

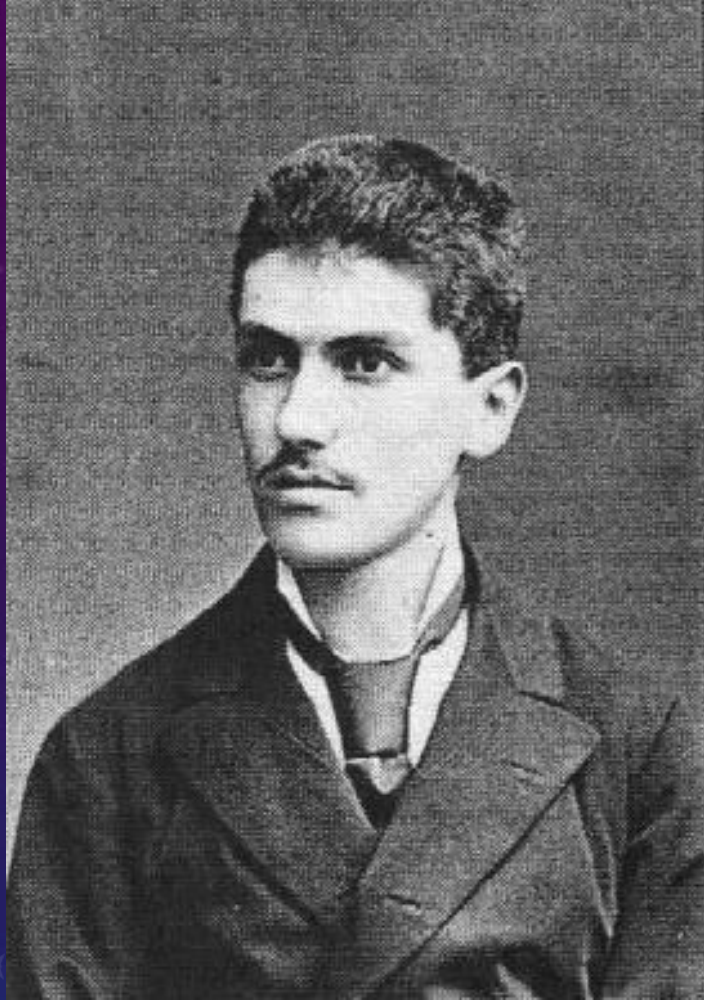
Теорема Пика

Актуальность данного проекта заключается в том, что для упрощения решения и экономичности времени можно использовать формулу Пика, а решение таких задач, формирует вычислительные навыки, способствует развитию логического мышления и повышает интерес к изучению математики.

Цель нашей работы: научиться решать задачи некоторые геометрические задачи при помощи формулы Пика.

Для осуществления данной цели мы должны выполнить ряд **задач**:

1. изучить литературу по теме исследования;
2. найти задания на вычисление площади фигуры, изображенной на клетчатой бумаге.
3. разработать рабочую тетрадь «вычисление площади фигур на клетчатой бумаге».



Георг Александр Пик

Георг Александр Пик – австрийский математик, родился 10 августа 1859 года. Он был одарённым ребёнком, его обучал отец, возглавлявший частный институт. В 16 лет Георг закончил школу и поступил в Венский университет. В 20 лет получил право преподавать физику и математику. Всемирную известность ему принесла формула для определения площади решетки полигонов. Свою формулу он опубликовал в статье в 1899 году. Она стала популярной, когда польский ученый Хьюго Штейнгауз включил ее в 1969 году в издание математических снимков.

Теорема Пика

Линии, идущие по сторонам клеток, образуют сетку, а вершины клеток – узлы этой сетки. Нарисуем на листе многоугольник с вершинами в узлах и найдем его площадь.

Искать её можно по-разному. Например, можно разрезать многоугольник на достаточно простые фигуры, найти их площадь и сложить. Но тут нас ждёт много хлопот. Но можно найти площадь этого же многоугольника, используя

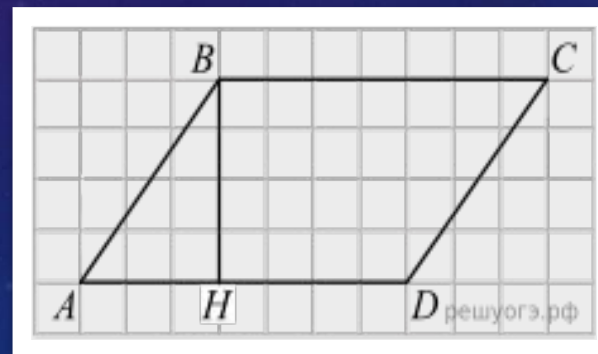
формулу Пика: $S = B + \frac{\Gamma}{2} - 1$

где S – площадь фигуры;

B – количество узлов, лежащих внутри фигуры,

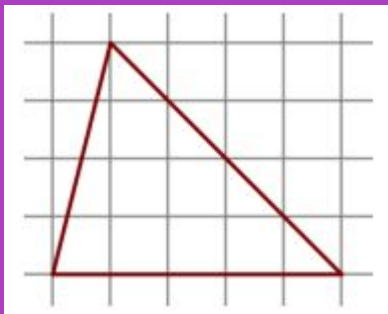
Γ – количество узлов, лежащих на границе фигуры.

$$S = B + \frac{\Gamma}{2} - 1$$



Вычисление площади треугольника

1. На клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см изображён треугольник. Найдите его площадь. Ответ дайте в см².



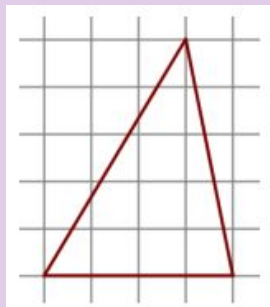
Решение:

Количество узлов, лежащих
внутри фигуры, равно 6 (В = 6).

Количество узлов, лежащих
на границе фигуры – 10 (Г = 10).

$$S = 6 + (10 : 2) - 1 = 10 \text{ см}^2.$$

2. На клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см изображён треугольник. Найдите его площадь. Ответ дайте в см².



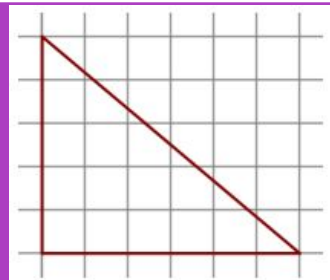
Решение:

Количество узлов, лежащих
внутри фигуры, равно 8 (В = 8).

Количество узлов, лежащих
на границе фигуры – 6 (Г = 6).

$$S = 8 + (6 : 2) - 1 = 10 \text{ см}^2.$$

1. На клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см изображён треугольник. Найдите его площадь. Ответ дайте в см².



Решение:

Количество узлов, лежащих
внутри фигуры, равно 10 (В = 10).

Количество узлов, лежащих
на границе фигуры – 12 (Г = 12).

$$S = 10 + (12 : 2) - 1 = 15 \text{ см}^2.$$



Решение:

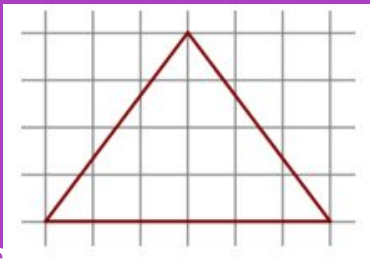
Количество узлов, лежащих
внутри фигуры, равно 12 (В = 12).

Количество узлов, лежащих
на границе фигуры – 14 (Г = 14).

$$S = 12 + (14 : 2) - 1 = 18 \text{ см}^2.$$

Вычисление площади треугольника

3. На клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см изображён треугольник. Найдите его площадь. Ответ дайте в см².

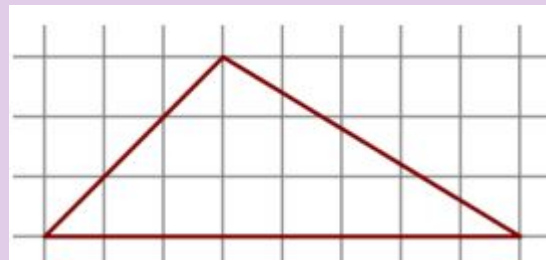


Решение:

Количество узлов, лежащих внутри фигуры, равно 9 (В = 9).

Количество узлов, лежащих на границе фигуры – 8 (Г = 8).

$$S = 9 + (8 : 2) - 1 = 12 \text{ см}^2.$$



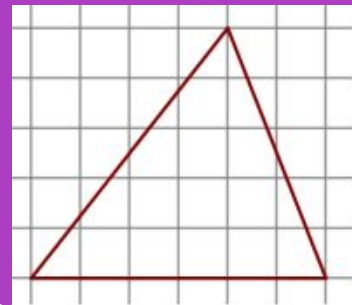
Решение:

Количество узлов, лежащих внутри фигуры, равно 7 (В = 7).

Количество узлов, лежащих на границе фигуры – 12 (Г = 12).

$$S = 7 + (12 : 2) - 1 = 12 \text{ см}^2.$$

4. На клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см изображён треугольник. Найдите его площадь. Ответ дайте в см².

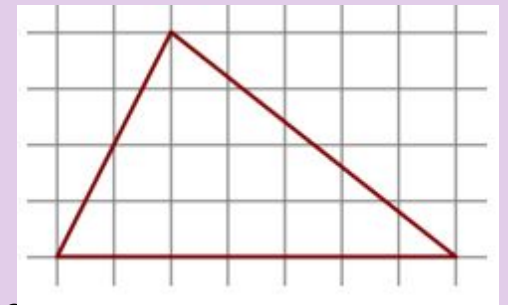


Решение:

Количество узлов, лежащих внутри фигуры, равно 12 (В = 12).

Количество узлов, лежащих на границе фигуры – 8 (Г = 8).

$$S = 12 + (8 : 2) - 1 = 15 \text{ см}^2.$$



Решение:

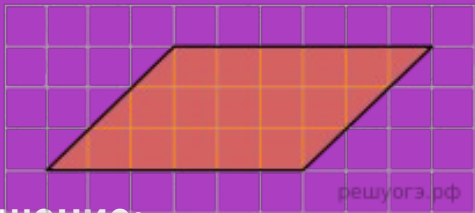
Количество узлов, лежащих внутри фигуры, равно 10 (В = 10).

Количество узлов, лежащих на границе фигуры – 10 (Г = 10).

$$S = 10 + (10 : 2) - 1 = 14 \text{ см}^2.$$

Вычисление площади параллелограмма

1. На клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см изображён параллелограмм. Найдите длину его площадь. Ответ дайте в сантиметрах.

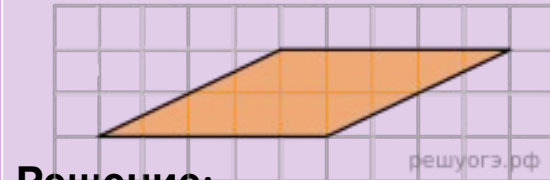


Решение:

Количество узлов, лежащих внутри фигуры, равно 10 ($B = 10$).

Количество узлов, лежащих на границе фигуры – 18 ($\Gamma = 18$).

$$S = 10 + (18 : 2) - 1 = 18 \text{ см}^2.$$



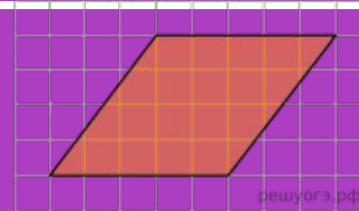
Решение:

Количество узлов, лежащих внутри фигуры, равно 4 ($B = 4$).

Количество узлов, лежащих на границе фигуры – 14 ($\Gamma = 14$).

$$S = 4 + (14 : 2) - 1 = 10 \text{ см}^2.$$

2. На клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см изображён параллелограмм. Найдите длину его площадь. Ответ дайте в сантиметрах.



Решение:

Количество узлов, лежащих внутри фигуры, равно 15 ($B = 15$).

Количество узлов, лежащих на границе фигуры – 12 ($\Gamma = 12$).

$$S = 15 + (12 : 2) - 1 = 20 \text{ см}^2.$$



Решение:

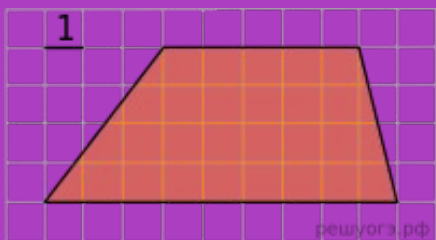
Количество узлов, лежащих внутри фигуры, равно 7 ($B = 7$).

Количество узлов, лежащих на границе фигуры – 16 ($\Gamma = 16$).

$$S = 7 + (16 : 2) - 1 = 14 \text{ см}^2.$$

Вычисление площади трапеции

1. На клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см изображена трапеция. Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке.

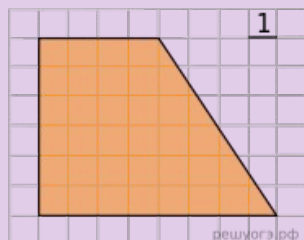


Решение:

Количество узлов, лежащих внутри фигуры, равно 21 ($B = 21$).

Количество узлов, лежащих на границе фигуры – 16 ($\Gamma = 16$).

$$S = 21 + (16 : 2) - 1 = 28 \text{ см}^2.$$



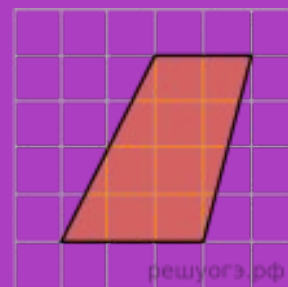
Решение:

Количество узлов, лежащих внутри фигуры, равно 27 ($B = 27$).

Количество узлов, лежащих на границе фигуры – 20 ($\Gamma = 20$).

$$S = 27 + (20 : 2) - 1 = 36 \text{ см}^2.$$

2. На клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см изображена трапеция. Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке.

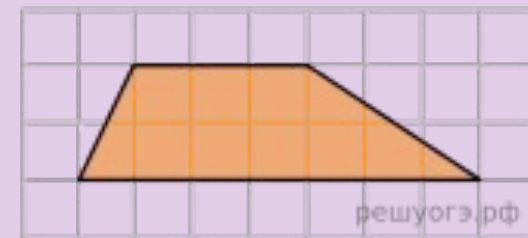


Решение:

Количество узлов, лежащих внутри фигуры, равно 7 ($B = 7$).

Количество узлов, лежащих на границе фигуры – 8 ($\Gamma = 8$)

$$S = 7 + (8 : 2) - 1 = 10 \text{ см}^2.$$



Решение:

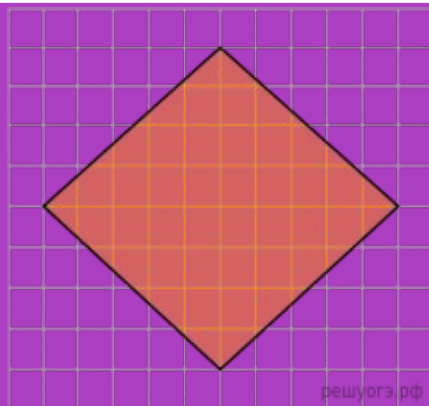
Количество узлов, лежащих внутри фигуры, равно 5 ($B = 5$).

Количество узлов, лежащих на границе фигуры – 12 ($\Gamma = 12$)

$$S = 5 + (12 : 2) - 1 = 10 \text{ см}^2.$$

Вычисление площади трапеции

5. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён ромб. Найдите площадь этого ромба.

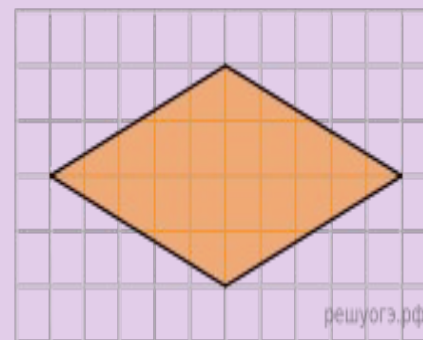


Решение:

Количество узлов, лежащих внутри фигуры, равно 19 ($B = 19$).

Количество узлов, лежащих на границе фигуры – 4 ($\Gamma = 4$).

$$S = 19 + (4 : 2) - 1 = 20 \text{ см}^2.$$



Решение:

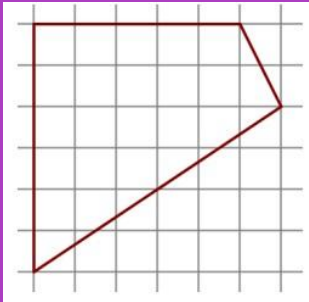
Количество узлов, лежащих внутри фигуры, равно 39 ($B = 39$).

Количество узлов, лежащих на границе фигуры – 4 ($\Gamma = 4$).

$$S = 39 + (4 : 2) - 1 = 40 \text{ см}^2.$$

Вычисление площади фигур

1. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена фигура. Найдите площадь этой фигуры.

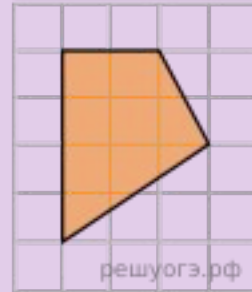


Решение:

Количество узлов, лежащих внутри фигуры, равно 17 ($B = 17$).

Количество узлов, лежащих на границе фигуры – 14 ($\Gamma = 14$).

$$S = 17 + (14 : 2) - 1 = 23 \text{ см}^2.$$



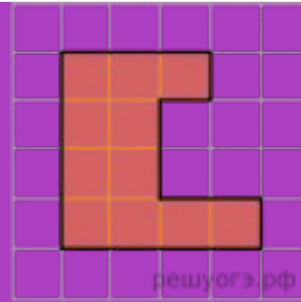
Решение:

Количество узлов, лежащих внутри фигуры, равно 5 ($B = 5$).

Количество узлов, лежащих на границе фигуры – 8 ($\Gamma = 8$).

$$S = 5 + (8 : 2) - 1 = 8 \text{ см}^2.$$

2. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена фигура. Найдите её площадь

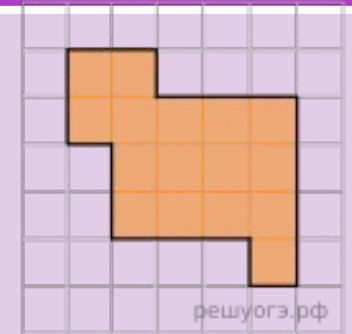


Решение:

Количество узлов, лежащих внутри фигуры, равно 3 ($B = 3$).

Количество узлов, лежащих на границе фигуры – 18 ($\Gamma = 18$).

$$S = 3 + (18 : 2) - 1 = 11 \text{ см}^2.$$



Решение:

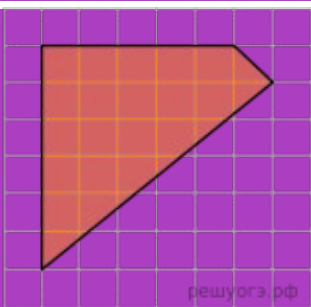
Количество узлов, лежащих внутри фигуры, равно 7 ($B = 7$).

Количество узлов, лежащих на границе фигуры – 20 ($\Gamma = 20$).

$$S = 7 + (20 : 2) - 1 = 16 \text{ см}^2.$$

Вычисление площади фигур

3. На клетчатой бумаге с размером клетки 1см × 1см изображена фигура. Найдите её площадь



Решение:

Количество узлов, лежащих внутри фигуры, равно 15 ($B = 15$).

Количество узлов, лежащих на границе фигуры – 13 ($\Gamma = 13$).

$$S = 15 + (13 : 2) - 1 = 20,5 \text{ см}^2.$$

4. На клетчатой бумаге с размером клетки 1см × 1см изображена фигура. Найдите её площадь

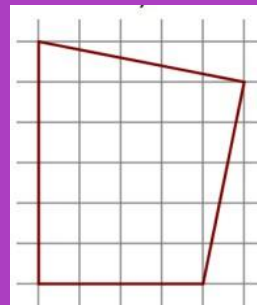


Решение:

Количество узлов, лежащих внутри фигуры, равно 23 ($B = 23$).

Количество узлов, лежащих на границе фигуры – 13 ($\Gamma = 13$).

$$S = 23 + (13 : 2) - 1 = 28,5 \text{ см}^2.$$

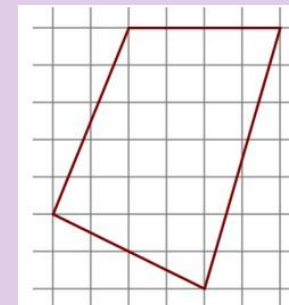


Решение:

Количество узлов, лежащих внутри фигуры, равно 20 ($B = 20$).

Количество узлов, лежащих на границе фигуры – 12 ($\Gamma = 12$).

$$S = 20 + (12 : 2) - 1 = 25 \text{ см}^2.$$



Решение:

Количество узлов, лежащих внутри фигуры, равно 23 ($B = 23$).

Количество узлов, лежащих на границе фигуры – 8 ($\Gamma = 8$).

$$S = 23 + (8 : 2) - 1 = 26 \text{ см}^2.$$

Вывод

Д

Задачи на клетчатой плоскости являются серьёзными и полезными.

Основной метод, который использовался в проекте – это метод систематизации и обработки данных.

При выполнении проекта я расширил свои знания о решении задач на клетчатой бумаге, определила для себя классификацию исследуемых задач, убедилась в их многообразии. Я научился вычислять площади многоугольников, нарисованных на клетчатом листке.

«Математика в клетку» является занимательным элементом обычной математики и считается альтернативным, а во многом и незаменимым способом решения многих задач.