

Государственное бюджетное общеобразовательное учреждение
Средняя общеобразовательная школа №58
Санкт-Петербург
Приморский район

8 класс
Геометрия

Четырехугольники
(Свойства, признаки)

Автор:
Фомочкина Татьяна Александровна,
Учитель математики

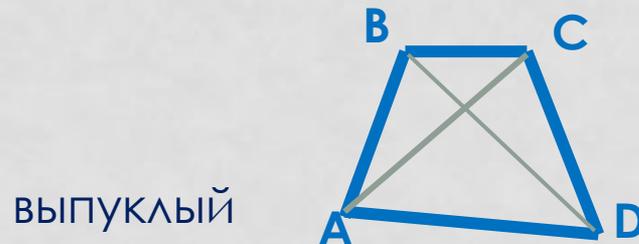
Цели урока

:

- Установить связь между фигурами, изучаемыми в данной теме;
- Систематизировать свойства и признаки четырехугольников, изученных на уроках геометрии;
- Закрепить в процессе решения задач полученные знания и навыки;
- Создать у школьников положительную мотивацию к выполнению умственных и практических заданий;
- Совершенствовать коммуникативные умения учащихся в совместной деятельности и информационно – познавательную компетентность учащихся.

Четырёхугольником называется фигура, которая состоит из четырёх точек (**вершин**) и четырёх отрезков (**сторон**), которые последовательно соединяют вершины. При этом никакие три из данных точек не должны лежать на одной прямой, а соединяющие их отрезки не должны пересекаться.

Четырёхугольник называется **выпуклым**, если он лежит по одну сторону от каждой прямой, проходящей через две его соседние вершины.



Стороны, исходящие из одной вершины, называются **смежными**.

Вершины, являющиеся концами одной стороны, называются **соседними**.

Стороны, не имеющие общих вершин, называются **противолежащими**.

Отрезки, соединяющие противоположные вершины, называются **диагоналями**.

Классификация

четырехугольник

четырехугольнико
в

параллелограмм

трапеция

прямоугольник

равнобедренная

ромб

прямоугольная

квадрат

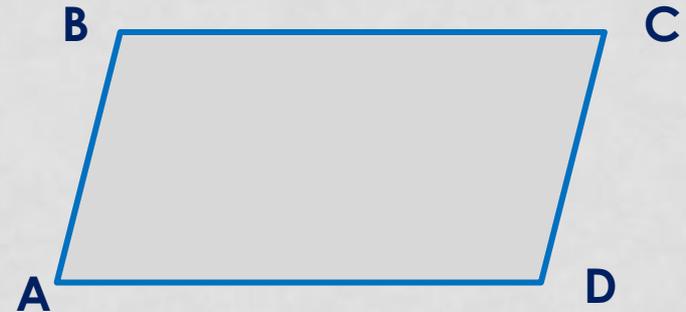
ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКОВ

1. ПАРАЛЛЕЛОГРАММОМ

называется **четырёхугольник**,
противолежащие стороны
которого попарно параллельны:
 $AB \parallel CD$, $BC \parallel AD$.

□ Свойства, признаки

□ Задачи

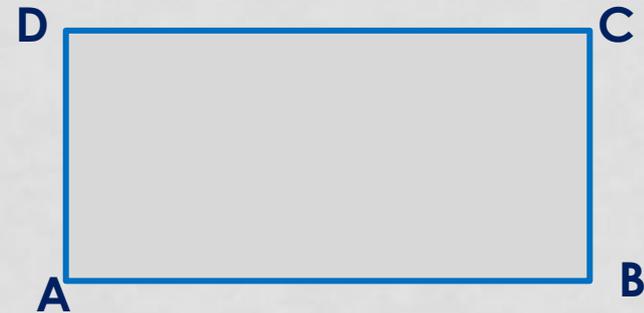


2. ПРЯМОУГОЛЬНИКОМ

называется **параллелограмм**, у
которого все углы прямые:
 $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$.

□ Свойства, признаки

□ Задачи

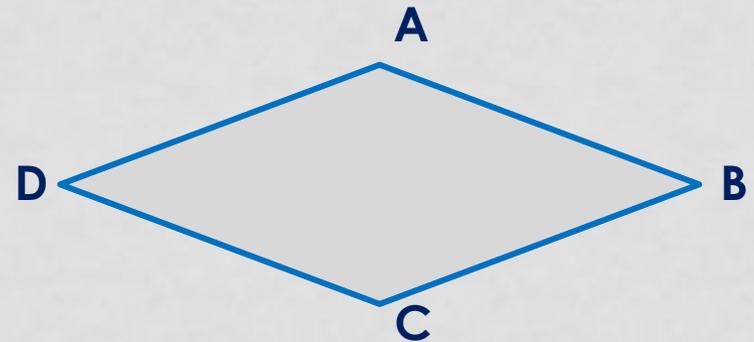


ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКОВ

3. РОМБОМ

называется **параллелограмм**, у которого все стороны равны:
 $AB=BC=CD=AD$

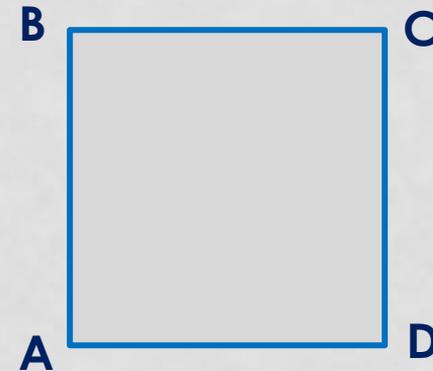
- Свойства, признаки
- Задачи



4. КВАДРАТОМ

называется **прямоугольник**, у которого все стороны равны:
 $AB=BC=CD=AD$.

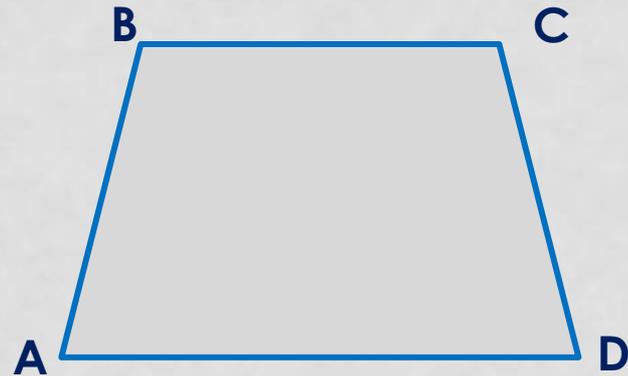
- Свойства, признаки



ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКОВ

5. ТРАПЕЦИЕЙ называется четырёхугольник у которого только две противоположные стороны параллельны:

$AD \parallel BC$, а две другие не параллельны.



- ✓ Параллельные стороны называются **основаниями** трапеции, непараллельные – **боковыми** сторонами.
- ✓ **Высота** трапеции – перпендикуляр, проведённый из произвольной точки одного основания трапеции к прямой, содержащей другое основание трапеции.



ВИДЫ ТРАПЕЦИЙ

равнобедренная

Определение:

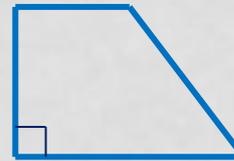
Трапеция называется **равнобедренной**, если ее боковые стороны равны.



прямоугольная

Определение:

Трапеция называется **прямоугольной**, если один из углов прямой.



ПАРАЛЛЕЛОГРАММ

Свойства

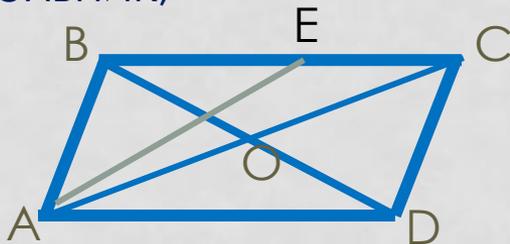
В параллелограмме

ABCA:

- Противоположные стороны равны;
- Противоположные углы равны;
- Диагонали точкой пересечения делятся пополам;

Дополнительные свойства:

- $\angle A + \angle B = \angle C + \angle D = \angle B + \angle C = \angle A + \angle D = 180^\circ$;
- Биссектриса угла отсекает от него равнобедренный треугольник;



- Диагональ параллелограмма делит его на два равных треугольника.

Признаки

(признаки фигуры отвечают на вопрос «как узнать что фигура

является ...?») **ABCA параллелограмм, если:**

- У четырехугольника две стороны равны и параллельны;
- У четырехугольника противоположные стороны попарно равны;
- У четырёхугольника противоположные углы равны;
- У четырехугольника диагонали точкой пересечения делятся пополам.



ПРЯМОУГОЛЬНИК

Свойства

Обладает всеми свойствами параллелограмма.

В прямоугольнике ABCD:

Свойство противоположных сторон и углов:

- Противоположные стороны и углы равны;

Свойство диагоналей:

- Диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам.

Отличительное свойство, только прямоугольника:

- **Диагонали прямоугольника равны.**

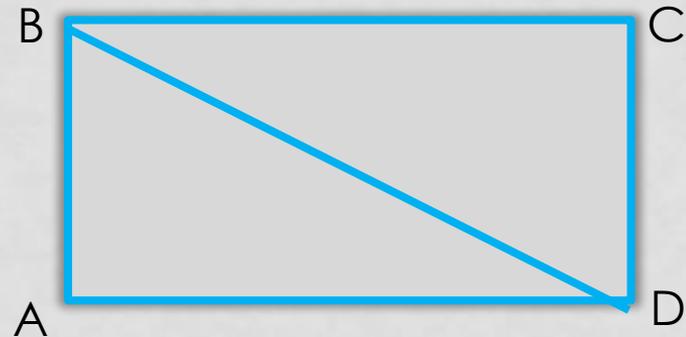
Дополнительные свойства:

- Диагонали делят его на два равных треугольника;
- Сумма углов, прилежающих к одной стороне, равна 180° .

Признаки

ABCD прямоугольник, если:

- В параллелограмме все углы равны;
- В параллелограмме один угол прямой;
- В четырехугольнике три угла прямые;
- В параллелограмме диагонали равны.



РОМБ

Свойства

Обладает всеми свойствами параллелограмма.

В ромбе ABCD:

Свойство противоположных сторон и углов:

- Противоположные стороны и углы равны;

Свойство диагоналей:

- Диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам.

Отличительное свойство, только ромба:

- Диагонали ромба взаимно перпендикулярны и делят углы пополам.

$$AC \perp BD;$$

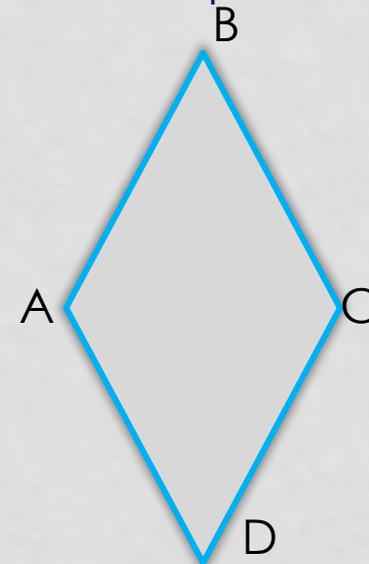
$$\angle BAO = \angle DAO; \angle BCO = \angle DCO;$$

$$\angle ABO = \angle CBO; \angle ADO = \angle CDO.$$

Признаки

ABCD ромб, если:

- В параллелограмме все стороны равны;
- В параллелограмме диагонали делят его углы пополам;
- В параллелограмме диагонали перпендикулярны.



КВАДРАТ

Свойства

Обладает всеми свойствами ромба и прямоугольника.

В квадрате ABCD:

- Все углы прямые;
- Диагонали равны;
- Диагонали взаимно перпендикулярны;
- Диагонали точкой пересечения делятся пополам и делят углы квадрата пополам.



Признаки

ABCD квадрат, если:

- ABCD- прямоугольник и диагонали перпендикулярны;
- ABCD -прямоугольник, AC и BD биссектрисы углов;
- ABCD- ромб и $AC=BD$;
- ABCD- ромб и $\angle A=90^\circ$



МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ДИКТАНТ

1. Диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам у ...
2. Диагонали равны у ...
3. Углы, прилежащие к одной стороне, равны у ...
4. Диагонали перпендикулярны у ...
5. Диагонали делят углы пополам у ...
6. Все углы равны у ...
7. Диагонали равны и перпендикулярны у ...
8. Какой параллелограмм обладает всеми перечисленными свойствами? ...

Ответы написать в тетради, самопроверка по образцу



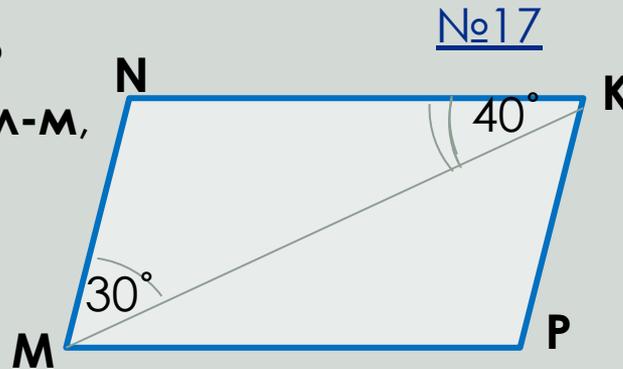
ОТВЕТЫ:

1. Диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам у **прямоугольника, ромба, квадрата**.
2. Диагонали равны у **прямоугольника, квадрата**.
3. Углы, прилегающие к одной стороне, равны у **прямоугольника, квадрата**.
4. Диагонали перпендикулярны у **ромба, квадрата**.
5. Диагонали делят углы пополам у **ромба, квадрата**.
6. Все углы равны у **прямоугольника, квадрата**.
7. Диагонали равны и перпендикулярны у **квадрата**.
8. Какой параллелограмм обладает всеми перечисленными свойствами? (**Квадрат**)

Решение задач по готовым чертежам

№1.

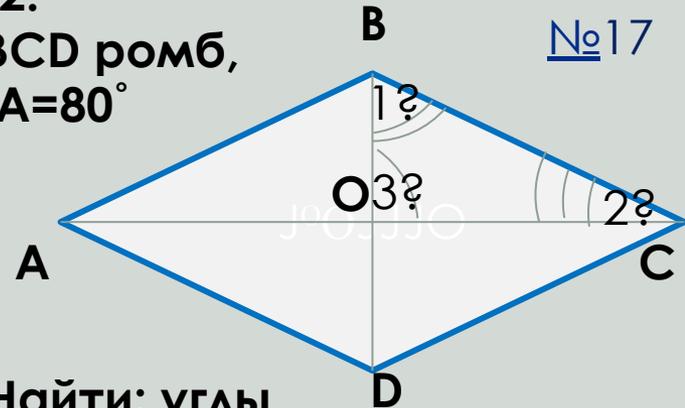
MNKP
парал-м,



Найти: все углы параллелограмма

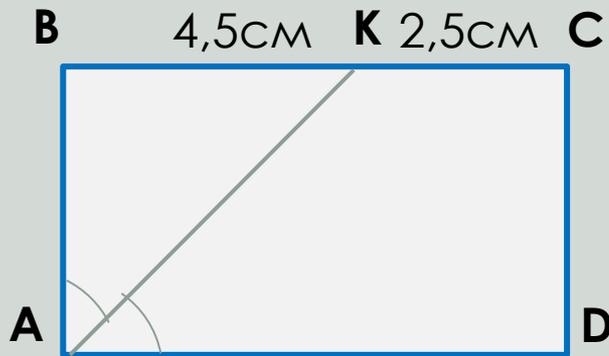
№2.

ABCD ромб,
 $\angle A = 80^\circ$



Найти: углы $\triangle BOC$

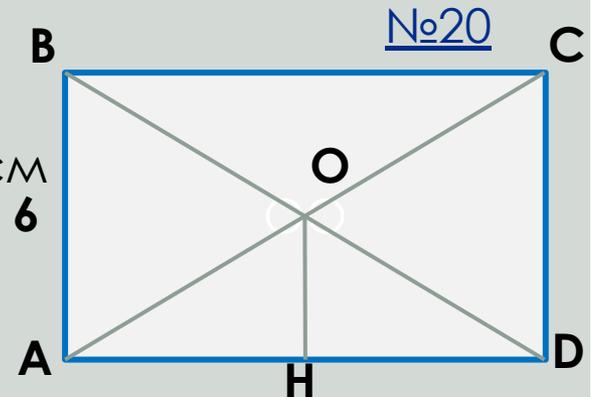
№3.



Найти: P_{ABCD}

№4.

$BD = 12 \text{ см}$
6



Найти: OH

ОТВЕТЫ:

№1. $\angle M = \angle K = 70^\circ;$
 $\angle N = \angle P = 110^\circ$

№2. $\angle 1 = 50^\circ$
 $\angle 2 = 40^\circ$
 $\angle 3 = 90^\circ$

№3. 23 см

№4. 3 см



Задачи на применение признаков четырехугольников

№1

Дано:
 ABCD четырехугольник
 $\angle 1 = \angle 3$, $\angle 2 = \angle 4$.

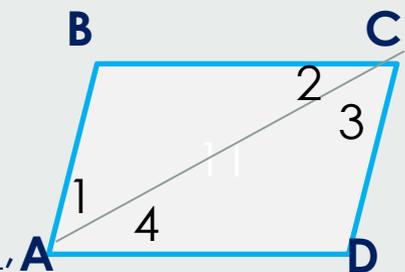
Доказать: ABCD
 параллелограмм

Доказательство:

1. $\angle 1 = \angle 3$ (по условию), а
 эти углы- _____

при пересечении прямых
 _____ и секущей _____,

то прямые _____ и _____ параллельны.



2. $\angle 2 = \angle 4$, то прямые _____ и _____ также параллельны.

3. Четырехугольник ABCD параллелограмм, т. к. его стороны _____
 (по _____). ч.т.д.

№2

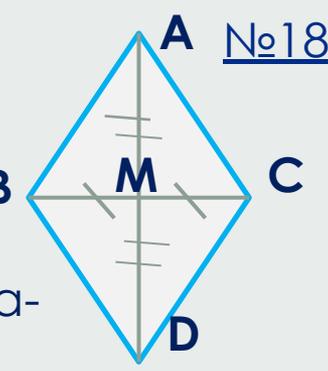
Дано:
 $\triangle ABC$, AM –
 медиана,
 $D \in AM$, $AM = MD$
 Доказать: ABCD
 параллелограмм

Доказательство:

1. AM медиана (по усл.)

_____ = _____, _____ = _____ (по постр.), сл-но B

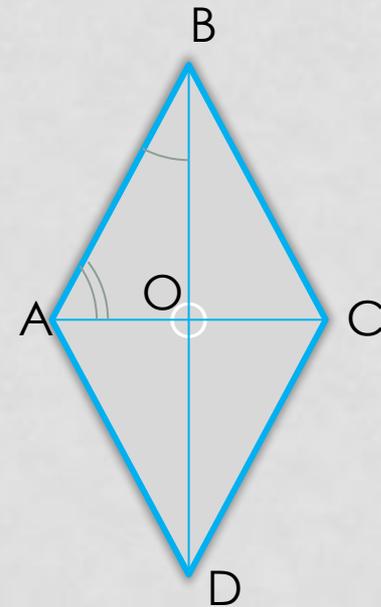
_____ в четырех-ке ABCD диагонали
 _____, сл-но ABCD па-
 раллелограмм. ч.т.д.



РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ

Задача № 1

Найдите углы ромба, если его диагонали составляют с его стороной углы, один из которых на 30° меньше другого.



Решение

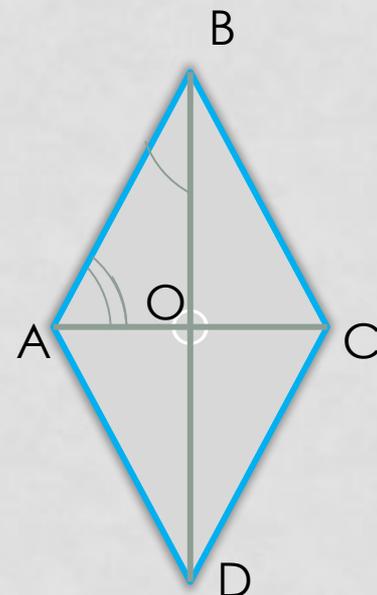
1. Диагонали ромба взаимно перпендикулярны, поэтому $\triangle AOB$ – прямоугольный

2. Пусть в $\triangle AOB$: $\angle ABO = x$, тогда $\angle BAO = x + 30^\circ$,
значит
 $\angle ABO + \angle BAO = x + x + 30^\circ = 90^\circ$,
 $x = 30^\circ$.

3. $\angle ABO = 30^\circ$, $\angle BAO = 60^\circ$, а т.к. диагонали ромба являются биссектрисами его углов, то $\angle BAD = 120^\circ$, $\angle ABC = 60^\circ$.

4. Противоположные углы в ромбе равны, тогда $\angle ADC = \angle ABC = 60^\circ$, $\angle BCD = \angle BAD = 120^\circ$.

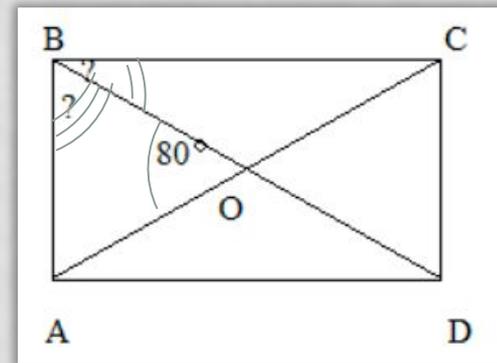
Ответ: $60^\circ, 120^\circ, 60^\circ, 120^\circ$.



Задача №2

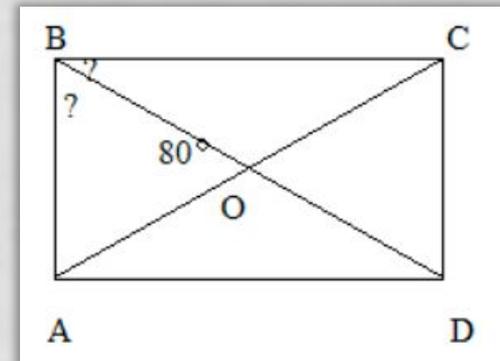
Угол между диагоналями
прямоугольника равен 80° .

Найдите углы между диагональю
прямоугольника и его сторонами.



Решение

1. Диагонали прямоугольника равны и точкой пересечения делятся пополам, значит $BO = BD/2 = AC/2 = AO$, а значит $\triangle AOB$ – равнобедренный, тогда $\angle OAB = \angle OBA = 50^\circ$.
2. В прямоугольнике все углы прямые, тогда $\angle OAD = \angle BAD - \angle OAB = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$.



Ответ: 50° , 40°



Спасибо за сотрудничество

Удачи