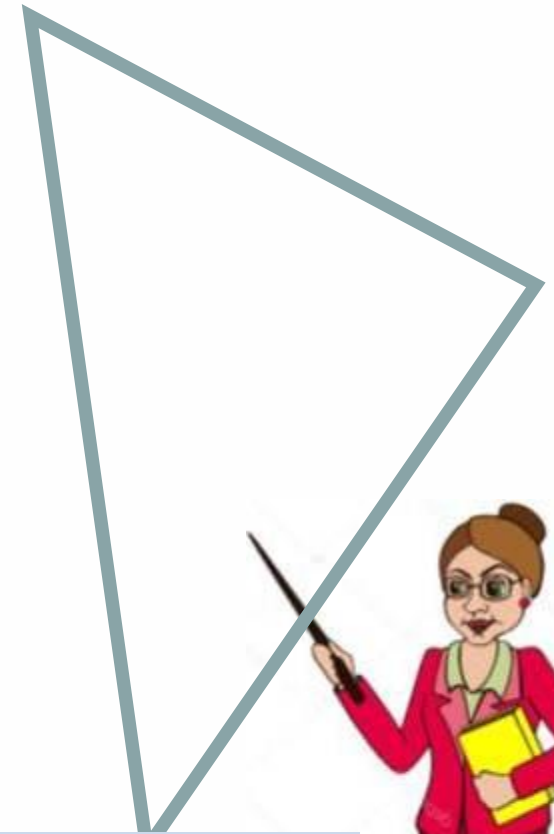


ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИК И ЕГО ЭЛЕМЕНТЫ





**Часто знает и дошкольник,
Что такое треугольник,
А уж вам-то, как не знать...
Но совсем другое дело —
Очень быстро и умело
Треугольники считать!
Например, в фигуре этой
Сколько разных?
Рассмотри!
Все внимательно исследуй
И “по краю” и “внутри”.**



Это интересно

Повторяем





Это интересно

**Император Франции Наполеон
свободное время посвящал
занятиям математикой и, в
частности, изучению свойств
треугольников.**



1

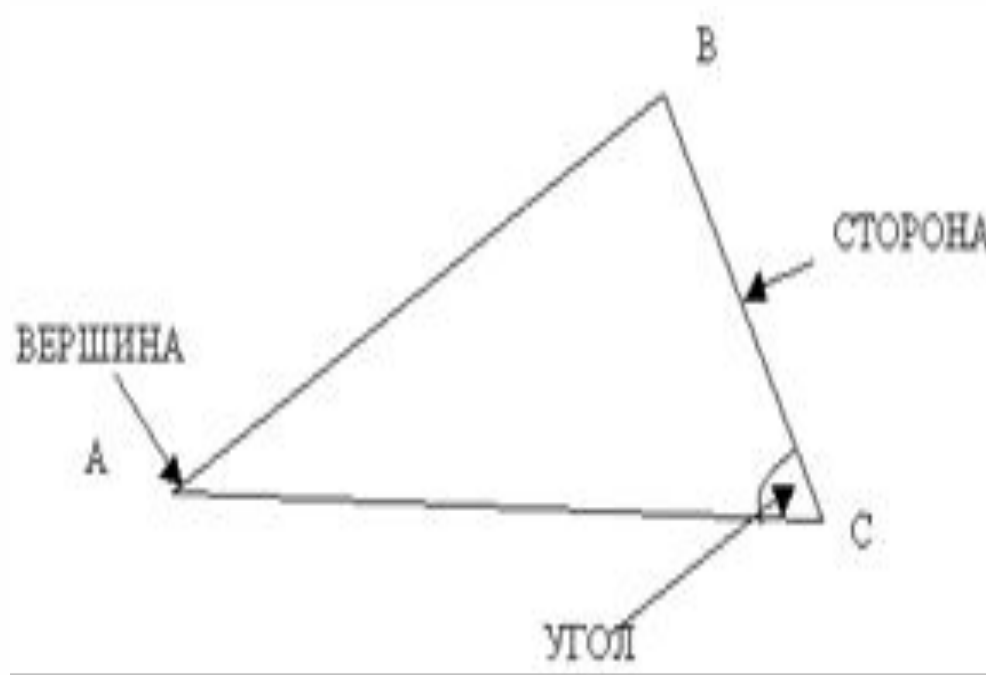
2

3

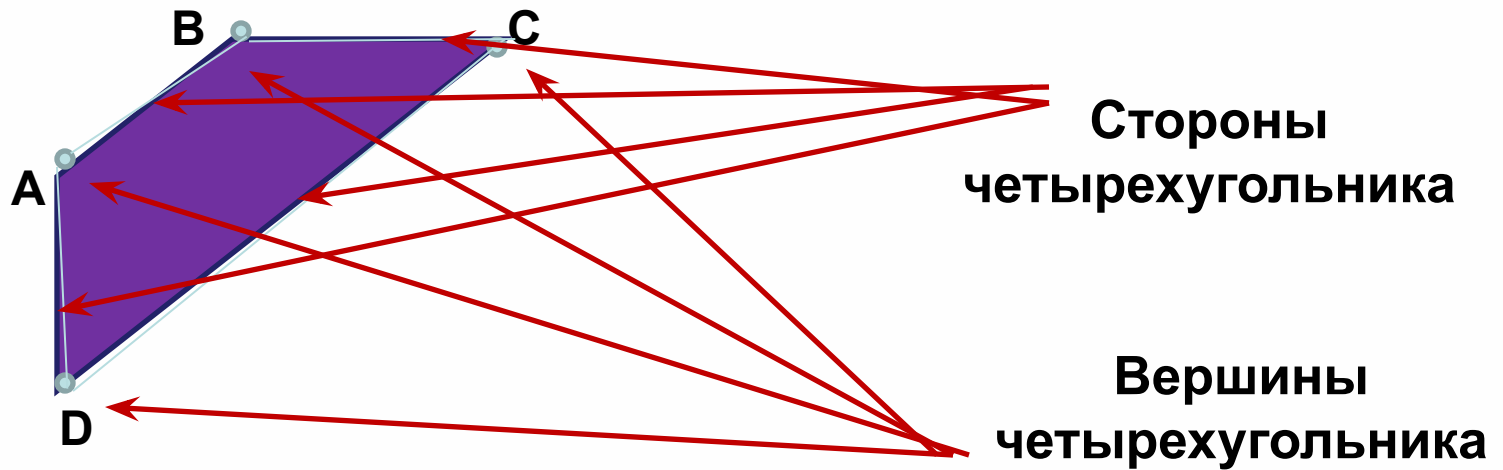
4

5

6



- Треугольник – это геометрическая фигура, которая состоит из ...
- Элементами треугольника являются...
- Какие виды треугольников вы знаете?
- При каких условиях треугольники равны?
- Сформулировать признаки равенства треугольников вы знаете?



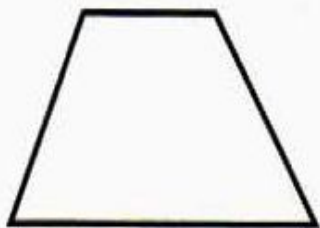
Рассмотрим фигуру, состоящую из четырех точек A, B, C, D
и четырех отрезков AB, BC, CD, DA ,

таких, что никакие два соседних отрезка не лежат на
одной прямой и никакие два несоседних отрезка не имеют
общих точек

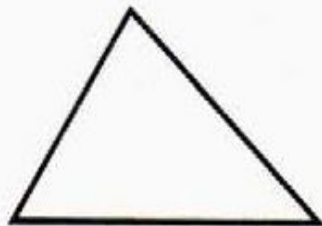
Фигура, образованная этими отрезками, ограничивает часть
плоскости. Эту часть плоскости называют
ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКОМ



Задание. Среди фигур, изображенных на рисунке, укажите четырехугольники.



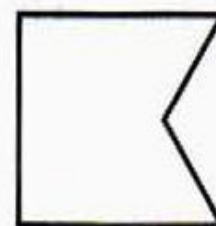
а



б



в



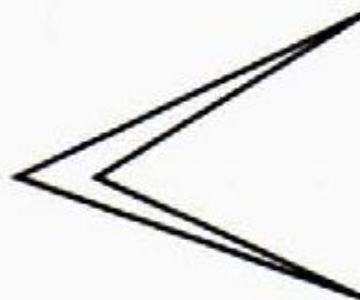
г



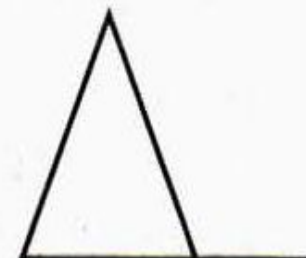
д



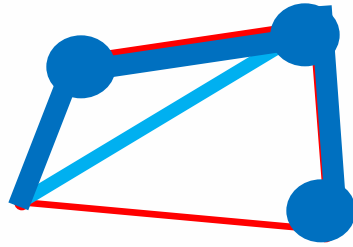
е



ж



з



Отрезок, соединяющий противоположные вершины четырехугольника, называют диагональю четырехугольника

Стороны четырехугольника, являющиеся соседними отрезками, называются соседними сторонами четырехугольника

Вершины четырехугольника, являющиеся концами одной стороны, называют соседними вершинами четырехугольника

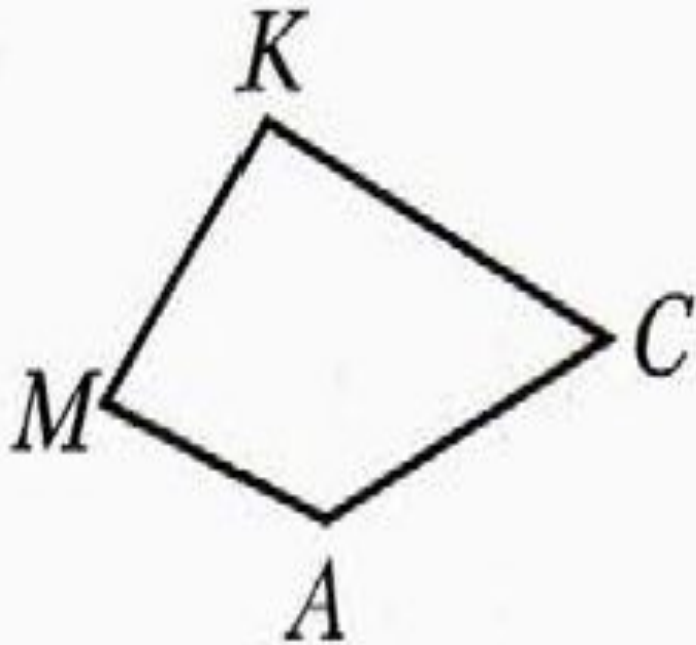
Стороны четырехугольника, не являющиеся соседними, называют противолежащими сторонами четырехугольника

Несоседние вершины четырехугольника, называют противолежащими вершинами четырехугольника



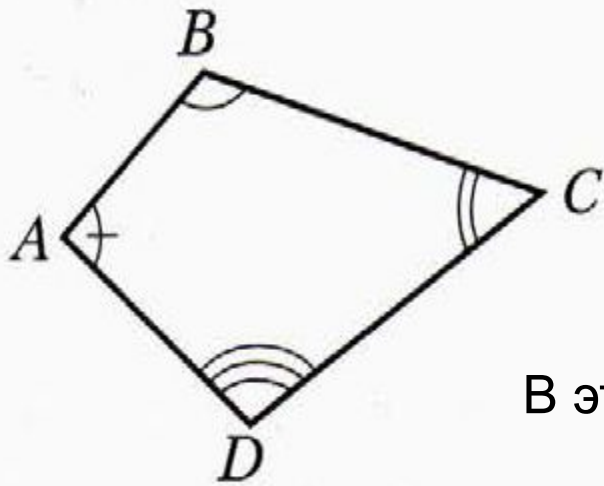
Задание.

Назовите 2 каких-нибудь обозначения четырехугольника.



Укажите:

1. вершины четырехугольника
2. стороны четырехугольника
3. пары соседних вершин
4. пары противоположащих вершин
5. пары соседних сторон
6. пары противоположащих сторон
7. диагонали четырехугольника



$\sphericalangle ABC$, $\sphericalangle BCD$, $\sphericalangle CDA$, $\sphericalangle DAB$ называют **углами четырехугольника ABCD**

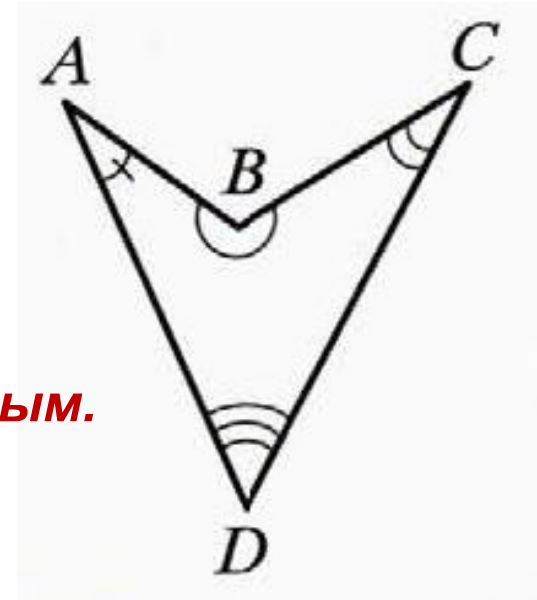
В этом четырехугольнике все они меньше развернутого угла.

Такой четырехугольник называют **выпуклым**.

В четырехугольнике ABCD

$\sphericalangle ABC$ больше развернутого.

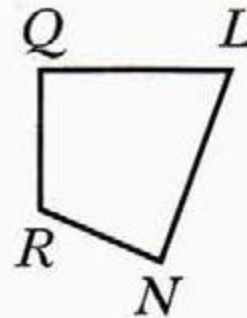
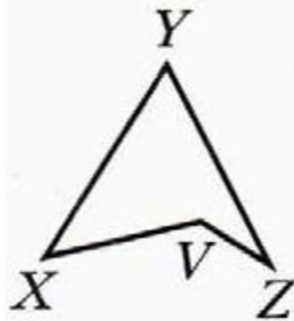
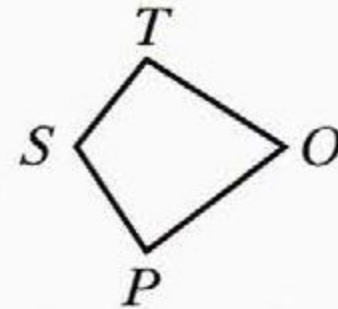
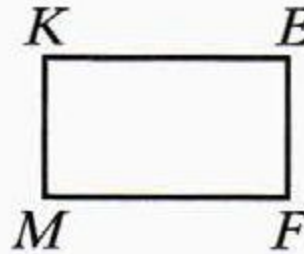
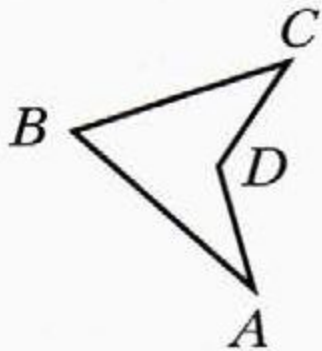
Такой четырехугольник **не является выпуклым**.





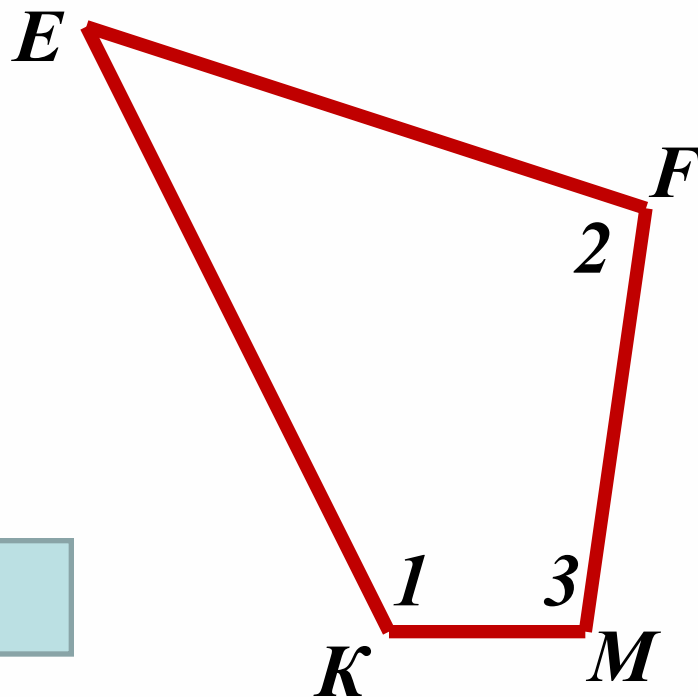
Задание.

Среди четырехугольников, изображенных на рисунке, назовите выпуклые.





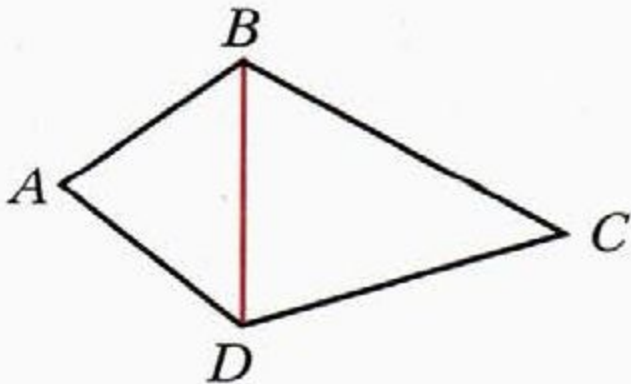
Начертить четырёхугольник, в котором
три угла тупые



Проверка



Теорема 1.1. Сумма углов четырехугольника равна 360°



Дано: ABCD – четырехугольник

Доказать: $\sphericalangle A + \sphericalangle B + \sphericalangle C + \sphericalangle D = 360^\circ$

Доказательство:

Диагональ BD разбивает четырехугольник на два треугольника.

Сумма углов треугольника равна 180° .

Сумма углов четырехугольника ABCD равна сумме углов треугольников ABD и CBD.

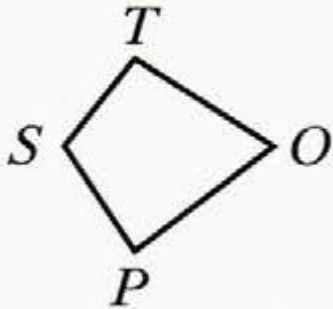
Значит, $\sphericalangle A + \sphericalangle B + \sphericalangle C + \sphericalangle D = 360^\circ$

Теорема доказана



Задание.

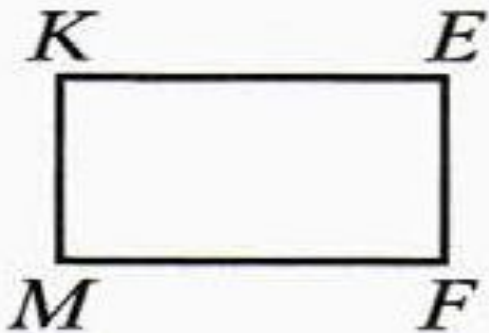
Чему равен четвертый угол четырехугольника, если три его угла равны 78° , 89° и 93° ?



100°

Задание.

Найдите углы четырехугольника, если они равны между собой.

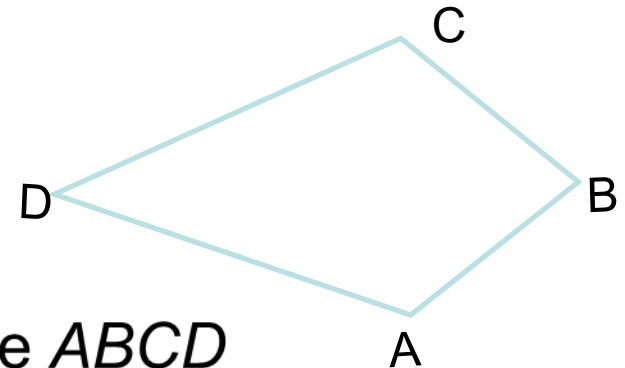
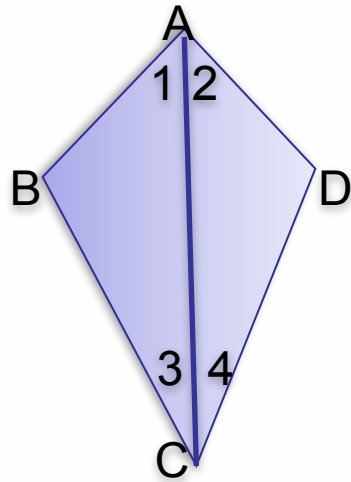


90°

Решение задач



1. В четырехугольнике $ABCD$ $AB=BC$, $CD=AD$. Доказать, что углы A и C равны.



2. В четырехугольнике $ABCD$ $\angle 1 = \angle 2$; $\angle 3 = \angle 4$. Доказать, что $AB=AD$, $CD=BC$.

3. Можно ли начертить выпуклый четырехугольник, у которого три угла – прямые, а один – тупой.

4. В четырехугольнике $ABCD$ стороны BC и AD параллельны. Правильно ли определены его углы, если $\angle A = 50^\circ$, $\angle B = 130^\circ$, $\angle C = 115^\circ$, $\angle D = 70^\circ$.



Следствие.

В четырехугольнике только один из углов может быть больше развернутого

Задача.

Может ли у четырехугольника быть:

- три прямых угла и один острый;
- три прямых угла и один тупой;
- четыре прямых угла;
- четыре острых угла;
- два прямых и два тупых угла;
- два прямых угла, один острый и один тупой?



Задача.

Длина любой стороны четырехугольника меньше суммы длин трех остальных его сторон.

Решение.

Рассмотрим произвольный четырехугольник ABCD

Проведем диагональ AC.

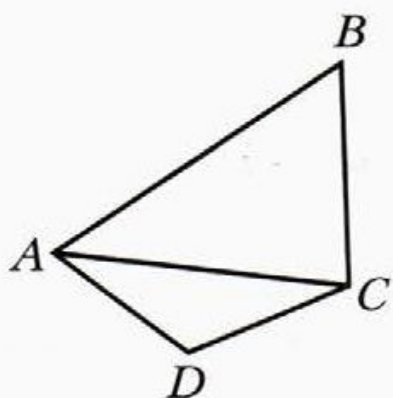
Применяя неравенство треугольника для сторон AB и AC соответственно треугольников ABC и ADC, получаем неравенства:

$$AB < AC + CB$$

$$AC < AD + DC$$

Отсюда: $AB < AC + CB < AD + DC + CB$.

Следовательно, $AB < AD + DC + CB$.

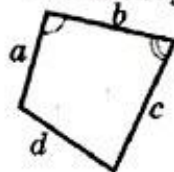


Задача. Могут ли стороны четырехугольника быть равными:

а) 2 дм, 3 дм, 4 дм, 9 дм; б) 2 дм, 3 дм, 4 дм, 10 дм?

Свойства четырехугольников исследовали известнейшие ученые разных эпох: Эвклид, Архимед, Ньютон, Эйлер, Гаусс, Лагранж и многие другие.

Если в четырехугольнике известны стороны a, b, c и углы B и C между ними, то длину четвертой стороны можно вычислить по формуле:



$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2 - 2ab \cos B - 2bc \cos C + 2ac \cos (B + C).$$

Термин «диагональ» происходит от объединения двух греческих слов: «диа» — через, сквозь и «гония» — угол, то есть означает идущий от угла к углу. Термин стал общепринятым в XVIII в.

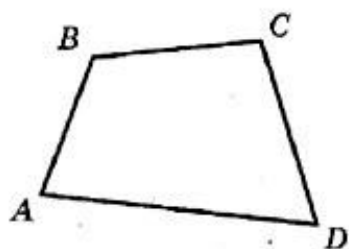


Определение

Четырехугольник — фигура, состоящая из четырех точек и четырех отрезков, последовательно их соединяющих; причем ни одна из трех данных точек не лежит на одной прямой, а отрезки, соединяющие их, не пересекаются.

A, B, C, D — вершины четырехугольника.

AB, BC, CD, AD — стороны четырехугольника.



Соседние вершины — вершины четырехугольника, являющиеся концами одной из его сторон. A и B, B и C, C и D, D и A .

Противолежащие вершины — несоседние вершины. A и C, B и D .

Соседние стороны — стороны, выходящие из одной вершины. AB и AD, BC и AB, BC и CD, AD и CD .

Противолежащие стороны — несоседние стороны. AB и CD, AD и BC .

Диагональ четырехугольника — отрезок, соединяющий противоположные вершины четырехугольника. AC и BD .

Периметр четырехугольника — сумма длин всех сторон.

Выпуклый четырехугольник — четырехугольник, лежащий в одной полуплоскости относительно прямой, содержащей его сторону.

Внешний угол четырехугольника — угол, смежный с углом четырехугольника.