

Можно ли представить мир без чисел?

Числа очень важны в нашем мире. Без чисел нам было бы очень трудно и неинтересно жить.



Все современные технологии связаны с цифрами и называются цифровыми, вся информация и даже музыка хранится в цифровом формате.

Система счисления - способ записи (изображения) чисел.

Цифры - знаки, при помощи которых записываются числа.

Алфавит системы счисления - совокупность цифр.

Существовали ли числа пять тысяч лет назад?

Системы счисления, возникли в глубокой древности, ныне исчезнувшие, но заложившие основы современных систем счисления.

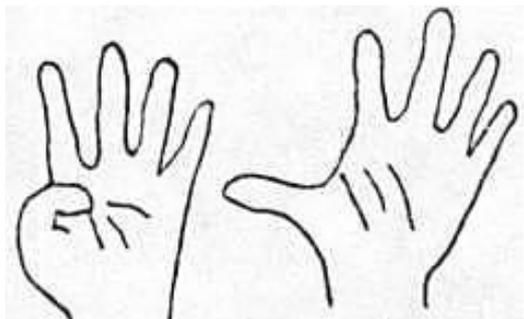


Ученые утверждают, что и тогда люди могли записывать числа и выполнять над ними арифметические действия. Однако принципы записи были не такими, как сейчас, а число изображалось с помощью одного или нескольких символов.

На ранних ступенях развития общества люди почти не умели считать. Искусство счета развивалось с развитием человечества.

Первый инструмент для счета

В те времена, когда человек лишь собирал в лесу плоды и охотился, ему для счета хватало руки. Рука человека – первая инструмент для счета.



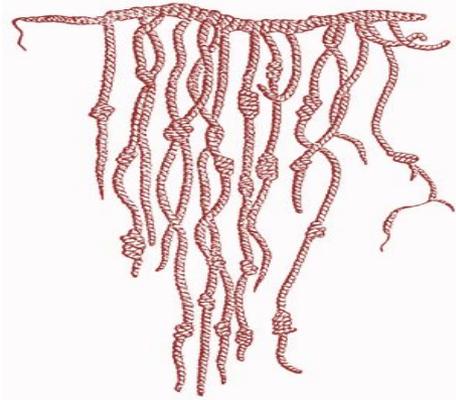
Пальцы были первыми условными знаками обозначения чисел.

Если в пересчете участвовало много животных и пальцев, то тогда человек пользовался окружающими его предметами, как инструментами счета: он делал зарубки на палках и на деревьях, завязывал узлы на веревках, складывал камешки в кучки и т.п.

Когда человек хотел показать, сколькими животными он владел, он клал в большой мешок столько камешков, сколько у него было животных. Чем больше животных, тем больше камешков.



Перуанские инки и другие древние народы вели счет животных и урожая, завязывая узелки на ремешках или шнурках разной длины и цвета – **кипу**. Узелки служили напоминанием тому, кто их завязывал. У инков такой человек назывался **«вспоминателем»**.

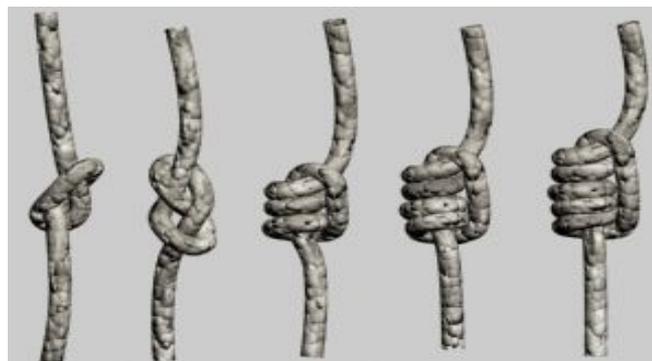


Веревочные счеты с узелками были в ходу в России, а также во многих странах Европы.

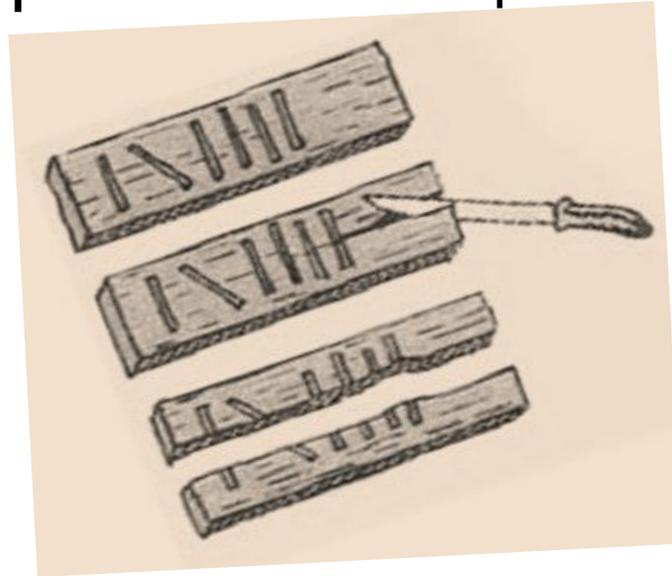


Первая простейшая форма счисления, в которой использовались для счета камешки, ракушки, узелки, палочки – называется **унарной** (лат. *unus* – один).

В этой форме счисления алфавит состоял из одного символа (1 палочка, 1 камень, 1 узелок, 1 черточка, 1 зарубка и т.д.) и для записи чисел использовалась только одна цифра.



Во многих странах Европы, самым распространенным приспособлением для счета были бирки – деревянные палочки с зарубками. Бирки использовали для счета или оформления договорных отношений. После окончания расчетов, палочки разламывали пополам, одну половинку брал кредитор, а другую - должник. Половинка играла роль «квитанции».



Люди научились считать. Но как же сохранить результаты подсчетов? Нужен какой-то способ записи. Так появились **условные знаки для обозначения чисел - цифры.**

Если при подсчете предметов их оказывалось 2 сотни, 5 десятков, то при записи этой величины дважды повторяли знак сотни, пять раз — знак десятков. Такие системы счисления, назывались **непозиционными**, так как позиция цифры в числе не влияла на её значение



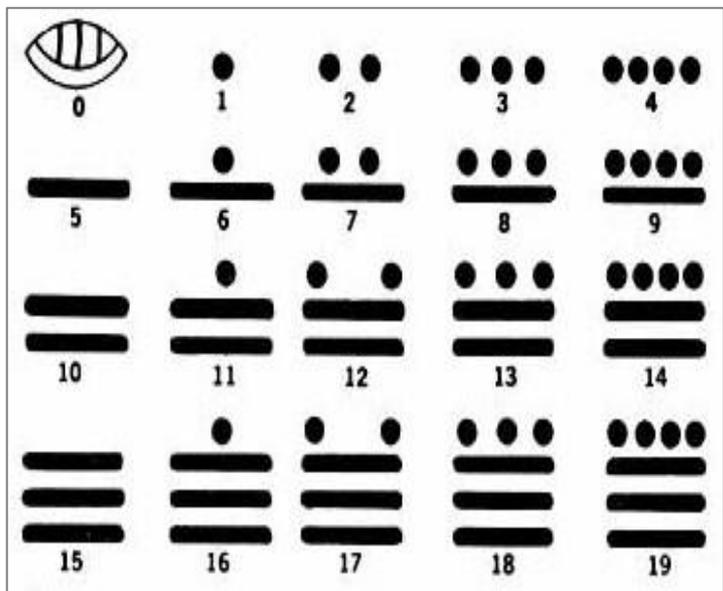
Непозиционными системами пользовались египтяне, греки, римляне и некоторые другие народы древности.



Древний народ майя вместо цифр рисовал страшные головы.



Спустя несколько столетий, народ майя стал использовать другой способ записи чисел: точку, линию и овал. Точка имела значение единицы, линия – пять. Комбинация точек и линий служила для написания любого числа до девятнадцати. Далее для счета обозначения чисел свыше 20, запись делили на уровни. Овал под любым из этих чисел увеличивал его в двадцать раз.



Египтяне использовали иероглифы – рисунки, которые изображали элементы флоры и фауны реки Нил или домашнюю утварь.

черта



- 1

лотос



- 1000

хомут



- 10

палец



- 10 000

верёвк



- 100

лягушка



- 100 000

человек



- 1 000 000

восходящее
солнце



- 10 000 000



1232

Славянская кириллическая нумерация была создана братьями Кириллом (Константином) и Мефодием в IX веке. Для обозначения чисел использовали буквы греческого алфавита.

Над буквами, потребляемыми для обозначения чисел, ставились специальные знаки – **титло**. Чтобы отделить такие буквы – числа от текста, спереди и сзади ставились точки. Этот способ обозначения цифр кириллической нумерацией называется **цифирью**. Пользовались до XVII века.

ⷮⷪⷭⷰ - 863

а	1	І	10	ρ	100
в	2	к	20	с	200
г	3	л	30	т	300
д	4	м	40	υ	400
е	5	н	50	φ	500
з	6	ѡ	60	χ	600
и	7	о	70	ψ	700
и	8	п	80	ω	800
ѳ	9	ч	90	ц	900

Первые упоминания о **римской системе счисления** датируются от пятисотых годов до нашей эры. Цифры были разработаны для использования в качестве общего метода подсчета, необходимого для развития отношений и торговли.

В качестве алфавита для представления чисел использовались латинские буквы.

Римская система нумерации с помощью букв была распространена в Европе на протяжении двух тысяч лет.

Буква	Цифра
I	1
V	5
X	10
L	50
C	100
D	500
M	1000

MMXXIII

Если большая цифра стоит перед меньшей, они складываются: $XV = 10 + 5 = 15$; $LX = 50 + 10 = 60$.

Если меньшая цифра стоит перед большей (**только одна!**), то меньшая вычитается из большей; вычитаются только цифры 1 или степени 10; уменьшаемым может быть только цифра, ближайшая в числовом ряду к вычитаемой: $IV = 5 - 1 = 4$, $IX = 10 - 1 = 9$, $XL = 50 - 10 = 40$,

$XC = 100 - 10 = 90$, $13 = XIII$ $IIIXV$ ($10-1-1+5$) – не верно.

Цифры **V, L, D** не могут повторяться.

Цифры **I, X, C, M** могут повторяться не более трех раз подряд:

$VIII = 8$; $LXXX = 80$; $DCCC = 800$; $MMMMD = 3500$

Черта над цифрой увеличивает ее значение в 1 000 раз: — — — —

$V = 5\ 000$; $X = 10\ 000$; $L = 50\ 000$; $C = 100\ 000$;

$D = 500\ 000$; $M = 1\ 000\ 000$

IV (4) VI (6)

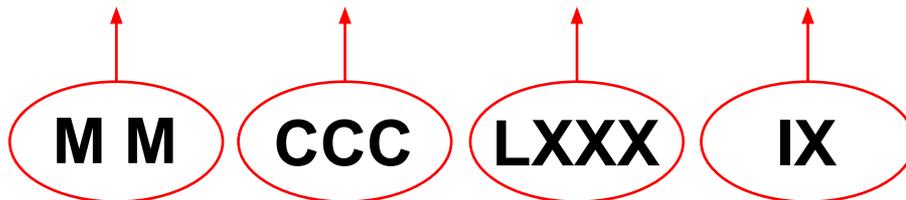
Буква	Цифра
I	1
V	5
X	10
L	50
C	100
D	500
M	1000

$$\text{MMIV} = 1000 + 1000 - 1 + 5 = 2004$$

$$\text{MCMXCIX} = 1999$$

$$\text{MCMXCIX} = 1000 - 100 + 1000 - 10 + 100 - 1 + 10$$

$$2389 = 2000 + 300 + 80 + 9 = \text{MMCCCLXXXIX}$$



Запишите римскими
цифрами

число 1644
M DC XLIV

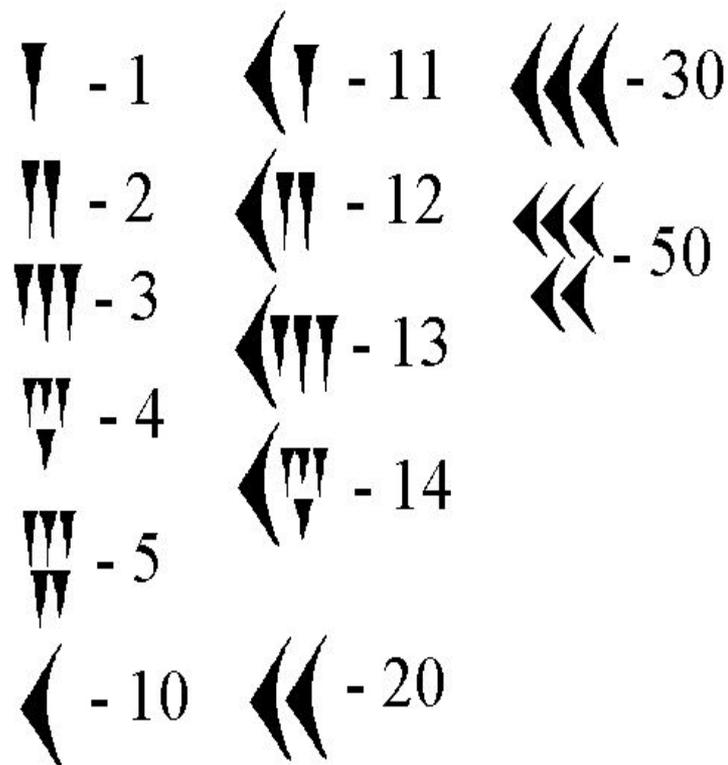
Запишите римскими
цифрами

число 999
CM XCIX



В истории считается, что позиционное счисление изобрели древние шумеры и жители Вавилона. Они пользовались всего двумя цифрами.

Вертикальная черточка обозначала одну единицу, а угол из двух лежащих черточек – десять. Эти черточки у них получались в виде клиньев, потому что они писали острой палочкой на сырых глиняных дощечках, которые потом сушили и обжигали.



В позиционных системах счисления количественное значение, обозначаемое цифрой в записи числа, зависит от позиции цифры в числе.

25 500 250

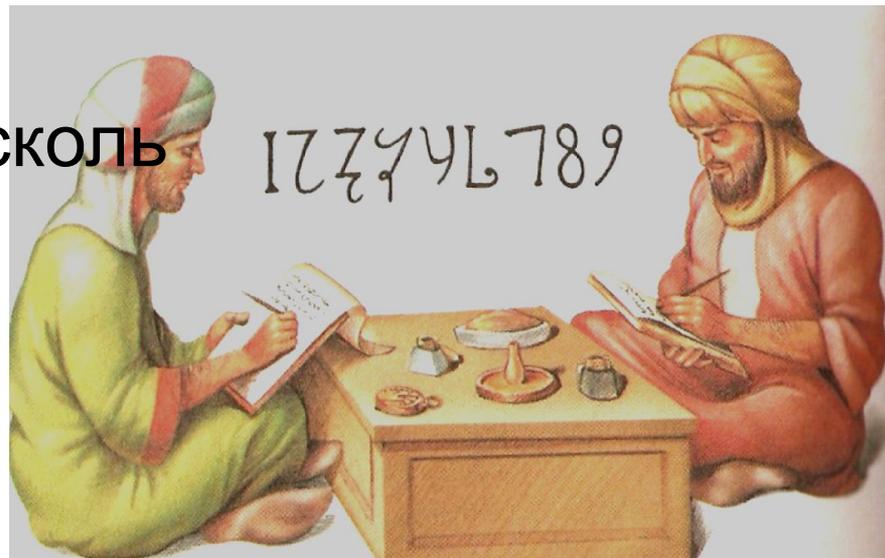
Основание позиционной системы счисления равно количеству используемых в системе цифр.

Система счисления, применяемая в современной математике, является позиционной десятичной системой. Ее основание равно десяти, так как запись любых чисел производится с помощью десяти цифр:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Хотя десятичную систему принято называть арабской, но зародилась она в **Индии** в V веке. Состояла из цифр (1-9) и нуля, который обозначал отсутствие числа. Эта система позволяла легко выполнять любые арифметические вычисления. Записывать сколь угодно большие числа.

1	2	3	4	5
१	२	३	४	५
6	7	8	9	0
६	७	८	९	०



Большую роль в распространении индийской нумерации в арабских странах сыграл трактат **«Краткая книга о восполнении и противопоставлении»** ученого, математика, астронома и географа **Мухаммеда ибн Муса Аль-Хорезми**. В своем трактате систематизировал и изложил два известных ему выдающихся достижения индийских математиков — позиционную десятичную систему счисления и решение квадратного уравнения.



В Европе об этой системе узнали в XII веке из арабских научных трактатов, которые были переведены на латынь. Этим и объясняется название «арабские цифры».

В 1202 году вышли в свет нескольких трактатов великого итальянского математика **Леонардо Фибоначчи**.

Он был купцом и учился науке у арабских учителей, когда ездил по торговым делам. Посетил Сирию, Египет и Сицилию, а после издал труд - «**Книга Абака**». В ней показывалось преимущество позиционных систем над римской нотацией.



В истории России первые упоминания об арабском алфавите начинаются с XIV века, а в XVIII веке он полностью вытесняет славянские кириллические цифры.

XII век	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1197 г.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1275 г.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Ок. 1294 г.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1303 г.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1360 г.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1442 г.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0

Современные цифры	Арабские цифры	Индийские цифры
0	۰	०
1	۱	१
2	۲	२
3	۳	३
4	۴	४
5	۵	५
6	۶	६
7	۷	७
8	۸	८
9	۹	९

Форма индийских цифр претерпевала многообразные изменения. Та форма, в которой мы пишем, установилась в XVI веке.

Для записи чисел в позиционной системе с основанием n нужно иметь алфавит из n цифр. Обычно для этого при $n \leq 10$ используют n первых арабских цифр, а при $n > 10$ к десяти арабским цифрам добавляют буквы.

Основание системы, к которой относится число, обычно обозначается подстрочным индексом к этому числу: **101101_2** , **3671_8** , **$3B8F_{16}$** .

Основание	Система	Алфавит
$n=2$	Двоичная	0 1
$n=8$	Восьмеричная	0 1 2 3 4 5 6 7
$n=10$	Десятичная	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
$n=16$	Шестнадцатеричная	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B C D

Опорный конспект

Система счисления — способ записи (изображения) чисел.

Цифры - знаки, при помощи которых записываются числа.

Алфавит - совокупность цифр системы счисления.



Непозиционная и позиционная системы счисления

Число одиннадцать представляется двумя латинскими буквами **X (10)** и **I (1)**

$$\mathbf{XI = 11} \quad \mathbf{IX = 9}$$

При перестановке знака количественное значение цифры не изменилось!

Число **102** - двойка обозначает количество единиц,

а в числе **210** - количество сотен.

Задание



Запишите римскими
цифрами
число от 100 до 1000



Запишите полученное
число
арабскими цифрами



**Запишите арабскими
цифрами**

MCDLXVII =

MMDCXLIV =

MMMCCCLXXII =

CMXXVIII =





**Запишите римскими
цифрами**

3768 =

2983 =

1452 =

1999 =

Почему на циферблатах с римскими цифрами используется III вместо IV?

Самый древний вариант написания римских цифр не совпадает с тем, который известен нам сегодня. В самых ранних моделях часов фактически использовали VIII для девятки (вместо IX) и IIII для четверки (вместо IV). Но эти две цифры оказались проблематичными, их было легко спутать с III и VIII. Поэтому римская система счисления изменилась. Правда, это произошло уже после падения Римской Империи.

Первые механические часы были созданы в Европе в XIII веке, когда римские цифры еще использовались - кроме того, большинство часов было установлено на фасадах церквей, а латынь была официальным языком католичества. Логично, что у большинства древних часов были римские цифры на циферблатах. Но причина, по которой производители часов решили использовать IIII вместо IV уже тогда, когда такой вариант написания четверки вышел из обихода, остается неясной.



1. Оскорбление

Юпитера

Одна из причин, по которой III использовался в то время, могла быть объяснена римской мифологией. Верховным божеством Рима был Юпитер, бог неба и грома, а также король богов в древнеримской религии. На латыни Юпитер обозначался как IVPPITER. Поскольку “связываться” богами никто не хотел, римляне, возможно, не решались выгравировать часть имени своего верховного божества на солнечных часах или использовать ее в книгопечатании. Вот почему число III, хотя и “неудобное”, могло бы быть предпочтительнее, чем IV. А уже в то время, когда солнечные часы устарели и появились механические, число III, вероятно, использовалось только как дань традиции.

2. Поблажка для необразованных

жителей

Мы должны помнить, что в древние времена и в средние века только небольшая часть населения могла писать, читать и считать.

Большинство людей не были обучены грамоте или не счесть, и простое вычитание было, вероятно, слишком сложным для них. Кроме того, могла бы возникнуть путаница между IV и VI, а также между IX и XI. Вот почему на некоторых часах девять представлена как “VIII”.

3. Ленивый

насовщик

Правда, мы не рассматриваем эту версию всерьез. Если мы говорим об отлитых из металла цифрах, то использование IIII вместо IV и VIII вместо IX, могло бы немного облегчить жизнь мастера. Если опираться на аддитивную нотацию, мы получим следующие цифры: I, II, III, IIII, V, VI, VII, VIII, VIII, X, XI, XII. Это означает, что можно создавать меньше форм, поскольку используется одна и та же базовая форма для четырех первых чисел и одна и та же базовая форма для чисел от VI до VIII. Потребуется только три формы: первая в форме IIII (она же подходит для создания чисел I, II, III и IIII), вторая в форме VIII (для V, VI, VII, VIII и VIII) и последний в форме XII (для X, XI и XII). Если же мы говорим о циферблатах в классическом стиле (I, II, III, IV, V, VI, VII, VIII, IX, X, XI, XII), то тут требуются дополнительные формы... В любом случае, это всего лишь теория. Причем не самая убедительная.

4. Луи XIV, Король

~~Богинца~~ Современная теория касается французского короля Луи XIV (того, которого в русском языке непонятно почему транслитерируют Людовиком). О его “скромности” громко заявляют все его прозвища - Луи Великий, Король-солнце. Он был одним из самых влиятельных французских монархов. Так же как и в случае с Юпитером,

кто знает, может Луи XIV предпочитал использовать в часах IIII вместо IV. Печатать на циферблатах каких-то там часов часть его имени было бы оскорблением для заместника Бога на Земле.

Тем не менее, эта теория кажется совершенно неправдоподобной. IIII уже использовали во многих областях - во времена правления многих монархов, имена которых не содержали букв IV.

5. Визуальный баланс.

Последнее возможное объяснение - наиболее рациональное из всех - и, следовательно, наиболее правдоподобное. Обычно часы показывают время от 1 до 12 часов. Таким образом, на их циферблатах напечатано 12 цифр. Одной из причин использования IIII вместо IV могло бы стать потребность в достижении более выраженного визуального баланса.

В большинстве современных или же винтажных часов полагаются на сочетание двух вариантов написания цифр (где 4 - это IIII, а 9 - это IX). С помощью этой комбинации мы получаем три идентичные области на циферблате, каждая из которых использует одинаковые виды цифр. Первая треть использует только I, вторая треть - единственная, использующая V, и, наконец, последняя треть - единственная с цифрами с X. Такой баланс помогает создавать более элегантные и гармоничные циферблаты.

Цифра IIII, более сложная, чем обычная цифра IV, может обеспечить лучший визуальный баланс в сочетании с восьмеркой (VIII) на другой стороне циферблата.

Кроме того, в этом контексте IIII **легче читается**, чем IV, особенно когда она **перевернута**, как это часто бывает на современных часах, где римские цифры нанесены или напечатаны радиально (указывая на центр циферблата).

Ни сочетание традиций, ни древние практики или же практических соображения не могут объяснить, почему часовая индустрия до сих пор использует IIII на большинстве циферблатов с римскими цифрами. И, почему, всегда есть исключения из этого правила.