

Задание 16 ОГЭ

Окружность, круг и их ЭЛЕМЕНТЫ

Касательная, хорда, секущая, радиус.

Составила: Матонина Т.И.
МКОУ СОШ №10 г. Бирюсинска



Кодификатор ОГЭ

Код раздела	Код контролируемого элемента	Федеральный компонент государственного стандарта основного общего образования
7.4		Окружность и круг
	7.4.1	Центральный угол, вписанный угол, величина вписанного угла
	7.4.2	Взаимное расположение прямой и окружности, двух окружностей
	7.4.3	Касательная и секущая к окружности; равенство отрезков касательных, проведённых из одной точки
	7.4.4	Окружность, вписанная в треугольник
	7.4.5	Окружность, описанная около треугольника
	7.4.6	Вписанные и описанные окружности правильного многоугольника

Спецификация КИМ ОГЭ

Уровень сложности задания 16 - базовый

Номер задания	Проверяемые элементы содержания и виды деятельности	Уровень сложности задания	Максимальный балл за выполнение задания	Примерное время выполнения задания (мин.)
16	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	Б	1	5



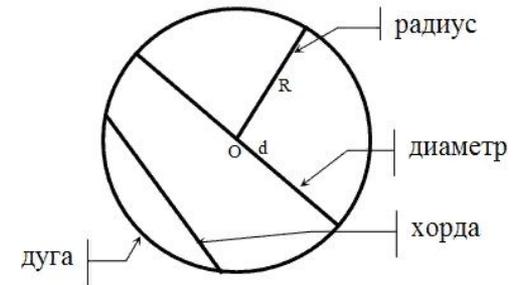
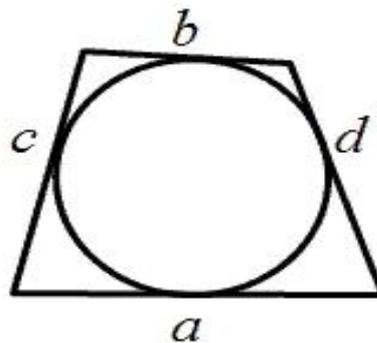
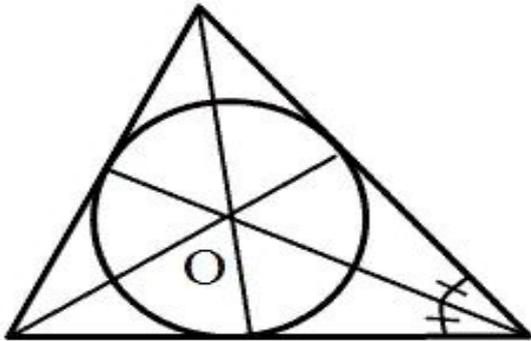
Теория к заданию №16

Несмотря на то, что в задании №16 могут потребоваться любые знания по геометрии, в данном разделе мы разберем теорию по теме “окружность”.

Начнем рассмотрение с понятия вписанная окружность:

Центр окружности, вписанной в треугольник, лежит на пересечении биссектрис треугольника.

Если окружность вписана в произвольный четырехугольник, тогда попарные суммы противоположных сторон равны между собой: $a + b = c + d$



Длина окружности: $l = \pi \cdot d = 2\pi \cdot R$
Площадь круга: $S = \pi \cdot R^2$

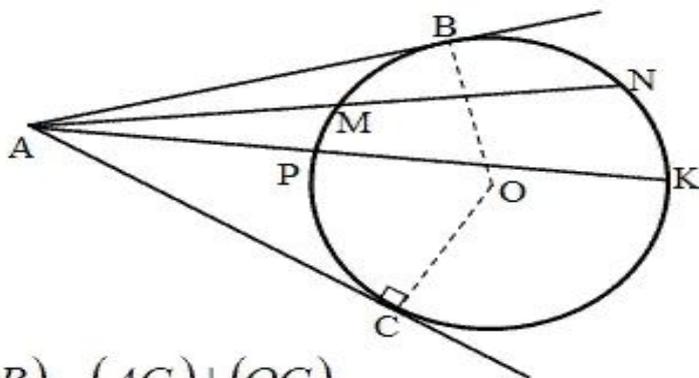


Теория к заданию №16

Касательная и секущая:

Касательная – прямая, имеющая с окружностью одну общую точку.

Секущая – прямая, имеющая с окружностью две общие точки.



$$(AB) \perp (OB) \quad (AC) \perp (OC)$$

$$|AB| = |AC|$$

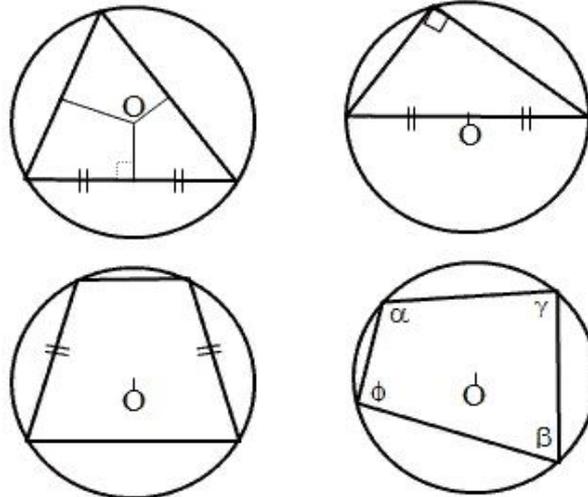
$$|AM| \cdot |AN| = |AP| \cdot |AK| = |AB|^2$$



Теория к заданию №16

Описанная окружность и её свойства:

1. Центр окружности, описанной около треугольника, лежит на пересечении серединных перпендикуляров к его трем сторонам.
2. Центр окружности, описанной около прямоугольного треугольника, лежит на середине гипотенузы.
3. Если окружность описана около произвольного четырехугольника, тогда попарные суммы противоположных углов равны между собой.



Теория к заданию №16

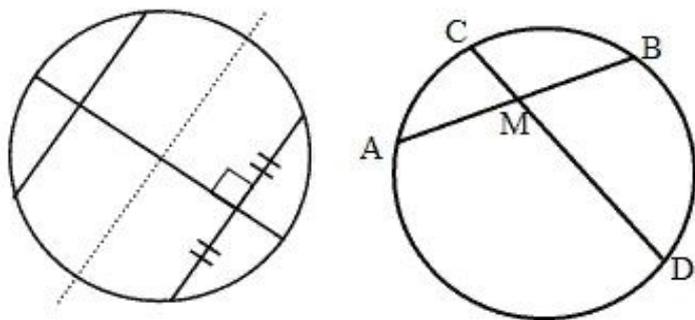
Хорда – отрезок, соединяющий две точки окружности.

Диаметр, делящий хорду пополам, перпендикулярен хорде.

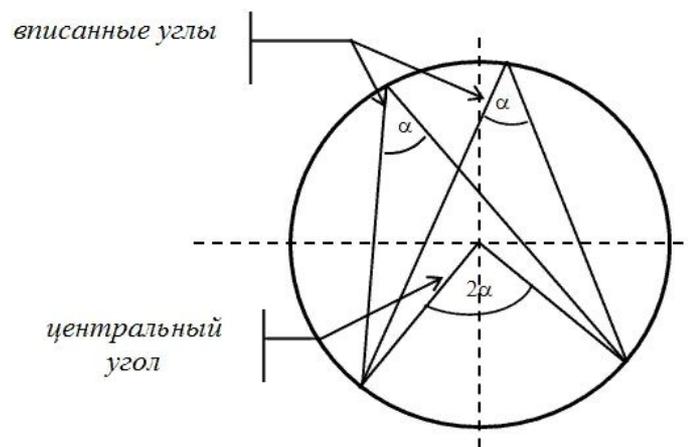
В окружности равные хорды равноудалены от центра окружности.

Отрезки пересекающихся хорд связаны равенством:

$$|AM| \cdot |MB| = |CM| \cdot |MD|$$

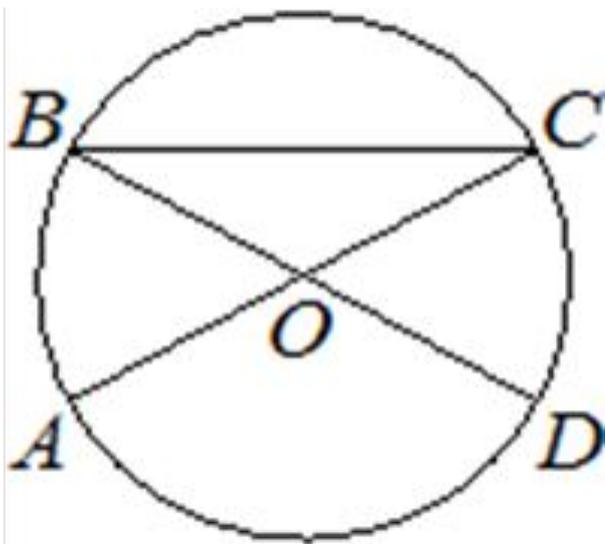


Центральный и вписанный углы:



Центральный угол, вписанный угол, величина вписанного угла

В окружности с центром в точке O отрезки AC и BD — диаметры. Угол AOD равен 114° . Найдите угол ACB . Ответ дайте в градусах.

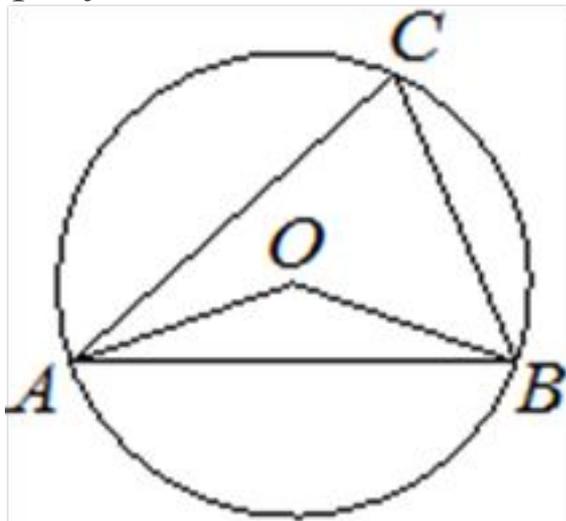


Решение:

1. $\angle BOC = \angle AOD$ (центральный)
 2. дуга $BC = 114^\circ$ (центральный угол равен величине дуги на которую опирается)
 3. т.к AC - диаметр, то дуга $ABC = 180^\circ$
 4. дуга ABC равна сумме дуг AB и BC
 5. дуга $AB = 180^\circ - 114^\circ = 66^\circ$
 6. $\angle ACB$ - вписанный угол (величина вписанного угла равна половине дуги на которую он опирается)
 7. $\angle ACB = \frac{1}{2} 66^\circ = 33^\circ$
- Ответ: 33



Треугольник ABC вписан в окружность с центром в точке O. Точки O и C лежат в одной полуплоскости относительно прямой AB. Найдите $\angle ACB$, если $\angle AOB$ равен 153° . Ответ дайте в градусах.



Решение:

Треугольник ABC вписан в окружность с центром в точке O. Точки O и C лежат в одной полуплоскости относительно прямой AB. Найдите угол ACB, если угол AOB равен 153° . Ответ дайте в градусах.

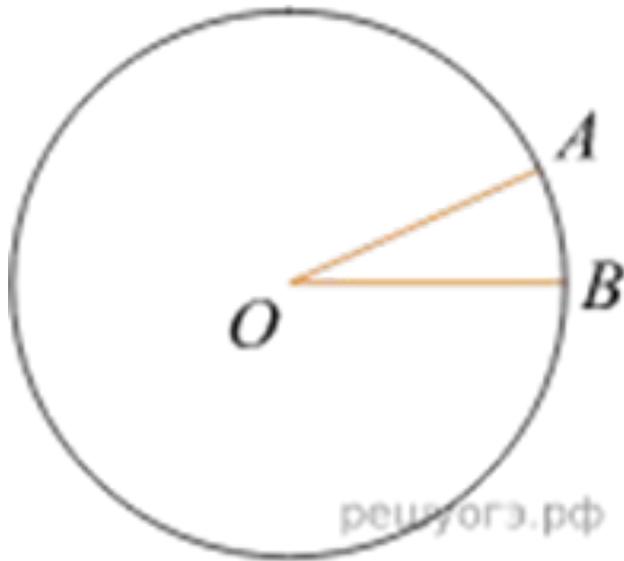
Решение:

1. $\angle AOB$ - центральный, значит дуга $AB=153^\circ$
2. дуга $AB=153^\circ$
3. $\angle ACB$ - вписанный угол, опирается на дугу AB.
4. $\angle ACB = \frac{1}{2} 153^\circ = 76,5^\circ$

Ответ: 76,5



На окружности с центром O отмечены точки A и B так, что $\angle AOB = 28^\circ$. Длина меньшей дуги AB равна 63. Найдите длину большей дуги.



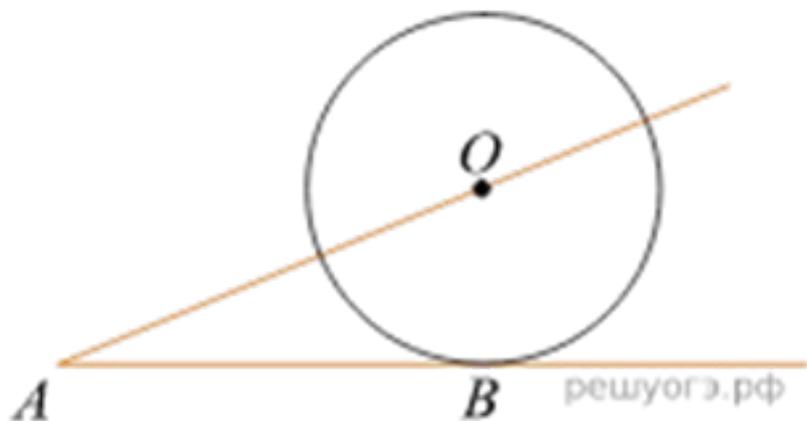
Решение:

1. $\angle BOC = \angle AOD$ (центральный)
 2. дуга $BC = 114^\circ$ (центральный угол равен величине дуги на которую опирается)
 3. т.к AC - диаметр, то дуга $ABC = 180^\circ$
 4. дуга ABC равна сумме дуг AB и BC
 5. дуга $AB = 180^\circ - 114^\circ = 66^\circ$
 6. $\angle ACB$ - вписанный угол (величина вписанного угла равна половине дуги на которую он опирается)
 7. $\angle ACB = \frac{1}{2} 66^\circ = 33^\circ$
- Ответ: 33



Касательная и секущая к окружности

К окружности с центром в точке O проведены касательная AB и секущая AO . Найдите радиус окружности, если $AB = 12$ см, $AO = 13$ см.

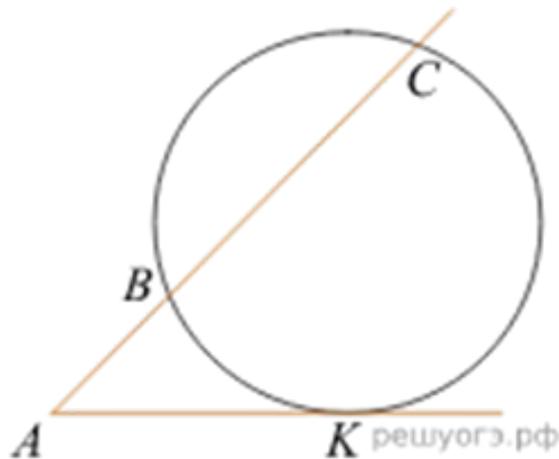


Решение:

1. $\angle BOC = \angle AOD$ (центральный)
 2. дуга $BC = 114^\circ$ (центральный угол равен величине дуги на которую опирается)
 3. т.к AC - диаметр, то дуга $ABC = 180^\circ$
 4. дуга ABC равна сумме дуг AB и BC
 5. дуга $AB = 180^\circ - 114^\circ = 66^\circ$
 6. $\angle ACB$ - вписанный угол (величина вписанного угла равна половине дуги на которую он опирается)
 7. $\angle ACB = \frac{1}{2} 66^\circ = 33^\circ$
- Ответ: 33



Через точку A , лежащую вне окружности, проведены две прямые. Одна прямая касается окружности в точке K . Другая прямая пересекает окружность в точках B и C , причём $AB = 2$, $AC = 8$. Найдите AK .

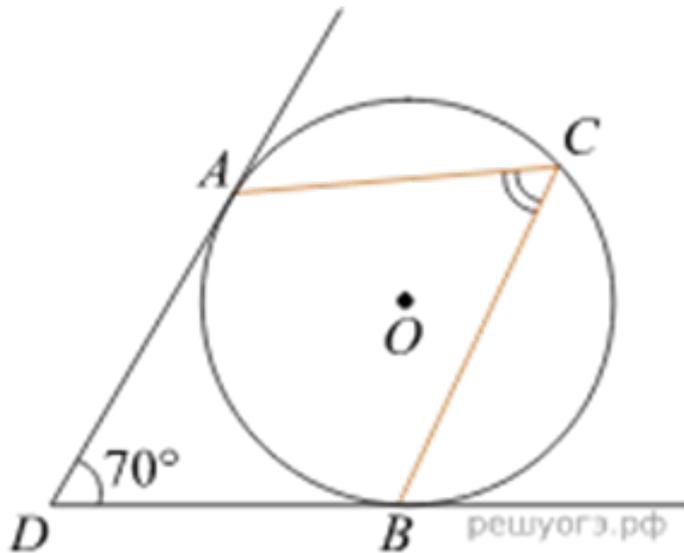


Решение:

1. $\angle BOC = \angle AOD$ (центральный)
 2. дуга $BC = 114^\circ$ (центральный угол равен величине дуги на которую опирается)
 3. т.к AC - диаметр, то дуга $ABC = 180^\circ$
 4. дуга ABC равна сумме дуг AB и BC
 5. дуга $AB = 180^\circ - 114^\circ = 66^\circ$
 6. $\angle ACB$ - вписанный угол (величина вписанного угла равна половине дуги на которую он опирается)
 7. $\angle ACB = \frac{1}{2} 66^\circ = 33^\circ$
- Ответ: 33



В угол величиной 70° вписана окружность, которая касается его сторон в точках A и B . На одной из дуг этой окружности выбрали точку C так, как показано на рисунке. Найдите величину угла ACB .

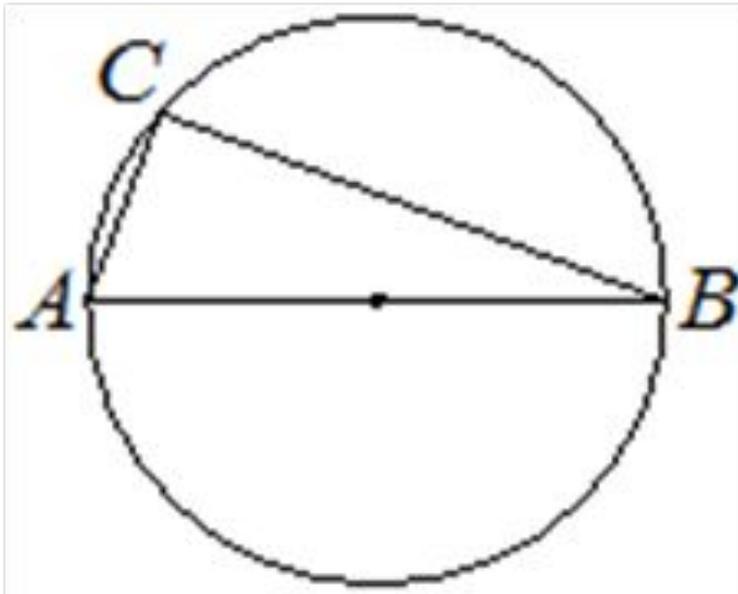


Решение:

1. $\angle BOC = \angle AOD$ (центральный)
 2. дуга $BC = 114^\circ$ (центральный угол равен величине дуги на которую опирается)
 3. т.к AC - диаметр, то дуга $ABC = 180^\circ$
 4. дуга ABC равна сумме дуг AB и BC
 5. дуга $AB = 180^\circ - 114^\circ = 66^\circ$
 6. $\angle ACB$ - вписанный угол (величина вписанного угла равна половине дуги на которую он опирается)
 7. $\angle ACB = \frac{1}{2} 66^\circ = 33^\circ$
- Ответ: 33



Центр окружности, описанной около треугольника ABC , лежит на стороне AB . Радиус окружности равен 25. Найдите AC , если $BC=48$

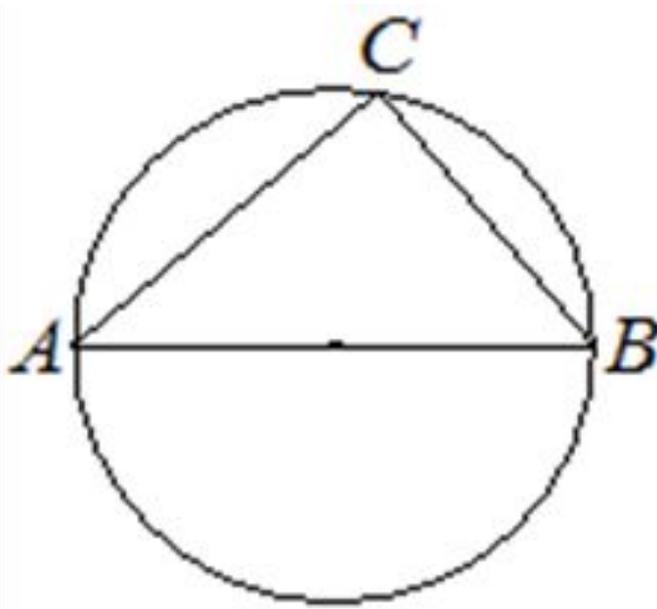


Решение:

1. $\angle BOC = \angle AOD$ (центральный)
 2. дуга $BC = 114^\circ$ (центральный угол равен величине дуги на которую опирается)
 3. т.к AC - диаметр, то дуга $ABC = 180^\circ$
 4. дуга ABC равна сумме дуг AB и BC
 5. дуга $AB = 180^\circ - 114^\circ = 66^\circ$
 6. $\angle ACB$ - вписанный угол (величина вписанного угла равна половине дуги на которую он опирается)
 7. $\angle ACB = \frac{1}{2} 66^\circ = 33^\circ$
- Ответ: 33



Центр окружности, описанной около треугольника ABC , лежит на стороне AB . Найдите угол ABC , если угол BAC равен 44° . Ответ дайте в градусах.



Решение:

1. $\angle ACB$ - вписанный, опирается на диаметр $\Rightarrow \angle ACB = 90^\circ$
2. По свойству острых углов прямоугольного треугольника:
 $\angle CAB + \angle ABC = 90^\circ$
3. $\angle ABC = 90^\circ - 44^\circ = 46^\circ$

Ответ: 46

