

**Параллелограмм -
это четырехугольник,
у которого
противоположные
стороны параллельны.**

$AB \parallel CD$ и $BC \parallel AD$

$ABCD$ - параллелограмм

Свойства углов параллелограмма



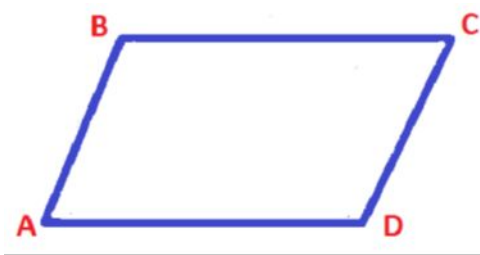
Сумма соседних углов
равна 180°



$\angle A + \angle B = 180^\circ$,
т.к. они являются
односторонними при
параллельных прямых
 BC и AD , и секущей AB



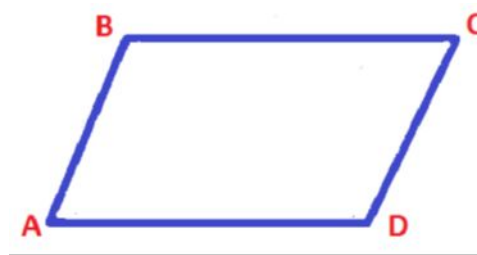
Противоположные углы
параллелограмма
равны



$\angle A + \angle B = 180^\circ$
 $\angle C + \angle B = 180^\circ$,
углы A и C дополняют
угол B до 180° , значит
они равны, т.е. $\angle A = \angle C$.
Аналогично $\angle B = \angle D$.

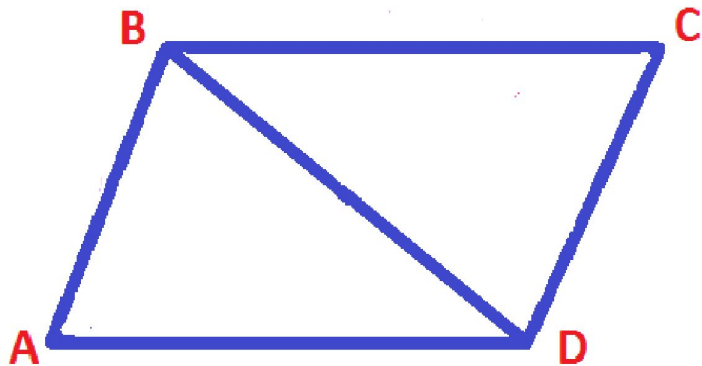


Сумма углов
параллелограмма равна
 360°



$S = 180^\circ(n-2)$,
где $n = 4$ – число углов,
значит
 $S = 180^\circ(4-2) = 360^\circ$ -
сумма углов.

Свойство сторон параллелограмма



**Противоположные стороны
параллелограмма равны.**

Докажем, что

$$AB = CD \text{ и } BC = AD.$$

Доп. Построение:

Проведем диагональ BD.

Рассмотрим треугольники ABD и CDB.

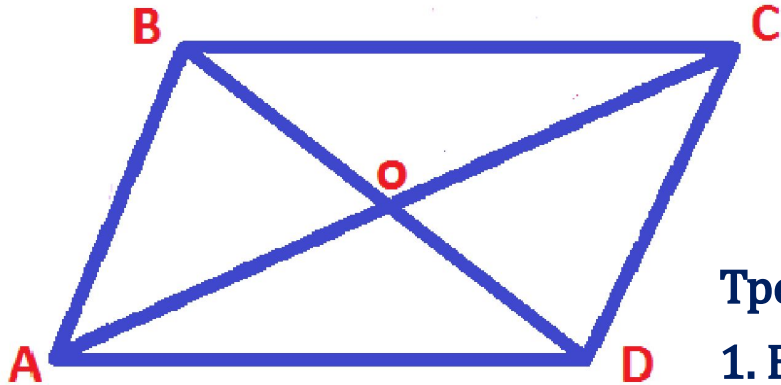
1. BD – общая сторона,
2. $\angle ABD = \angle CDB$ (накрест лежащие при $AB \parallel CD$ и секущей BD),
3. $\angle ADB = \angle DBC$ (накрест лежащие при $BC \parallel AD$ и секущей BD).

Треугольники равны по второму признаку

Из равенства треугольников следует равенство соответствующих сторон, т.е.

$$AB = CD, BC = AD$$

Свойство диагоналей параллелограмма



Диагонали параллелограмма пересекаются и точкой пересечения делятся пополам

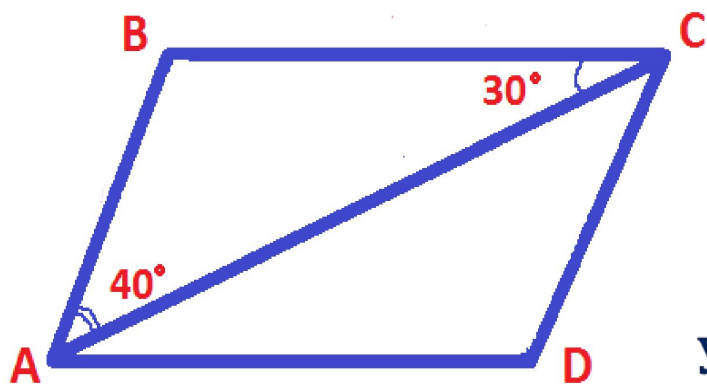
Докажем, что точка O – середина диагоналей AC и BD.

Треугольники BOC и DOA равны, т.к.

1. $BC = AD$ (по свойству сторон параллелограмма),
2. $\angle OBC = \angle ODA$ (накрест лежащие при $BC \parallel AD$ и секущей BD),
3. $\angle BCO = \angle OAD$ (накрест лежащие при $BC \parallel AD$ и секущей AC).

Из равенства треугольников следует равенство соответствующих сторон, т.е. $BO = OD, CO = OA$, значит O – середина диагоналей AC и BD.

Параллелограмм. Решение задач



Задача: В параллелограмме ABCD проведена диагональ AC. $\angle BCA = 30^\circ$, $\angle BAC = 40^\circ$. Найдите все углы параллелограмма.

Решение:

Рассмотрим $\triangle BAC$.

У него $\angle BCA = 30^\circ$, $\angle BAC = 40^\circ$,

значит $\angle B = 180^\circ - (30^\circ + 40^\circ) = 110^\circ$.

$$\angle B = \angle D = 110^\circ$$

(по свойству противоположных углов),

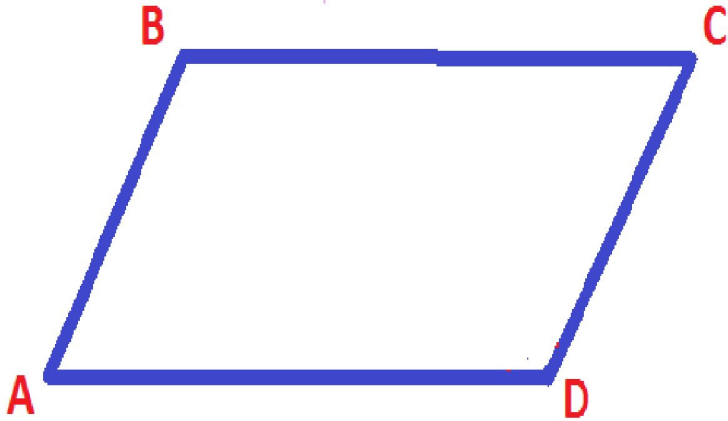
$$\angle A + \angle B = 180^\circ, \Rightarrow$$

$$\angle A = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ, \quad \angle C = \angle A = 70^\circ$$

(по свойству противоположных углов параллелограмма)

Ответ: $\angle C = \angle A = 70^\circ$, $\angle B = \angle D = 110^\circ$

Параллелограмм. Решение задач



Задача: Найдите стороны параллелограмма, если две его стороны относятся как 4:5, а периметр равен 72 см.

Решение:

Т. к. отношение сторон равно 4: 5, то речь в условии задачи идет о соседних сторонах параллелограмма.

$4+5 = 9$ – частей на сумму сторон АВ и ВС.

$$AB + BC = 72 : 2 = 36 \text{ см,}$$

$$36 : 9 = 4 \text{ (см) – одна часть,}$$

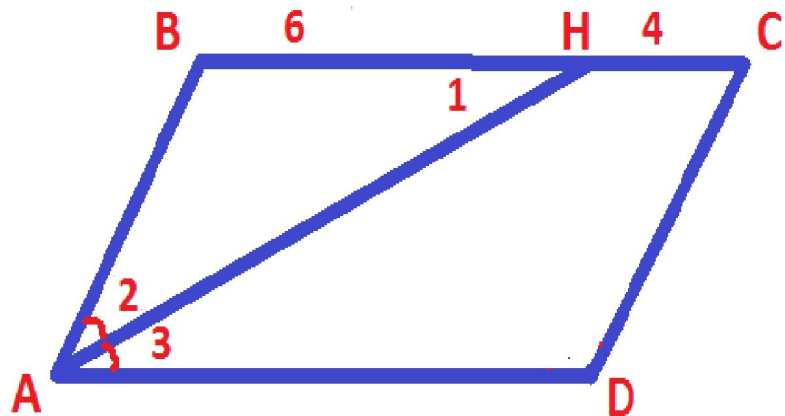
$$AB = 4 \cdot 4 = 16 \text{ (см), } BC = 4 \cdot 5 = 20 \text{ (см).}$$

$$CD = AB = 16 \text{ см, } AD = BC = 20 \text{ см}$$

(по свойству сторон параллелограмма)

Ответ: $CD = AB = 16 \text{ см,}$
 $AD = BC = 20 \text{ см}$

Параллелограмм. Решение задач



Задача: в параллелограмме ABCD проведена биссектриса угла A. Она разбивает сторону BC на отрезки $BH = 6$ см и $HC = 4$ см. Найдите периметр параллелограмма.

Решение:

$\angle 3 = \angle 2$, т.к. AH – биссектриса
 $\angle 1 = \angle 3$ (как соответствующие при $BC \parallel AD$ и секущей AH), $\Rightarrow \angle 1 = \angle 2$,

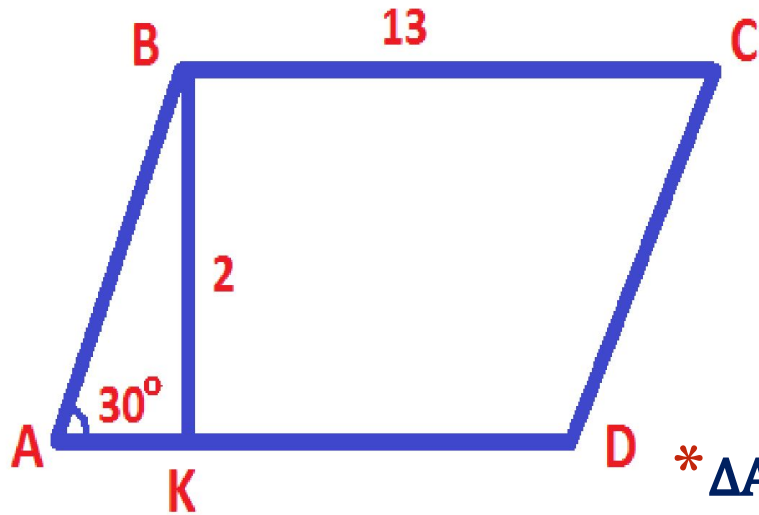
$\triangle ABH$ – равнобедренный (по признаку),

$$BC = AD = BH + HC = 6 + 4 = 10 \text{ см}, AB = 6 \text{ см}$$

$$P = 2 \cdot (10 + 6) = 32 \text{ см.}$$

Ответ: $P = 32$
см.

Параллелограмм. Решение задач



Задача: ABCD – параллелограмм.
Высота BK равна 2 см, $\angle A = 30^\circ$,
сторона BC = 13 см. Найти периметр
параллелограмма.

Решение.

* $\triangle ABK$ – прямоугольный, $\angle A = 30^\circ$, \Rightarrow

$$BK = \frac{1}{2} AB, \Rightarrow AB = 2 BK, AB = 4 \text{ см}$$

$$* P = 2 \cdot (AB + BC), P = 2 \cdot (4 + 13) = 34 \text{ (см).}$$

Ответ: 34 см