

# «Многоугольники»

Учитель математики МБОУ СОШ №11 города Пушкино  
Московской области

Коновалова Светлана Николаевна

2019 г.

**Ломаной** называется фигура, которая состоит из точек и соединяющих их отрезков.

Точки называются **вершинами ломаной**, а отрезки — **звеньями ломаной**.

- ▶ Ломаная называется **замкнутой**, если у неё концы совпадают

( рис. А )

- ▶ Если концы ломаной не совпадают, то она называется **незамкнутой**. ( рис. В)

Рис А

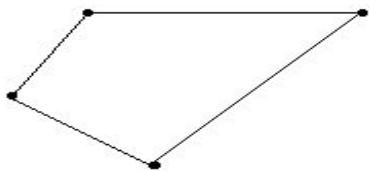


Рис В

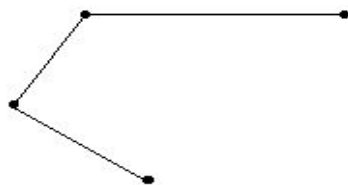
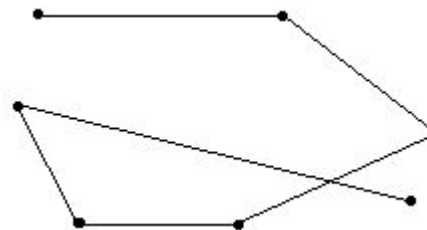
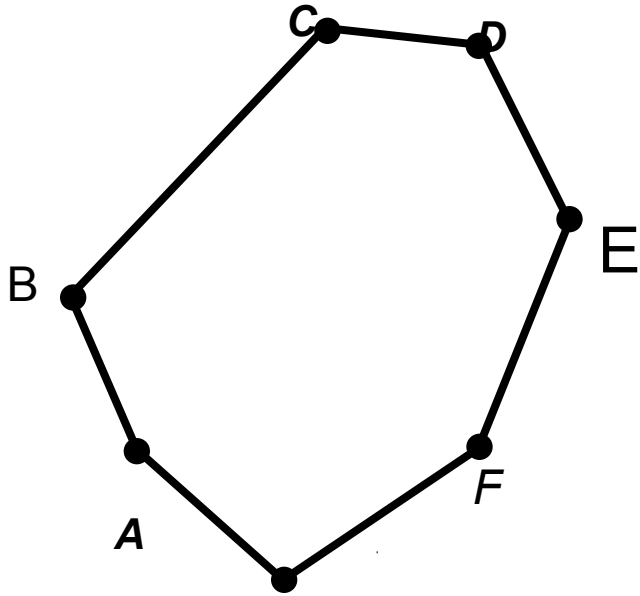


Рис. С



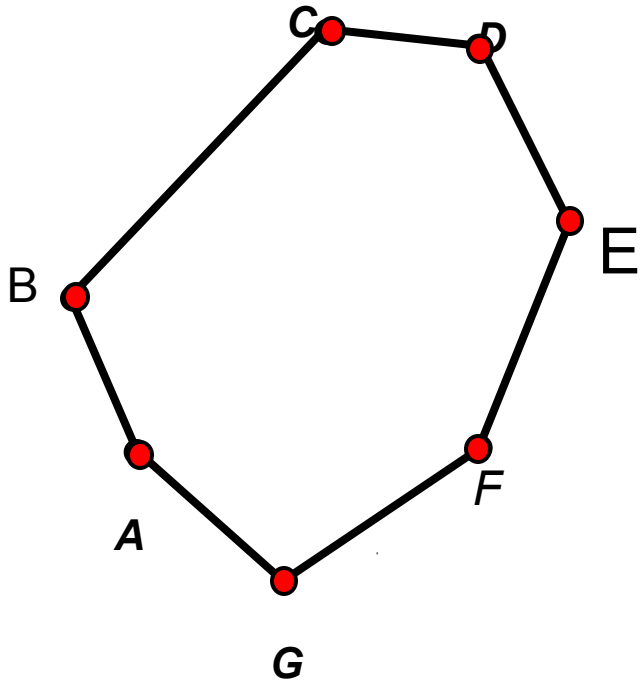
- ▶ Ломаная называется **простой**, если она не имеет самопересечений. На рис А и В изображены простые ломанные.
- ▶ На рисунке С — ломаная с **самопересечением**

## *ABCDEFGG-многоугольник.*



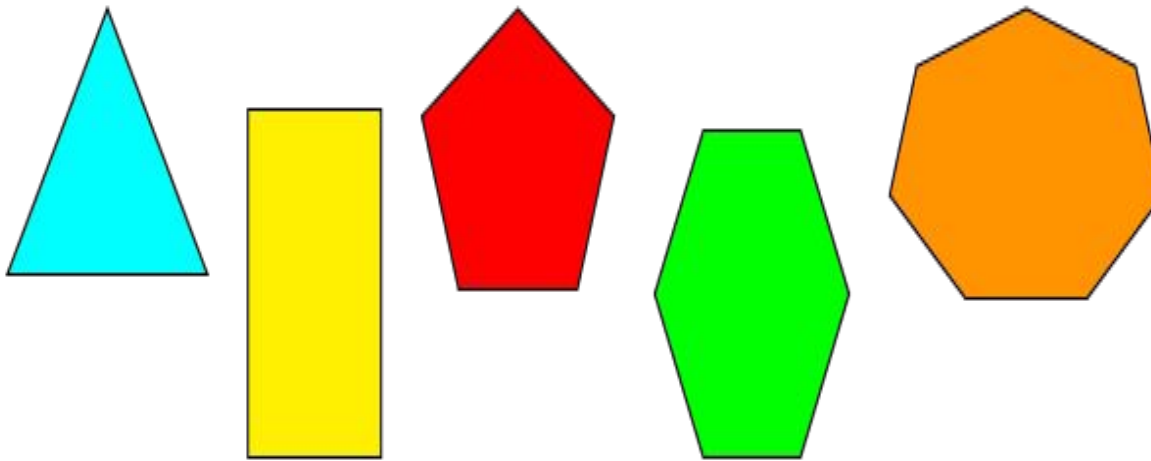
Многоуго́льник  $G$  — геометрическая фигура, обычно определяемая как часть плоскости, ограниченная замкнутой ломаной, звенья которой не пересекаются.

# $A, B, C, D, E, F, G$ - вершины многоугольника

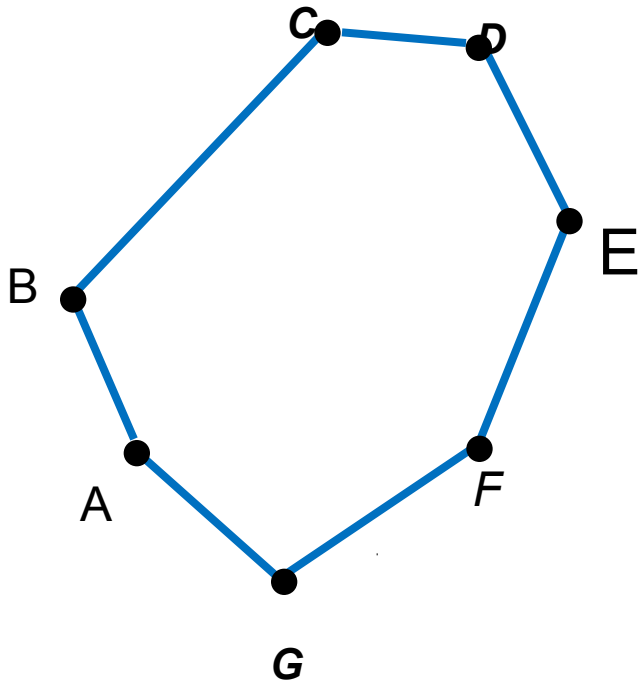


Многоугольник с  
 $n$ -вершинами  
называется  
 $n$ -угольником

Вершины многоугольника называются *соседними*, если они являются концами одной из его сторон.



Как правильно называются  
данные многоугольники?



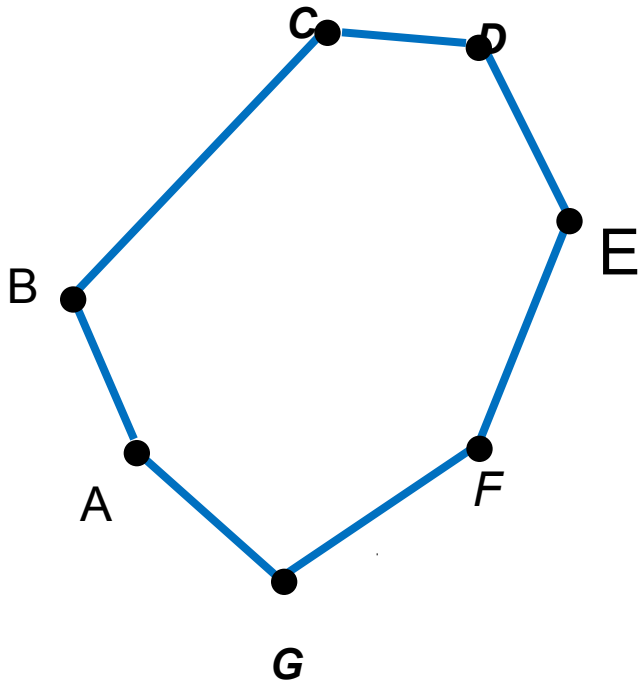
***AB, BC, CD, DE, EF, FG, GA***  
***-стороны многоугольника.***

***Отрезки***  
***AB, BC, CD, DE, EF, FG, GA***  
***-смежные не лежат на***  
***одной прямой.***

***Отрезки несмежные не***  
***имеют общих точек.***

***Назовите несколько пар***  
***несмежных отрезков.***

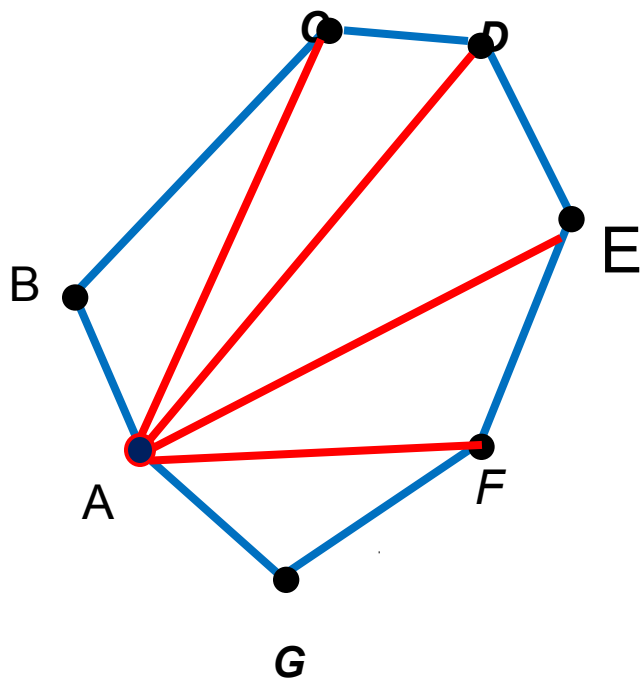
**Сторона многоугольника** - отрезок соединяющий  
две соседние вершины.



*Сумма длин сторон  
AB, BC, CD, DE, EF, FG, GA  
-называется*

**периметром многоугольника**  
 **$P=AB+ BC+ CD+ DE+ EF+ FG+GA$**

**Определение:** Отрезок, соединяющий две несоседние вершины называется диагональю.



**AC, AD, AE, AF-**  
**диагонали**  
**многоугольника,**  
**проведённые из**  
**вершины A.**



Количество диагоналей  $N$  у многоугольника легко вычислить по формуле:

$$N = n \cdot (n - 3) / 2,$$

где  $n$  – число вершин многоугольника.

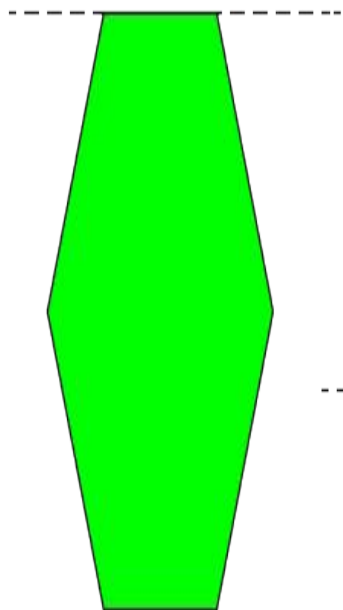
Вычислите пожалуйста количество диагоналей

- ▶ у треугольника
- ▶ у прямоугольника
- ▶ у пятиугольника
- ▶ у шестиугольника
- ▶ у восьмиугольника
- ▶ у 12-угольника
- ▶ у 24-угольника

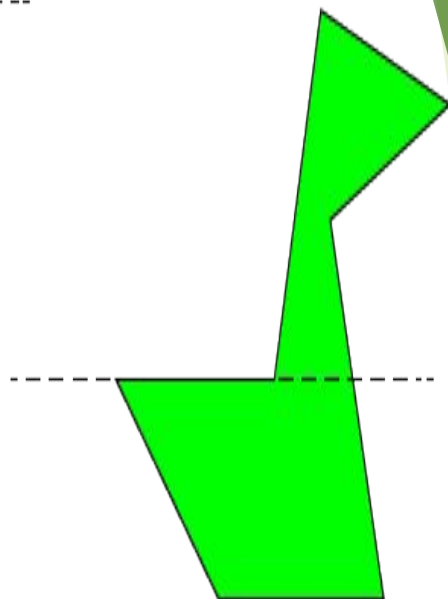
**Давайте проверим???**

- у треугольника — 0 диагоналей
- у прямоугольника — 2 диагонали
- у пятиугольника — 5 диагоналей
- у шестиугольника — 9 диагоналей
- у восьмиугольника — 20 диагоналей
- у 12-угольника — 54 диагонали
- у 24-угольника — 252 диагонали

**Молодцы!!!**



выпуклый  
многоугольник



вогнутый  
многоугольник

## Виды многоугольников.

- ▶ Многоугольник называется **выпуклым**, если ни одна из его сторон, продолженная до прямой линии, его не пересекает. В обратном случае многоугольник называется **вогнутым**

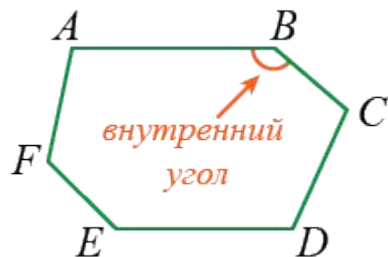
Внешняя область многоугольника



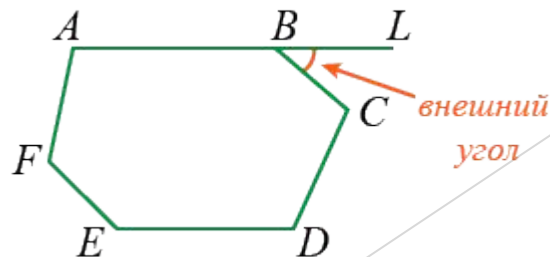
Внутренняя область

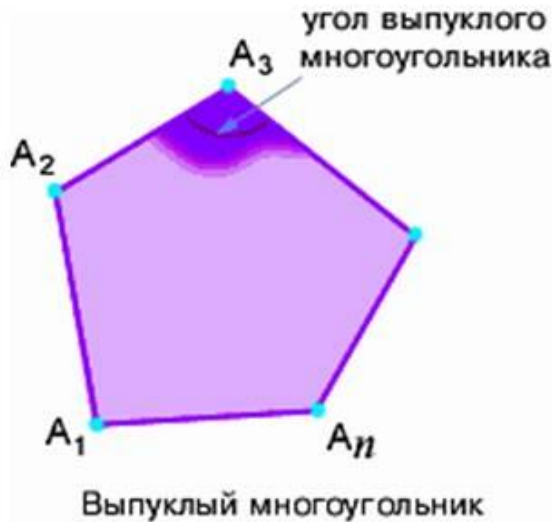
Количество углов многоугольника всегда равно количеству его сторон. Это относится и к внутренним углам и к внешним. Несмотря на то, что для каждой вершины многоугольника можно построить два равных внешних угла, из них всегда принимается во внимание только один. Следовательно, чтобы найти количество углов любого многоугольника, надо посчитать количество его сторон.

- ▶ **Внутренний угол многоугольника** - это угол, образованный двумя смежными сторонами многоугольника. Например,  $\angle ABC$  является внутренним углом.



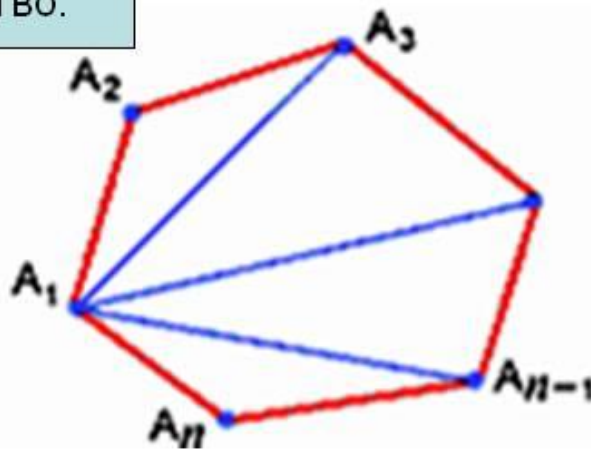
- ▶ **Внешний угол многоугольника** - это угол, образованный одной стороной многоугольника и продолжением другой стороны. Например,  $\angle LBC$  является внешним углом.



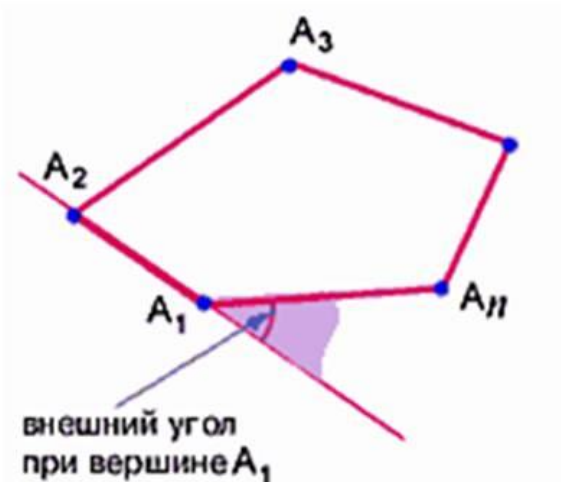


**Сумма внутренних  
углов выпуклого  
многоугольника  
равна  
 $(n - 2) \cdot 180^\circ$**

Доказательство:



Соединим диагоналями вершину  $A_1$  с другими вершинами. Получим  $(n-2)$  треугольников, сумма углов которых равна сумме углов  $n$ -угольника. Сумма углов каждого треугольника равна  $180^\circ$ , поэтому сумма углов  $n$ -угольника равна  $(n - 2) \cdot 180^\circ$ .



**Сумма внешних углов  
выпуклого  
многоугольника,  
взятых по одному  
при каждой вершине,  
равна  $360^\circ$ .**

Доказательство:

Сумма внешних углов:

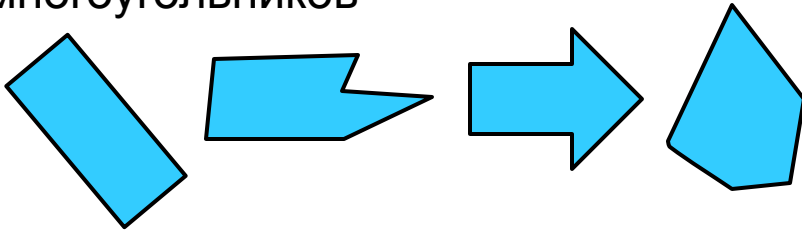
$$\begin{aligned} & (180^\circ - \angle A_1) + (180^\circ - \angle A_2) + (180^\circ - \angle A_3) + \dots + (180^\circ - \angle A_n) = \\ & = 180^\circ \cdot n - (\angle A_1 + \angle A_2 + \angle A_3 + \dots + \angle A_n) = \\ & = 180^\circ \cdot n - (n - 2) \cdot 180^\circ = \\ & = 180^\circ \cdot n - 180^\circ \cdot n + 360^\circ = 360^\circ \end{aligned}$$



# Самостоятельная работа

## Вариант 1

1. Найти количество диагоналей прямоугольника
2. Вычисли сумму всех углов прямоугольника
3. Найти сумму углов выпуклого 12-угольника
4. Укажи номера невыпуклых многоугольников

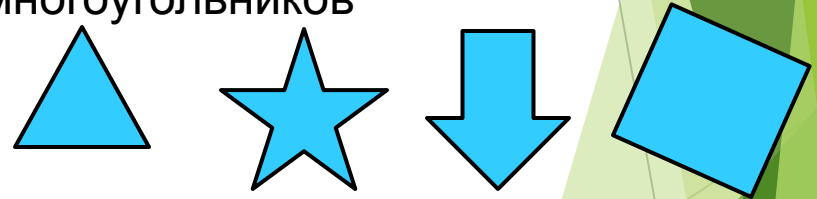


1                      2                      3                      4

5. Найти периметр прямоугольника со сторонами 4 см и 7 см

## Вариант 2

1. Найти количество диагоналей квадрата
2. Вычисли сумму всех углов квадрата
3. Найти сумму углов выпуклого 8-угольника
4. Укажи номера выпуклых многоугольников



1                      2                      3                      4

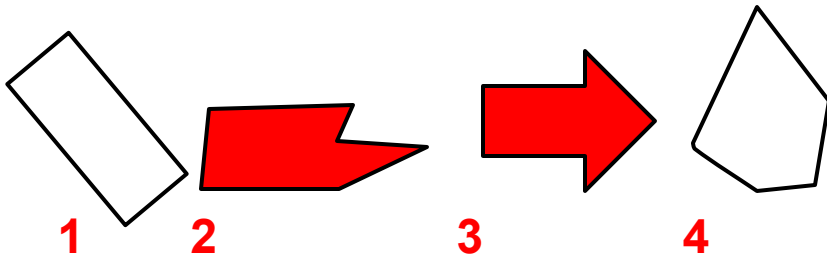
5. Найти периметр квадрата со стороной 12 см



# Самостоятельная работа (ответы)

## Вариант 1

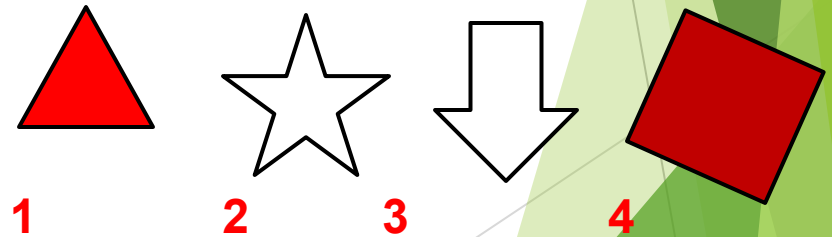
1. Найти количество диагоналей прямоугольника **2**
2. Вычисли сумму всех углов прямоугольника **360°**
3. Найти сумму углов выпуклого 12-угольника **1800°**
4. Укажи номера невыпуклых многоугольников



5. Найти периметр прямоугольника со сторонами 4 см и 7 см **22см**

## Вариант 2

1. Найти количество диагоналей квадрата **2**
2. Вычисли сумму всех углов квадрата **360°**
3. Найти сумму углов выпуклого 8-угольника **1080°**
4. Укажи номера выпуклых многоугольников



5. Найти периметр квадрата со стороной 12 см **48 см**

Использованная литература:

Л.С. Атанасян, Геометрия 7-9 (учебник для общеобразовательных учреждений). - М.: Просвещение, 2019

Картинки: [http://www.gifzona.ru/pozd\\_1s.htm](http://www.gifzona.ru/pozd_1s.htm)  
<http://images-photo.ru/photo/7-2-0-0-2>  
<http://www.webman.ru/animation/main.htm>