Динамические структуры данных (язык Си)

Тема 5. Стеки, очереди, деки

Стек





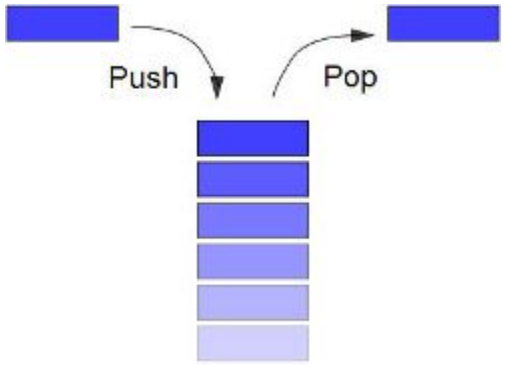
Стек – это линейная структура данных, в которой добавление и удаление элементов возможно только с одного конца (**вершины стека**). *Stack* = кипа, куча, стопка (англ.)

LIFO = *Last In – First Out*

«Кто последним вошел, тот первым вышел».

Операции со стеком:

1) добавить элемент на вершину (*Push* = втолкнуть);
2) снять элемент с вершины (*Pop* = вылететь со звуком).



Пример задачи

Задача: вводится символьная строка, в которой записано выражение со скобками трех типов: `[]`, `{}` и `()`. Определить, верно ли расставлены скобки (не обращая внимания на остальные символы). Примеры:

`[()]{}` `][` `[({)]}`

Упрощенная задача: то же самое, но с одним видом скобок.

Решение: счетчик вложенности скобок. Последовательность правильная, если в конце счетчик равен нулю и при проходе не разу не становился отрицательным.

(	(	)	)	(	)
1	2	1	0	1	0

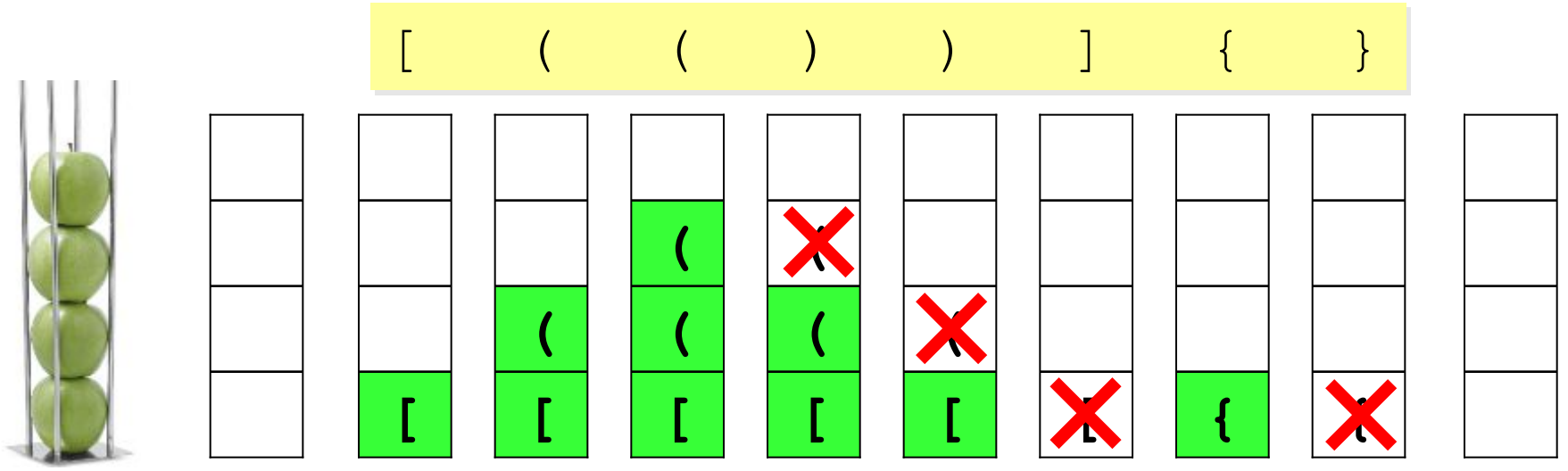
(	(	)	)	)	(
1	2	1	0	-1	0

(	(	)	)	(
1	2	1	0	1

? Можно ли решить исходную задачу так же, но с тремя счетчиками?

	[	(	{	)	]	}
(:	0		1		0	
[:	0	1				0
{:	0			1		

Решение задачи со скобками



Алгоритм:

1) в начале стек пуст;
2) в цикле просматриваем все символы строки по порядку;
3) если очередной символ – открывающая скобка, заносим ее на вершину стека;
4) если символ – закрывающая скобка, проверяем вершину стека: там должна быть **соответствующая** открывающая скобка (если это не так, то ошибка);
5) если в конце стек не пуст, выражение неправильное.

Реализация стека (массив)

Структура-стек:

```
const MAXSIZE = 100;
struct Stack {
    char data[MAXSIZE]; // стек на 100 символов
    int  size;          // число элементов
    };
```

Добавление элемента:

```
int Push ( Stack &S, char x )
{
if ( S.size == MAXSIZE ) return 0;
S.data[S.size] = x;
S.size ++;
return 1;
}
```

ошибка: переполнение стека

добавить элемент

нет ошибки

Реализация стека (массив)

Снятие элемента с вершины:

```
char Pop ( Stack &S )
{
if ( S.size == 0 ) return char(255);
S.size --;
return S.data[S.size];
}
```

ошибка:
стек пуст

Пустой или нет?

```
int isEmpty ( Stack &S )
{
if ( S.size == 0 )
     return 1;
else return 0;
}
```

```
int isEmpty ( Stack &S )
{
return (S.size == 0);
}
```

Программа

```
void main()
{
  char br1[3] = { '(', '[', '{' };
  char br2[3] = { ')', ']', '}' };
  char s[80], upper;
  int i, k, error = 0;
  Stack S;
  S.size = 0;
  printf("Введите выражение со скобками > ");
  gets ( s );
  ...  // здесь будет основной цикл обработки
  if ( ! error && (S.size == 0) )
       printf("\nВыражение правильное\n");
  else printf("\nВыражение неправильное\n");
}
```

открывающие скобки

закрывающие скобки

то, что сняли со стека

признак ошибки

Обработка строки (основной цикл)

```
for ( i = 0; i < strlen(s); i++ )
  {
  for ( k = 0; k < 3; k++ )
    {
    if ( s[i] == br1[k] )  // если открывающая скобка
      {
      Push ( S, s[i] ); // втолкнуть в стек
      break;
      }
    if ( s[i] == br2[k] ) // если закрывающая скобка
      {
      upper = Pop ( S );  // снять верхний элемент
      if ( upper != br1[k] ) error = 1;
      break;
      }
    }
  if ( error ) break;
  }
```

цикл по всем символам строки s

цикл по всем видам скобок

ошибка: стек пуст или не та скобка

была ошибка: дальше нет смысла проверять

Реализация стека (список)

Структура узла:

```
struct Node {
    char data;
       Node *next;
       };
typedef Node *PNode;
```

Добавление элемента:

```
void Push (PNode &Head, char x)
{
    PNode NewNode = new Node;
    NewNode->data = x;
    NewNode->next = Head;
    Head = NewNode;
}
```

Реализация стека (список)

Снятие элемента с вершины:

```
char Pop (PNode &Head) {
  char x;
  PNode q = Head;
  if ( Head == NULL ) return char(255);
  x = Head->data;
  Head = Head->next;
  delete q;
  return x;
}
```

стек пуст

Изменения в основной программе:

```
Stack S;
S.size = 0;
...
if ( ! error && (S.size == 0) )
     printf("\nВыражение правильное\n");
else printf("\nВыражение неправильное \n");
```

PNode S = NULL;

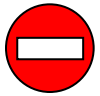
(S == NULL)

Вычисление арифметических выражений

Как вычислять автоматически:

```
(a + b) / (c + d - 1)
```

Инфиксная запись
(знак операции **между** операндами)



необходимы скобки!

Префиксная запись (знак операции **до** операндов)

```
/ a + b c + d - 1
```

польская нотация,
Jan Łukasiewicz (1920)

скобки не нужны, можно однозначно вычислить!

Постфиксная запись (знак операции **после** операндов)

```
a + b c + d - 1 /
```

обратная польская нотация,
F. L. Bauer and E. W. Dijkstra

Запишите в постфиксной форме

```
(32*6-5)*(2*3+4)/(3+7*2)
```

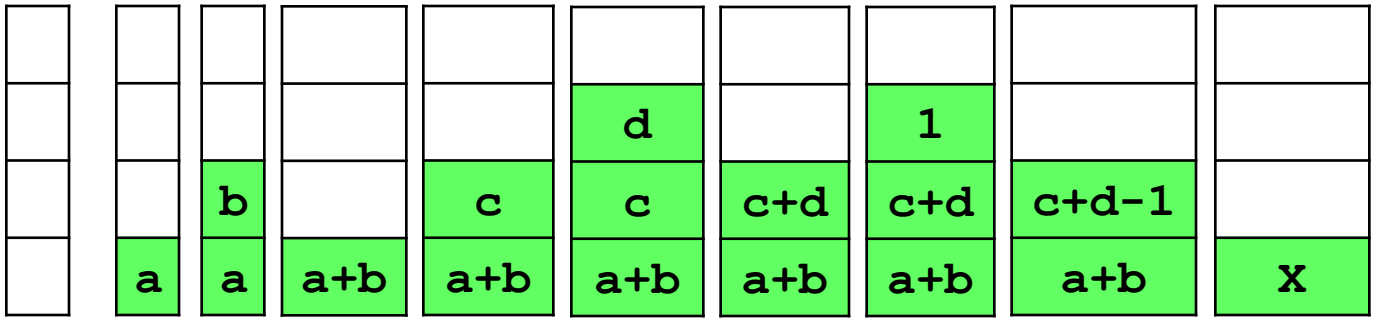
```
(2*4+3*5)*(2*3+18/3*2)*(12-3)
```

```
(4-2*3)*(3-12/3/4)*(24-3*12)
```

Вычисление выражений

Постфиксная форма:

X =	a	b	+	c	d	+	1	-	/



Алгоритм:

1) взять очередной элемент;
2) если это не знак операции, добавить его в стек;
3) если это знак операции, то
   - взять из стека два операнда;
   - выполнить операцию и записать результат в стек;
4) перейти к шагу 1.

Системный стек (*Windows – 1 Мб*)

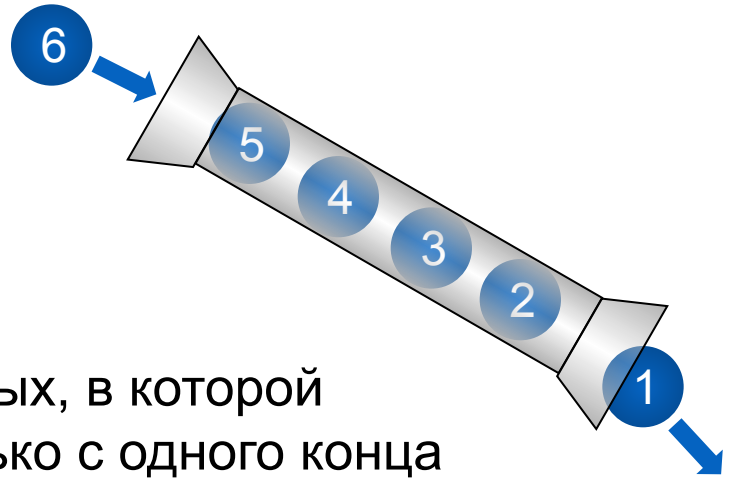
Используется для

1) размещения **локальных переменных**;
2) хранения **адресов возврата** (по которым переходит программа после выполнения функции или процедуры);
3) передачи **параметров** в функции и процедуры;
4) временного хранения данных (в программах на языке *Ассмеблер*).

Переполнение стека *(stack overflow):*

1) слишком много локальных переменных (**выход** – использовать динамические массивы);
2) очень много рекурсивных вызовов функций и процедур (**выход** – переделать алгоритм так, чтобы уменьшить глубину рекурсии или отказаться от нее вообще).

Очередь



Очередь – это линейная структура данных, в которой добавление элементов возможно только с одного конца (**конца очереди**), а удаление элементов – только с другого конца (**начала очереди**).

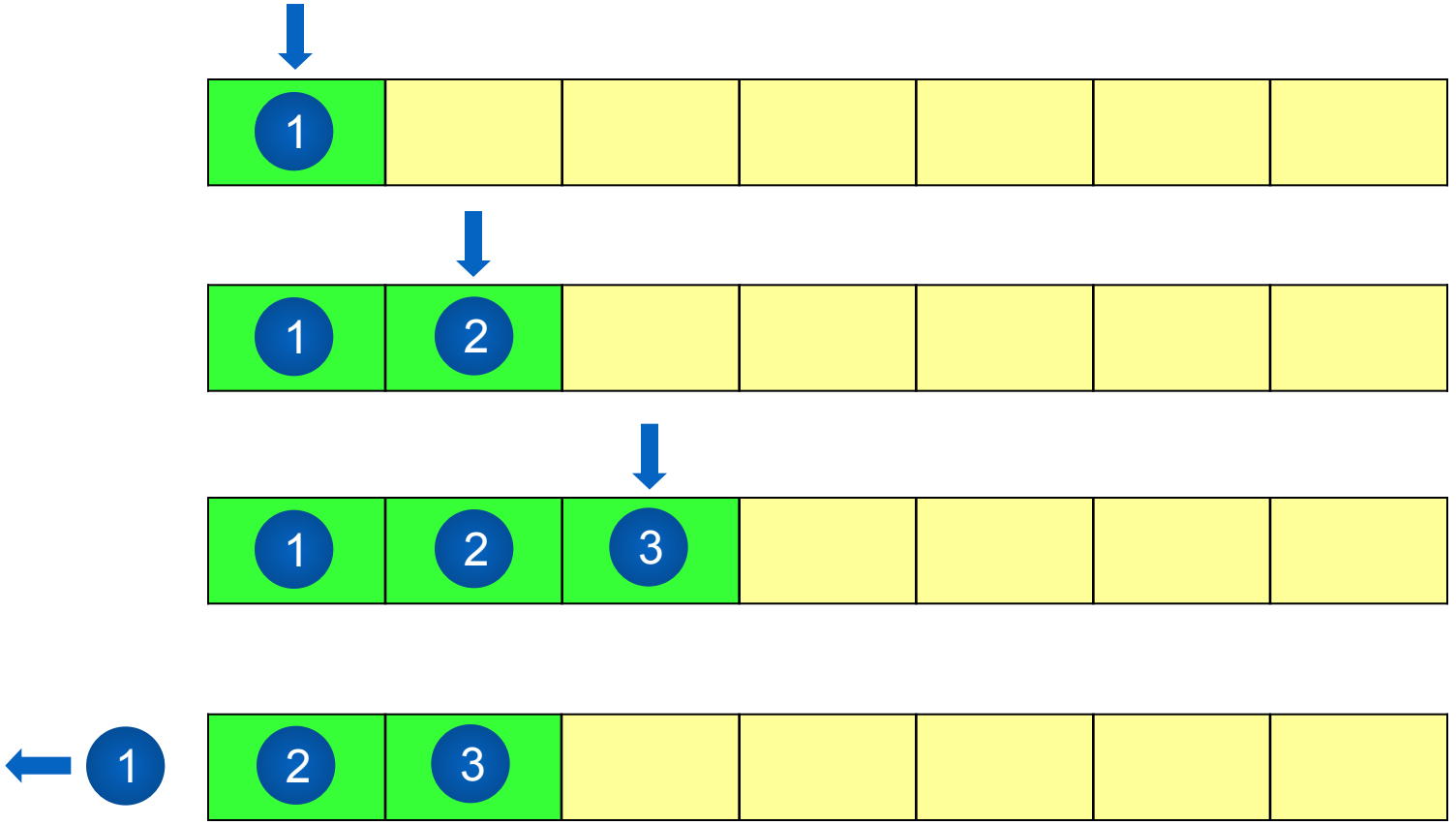
FIFO = *First In – First Out*

«Кто первым вошел, тот первым вышел».

Операции с очередью:

1) добавить элемент в конец очереди (*PushTail* = втолкнуть в конец);
2) удалить элемент с начала очереди *(Pop).*

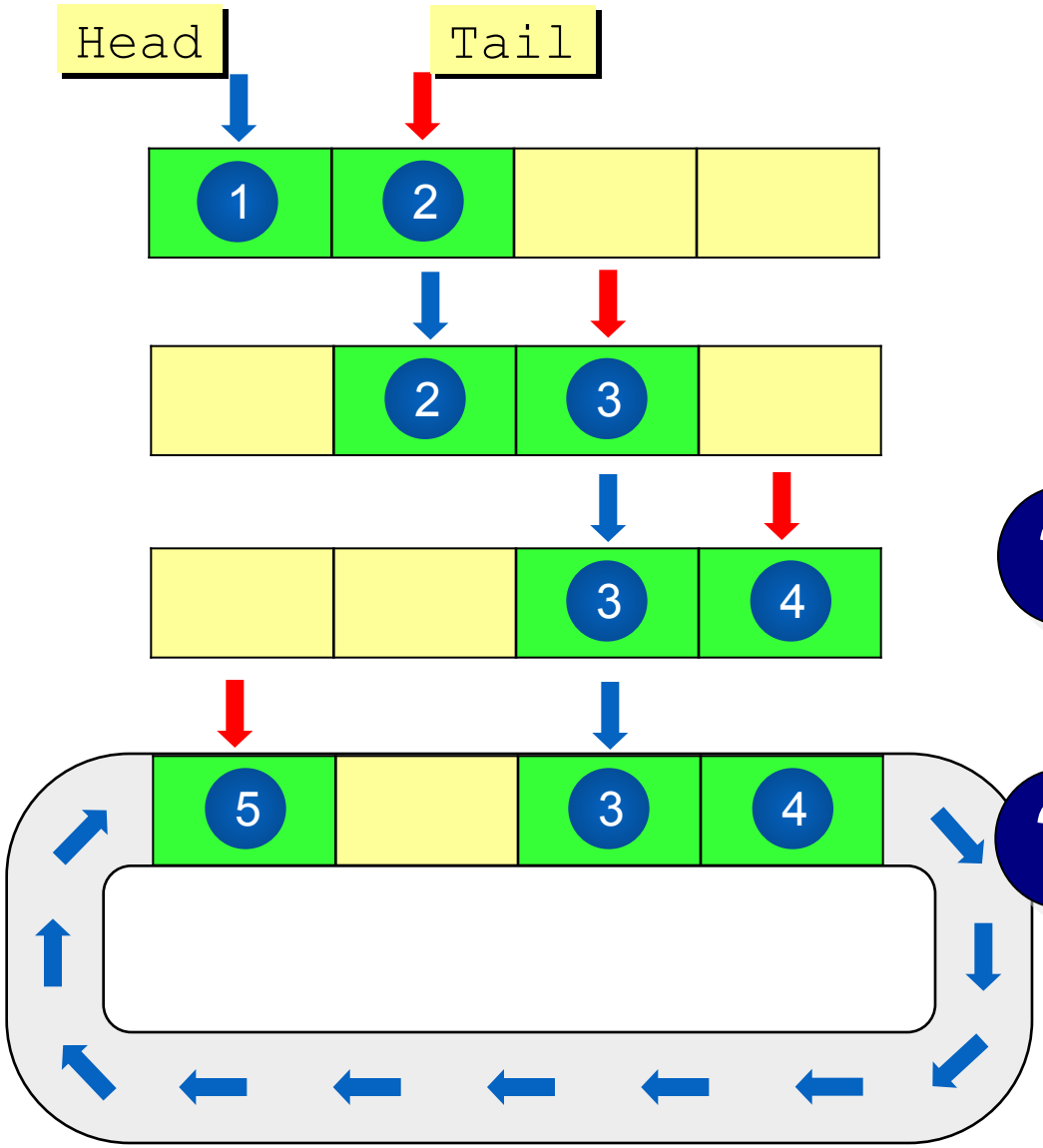
Реализация очереди (массив)

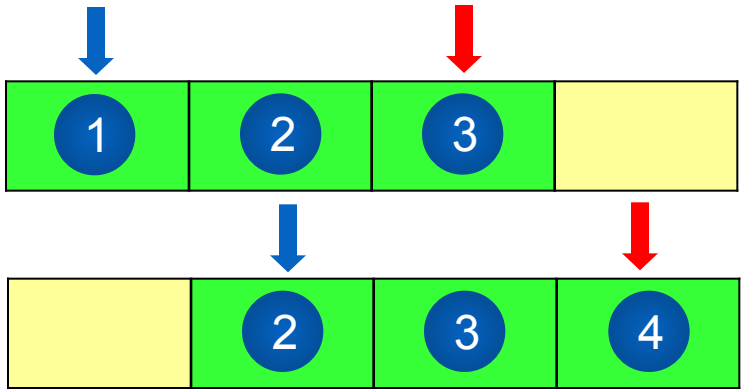


самый простой способ

1) нужно заранее выделить массив;
2) при выборке из очереди нужно сдвигать все элементы.

Реализация очереди (кольцевой массив)



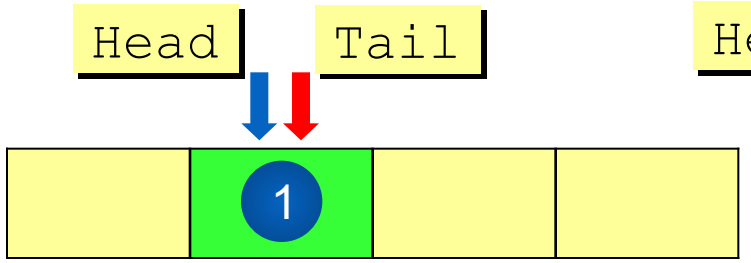


? Сколько элементов можно хранить в такой очереди?

? Как различить состояния «очередь пуста» и «очередь полна»?

Реализация очереди (кольцевой массив)

В очереди 1 элемент:

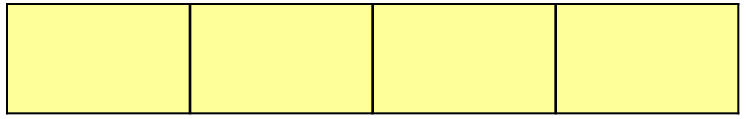


Head == Tail

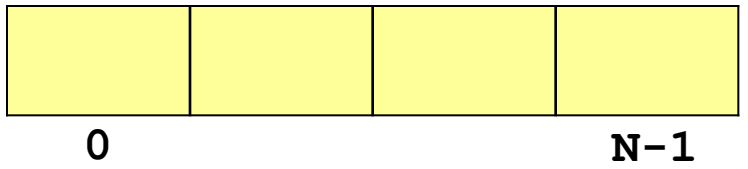
размер массива

Очередь пуста:

Head == Tail + 1

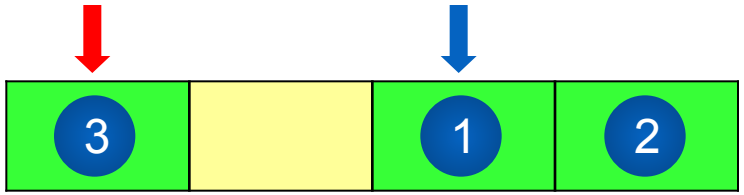


Head == (Tail + 1) % N

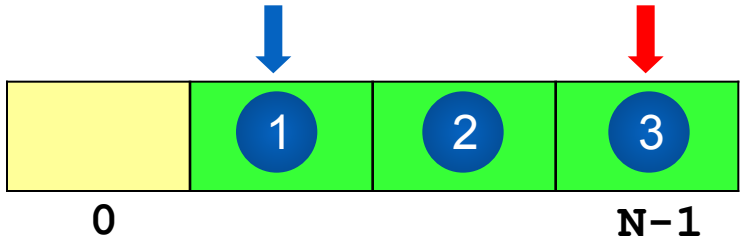


Очередь полна:

Head == Tail + 2



Head == (Tail + 2) % N



Реализация очереди (кольцевой массив)

Структура данных:

```
const MAXSIZE = 100;
struct Queue {
   int data[MAXSIZE];
   int head, tail;
   };
```

Добавление в очередь:

```
int PushTail ( Queue &Q, int x )
{
   if ( Q.head == (Q.tail+2) % MAXSIZE )
      return 0;
   Q.tail = (Q.tail + 1) % MAXSIZE;
   Q.data[Q.tail] = x;
   return 1;
}
```

замкнуть в кольцо

очередь полна, не добавить

удачно добавили

Реализация очереди (кольцевой массив)

Выборка из очереди:

```
int Pop ( Queue &Q )
{
   int temp;
   if ( Q.head == (Q.tail + 1) % MAXSIZE )
     return 32767;
   temp = Q.data[Q.head];
   Q.head = (Q.head + 1) % MAXSIZE;
   return temp;
}
```

очередь пуста

взять первый элемент

удалить его из очереди

Реализация очереди (списки)

Структура узла:

```
struct Node {
    int  data;
    Node *next;
    };
typedef Node *PNode;
```

Тип данных «очередь»:

```
struct Queue {
    PNode Head, Tail;
    };
```

Реализация очереди (списки)

Добавление элемента:

```
void PushTail ( Queue &Q, int x )
{
    PNode NewNode;
    NewNode = new Node;
    NewNode->data = x;
    NewNode->next = NULL;
    if ( Q.Tail )
         Q.Tail->next = NewNode;
    Q.Tail = NewNode;
    if ( Q.Head == NULL )
         Q.Head = Q.Tail;
}
```

создаем новый узел

если в списке уже что-то было, добавляем в конец

если в списке ничего не было, …

Реализация очереди (списки)

Выборка элемента:

```
int Pop ( Queue &Q )
{
   PNode top = Q.Head;
   int x;
   if ( top == NULL )
      return 32767;
   x = top->data;
   Q.Head = top->next;
   if ( Q.Head == NULL )
        Q.Tail = NULL;
   delete top;
   return x;
}
```

если список пуст, …

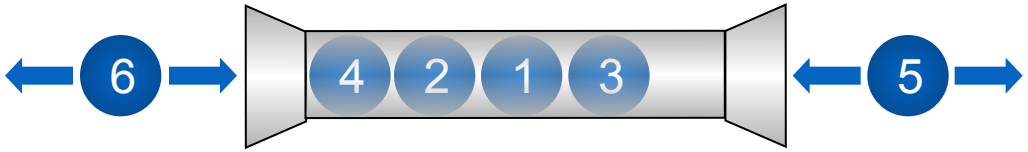
запомнили первый элемент

если в списке ничего не осталось, …

освободить память

Дек

Дек (*deque* = ***d****ouble* ***e****nded* ***que****ue*, очередь с двумя концами) – это линейная структура данных, в которой добавление и удаление элементов возможно с обоих концов.



Операции с деком:

1) добавление элемента в начало *(Push);*
2) удаление элемента с начала *(Pop)*;
3) добавление элемента в конец *(PushTail)*;
4) удаление элемента с конца *(PopTail)*.

Реализация:

1) кольцевой массив*;*
2) двусвязный список.

Задания

«4»: В файле `input.dat` находится список чисел (или слов). Переписать его в файл `output.dat` в обратном порядке.

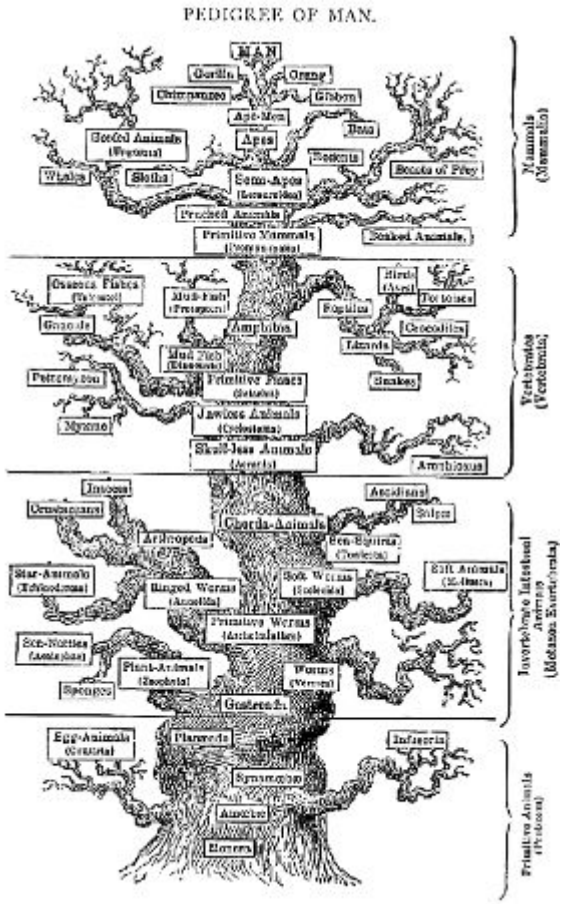
«5»: Составить программу, которая вычисляет значение арифметического выражения, записанного в постфиксной форме, с помощью стека. Выражение правильное, допускаются только однозначные числа и знаки `+`, `-`, `*`, `/`.

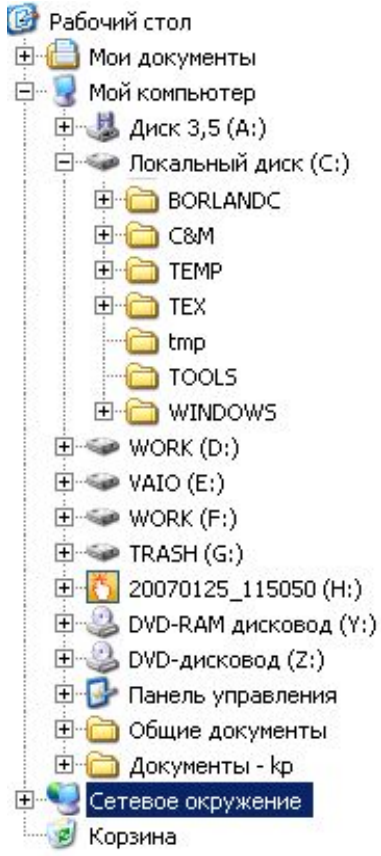
«6»: То же самое, что и на «5», но допускаются многозначные числа.

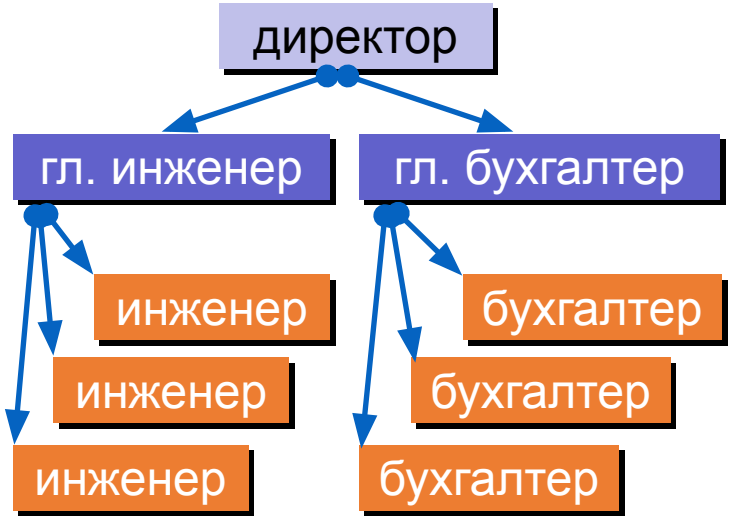
Динамические структуры данных (язык Си)

Тема 6. Деревья

Деревья







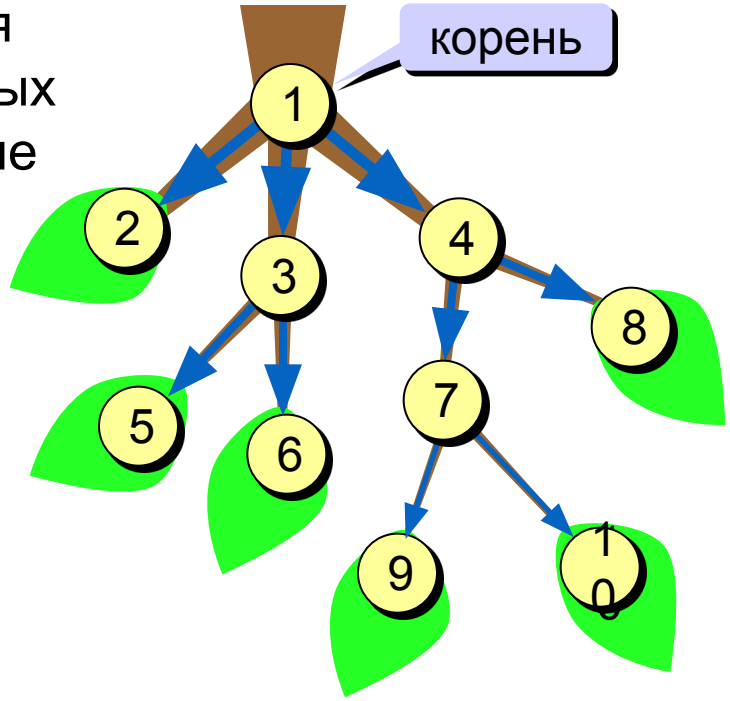
? Что общего во всех примерах?

Деревья

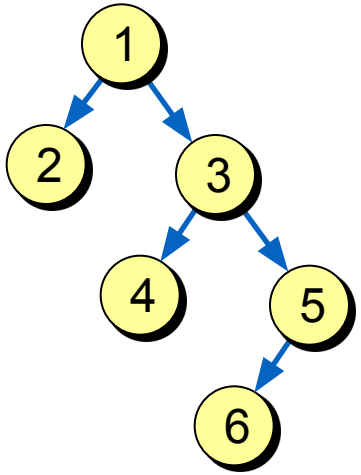
Дерево – это структура данных, состоящая из узлов и соединяющих их направленных ребер (дуг), причем в каждый узел (кроме корневого) ведет ровно одна дуга.

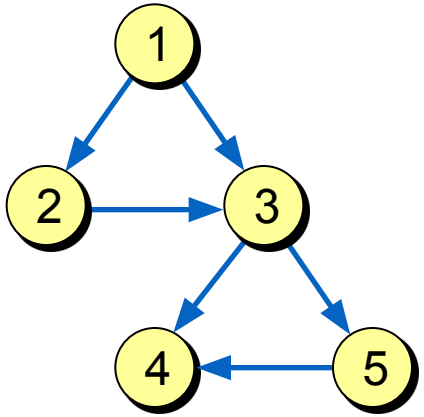
Корень – это начальный узел дерева.

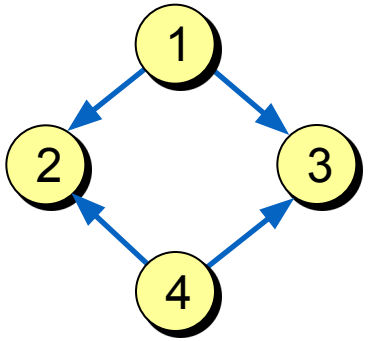
Лист – это узел, из которого не выходит ни одной дуги.



Какие структуры – не деревья?







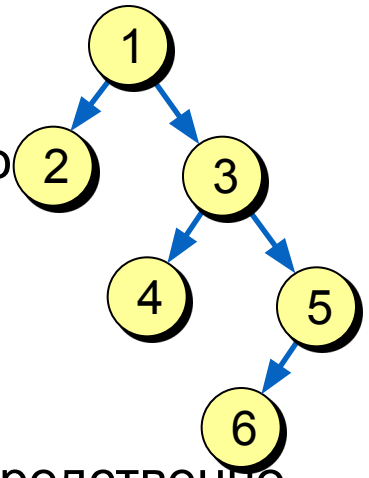
Деревья

С помощью деревьев изображаются отношения подчиненности (иерархия, «старший – младший», «родитель – ребенок»).

Предок узла *x* – это узел, из которого существует путь по стрелкам в узел ***x***.

Потомок узла *x* – это узел, в который существует путь по стрелкам из узла ***x***.

Родитель узла *x* – это узел, из которого существует дуга непосредственно в узел ***x***.



Сын узла *x* – это узел, в который существует дуга непосредственно из узла ***x***.

Брат узла *x (sibling)* – это узел, у которого тот же родитель, что и у узла ***x***.

Высота дерева – это наибольшее расстояние от корня до листа (количество дуг).

Двоичные деревья

Применение:

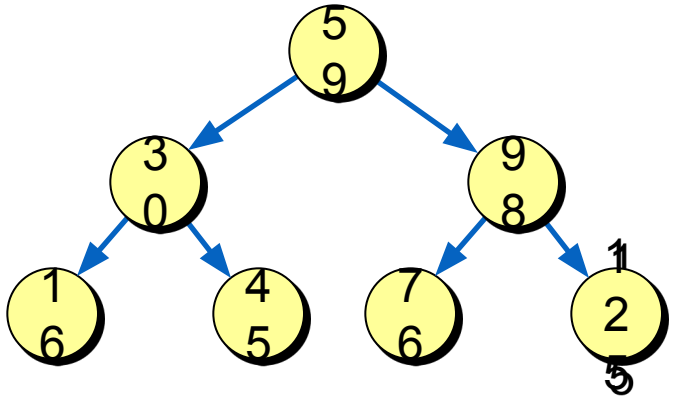
1) поиск данных в специально построенных деревьях (базы данных);
2) сортировка данных;
3) вычисление арифметических выражений;
4) кодирование (метод Хаффмана).

Структура узла:

```
struct Node {
  int  data;              // полезные данные
  Node *left, *right;     // ссылки на левого
                          // и правого сыновей
  };
typedef Node *PNode;
```

Двоичные деревья поиска

Ключ – это характеристика узла, по которой выполняется поиск (чаще всего – одно из полей структуры).



? Какая закономерность?

Слева от каждого узла находятся узлы с меньшими ключами, а справа – с бóльшими.

Как искать ключ, равный x:

1) если дерево пустое, ключ не найден;
2) если ключ узла равен x, то стоп.
3) если ключ узла меньше x, то искать x в левом поддереве;
4) если ключ узла больше x, то искать x в правом поддереве.

? Сведение задачи к такой же задаче меньшей размерности – это …?

Реализация алгоритма поиска

```
//-------------------------------------
// Функция Search – поиск по дереву
// Вход: Tree - адрес корня,
//          x  - что ищем
// Выход: адрес узла или NULL (не нашли)
//-------------------------------------
PNode Search (PNode Tree, int x)
{
if ( ! Tree ) return NULL;
if ( x == Tree->data )
     return Tree;
if ( x < Tree->data )
  return Search(Tree->left, x);
else
  return Search(Tree->right, x);
}
```

дерево пустое: ключ не нашли…

нашли, возвращаем адрес корня

искать в левом поддереве

искать в правом поддереве

Как построить дерево поиска?

```
//-------------------------------------------
// Функция AddToTree – добавить элемент к дереву
// Вход: Tree - адрес корня,
//         x  - что добавляем
//-------------------------------------------
void AddToTree (PNode &Tree, int x)
{
if ( ! Tree ) {
   Tree = new Node;
   Tree->data = x;
   Tree->left = NULL;
   Tree->right = NULL;
   return;
   }
if ( x < Tree->data )
     AddToTree ( Tree->left, x );
else AddToTree ( Tree->right, x );
}
```

адрес корня может измениться

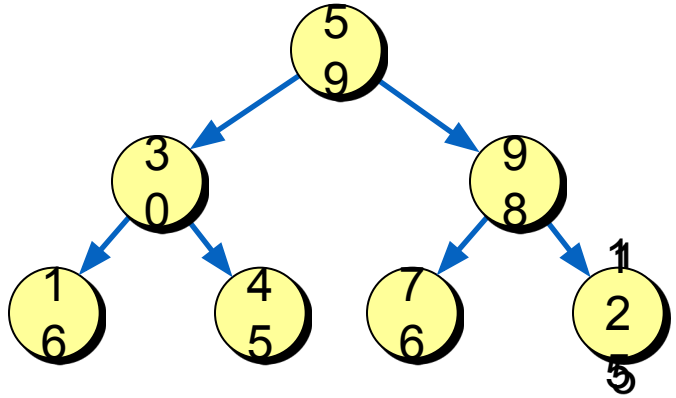
дерево пустое: создаем новый узел (корень)

добавляем к левому или правому поддереву

Минимальная высота не гарантируется!

Обход дерева

Обход дерева – это перечисление всех узлов в определенном порядке.



Обход ЛКП («левый – корень – правый»):

16 30 45 59 76 98 125

Обход ПКЛ («правый – корень – левый»):

125 98 76 59 45 30 16

Обход КЛП («корень – левый – правый»):

59 30 16 45 98 76 125

Обход ЛПК («левый – правый – корень»):

16 45 30 76 125 98 59

Обход дерева – реализация

```
//-----------------------------------------
// Функция LKP - обход дерева в порядке ЛКП
//               (левый - корень - правый)
// Вход: Tree - адрес корня
//-----------------------------------------
void LKP( PNode Tree )
{
if ( ! Tree ) return;
LKP ( Tree->left );
printf ( "%d ", Tree->data );
LKP ( Tree->right );
}
```

обход этой ветки закончен

обход левого поддерева

вывод данных корня

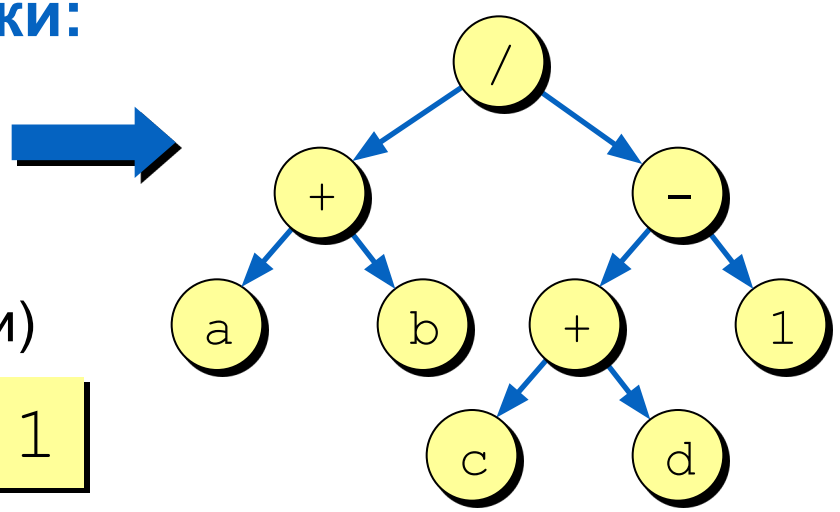
обход правого поддерева

Для рекурсивной структуры удобно применять рекурсивную обработку!

Разбор арифметических выражений

Как вычислять автоматически:

```
(a + b) / (c + d - 1)
```



Инфиксная запись, обход ЛКП

(знак операции **между** операндами)

```
a + b / c + d - 1
```

необходимы скобки!

Префиксная запись, КЛП (знак операции **до** операндов)

```
/ + a b - + c d 1
```

польская нотация,
Jan Łukasiewicz (1920)

скобки не нужны, можно однозначно вычислить!

Постфиксная запись, ЛПК (знак операции **после** операндов)

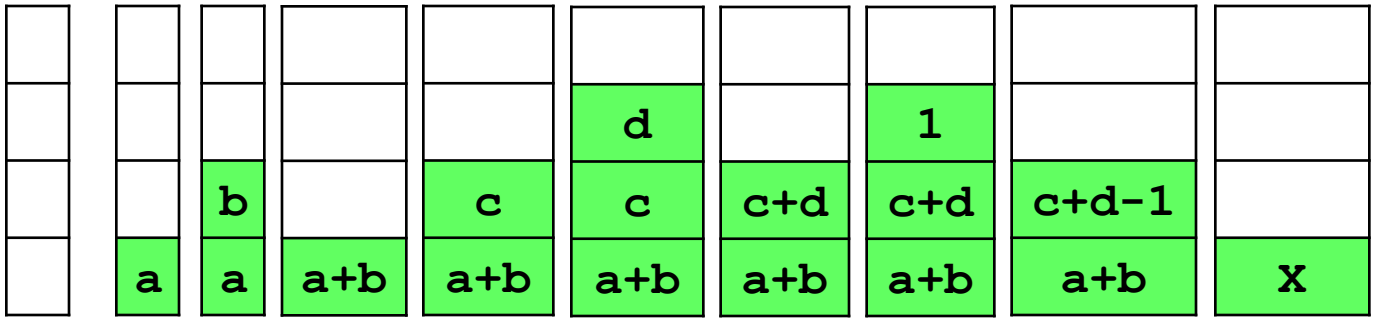
```
a b + c d + 1 - /
```

обратная польская нотация,
F. L. Bauer and E. W. Dijkstra

Вычисление выражений

Постфиксная форма:

X =	a	b	+	c	d	+	1	-	/



Алгоритм:

1) взять очередной элемент;
2) если это не знак операции, добавить его в стек;
3) если это знак операции, то
   - взять из стека два операнда;
   - выполнить операцию и записать результат в стек;
4) перейти к шагу 1.

Вычисление выражений

Задача: в символьной строке записано правильное арифметическое выражение, которое может содержать только однозначные числа и знаки операций `+-*\`. Вычислить это выражение.

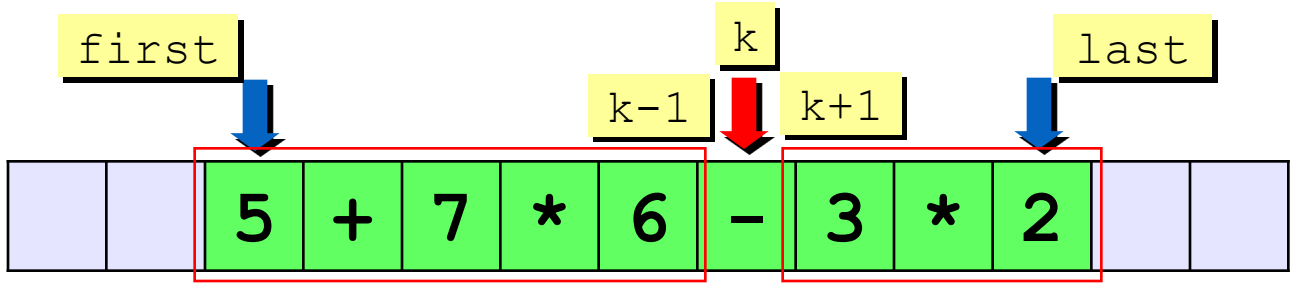
Алгоритм:

1) ввести строку;
2) построить дерево;
3) вычислить выражение по дереву.

Ограничения:

1) ошибки не обрабатываем;
2) многозначные числа не разрешены;
3) дробные числа не разрешены;
4) скобки не разрешены.

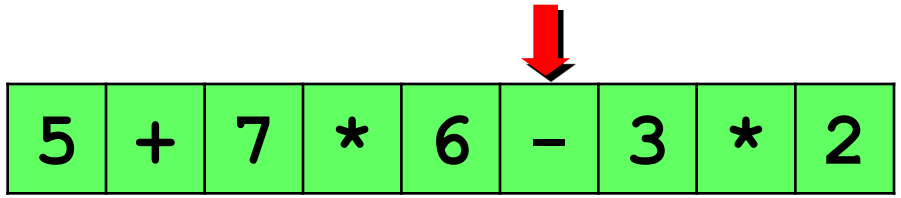
Построение дерева



Алгоритм:

1) если **`first=last`** (остался один символ – число), то создать новый узел и записать в него этот элемент; иначе...
2) среди элементов от **`first`** до **`last`** включительно найти **последнюю** операцию (элемент с номером **`k`**);
3) создать новый узел (корень) и записать в него **знак операции**;
4) рекурсивно применить этот алгоритм два раза:
   - построить **левое** поддерево, разобрав выражение из элементов массива с номерами от **`first`** до **`k-1`**;
   - построить **правое** поддерево, разобрав выражение из элементов массива с номерами от **`k+1`** до **`last`**.

Как найти последнюю операцию?



Порядок выполнения операций

- умножение и деление;
- сложение и вычитание.

Приоритет (старшинство) – число, определяющее последовательность выполнения операций: раньше выполняются операции с большим приоритетом:

- умножение и деление (приоритет **2**);
- сложение и вычитание (приоритет **1**).

Нужно искать последнюю операцию с наименьшим приоритетом!

Приоритет операции

```
//-----------------------------------------
// Функция Priority – приоритет операции
// Вход:  символ операции
// Выход: приоритет или 100, если не операция
//-----------------------------------------
int Priority ( char c )
{
  switch ( c ) {
    case '+': case '-':
      return 1;
    case '*': case '/':
      return 2;
    }
  return 100;
}
```

сложение и вычитание: приоритет 1

умножение и деление: приоритет 2

это вообще не операция

Номер последней операции

```
//-----------------------------------------
// Функция LastOperation - номер последней операции
// Вход:  строка, номера первого и последнего
//        символов рассматриваемой части
// Выход: номер символа - последней операции
//-----------------------------------------
int LastOperation ( char Expr[], int first, int last )
{
  int MinPrt, i, k, prt;
  MinPrt = 100;
  for( i = first; i <= last; i++ ) {
    prt = Priority ( Expr[i] );
    if ( prt <= MinPrt ) {
      MinPrt = prt;
      k = i;
      }
    }
  return k;
}
```

проверяем все символы

нашли операцию с минимальным приоритетом

вернуть номер символа

Построение дерева

Структура узла

```
struct Node {
  char data;
  Node *left, *right;
  };
typedef Node *PNode;
```

Создание узла для числа (без потомков)

```
PNode NumberNode ( char c )
{
  PNode Tree = new Node;
  Tree->data = c;
  Tree->left = NULL;
  Tree->right = NULL;
  return Tree;
}
```

один символ, число

возвращает адрес созданного узла

Построение дерева

```
//-----------------------------------------
// Функция MakeTree - построение дерева
// Вход:  строка, номера первого и последнего
//        символов рассматриваемой части
// Выход: адрес построенного дерева
//-----------------------------------------
PNode MakeTree ( char Expr[], int first, int last )
{
 PNode Tree;
 int k;
 if ( first == last )
   return NumberNode ( Expr[first] );
 k = LastOperation ( Expr, first, last );
 Tree = new Node;
 Tree->data  = Expr[k];
 Tree->left  = MakeTree ( Expr, first, k-1 );
 Tree->right = MakeTree ( Expr, k+1, last );
 return Tree;
}
```

осталось только число

новый узел: операция

Вычисление выражения по дереву

```
//-----------------------------------------
// Функция CalcTree - вычисление по дереву
// Вход:  адрес дерева
// Выход: значение выражения
//-----------------------------------------
int CalcTree (PNode Tree)
{
 int num1, num2;
 if ( ! Tree->left ) return Tree->data - '0';
 num1 = CalcTree( Tree->left);
 num2 = CalcTree(Tree->right);
 switch ( Tree->data ) {
   case '+': return  num1+num2;
   case '-': return  num1-num2;
   case '*': return  num1*num2;
   case '/': return  num1/num2;
   }
 return 32767;
}
```

вернуть число, если это лист

вычисляем операнды (поддеревья)

выполняем операцию

некорректная операция

Основная программа

```
//-----------------------------------------
// Основная программа: ввод и вычисление
// выражения с помощью дерева
//-----------------------------------------
void main()
{
  char s[80];
  PNode Tree;
  printf("Введите выражение > ");
  gets(s);
  Tree = MakeTree(s, 0, strlen(s)-1);
  printf("= %d \n", CalcTree(Tree));
  getch();
}
```

Дерево игры

Задача.

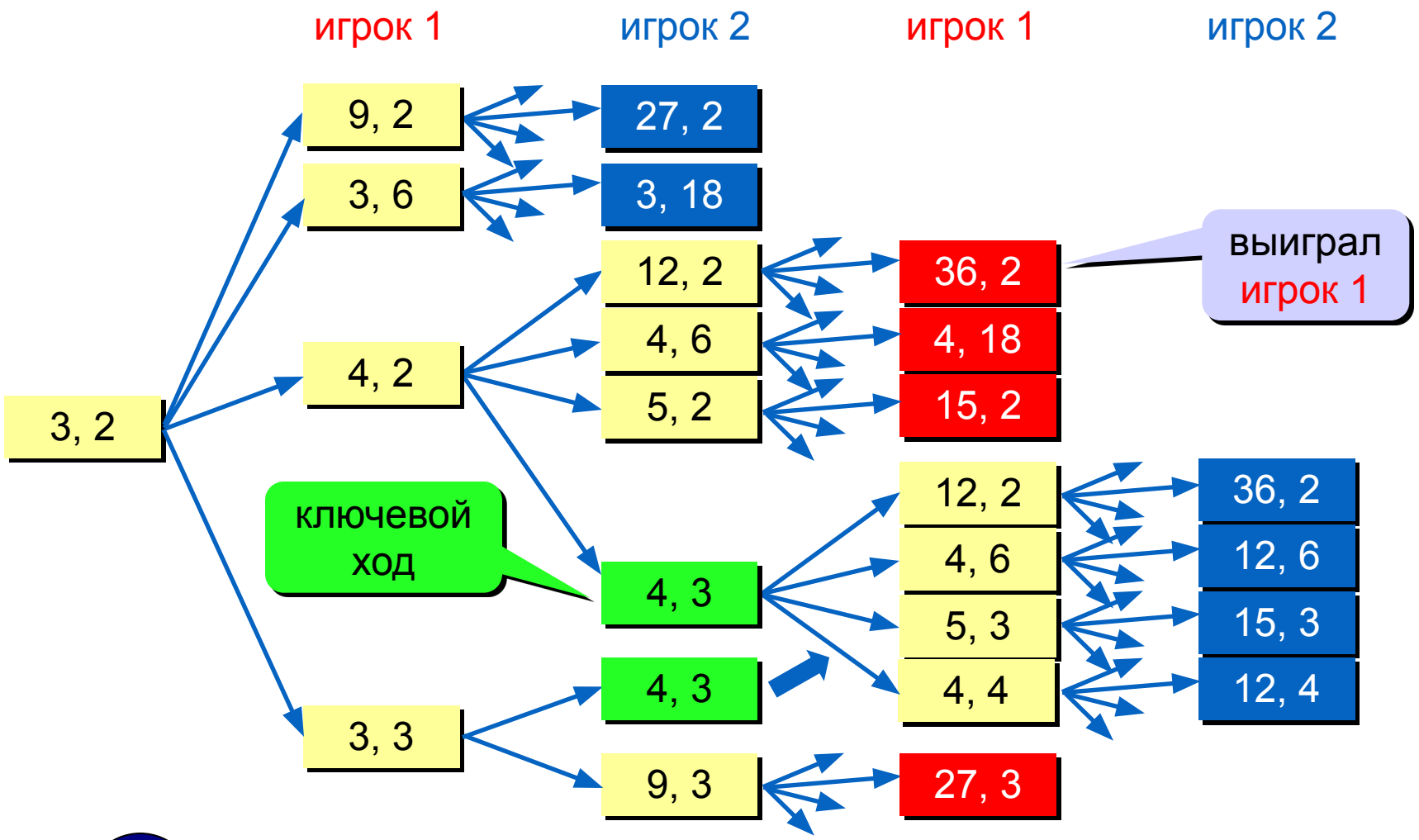
Перед двумя игроками лежат две кучки камней, в первой из которых 3, а во второй – 2 камня. У каждого игрока неограниченно много камней.

Игроки ходят по очереди. Ход состоит в том, что игрок или увеличивает в 3 раза число камней в какой-то куче, или добавляет 1 камень в какую-то кучу.

Выигрывает игрок, после хода которого общее число камней в двух кучах становится не менее 16.

Кто выигрывает при безошибочной игре – игрок, делающий первый ход, или игрок, делающий второй ход? Как должен ходить выигрывающий игрок?

Дерево игры



При правильной игре выиграет игрок 2!

Задания

«4»: «Собрать» программу для вычисления правильного арифметического выражения, включающего только однозначные числа и знаки операций +, –, * , /.

«5»: То же самое, но допускаются также многозначные числа и скобки.

«6»: То же самое, что и на «5», но с обработкой ошибок (должно выводиться сообщение).