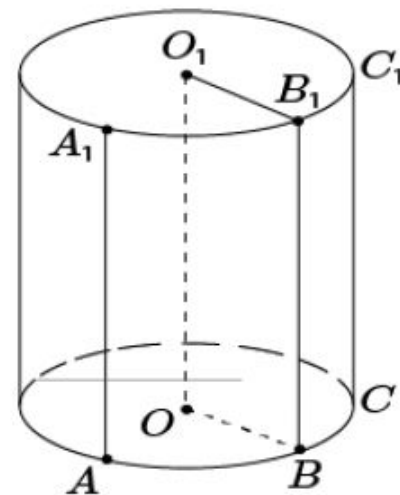
Цилиндр элементтерін жазып, оларғы анықтама бер

AA<sub>1</sub> – \_\_\_\_\_

OO<sub>1</sub> – \_\_\_\_\_

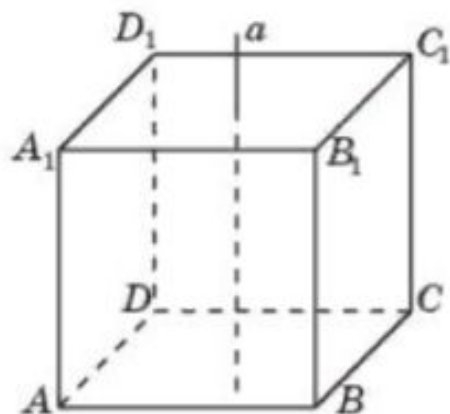
OB – \_\_\_\_\_

CC<sub>1</sub> – \_\_\_\_\_

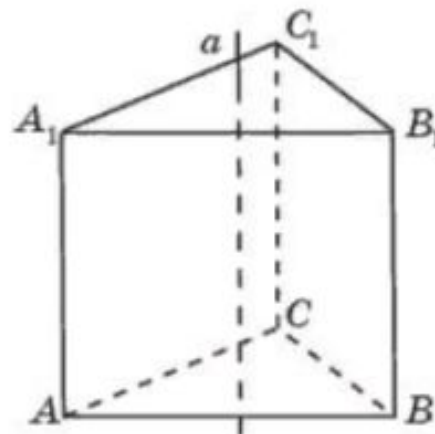




# Оқулықпен жұмыс



12.11-сурет



12.12-сурет

- 12.13.** Бірлік кубты: 1)  $AA_1$  түзуінен; 2) қарама-қарсы жақтарының центрлерін қосатын түзуден айналдырғанда пайда болған цилиндрдің бүйір бетінің ауданын табыңдар.
- 12.14.** Дұрыс үшбұрышты призманы оның: 1) бүйір қыры жатқан түзуден; 2) табандарының центрлері арқылы өтетін түзуден айналдырғанда қандай фигура пайда болады (12.12-сурет)?
- 12.15.** Дұрыс үшбұрышты призманың барлық қырлары 1 см-ге тең. Осы призманы оның: 1) бүйір қыры жатқан түзуден; 2) табандарының центрлері арқылы өтетін түзуден айналдырғанда пайда болған цилиндрдің бүйір бетінің ауданын табыңдар (12.12-сурет).

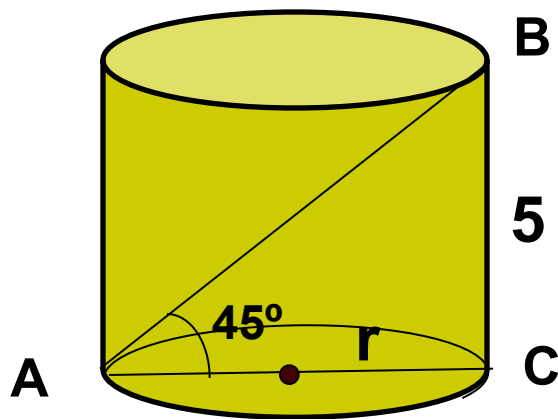
# Екі жұлдыз, бір тілек

## Тапсырма:

*оқушылар сабақтағы  
бір-бірінің белсенділігін  
жауаптарының  
ішіндегі екі дұрыс  
жауабымен және бір  
ұсыныс айту арқылы  
бағалайды.*



# Толық бетінің ауданын тап



$\triangle ABC$  -тік бұрышты

$\triangle ABC$  - теңбүйірлі

$$BC=AC=5$$

$$r=2,5$$

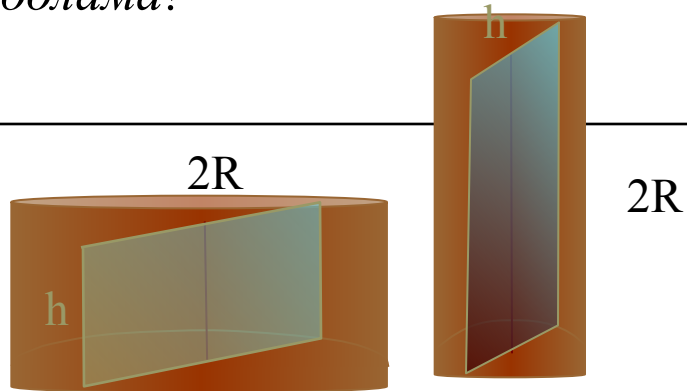
$$S=2\pi r(h+r)$$

$$S=2\pi \cdot 2,5(5 + 2,5) = 5\pi \cdot 7,5 = 37,5$$

$\pi$

# Есептер

3) Егер екі цилиндрдың осьтық қималары тең болса, биіктіктері тең бола ма?

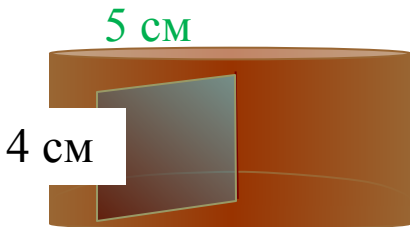


$$S_{\text{қима}} = 2R \cdot h$$

$$S_{\text{қима}} = h \cdot 2R$$

жауап: жоқ

Осы тіктөртбұрыштың төменгі жағында айналғанда алынған дене бетінің ауданын табыңыз. Осы тіктөртбұрыштың төменгі жағында айналғанда алынған дене бетінің ауданын табыңыз.



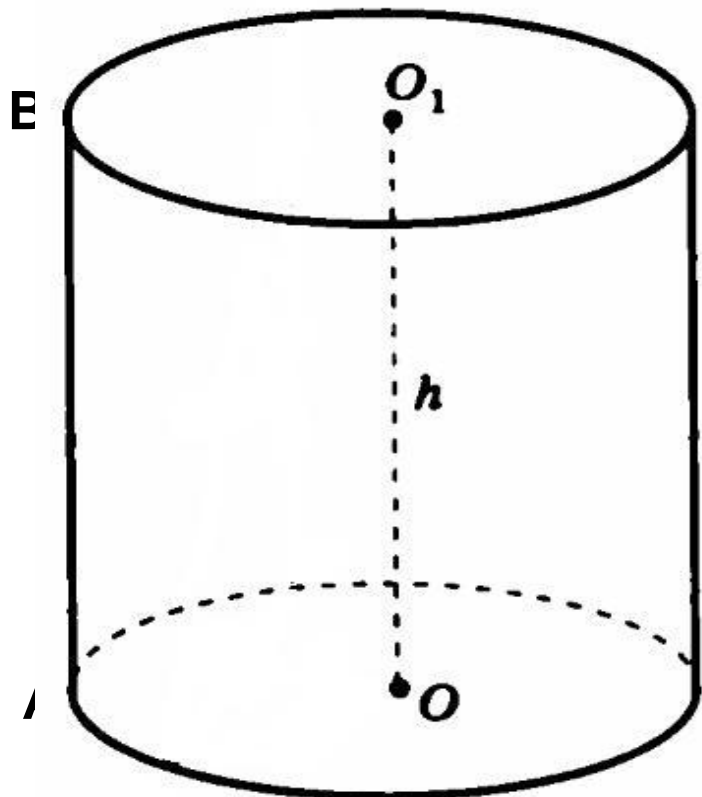
$$R = 5 \text{ см}, \quad h = 4 \text{ см}$$

$$S_{\text{жалпы}} = 2\pi R(h + R) = 2\pi \cdot 5 \cdot (4 + 5) = 90\pi$$

Жауабы: жалпы ауданы  
 $90 \pi \text{ см}^2$

есеп

Цилиндр осьтік кимасы диагоналы 20см-ге тең шаршы. Табу керек: а) цилиндр биіктігін; б) Стабан тап



4. Табан ауданын табамыз  
жауап: а)  $10\sqrt{2}$ ; б)  $50\pi$ .

**шешімі.**

1. ABCD дан AC диагоналын жүргіземіз.

2.  $\triangle ADC$  – теңбүйірлі, әрі тікбұрышты,  $AD=DC$ ,  $h = 2r$ ,  
 $\Rightarrow \angle CAD = \angle ACD=45^\circ$ , онда

$$h = AC \cdot \cos 45^\circ = 20 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 10\sqrt{2}.$$

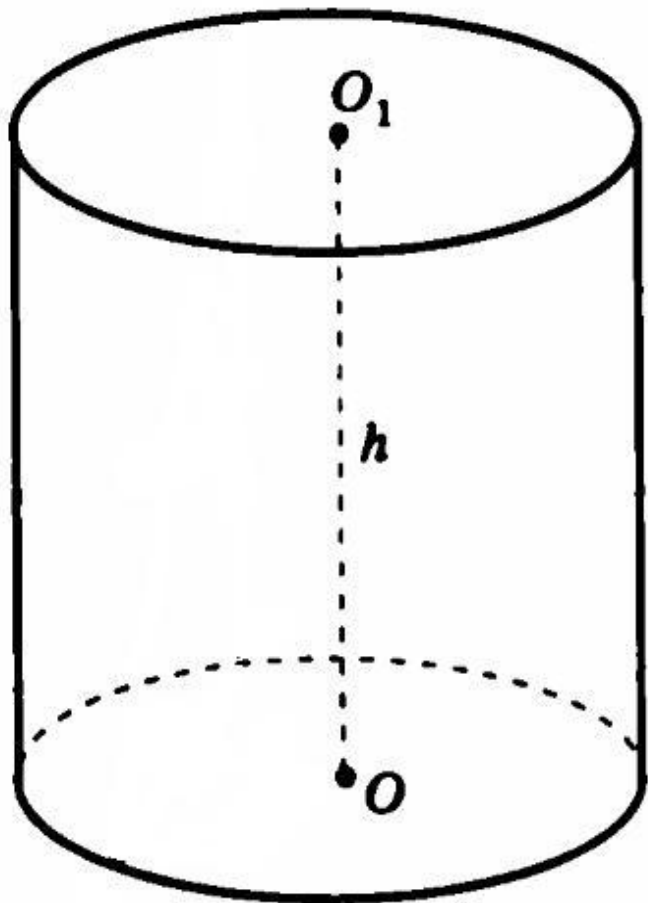
3. Табан радиусын табамыз

$$r = \frac{h}{2} = \frac{10\sqrt{2}}{2} = 5\sqrt{2}.$$

$$S_o = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot (5\sqrt{2})^2 = 50\pi.$$

Цилиндрдің осьтік қимасының ауданы

10 м<sup>2</sup>, ал табан ауданы– 5 м<sup>2</sup>. цилиндр биіктігін тап.



**шешімі**

1. Табаны дөңгелек. Дөңгелек ауданын табу

$$S_o = \pi \cdot r^2, \quad \text{онда} \quad r = \sqrt{\frac{S}{\pi}} = \sqrt{\frac{5}{\pi}}.$$

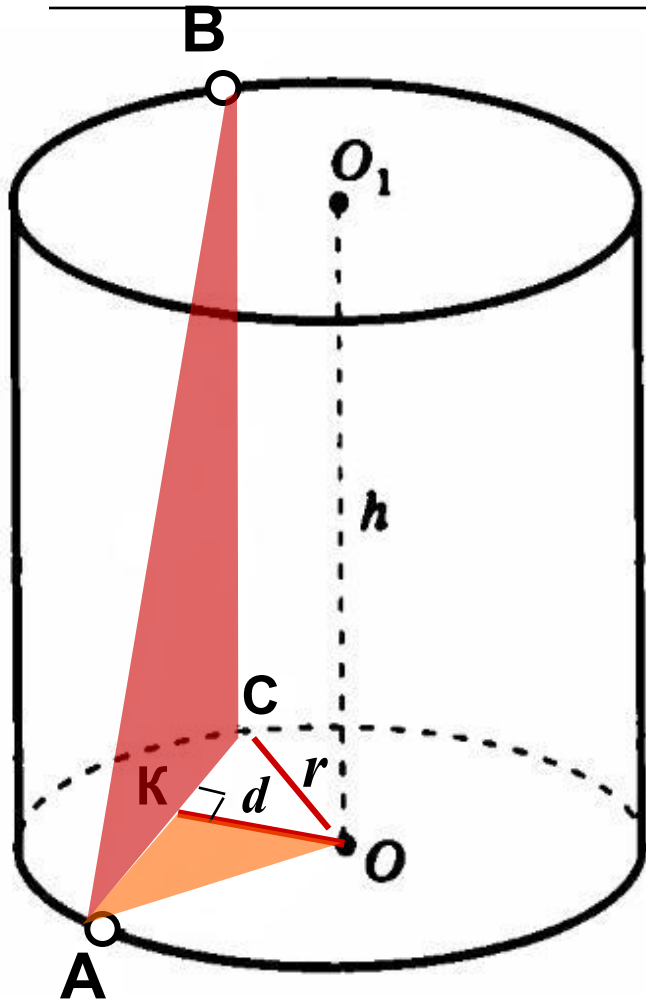
2. Осьтік қима тіктөртбұрыш. Ауданы

$$S_c = AB \cdot BC = h \cdot 2r, \quad \text{онда}$$

$$h = \frac{S_c}{2r} = 10 \div 2 \sqrt{\frac{5}{\pi}} = 5 \cdot \sqrt{\frac{\pi}{5}} = \sqrt{5\pi}.$$

жауап:  $\sqrt{5\pi}$ .

AB кесіндісінің ұштары цилиндрдің екі табанында жатыр. Цилиндр радиусы  $-r$ , биіктігі  $-h$ , AB кесіндісі мен цилиндр осының ара қашықтығы  $d$ . егер  $r = 10$ ,  $d = 8$ ,  $AB = 13$  болса, биіктігін тап.



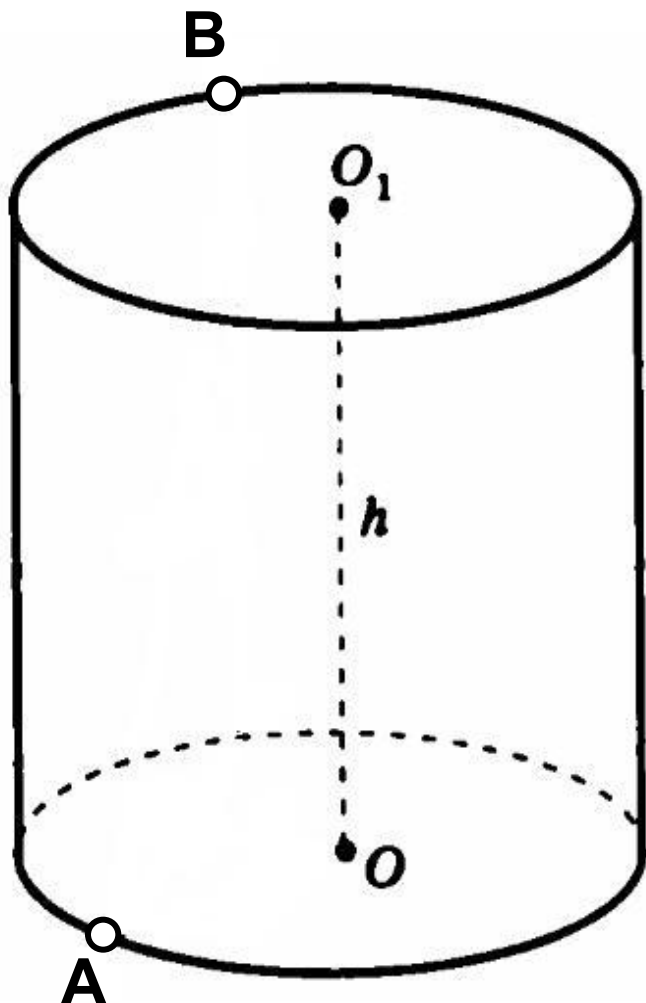
**шешімі.**

1. AB кесіндісін жүргіземіз.
2. AO радиусын жүргіземіз.
3.  $d$ . Кесіндісін жүргіземіз ?
4. OK – кесіндісі ізделінді кесінді.
5.  $\triangle AOK$  тікбұрышты үшбұрыштан  
 $AK = \sqrt{r^2 - d^2} = \sqrt{100 - 64} = 6$ ,  
 Табамыз демек  $AC = 12$ .
6.  $\triangle ABC$  үшбұрышынан  $BC$  ны табамыз:  
 $BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{169 - 144} = 5$ .  
 сонымен,  $h = 5$ .

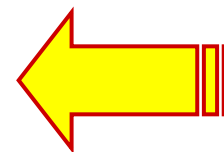
жауап: 5.

## *d* кесіндісін салайык

(айқас түзулердің ара-қашықтығы  $AB$  мен  $OO_1$  ).

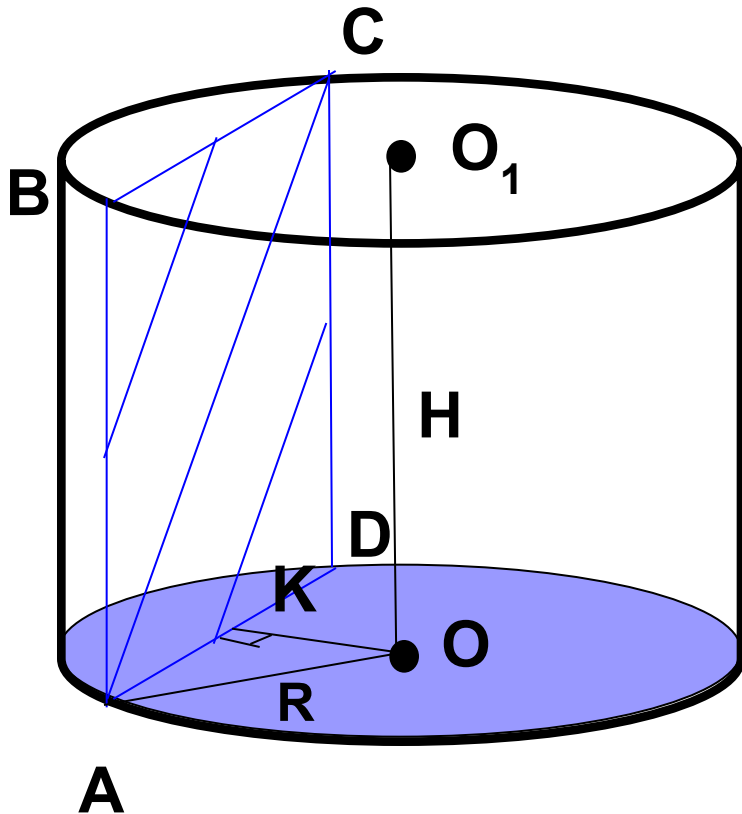


- 1) Біз  $AB$  кесіндісінің ұштары арқылы өтетін жасаушыларды және олар арқылы өтетін жазықтықты саламыз.
- 2)  $AO$  және  $CO$  радиустарын жүргіземіз
- 3)  $\triangle AOC$  – теңбүйірлі,  $OK$  биіктігін жүргіземіз, как раз сол ізделінді кесінді болады. Мұнда  $OK$  кесіндісі  $AC$  мен  $BC$  –ға перпендикуляр.





**№5** Цилиндрдің биіктігі 8 см, радиусы 5 см.  
**цилиндрдің осіне параллель болатын қимасының ауданын табыңыз. Цилиндрдің осымен сол қимаға дейінгі қашықтық 3 см.**



**ABCD-** тіктөртбұрыш

$$S_{ABCD} = AB \cdot AD, \quad H = AB = 8 \text{ см.}$$

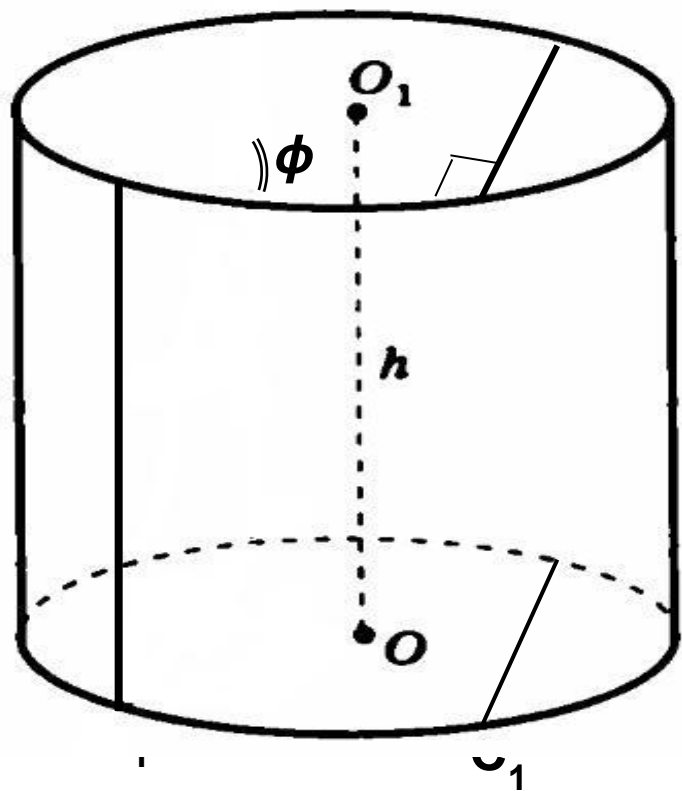
OK- кесіндісі O центрімен  
 AD кесіндісінің ара қашықтығы  
 $OK \perp AD, \quad AK = KD, \quad AK = 4 \text{ см}$

$$AD = 8 \text{ см} \quad S_{ABCD} = 8 \cdot 8 = 64 \text{ (см}^2\text{)}$$

ес  
еп

AA<sub>1</sub> цилиндрінің жасаушысы арқылы екі қиюшы жазықтық жүргізілді, олардың біреуі цилиндр осі арқылы өтеді. Цилиндрдің қималарының аудандарының қатынасын табыңыз, егер олардың арасындағы бұрыш  $\varphi$  болса

### шешімі.



жауап:  $\frac{1}{\cos \varphi}$ .

1) Сызбасын салайық, AA<sub>1</sub>B<sub>1</sub>B және AA<sub>1</sub>C<sub>1</sub>C қиюшы жазықтықтар жүргізейік

2) Аудандарының қатынасын жазады

$$\frac{S_{ABB_1A_1}}{S_{ACC_1A_1}} = \frac{AA_1 \cdot AB}{AA_1 \cdot AC} = \frac{AB}{AC}$$

3) BB<sub>1</sub>C<sub>1</sub>C жазықтығын саламыз.

4) AB диаметрі цилиндр табанында орналасқан, демек  $\angle ACB = 90^\circ$ , онда

$$AC = AB \cdot \cos \varphi.$$

5)  $\frac{S_{ABB_1A_1}}{S_{ACC_1A_1}} = \frac{AB}{AC} = \frac{AB}{AB \cdot \cos \varphi} = \frac{1}{\cos \varphi}$ .  
соныме  
н,

# Тапсырманы орында

**цилиндр табан радиусы 2м,  
биіктігі 3м. Остік қимасының  
ауданын тап.**

жауап: 12 кв.

б

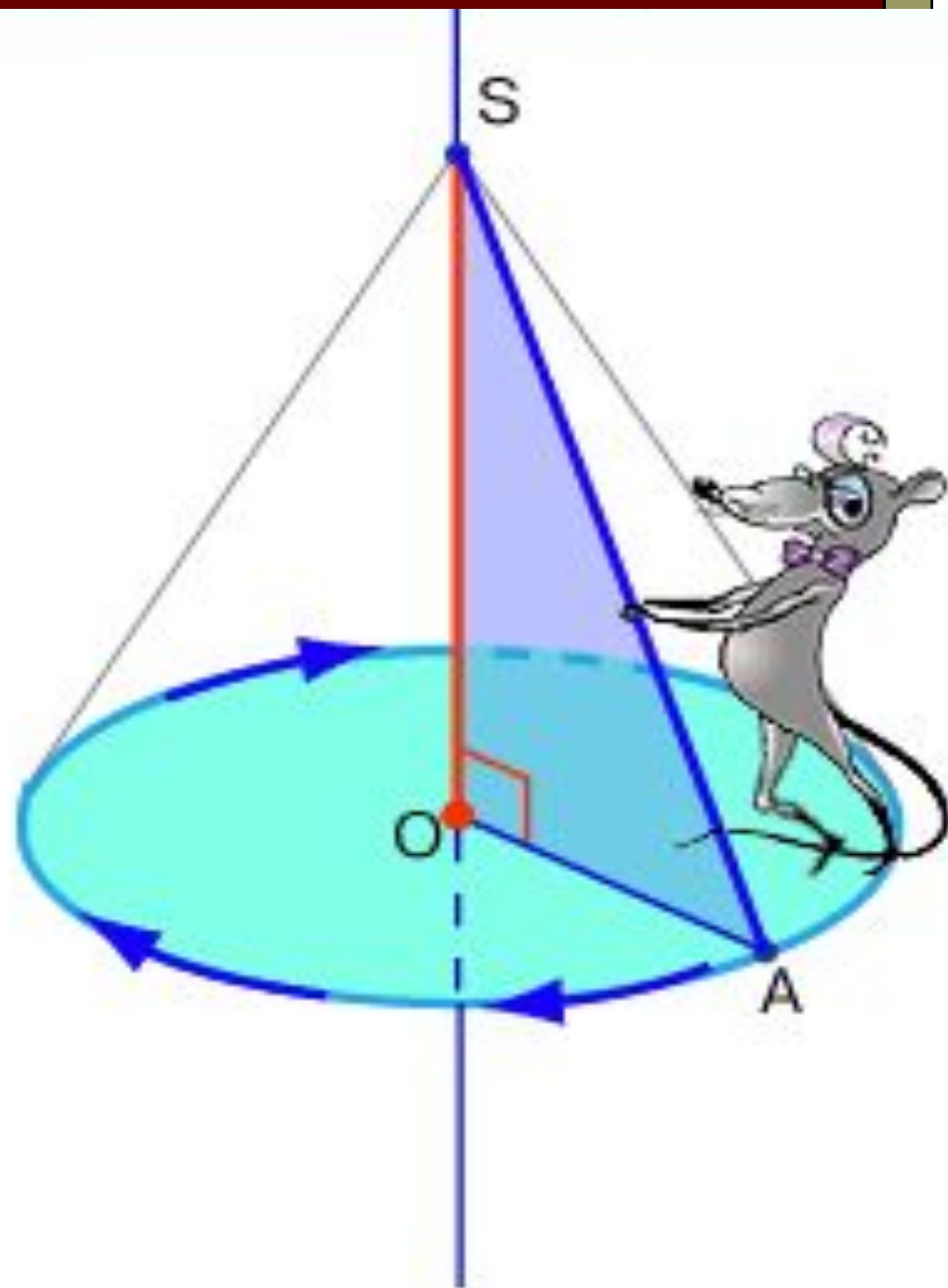
# 11 сынып. геометрия.

---

## конус және оның элементтері



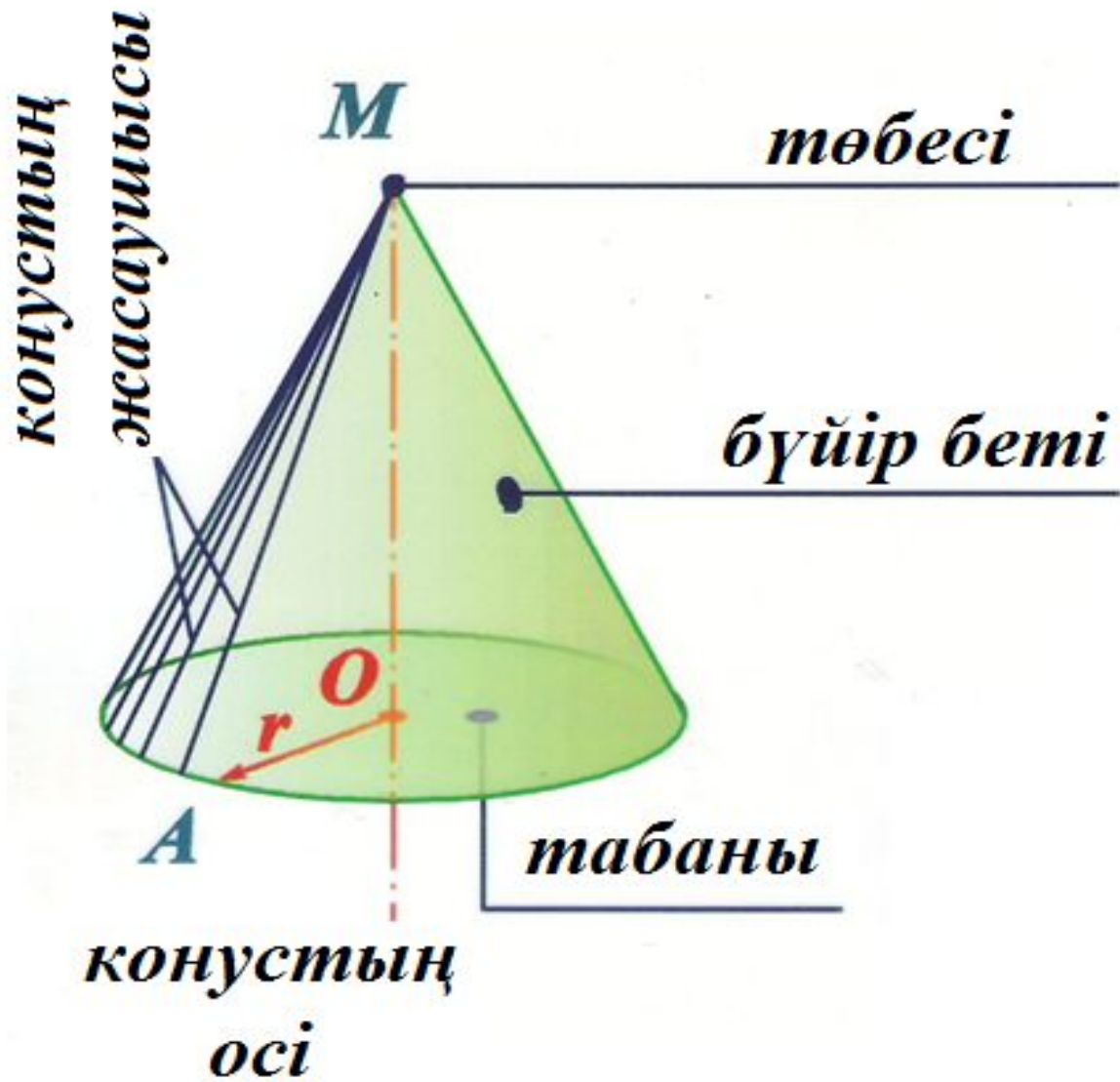
- 
- Тікбұрышты үшбұрышты оның катеті арқылы өтетін осінен айналдырсақ, нәтижесінде, айналу денесі – **конус** аламыз



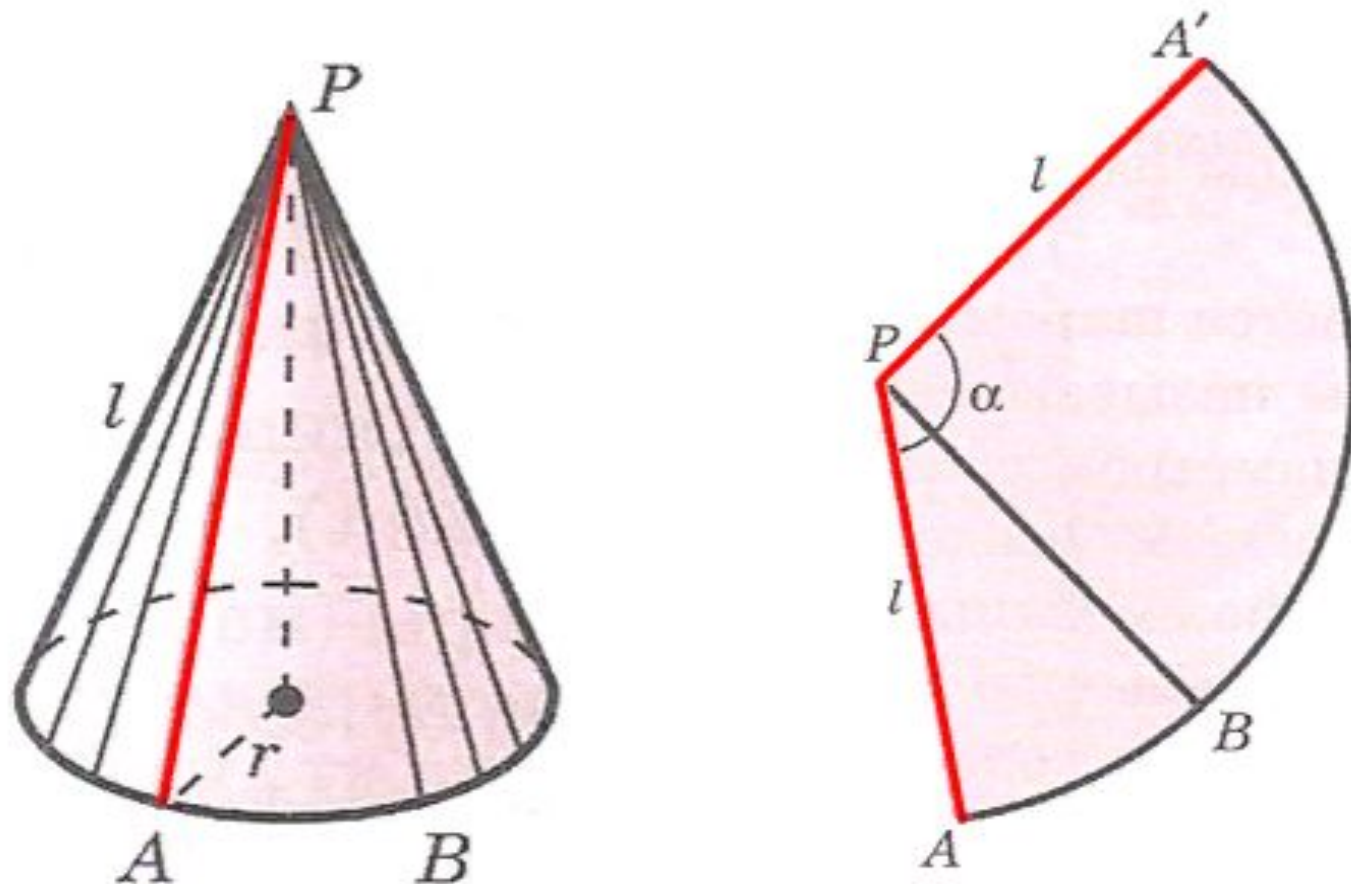
## Тарихқа көз жүгірту

*Конус гректің «**konos**» сөзінен аударылғанда “шыршаның дәні” дегенді білдіреді. Адамдар конуспен баяғы заманнан бері таныс.*



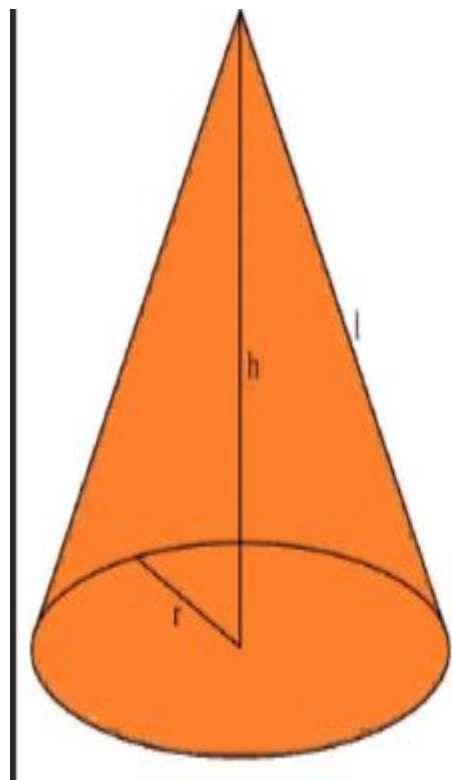


Конустын бүйір беті **конустық**  
**бет** деп аталады.

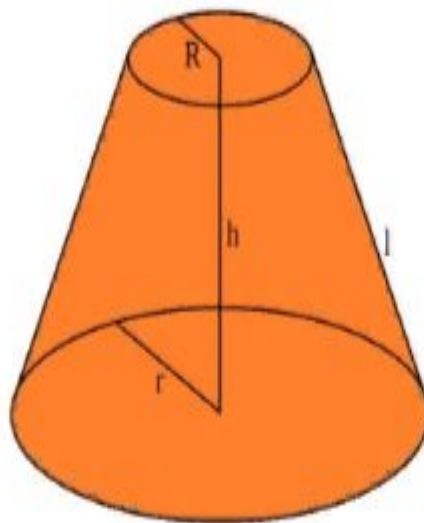




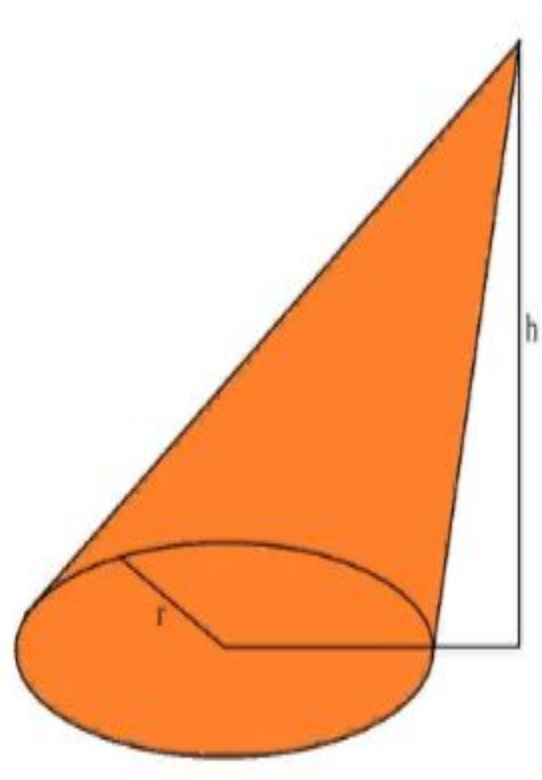
# Конус түрлері



Тік конус

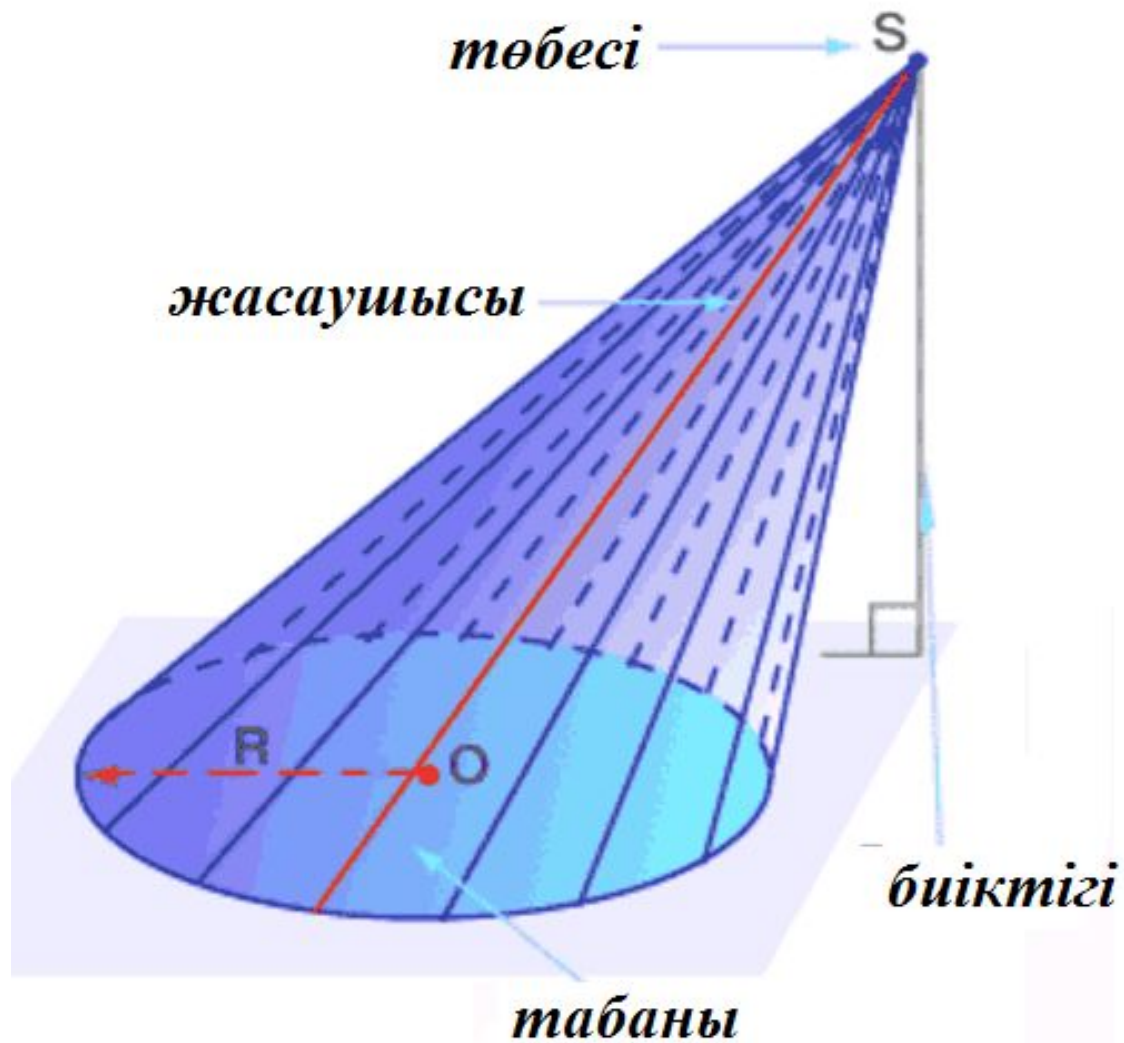


Қиық конус

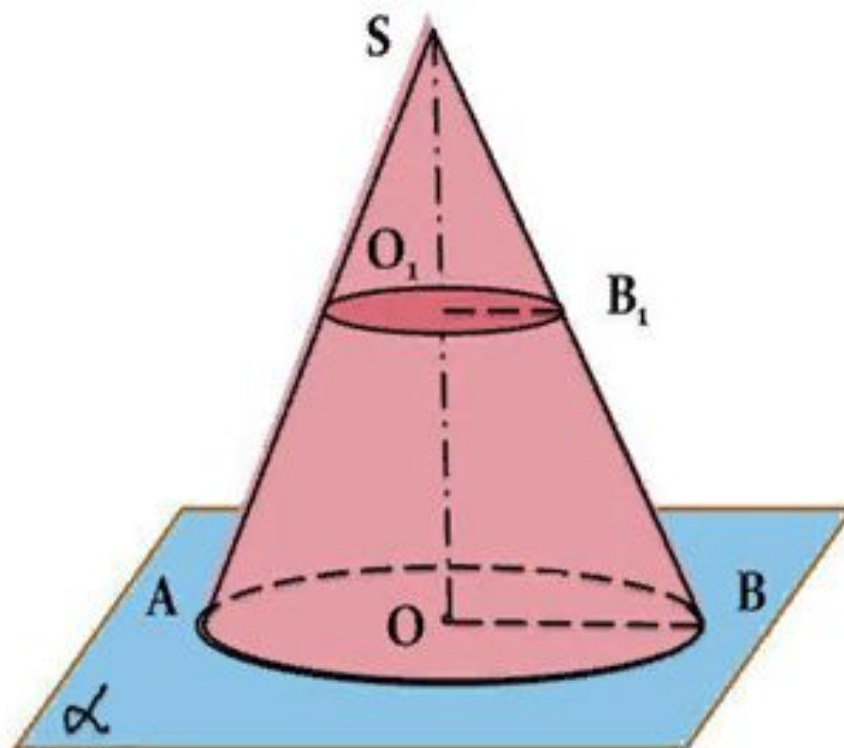


көлбеу конус

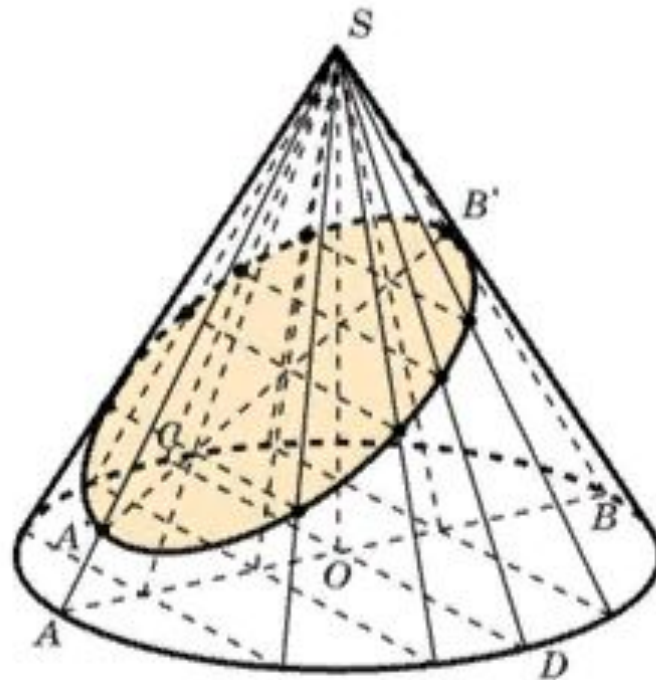
# Көлбеу конус



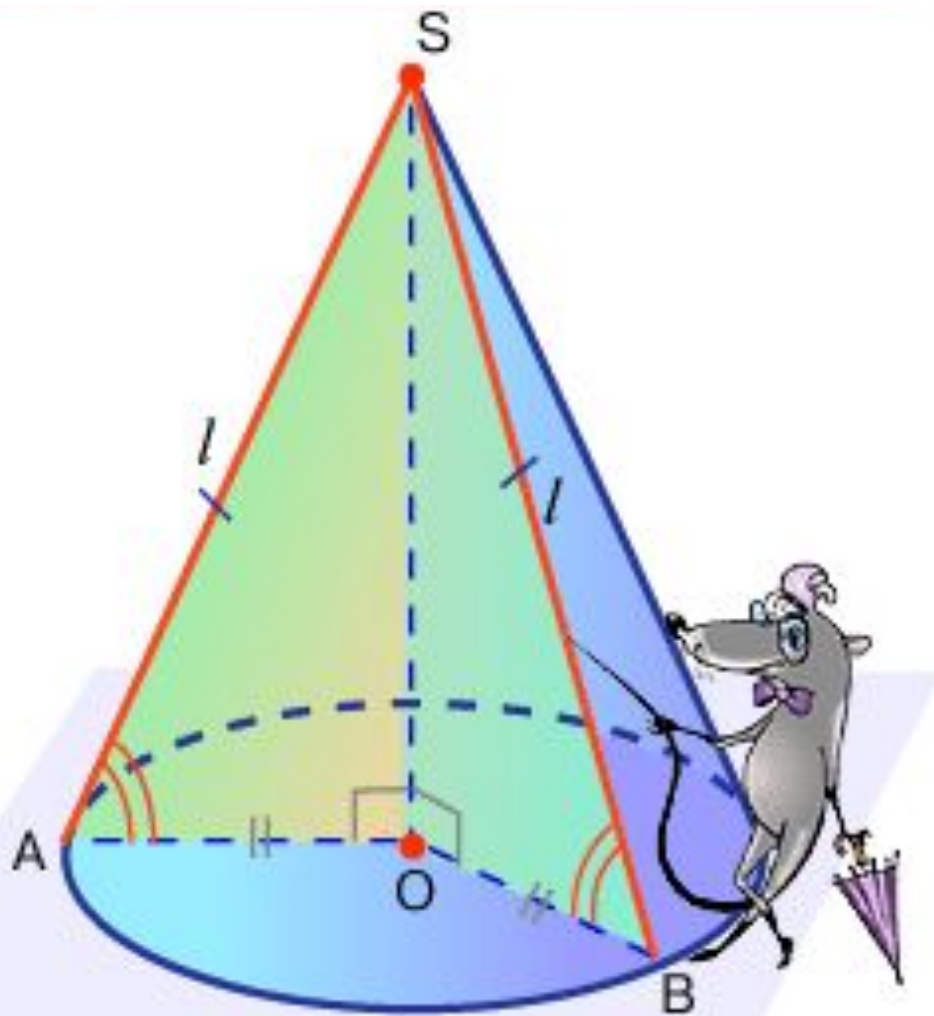
**1. Конусты оның осіне перпендикуляр жазықтықпен қиып өтсек, онда қимасы дөңгелек болады.**



2. Егер конустың бүйір бетін табанымен қиылыспайтын және конустың осіне перпендикуляр емес жазықтықпен қиып өтсек, онда қимасы **эллипс** болады.

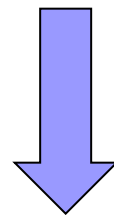


Конустың барлық жасаушылары бір-біріне тең және табанымен бірдей бұрыш жасайды



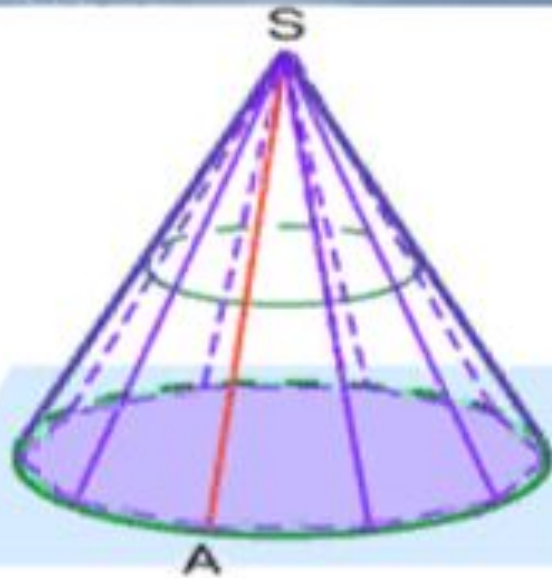
$$\triangle SOA = \triangle SOB$$

$$SA = SB = l$$

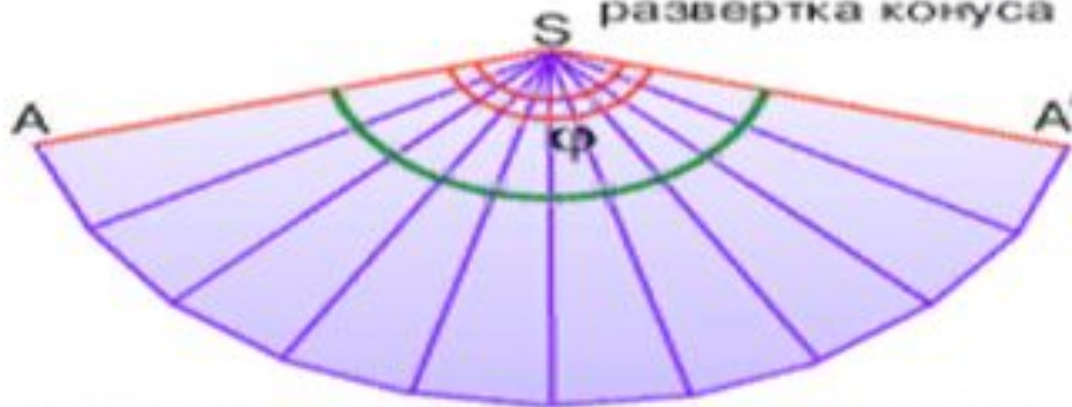


$$\angle SAO = \angle SBO$$

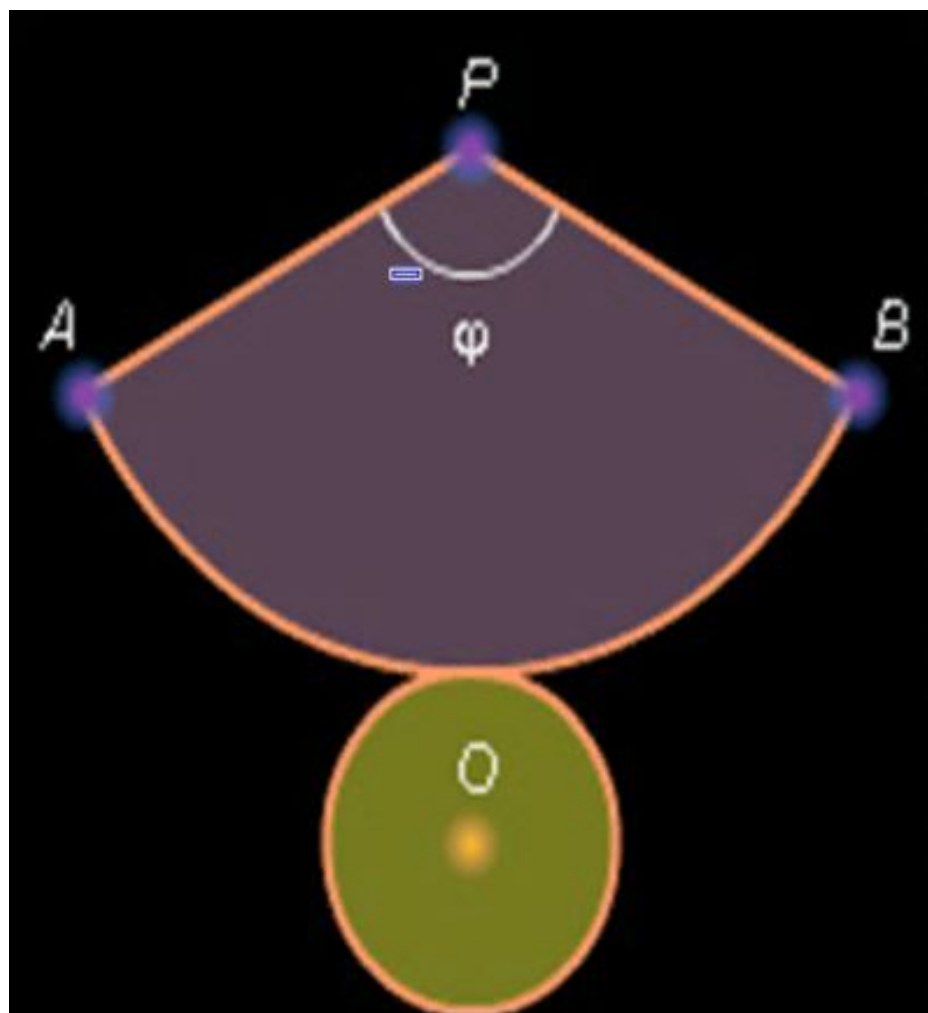
# Конус жазбасы.



Сектор  $SAA'$  –  
развертка конуса



*конус  
жазбасы  
-дөңгелек  
сектор.*



- Конустын бүйір бетінің ауданы, оның бүйірір бетін құрайтын сектордын ауданы болады

$$1) S_{\text{бүй}} = \frac{\pi R^2}{360} \alpha$$

$$2) S_{\text{бүй}} = \pi R l$$

# Теорема.

$$S_{\text{толық бет}} = S_{\text{бүйір}} + S_{\text{таб}}$$

$$S_{\text{таб}} = \pi R L$$

$$S_{\text{таб}} = \pi R^2$$

$$S_{\text{тол}} = \pi R L + \pi R^2$$

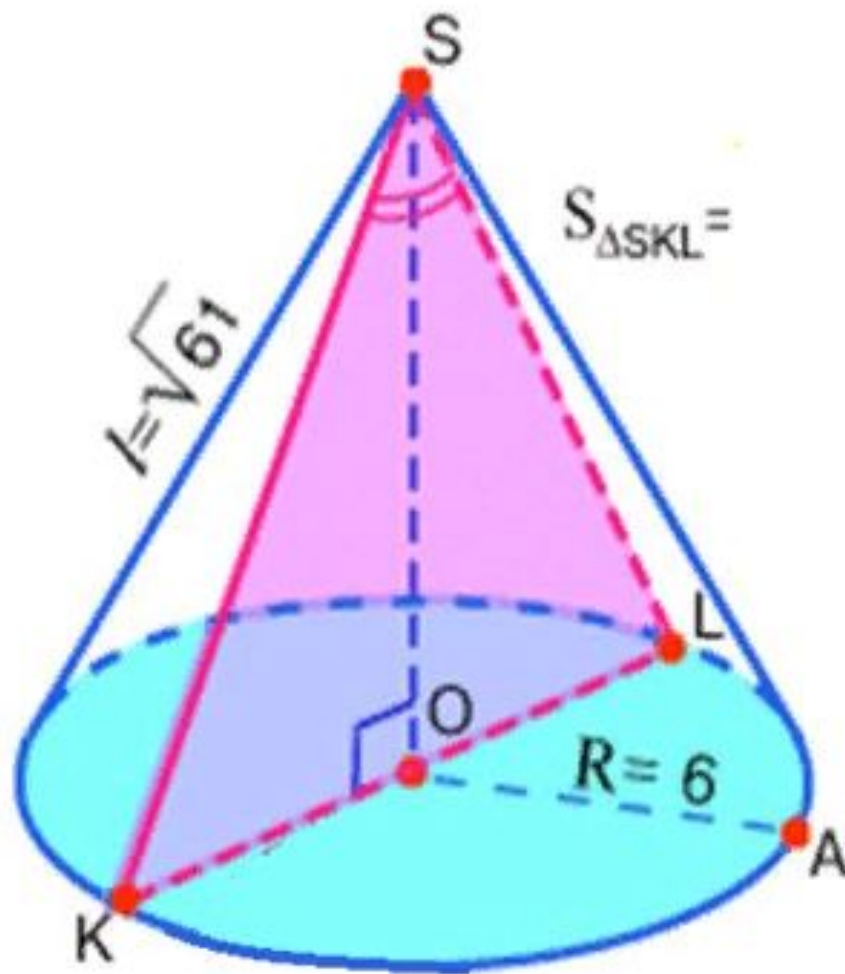
$$S_{\text{тол}} = \pi R(L + R)$$

- Конустың толық бетінің ауданы оның бүйір беті мен табан ауданының қосынсына тең.



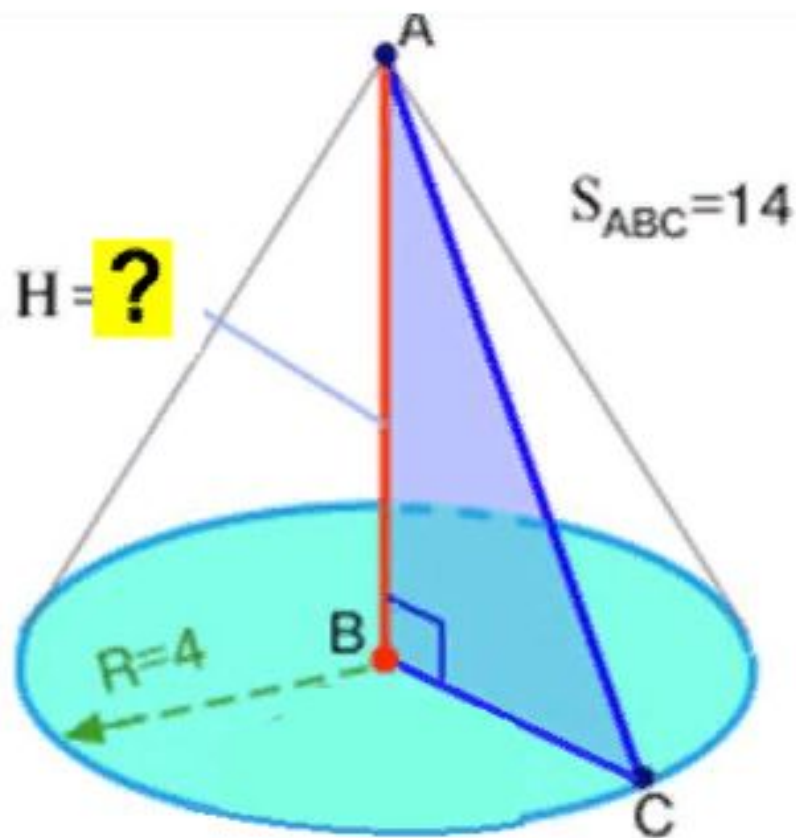
# №1 есеп:

Конустың  
осьтік  
қимасының  
ауданын  
табыңдар.



## №2 есеп:

Конустың  
биіктігін  
табындар.



## **№3 есеп:**

**Конустың жасаушысы 12 см және ол табан жазықтығына  $45^\circ$  бұрышпен көлбей орналасқан. Конустың табан ауданы неге тең?**

# Семантикалық карта

Биіктігі	Радиусы	Жасаушысы	Табан ауданы
15 см	8 см	?	?
3 см	?	?	<u>16л</u> см <sup>2</sup>
8 см	?	10 см	?

# Семантикалық карта

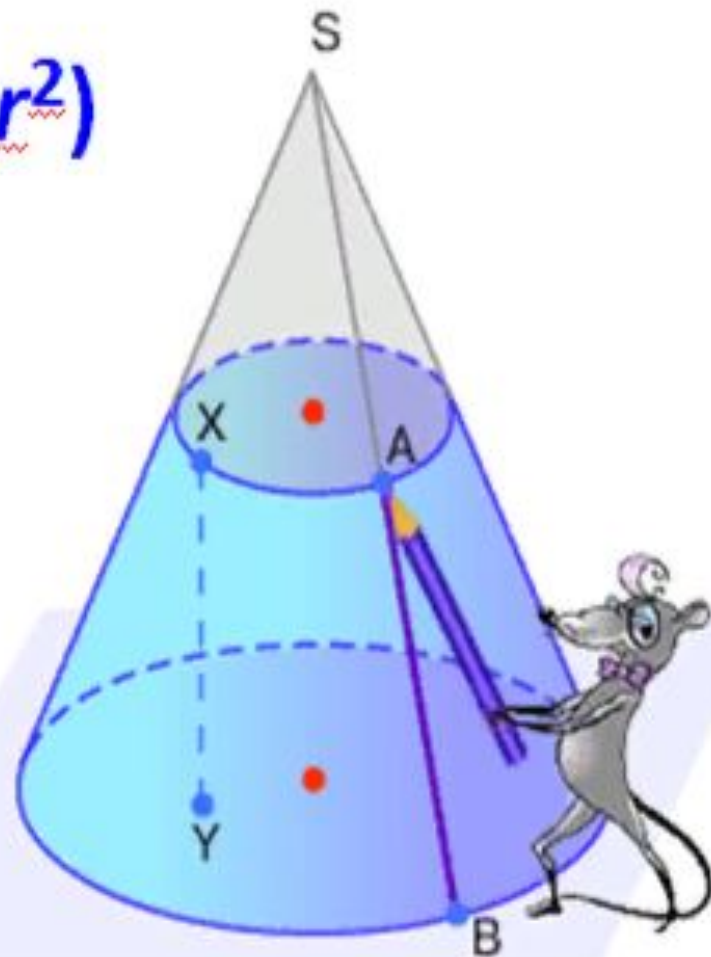
## Тексерейік

Биіктігі	Радиусы	Жасаушысы	Табан ауданы
15 см	8 см	17 см	$64\pi \text{ см}^2$
3 см	4 см	5 см	$16\pi \text{ см}^2$
8 см	6 см	10 см	$36\pi \text{ см}^2$



# Қиық конустың толық бетінің ауданы

$$S_{\text{толық}} = \pi(Rl + rl + R^2 + r^2)$$



# Тапсырма.

берілгені: жарты  
дөңгелек  
радиусы  $R = 8$ .

Табу керек:  $H$ ,  
 $\beta$  (жасаушы мен  
табанының  
арасындағы  
бұрыш.)

