

Государственное бюджетное общеобразовательное учреждение  
Средняя общеобразовательная школа №58  
Санкт-Петербург  
Приморский район

# 8 класс

## Геометрия

### Четырехугольники (Свойства, признаки)

Автор:  
Фомочкина Татьяна Александровна,  
Учитель математики

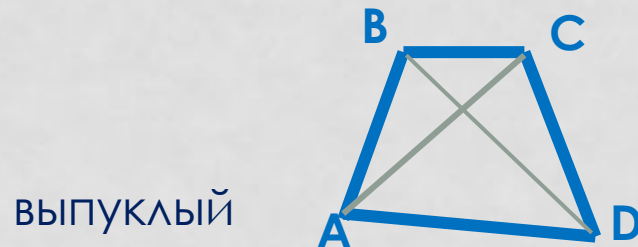
# Цели урока

:

- Установить связь между фигурами, изучаемыми в данной теме;
- Систематизировать свойства и признаки четырехугольников, изученных на уроках геометрии;
- Закрепить в процессе решения задач полученные знания и навыки;
- Создать у школьников положительную мотивацию к выполнению умственных и практических заданий;
- Совершенствовать коммуникативные умения учащихся в совместной деятельности и информационно – познавательную компетентность учащихся.

**Четырёхугольником** называется фигура, которая состоит из четырёх точек (**вершин**) и четырёх отрезков (**сторон**), которые последовательно соединяют вершины. При этом никакие три из данных точек не должны лежать на одной прямой, а соединяющие их отрезки не должны пересекаться.

Четырёхугольник называется **выпуклым**, если он лежит по одну сторону от каждой прямой, проходящей через две его соседние вершины.



Стороны, исходящие из одной вершины, называются **смежными**.

Вершины, являющиеся концами одной стороны, называются **соседними**.

Стороны, не имеющие общих вершин, называются **противолежащими**.

Отрезки, соединяющие противоположные вершины, называются **диагоналями**.

# Классификация

четырехугольник

четырехугольнико  
в

параллелограмм

трапеция

прямоугольник

равнобедренная

ромб

прямоугольная

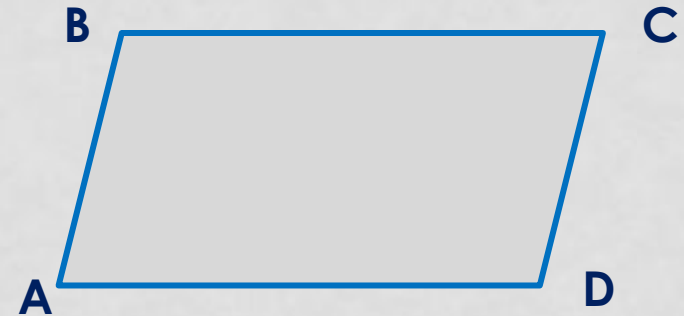
квадрат

# ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКОВ

## 1. ПАРАЛЛЕЛОГРАММОМ

называется **четырёхугольник**,  
противолежащие стороны  
которого попарно параллельны:  
 $AB \parallel CD$ ,  $BC \parallel AD$ .

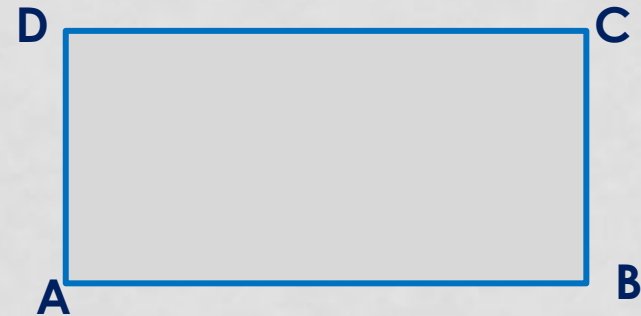
- Свойства, признаки
- Задачи



## 2. ПРЯМОУГОЛЬНИКОМ

называется **параллелограмм**, у  
которого все углы прямые:  
 $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$ .

- Свойства, признаки
- Задачи

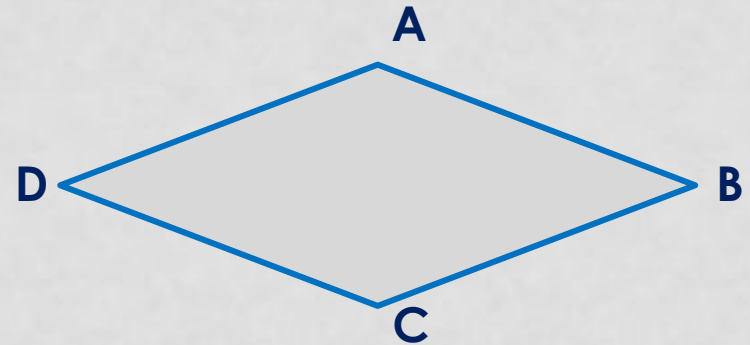


# ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКОВ

## 3. РОМБОМ

называется **параллелограмм**, у которого все стороны равны:  
 $AB=BC=CD=AD$

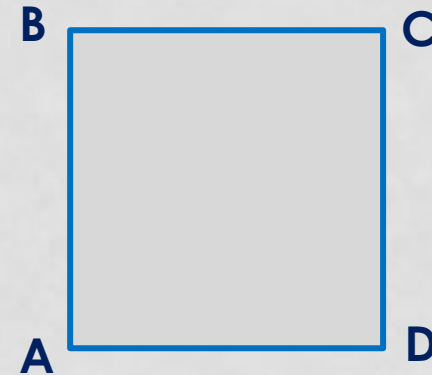
- Свойства, признаки
- Задачи



## 4. КВАДРАТОМ

называется **прямоугольник**, у которого все стороны равны:  
 $AB=BC=CD=AD$ .

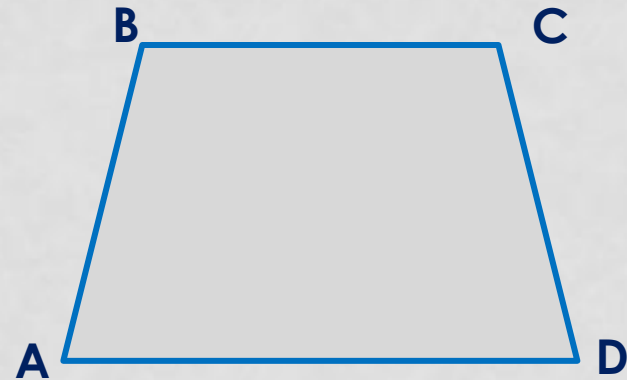
- Свойства, признаки



# ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКОВ

5. **ТРАПЕЦИЕЙ** называется **четырёхугольник** у которого только две противоположащие стороны параллельны:

$AD \parallel BC$ , а две другие не параллельны.



- ✓ Параллельные стороны называются **основаниями** трапеции, непараллельные – **боковыми** сторонами.
- ✓ **Высота** трапеции – перпендикуляр, проведённый из произвольной точки одного основания трапеции к прямой, содержащей другое основание трапеции.



# ВИДЫ ТРАПЕЦИЙ

## равнобедренная

*Определение:*

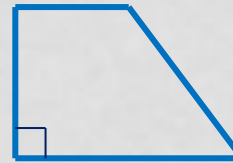
**Трапеция** называется **равнобедренной**, если ее боковые стороны равны.



## прямоугольная

*Определение:*

**Трапеция** называется **прямоугольной**, если один из углов прямой.





# ПАРАЛЛЕЛОГРАММ

## Свойства

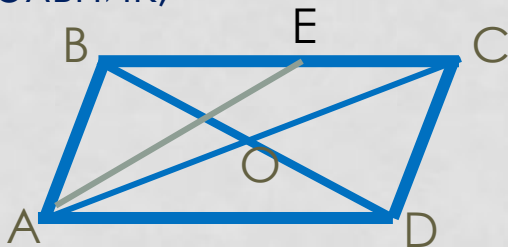
### В параллелограмме

**ABCA:**

- Противоположные стороны равны;
- Противоположные углы равны;
- Диагонали точкой пересечения делятся пополам;

### Дополнительные свойства:

- $\angle A + \angle B = \angle C + \angle D = \angle B + \angle C = \angle A + \angle D = 180^\circ$ ;
- Биссектриса угла отсекает от него равнобедренный треугольник;



- Диагональ параллелограмма делит его на два равных треугольника.

## Признаки

(признаки фигуры отвечают на вопрос «как узнать что фигура

является ...?») **ABCA параллелограмм, если:**

- У четырехугольника две стороны равны и параллельны;
- У четырехугольника противоположные стороны попарно равны;
- У четырехугольника противоположные углы равны;
- У четырехугольника диагонали точкой пересечения делятся пополам.



# ПРЯМОУГОЛЬНИК

## Свойства

Обладает всеми свойствами параллелограмма.

В прямоугольнике ABCD:

**Свойство противоположных сторон и углов:**

- Противоположные стороны и углы равны;

**Свойство диагоналей:**

- Диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам.

**Отличительное свойство, только прямоугольника:**

- **Диагонали прямоугольника равны.**

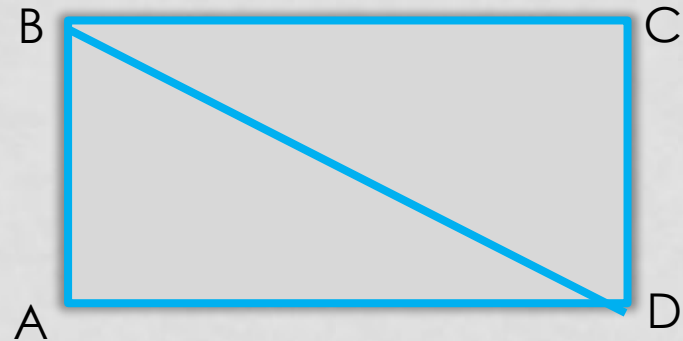
**Дополнительные свойства:**

- Диагонали делят его на два равных треугольника;
- Сумма углов, прилежащих к одной стороне, равна  $180^\circ$ .

## Признаки

ABCD прямоугольник, если:

- В параллелограмме все углы равны;
- В параллелограмме один угол прямой;
- В четырехугольнике три угла прямые;
- В параллелограмме диагонали равны.



# РОМБ

## Свойства

Обладает всеми свойствами параллелограмма.

В ромбе  $ABCD$ :

**Свойство противоположных сторон и углов:**

- Противоположные стороны и углы равны;

**Свойство диагоналей:**

- Диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам.

**Отличительное свойство, только ромба:**

- Диагонали ромба взаимно перпендикулярны и делят углы пополам.

$$AC \perp BD;$$

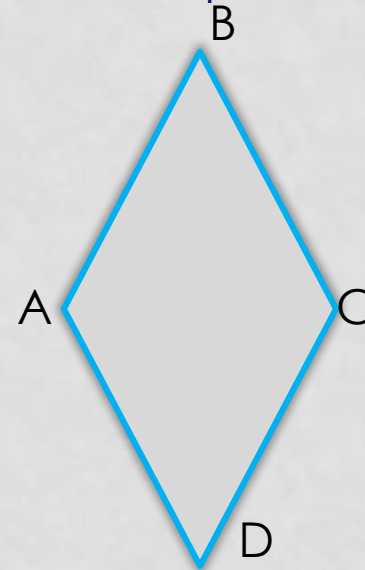
$$\angle BAO = \angle DAO; \angle BCO = \angle DCO;$$

$$\angle ABO = \angle CBO; \angle ADO = \angle CDO.$$

## Признаки

$ABCD$  ромб, если:

- В параллелограмме все стороны равны;
- В параллелограмме диагонали делят его углы пополам;
- В параллелограмме диагонали перпендикулярны.



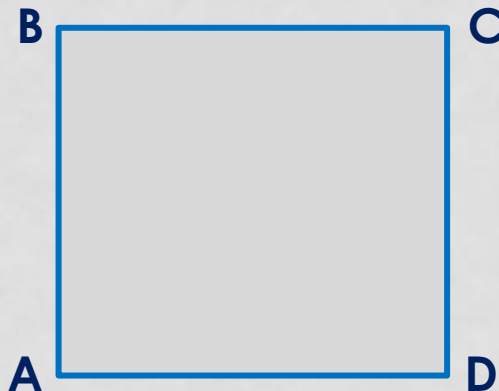
# КВАДРАТ

## Свойства

Обладает всеми свойствами ромба и прямоугольника.

В квадрате ABCD:

- Все углы прямые;
- Диагонали равны;
- Диагонали взаимно перпендикулярны;
- Диагонали точкой пересечения делятся пополам и делят углы квадрата пополам.



## Признаки

ABCD квадрат, если:

- ABCD- прямоугольник и диагонали перпендикулярны;
- ABCD -прямоугольник, AC и BD биссектрисы углов;
- ABCD- ромб и  $AC=BD$ ;
- ABCD- ромб и  $\angle A=90^\circ$



# МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ДИКТАНТ

1. Диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам у ...
2. Диагонали равны у ...
3. Углы, прилегающие к одной стороне, равны у ...
4. Диагонали перпендикулярны у ...
5. Диагонали делят углы пополам у ...
6. Все углы равны у ...
7. Диагонали равны и перпендикулярны у ...
8. Какой параллелограмм обладает всеми перечисленными свойствами? ...

*Ответы написать в тетради, самопроверка по образцу*



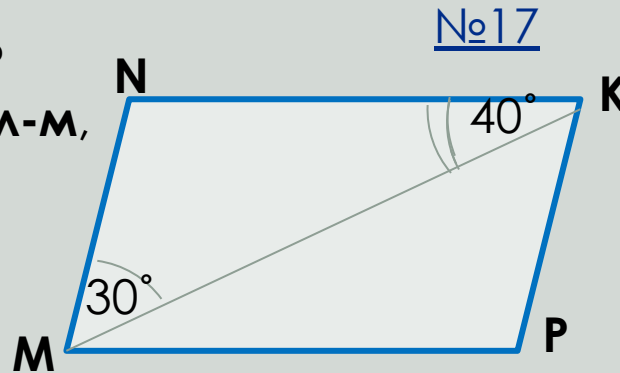
## ОТВЕТЫ:

1. Диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам у **прямоугольника, ромба, квадрата**.
2. Диагонали равны у **прямоугольника, квадрата**.
3. Углы, прилежащие к одной стороне, равны у **прямоугольника, квадрата**.
4. Диагонали перпендикулярны у **ромба, квадрата**.
5. Диагонали делят углы пополам у **ромба, квадрата**.
6. Все углы равны у **прямоугольника, квадрата**.
7. Диагонали равны и перпендикулярны у **квадрата**.
8. Какой параллелограмм обладает всеми перечисленными свойствами? (**Квадрат**)

## Решение задач по готовым чертежам

№1.

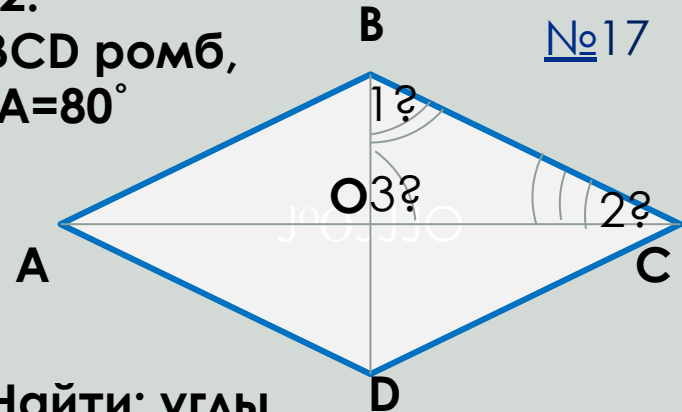
MNKP  
парал-м,



Найти: все углы параллелограмма

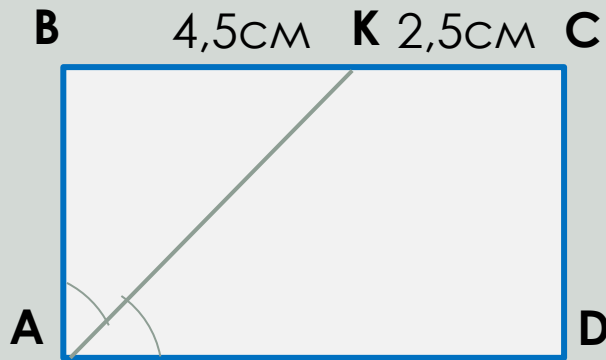
№2.

ABCD ромб,  
 $\angle A = 80^\circ$



Найти: углы  $\triangle BOC$

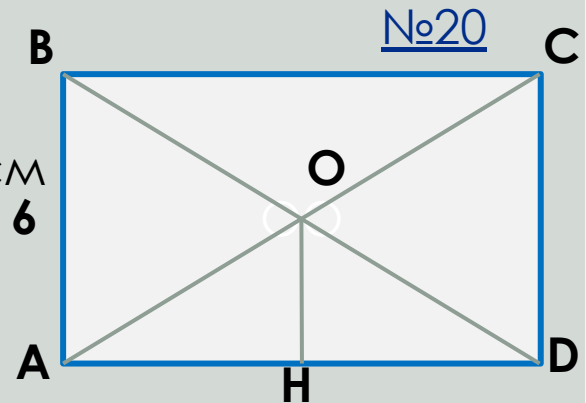
№3.



Найти:  $\angle ABCD$

№4.

BD = 12 см  
6



Найти: OH

## ОТВЕТЫ:

**№1.**  $\angle M = \angle K = 70^\circ;$   
 $\angle N = \angle P = 110^\circ$

**№2.**  $\angle 1 = 50^\circ$   
 $\angle 2 = 40^\circ$   
 $\angle 3 = 90^\circ$

**№3.** 23 см

**№4.** 3 см





## Задачи на применение признаков четырехугольников

№1

Дано:

ABCD четырехугольник  
 $\angle 1 = \angle 3$ ,  $\angle 2 = \angle 4$ .

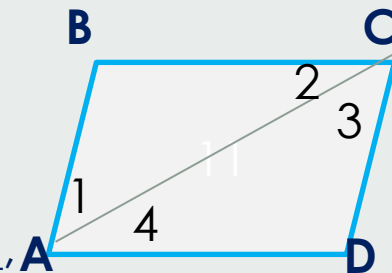
Доказать: ABCD  
 параллелограмм

Доказательство:

1.  $\angle 1 = \angle 3$  (по условию), а  
 эти углы- \_\_\_\_\_

при пересечении прямых  
 \_\_\_\_\_ и секущей \_\_\_\_\_,

то прямые \_\_\_\_\_ и \_\_\_\_\_ параллельны.



2.  $\angle 2 = \angle 4$ , то прямые \_\_\_\_\_ и \_\_\_\_\_ также параллельны.

3. Четырехугольник ABCD параллелограмм, т. к. его стороны \_\_\_\_\_  
 (по \_\_\_\_\_). ч.т.д.

№2

Дано:

$\triangle ABC$ , AM –  
 медиана,

$D \in AM$ ,  $AM = MD$   
 Доказать: ABCD

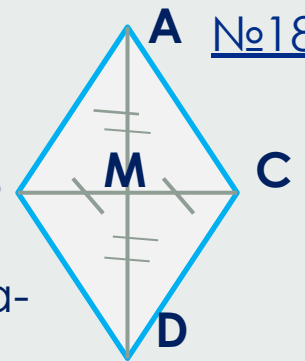
параллелограмм

Доказательство:

1. AM медиана (по усл.)

\_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_ (по постр.), сл-но B

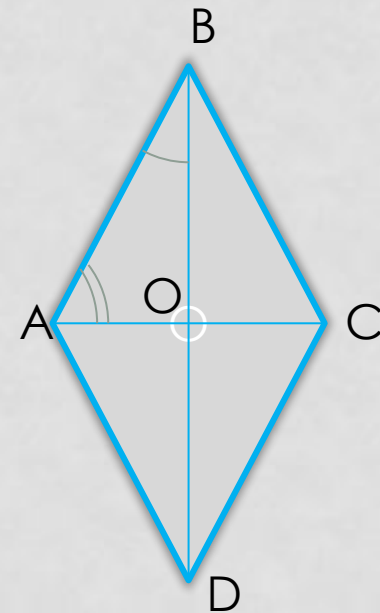
в четырех-ке ABCD диагонали  
 \_\_\_\_\_, сл-но ABCD па-  
 раллелограмм. ч.т.д.



# РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ

## Задача № 1

Найдите углы ромба, если его диагонали составляют с его стороной углы, один из которых на  $30^\circ$  меньше другого.



# Решение

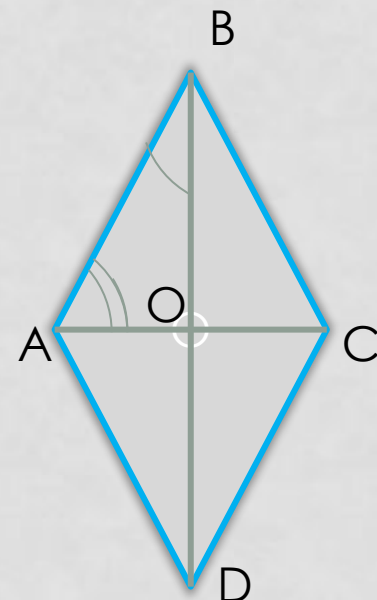
1. Диагонали ромба взаимно перпендикулярны, поэтому  $\triangle AOB$  – прямоугольный

2. Пусть в  $\triangle AOB$ :  $\angle ABO = x$ , тогда  $\angle BAO = x + 30^\circ$ ,  
значит  
 $\angle ABO + \angle BAO = x + x + 30^\circ = 90^\circ$ ,  
 $x = 30^\circ$ .

3.  $\angle ABO = 30^\circ$ ,  $\angle BAO = 60^\circ$ , а т.к. диагонали ромба являются биссектрисами его углов, то  $\angle BAD = 120^\circ$ ,  $\angle ABC = 60^\circ$ .

4. Противоположные углы в ромбе равны, тогда  $\angle ADC = \angle ABC = 60^\circ$ ,  $\angle BCD = \angle BAD = 120^\circ$ .

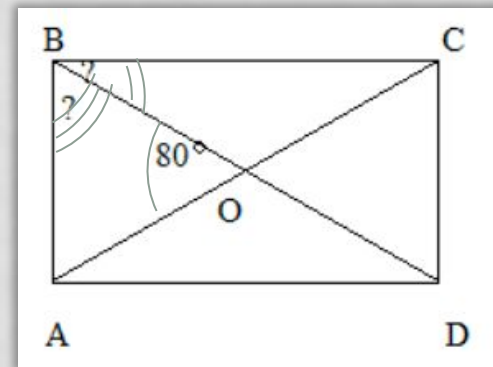
**Ответ:**  $60^\circ, 120^\circ, 60^\circ, 120^\circ$ .



## Задача №2

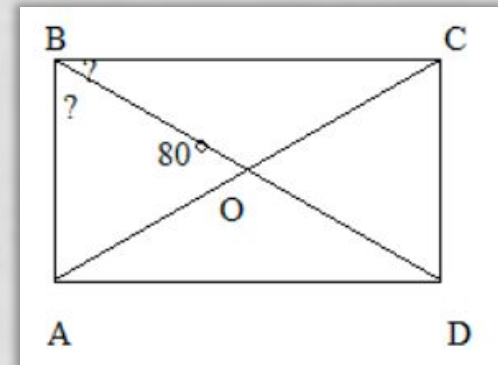
Угол между диагоналями  
прямоугольника равен  $80^\circ$ .

Найдите углы между диагональю  
прямоугольника и его сторонами.



# Решение

1. Диагонали прямоугольника равны и точкой пересечения делятся пополам, значит  $BO = BD/2 = AC/2 = AO$ , а значит  $\triangle AOB$  – равнобедренный, тогда  $\angle OAB = \angle OBA = 50^\circ$ .
2. В прямоугольнике все углы прямые, тогда  $\angle OAD = \angle BAD - \angle OAB = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$ .



**Ответ:  $50^\circ$ ,  $40^\circ$**



**Спасибо за сотрудничество**

**Удачи**