

Филиал МБОУ Ужовской СШ-Ильинская
ОШ

**Урок по алгебре в
9 классе**

**«Решение
квадратных
неравенств»**

Учитель: Годубова Н.В.

«Рано или поздно всякая
правильная математическая
идея находит применение в том
или ином деле»

А.Н.Крылова
академик, математик, кораблестроитель

$$ax^2+bx+c \geq 0$$

$$ax^2+bx+c \leq 0$$

$$ax^2+bx+c > 0$$

$$ax^2+bx+c < 0$$

Графический способ

Найди ошибку:

- 1). Определить направление ветвей параболы, по знаку первого коэффициента квадратичной функции.
- 2). Построить эскиз графика и по нему определить промежутки, на которых квадратичная функция принимает положительные или отрицательные значения
- 3). Найти нули функции (найдя корни соответствующего квадратного уравнения);
- 4). Выбрать нужный промежуток и записать ответ

Графический способ

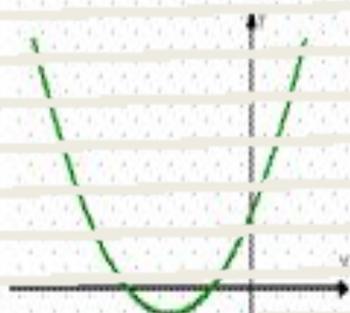
- 1). Определить направление ветвей параболы, по знаку первого коэффициента квадратичной функции.
- 2). Найти нули функции (найдя корни соответствующего квадратного уравнения);
- 3). Построить эскиз графика и по нему определить промежутки, на которых квадратичная функция принимает положительные или отрицательные значения
- 4). Выбрать нужный промежуток и записать ответ

$$y = ax^2 + bx + c$$

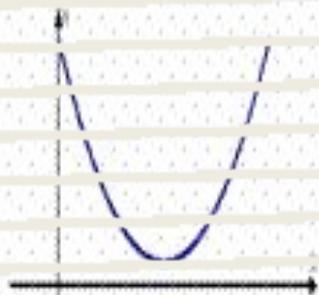
1. Когда ветви параболы направлены вверх?
2. От чего зависит количество нулей квадратичной функции?



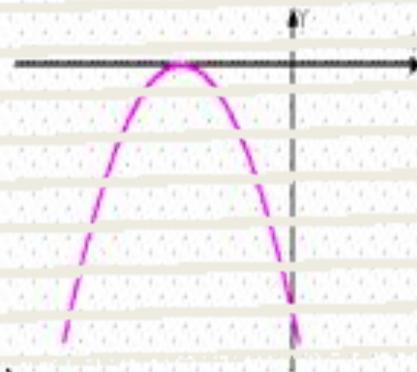
1. Назовите число корней уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ и знак коэффициента a , если график соответствующей квадратной функции расположен следующим образом.



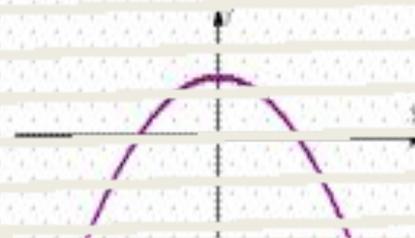
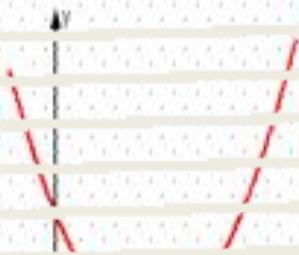
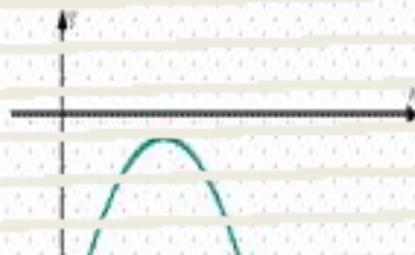
a)



b)

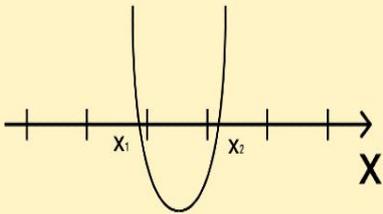
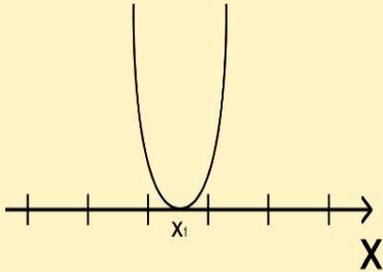
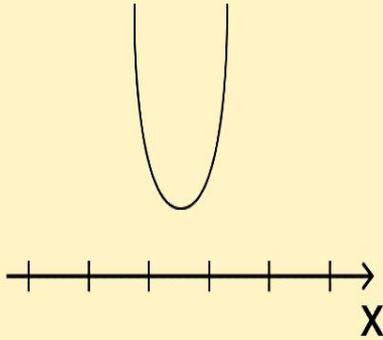
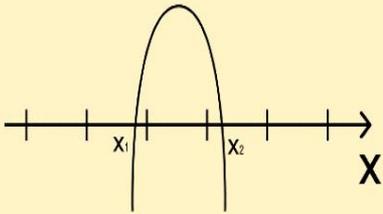
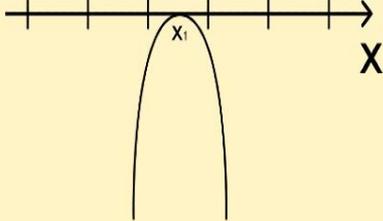
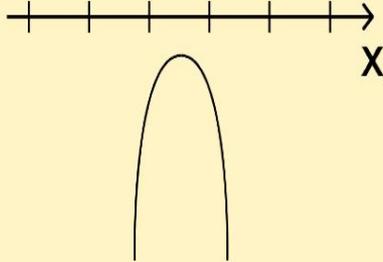


c)



-Начертите эскиз параболы.

Возможные случаи расположения параболы

	$D > 0$	$D = 0$	$D < 0$
$a > 0$			
$a < 0$			

Метод ИНТЕРВАЛОВ

Чтобы решить квадратное неравенство $ax^2+bx+c > 0$ методом интервалов надо:

- 1) Найти корни соответствующего квадратного уравнения $ax^2+bx+c = 0$;
- 2) Корни уравнения нанести на числовую ось;
- 3) Разделить числовую ось на интервалы;
- 4) Определить знаки функции в каждом из интервалов (...);
- 5) Выбрать подходящие интервалы и записать ответ.

Решите
неравенство

1) $x^2 + 5x - 6 \leq 0$

2) $x^2 - 4x > 0;$

3) $(x-2)(x+7) < 0$

$$4) x^2 + 2x \geq 0;$$

$$5) -2x^2 + x + 1 \leq 0$$

Динамическая пауза

$$y = 5x^2 + 3x + 2$$

$$y = 9x^2 + 3x + 2$$

$$y = -2x^2 + 3x + 8$$

$$y = x + 2$$

$$y = 5x + 2$$

$$y = -5x^2 - 4x + 2$$

$$y = -7x^2 + 3x$$

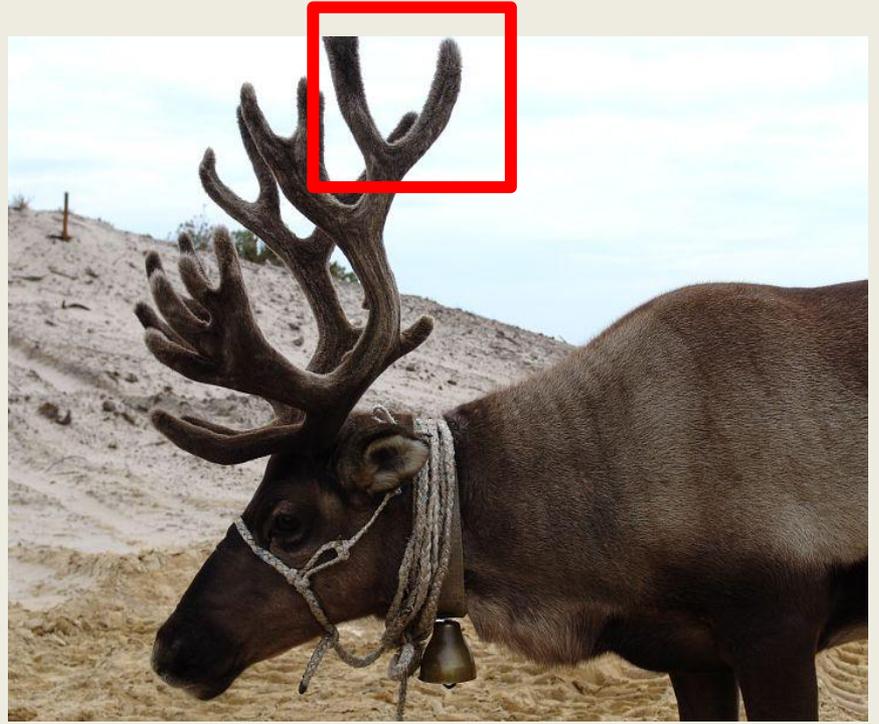
$$y = 5x^2 + 3x + 2$$

$$y = -x^2 + 3x + 2$$

Парабола в архитектуре и строительстве







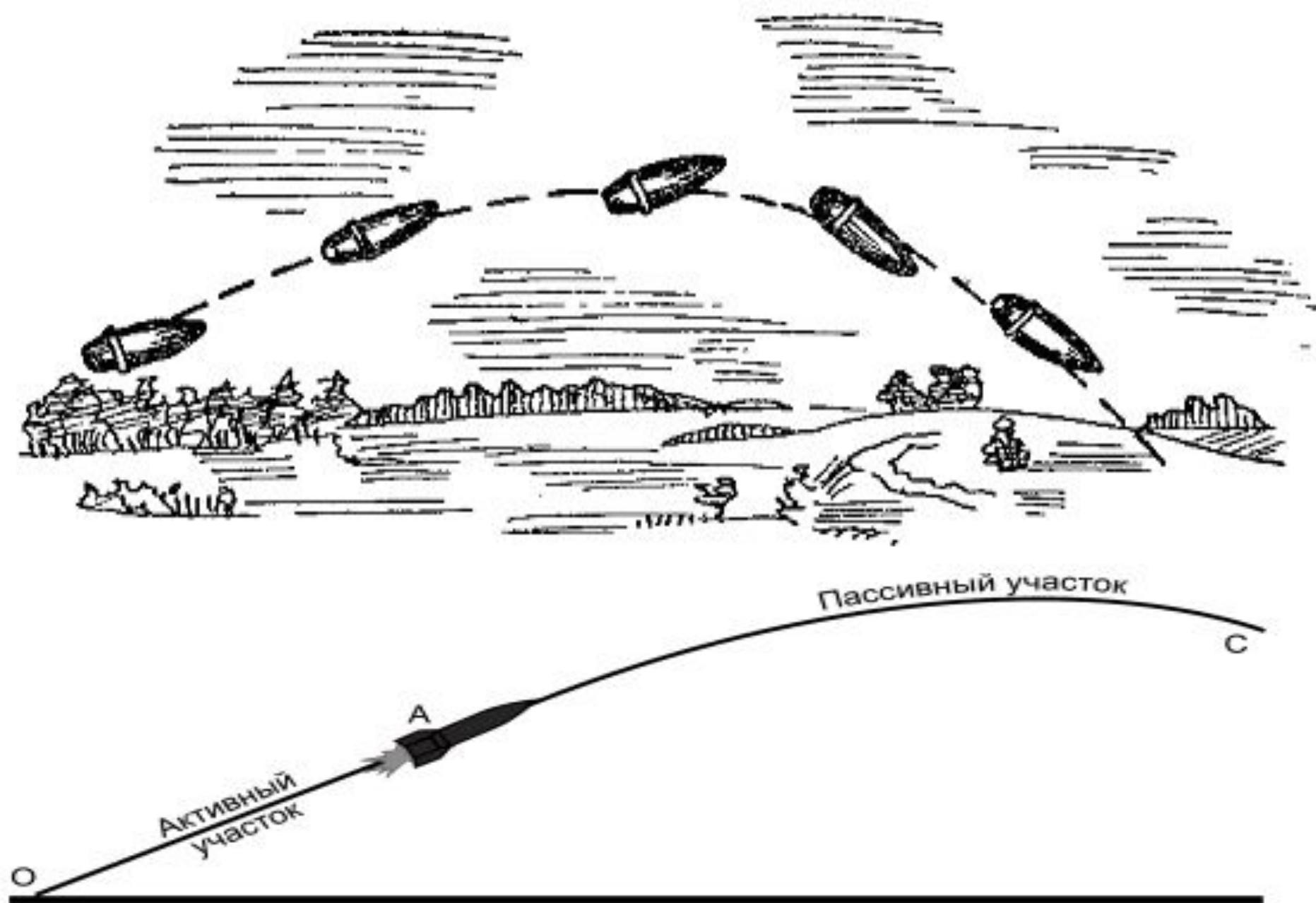
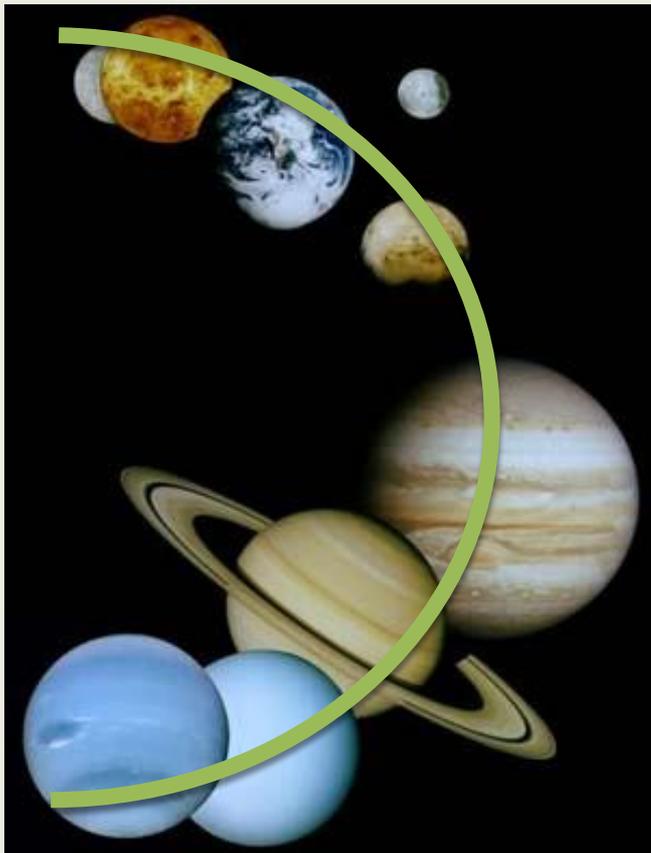


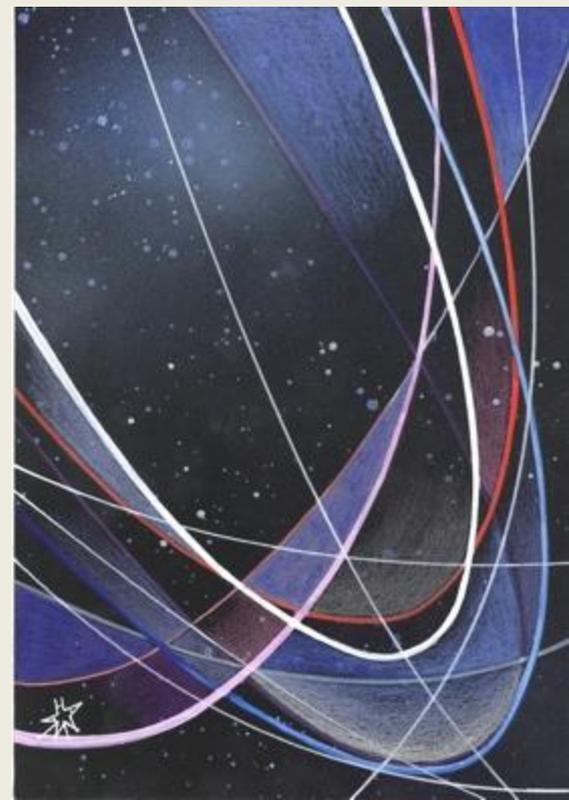
Рис. 46. Траектория полета реактивного снаряда.

Связь с космическим миром



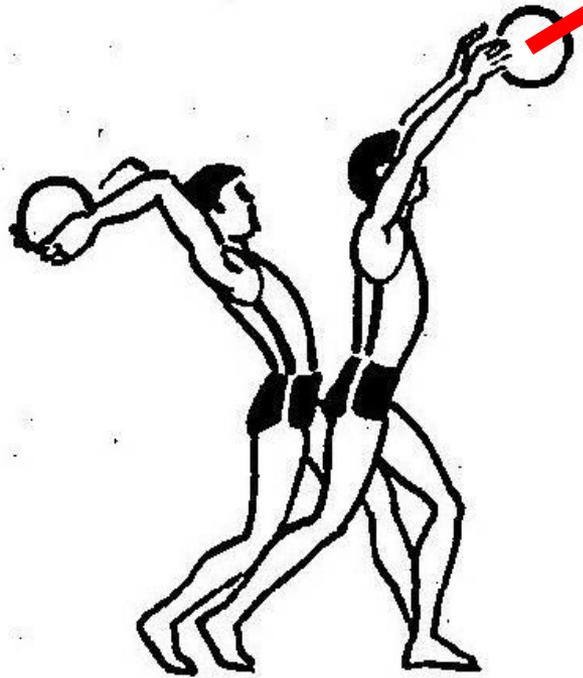
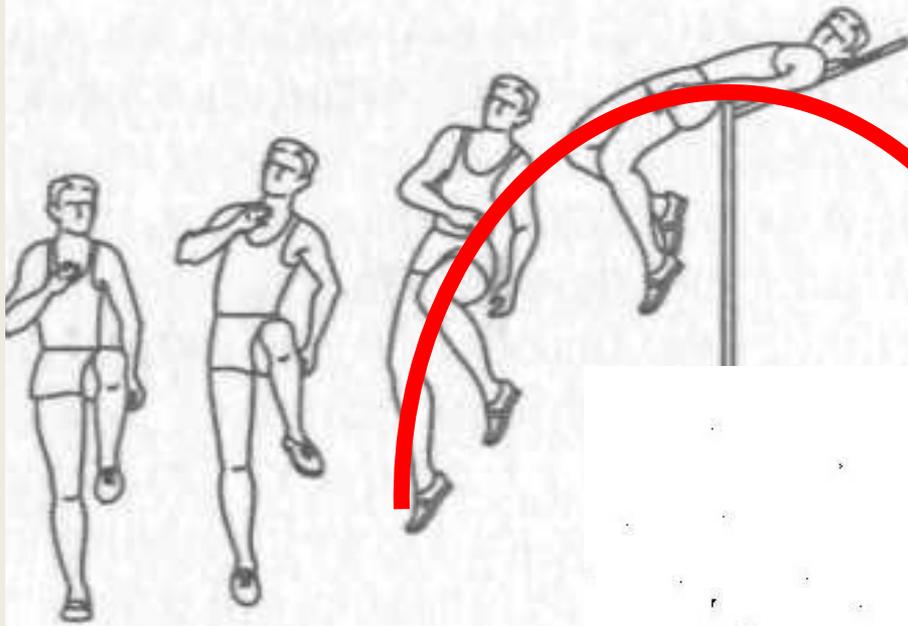
Сейчас ученые выяснили, что траекторию движения планет можно найти с помощью квадратного уравнения.

Траектории некоторых космических тел (комет, астероидов и других), проходящих вблизи звезды или другого массивного объекта (нейтронной звезды, чёрной дыры или просто планеты) на достаточно большой скорости имеют форму параболы (или гиперболы).



АТЛЕТИК

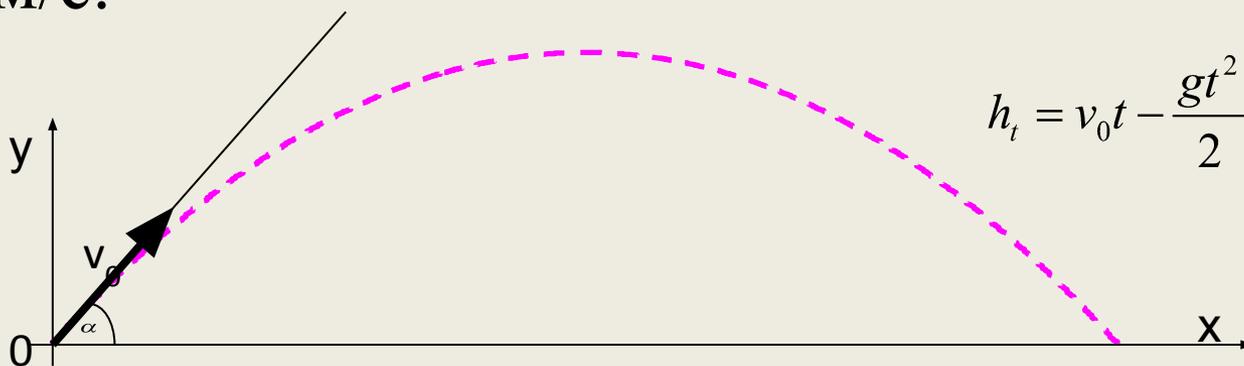
А



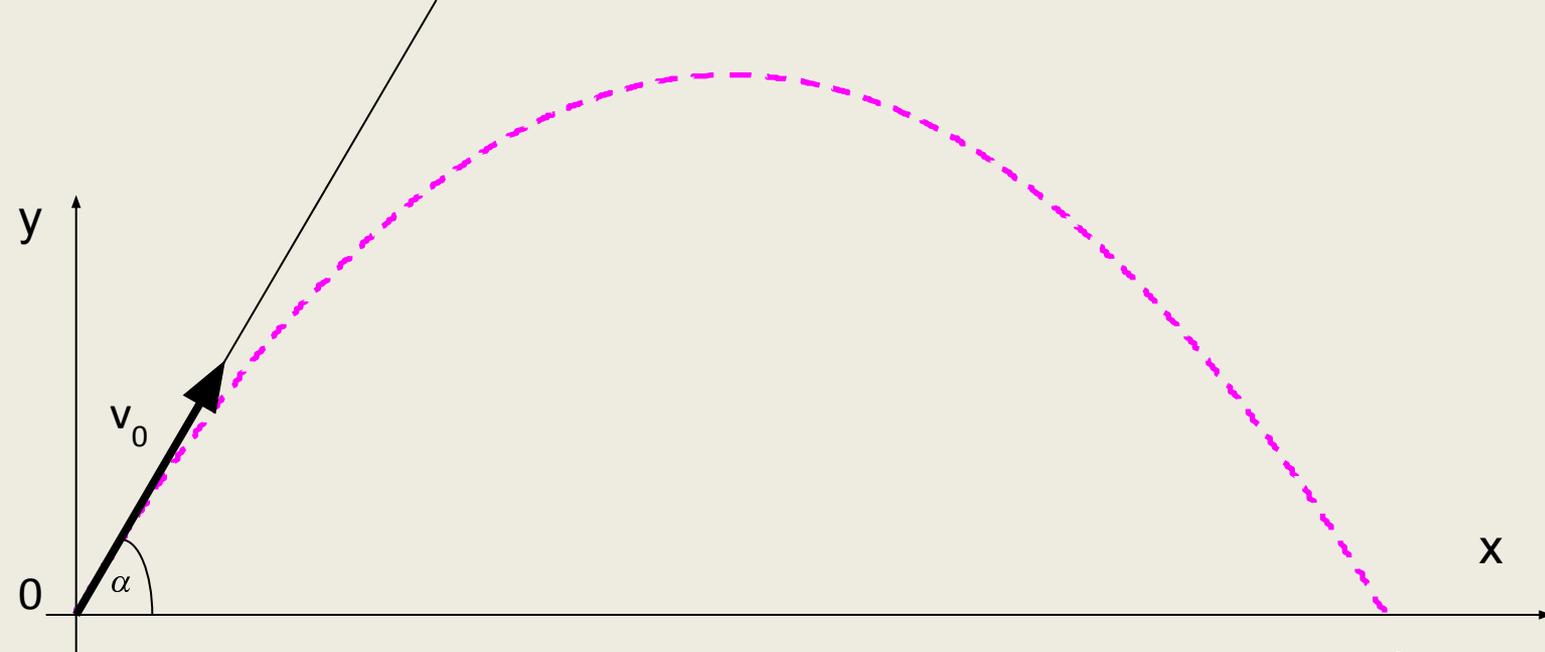
Дальность
полета объекта
Также
подобные
расчеты нужны
в метании.

Применение на практике квадратных неравенств

Определить время, на протяжении которого снаряд артиллерийской батареи будет находиться на высоте $h_t > 1000\text{м}$, если начальная скорость $v_0 = 800\text{м/с}$.



$$h_t = v_0 t - \frac{gt^2}{2} = 800t - 4,9t^2$$



По известной из физики формуле имеем
 где t – время, которое прошло с момента выстрела.
 Нужно найти значение t , при котором $h_t > 1000$, то
 есть $800t - 4,9t^2 > 1000$, или $4,9t^2 - 800t + 1000 < 0$.

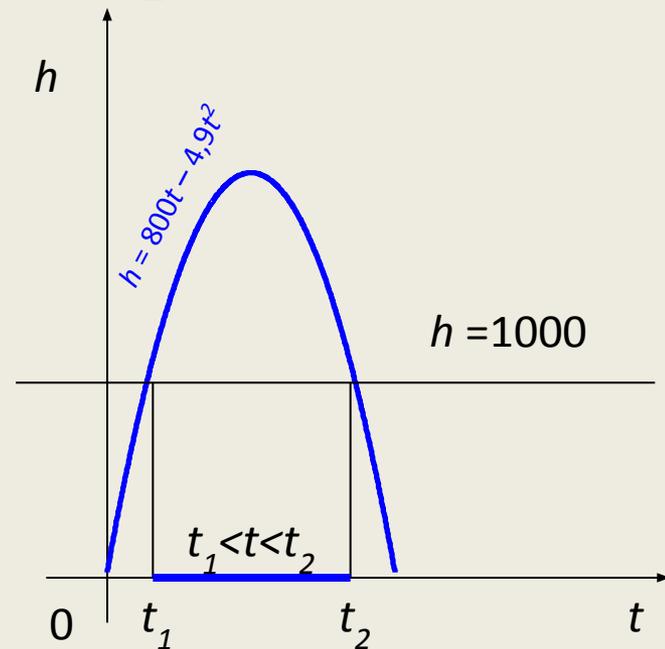
Находим корни уравнения $4,9t^2 - 800t + 1000 = 0$.

$$t_{1,2} = \frac{400 \pm \sqrt{400^2 - 4,9 \times 1000}}{4,9} \approx \frac{400 \pm 393}{4,9},$$

Отсюда, $t_1 \approx 1,4$ и $t_2 \approx 162$.

Значения t находятся между корнями уравнения,
 следовательно $1,4 < t < 162$. Таким образом, снаряд
 будет находиться на высоте
 $h > 1000$ м около 160 сек.

$$h_t = v_0 t - \frac{gt^2}{2} = 800t - 4,9t^2$$

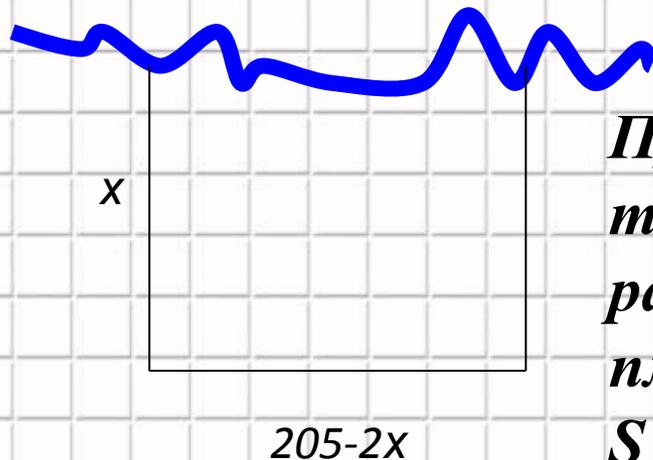




Для лагеря нужно огородить делянку прямоугольной формы, одна сторона которой прилегает к речке. Какие размеры должна иметь делянка, если её площадь должна быть не меньше чем 0,5 га, а длина ограды



равна 305м?



$$1га=10000 м^2$$



Решение:

Пусть одна сторона равна x м, тогда смежная сторона будет равна $(205-2x)$ м. Отсюда площадь делянки:

$$S = x (205-2x)=-2x^2+ 205x (м^2).$$

По условию $S \geq 0,5га=5000 м^2$, поэтому $-2x^2 + 205x - 5000 \geq 0$.

Решив неравенство, имеем :

$40 \leq x \leq 62,5$, величина смежной стороны $80 \leq 205-2x \leq 125$ (м)

Домашнее задание

Мотоциклист совершает прыжок через 10 установленных в ряд автобусов. Длина ряда 40 м. До какой скорости должен разогнаться мотоциклист, чтобы при прыжке под углом в 45° выполнить этот прыжок?

$$L = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g}$$

L - дальность полета

$$\alpha = 45^\circ$$

$$L > 40$$

$$\frac{v_0^2}{9,8} > 40$$



Самостоятельная
работа

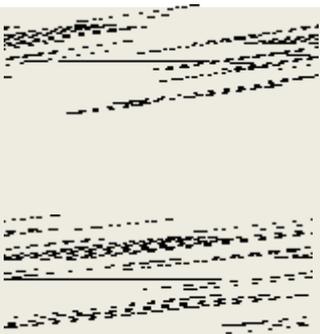
1) $x(x+7) \geq 0;$

2) $(x-1)(x+2) \leq 0;$

3) $x^2 - 5x + 6 > 0;$

Узнаете? Сколько теплых воспоминаний навеивают эти фотографии! Каскады падающей воды, фонтаны украшают многие города, [развлекательные центры](#), дома. А при чем здесь квадратные неравенства? Чтобы ответить на этот вопрос нужно вспомнить, что для тел, брошенных вверх при отсутствии сопротивления воздуха, механика устанавливает следующее соотношение между высотой подъема тела над землей (h), начальной высотой тела над землей (h_0), начальной скоростью (v_0), ускорением свободного падения (g), углом наклона струи воды α :

Фонтан смотрится лучше, если капли воды достигают высоты, большей, чем высота статуи. При высоте статуи Евы 3м и угле наклона 60° , получим неравенство:



Плюс или минус: как определить знак

и Можно сделать вывод о знаках по значению старшего коэффициента a :

если $a > 0$, последовательность знаков: $+$, $-$, $+$

если $a < 0$, последовательность знаков: $-$, $+$, $-$.

Можно также сделать вывод о знаках по значению старшего коэффициента a :

если $a > 0$, последовательность знаков: $+$, $+$, если $a < 0$, последовательность знаков: $-$, $-$.

Например $-4x^2 - 7$ не имеет корней и на промежутке $(-\infty, +\infty)$ его значения отрицательны, так как коэффициент при x^2 есть отрицательное число -4 , и свободный член -7 тоже отрицателен.

Когда квадратный трехчлен при $D > 0$ имеет два корня, то знаки его значений на промежутках чередуются. Это значит, что достаточно определить знак на одном из трех промежутков и расставить знаки над оставшимися промежутками, чередуя их.

В результате возможна одна из двух последовательностей: $+$, $-$, $+$ или $-$, $+$, $-$.

Если квадратный трехчлен при $D = 0$ имеет один корень, то этот корень разбивает числовую ось на два промежутка, а знаки над ними будут одинаковыми.

Это значит, что достаточно определить знак над одним из них и над другим поставить такой же. При этом получится, либо $+$, $+$, либо $-$, $-$. Когда квадратный трехчлен корней не имеет ($D < 0$), то знаки его значений на всей числовой прямой совпадают как со знаком старшего коэффициента a , так и со знаком свободного члена c .

Являются ли следующие неравенства неравенствами второй степени с одной переменной?

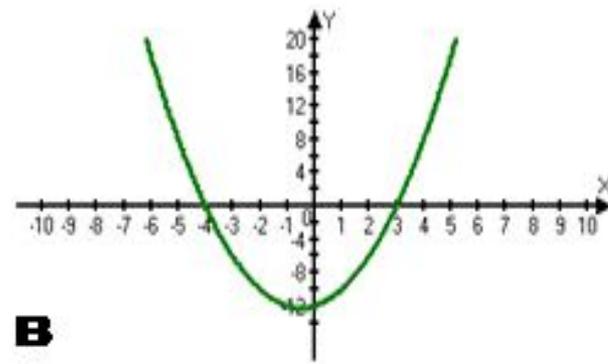
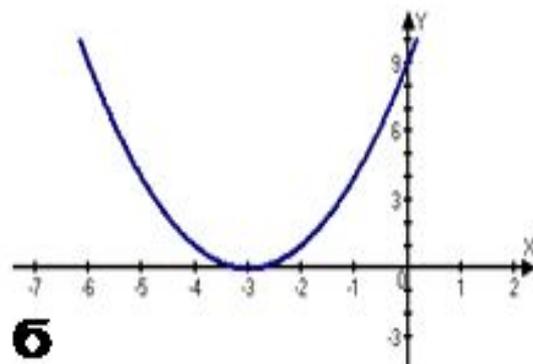
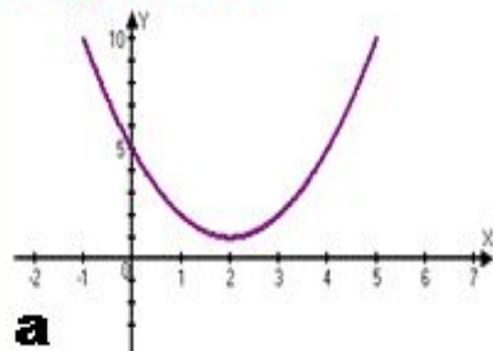
а) $\frac{-2x^2 - 4x + 6}{2} < 0;$ **г) $4y^2 - 5y + 7 > 0;$**

б) $4x^2 - 2x \geq 0;$ **д) $5x^2 - 6x + 4 \leq 0;$**

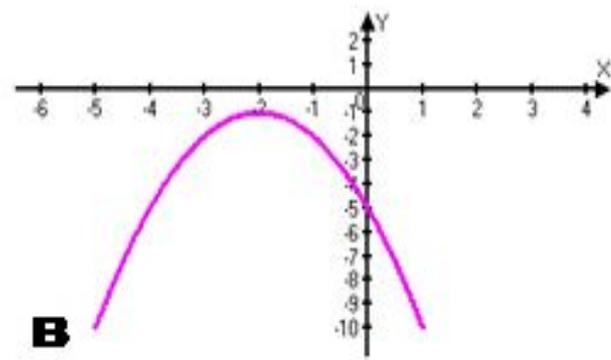
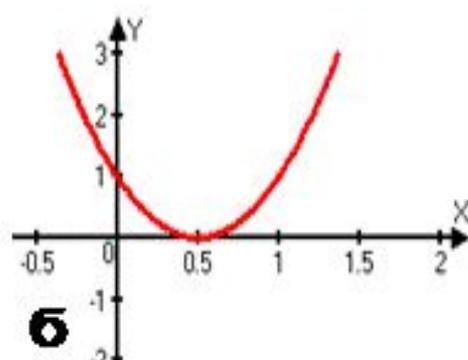
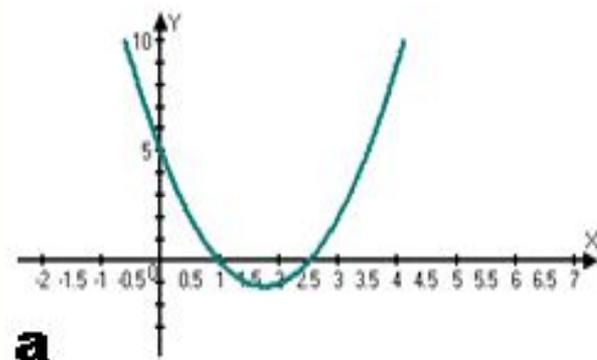
в) $2x - 4 > 0;$ **е) $3y - 5y^2 + 7 < 0.$**

3. Назовите промежутки знакопостоянства функции, если её график расположен указанным образом:

I вариант.



II вариант.



Решаем

1) $x(x+7) \geq 0;$

2) $(x-1)(x+2) \leq 0;$

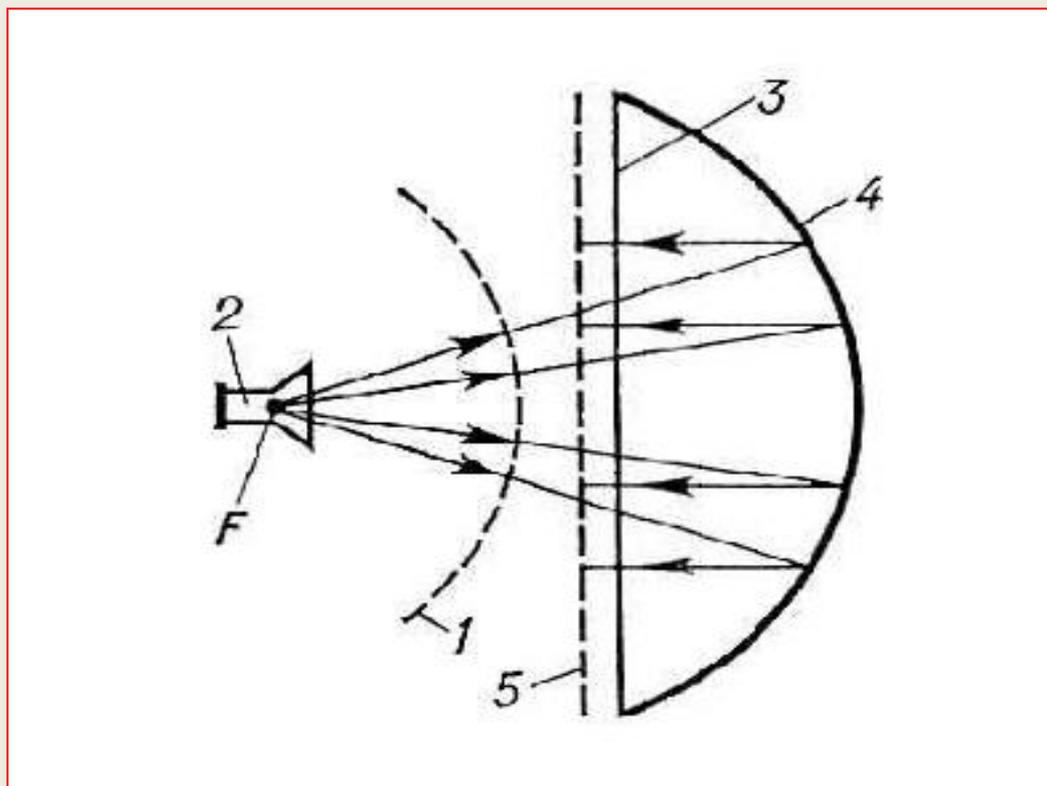
3) $x - x^2 + 2 < 0;$

4) $-x^2 - 5x + 6 > 0;$

5) $x(x+2) < 15$

Квадратные неравенства в окружающем мире

Свойство параболы о фокусировании параллельного пучка прямых используется в конструкции прожекторов, фонарей, фар, а так же телескопов-рефлекторов (оптических, инфракрасных, радио...), в конструкции узконаправленных (спутниковых и других) антенн, необходимых для передачи данных на большие расстояния, солнечных электростанций и в других областях.



Если теперь сделать внутреннюю поверхность параболоида зеркальной и направить поток света по направлению оси ординат, то все лучи света соберутся в одной точке, которую, называют фокусом. А если в фокус поставить источник света, например электрическую лампочку, то получится самая обыкновенная фара, или прожектор, или часть карманного фонарика.

