Призма. Прямая и наклонная призма. Правильная призма. Параллелепипед. Куб.

Цель:

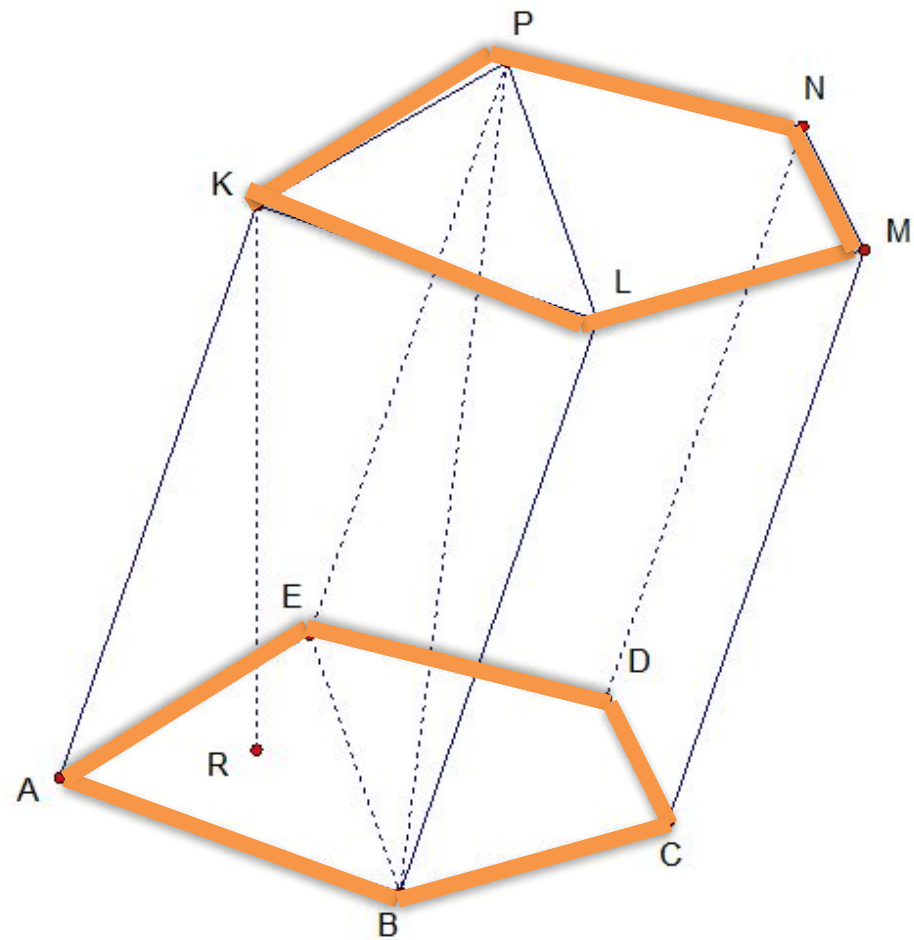
- познакомиться с призмой, ее видами (прямой и наклонной);
- рассмотреть элементы призмы;
- ознакомиться с формулами боковой и полной поверхности призмы;
- рассмотреть параллелепипед и куб.

Определение призмы

Призмой называется многогранник, который состоит из двух плоских многоугольников, лежащих в разных плоскостях и совмещаемых параллельным переносом, и всех отрезков, соединяющих соответствующие точки этих многоугольников.

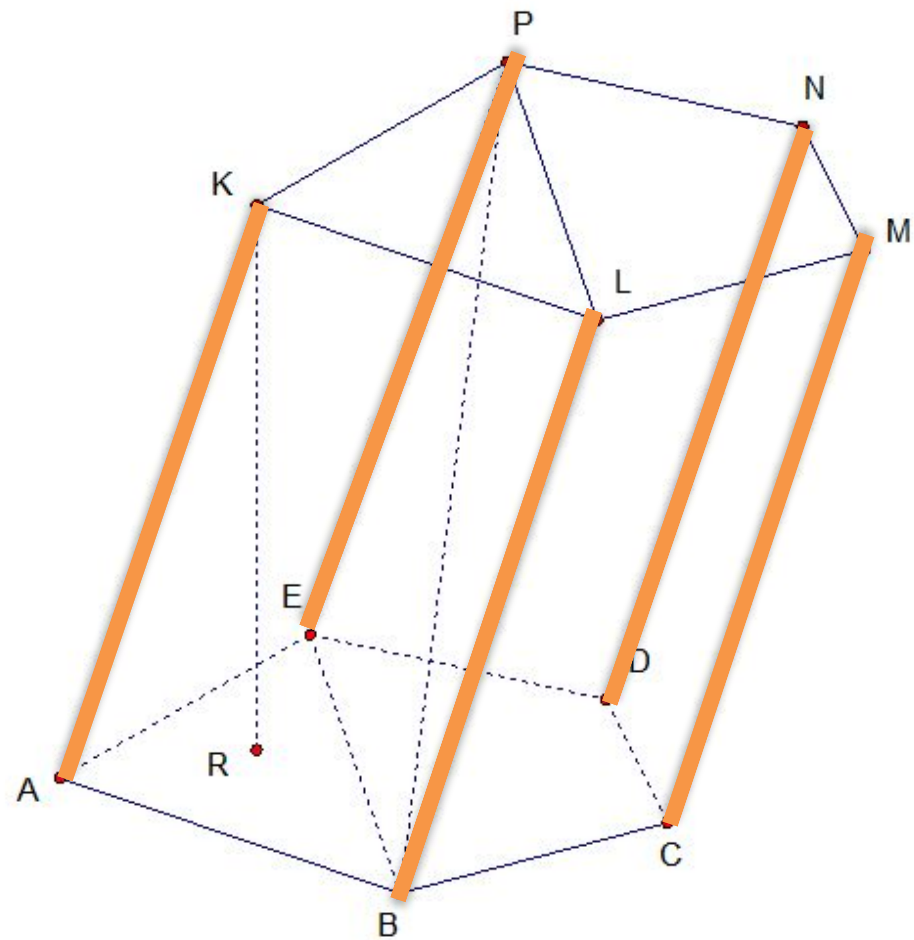
Элементы призмы

Многоугольники называются **основаниями призмы.**



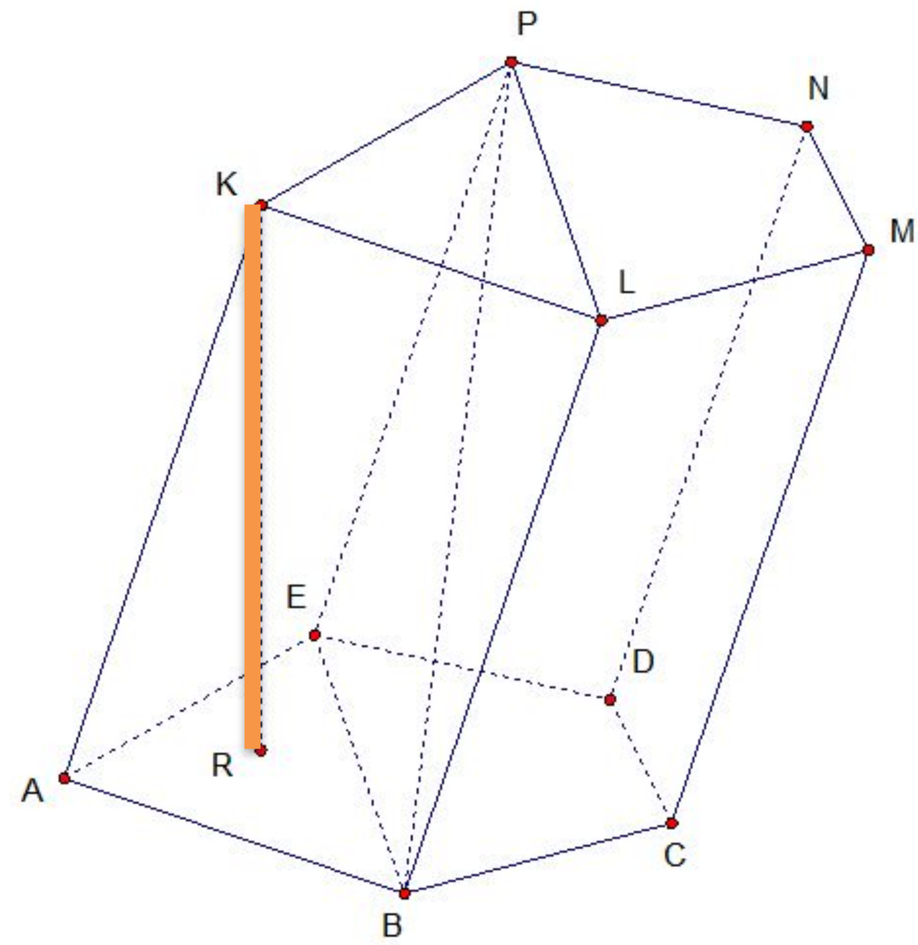
Элементы призмы

Отрезки, соединяющие соответствующие вершины, - **боковыми рёбрами призмы**.



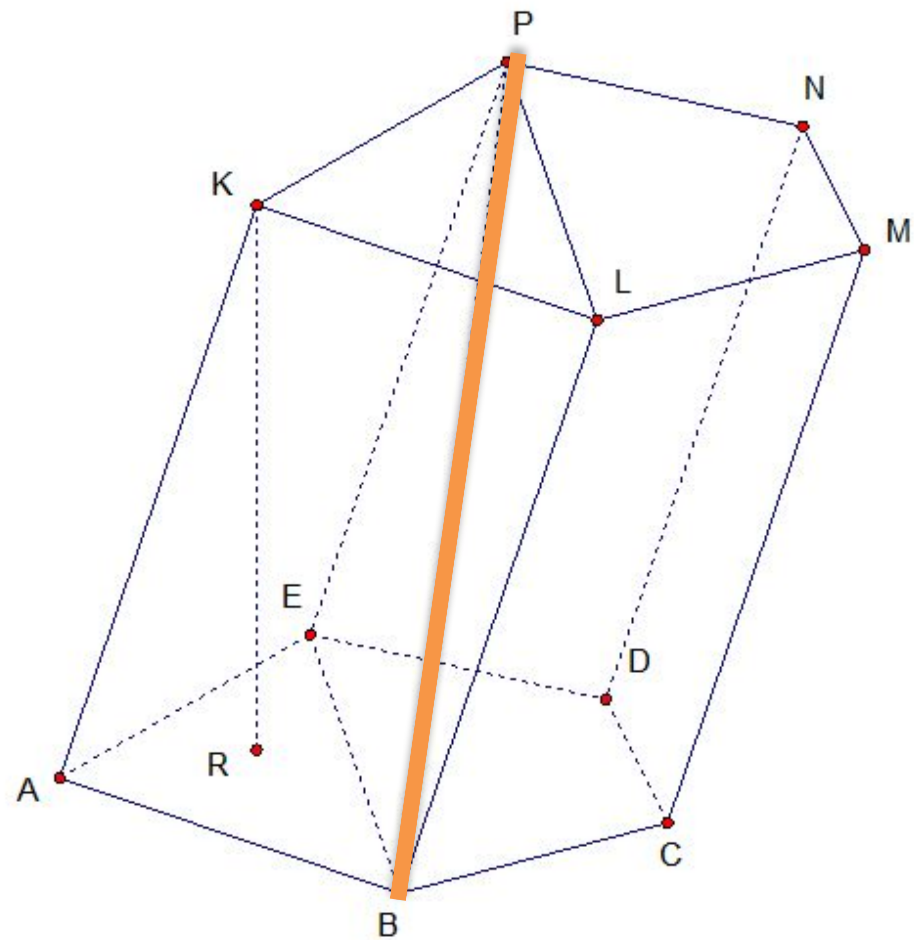
Элементы призмы

Высотой призмы называется расстояние между её основаниями



Элементы призмы

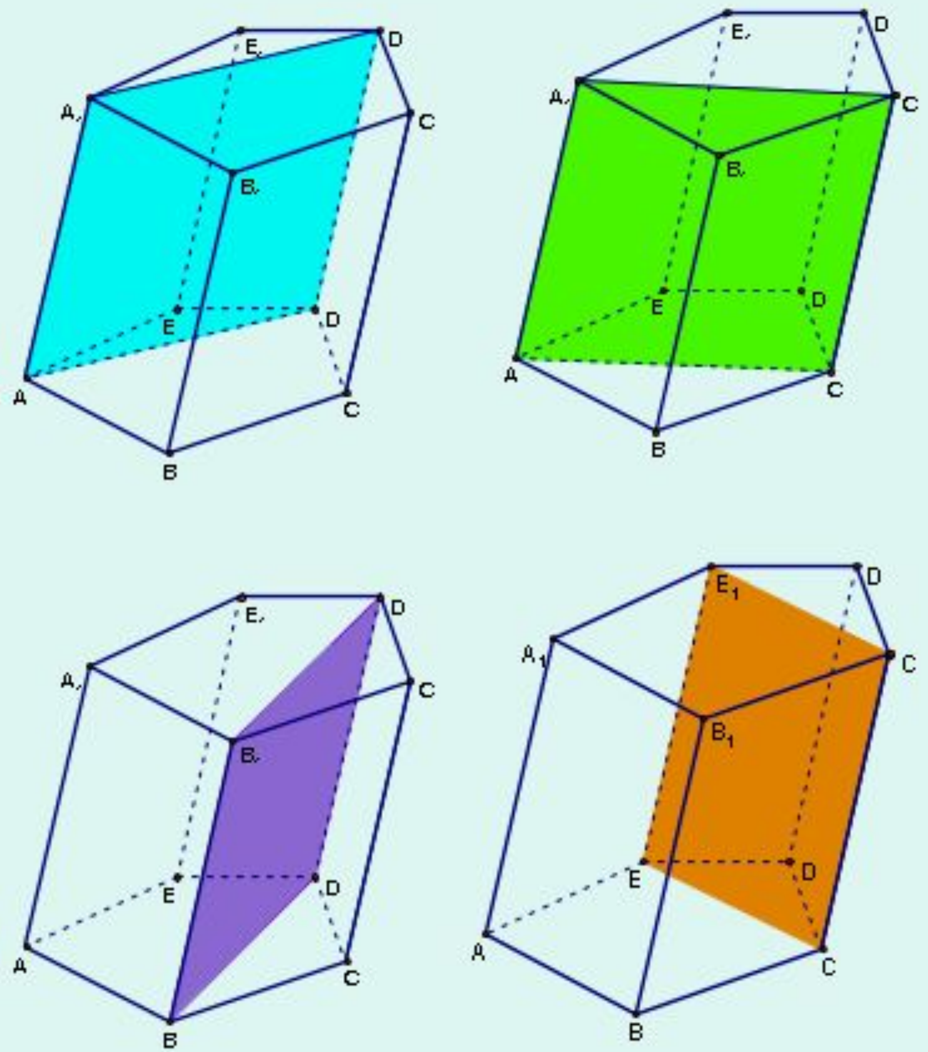
Отрезок, соединяющий две вершины призмы, не принадлежащие одной грани, называется **диагональю призмы**.



Диагональные сечения призмы

- *Сечения призмы плоскостями, проходящими через два боковых ребра, не принадлежащих одной грани, называются* ***диагональными сечениями***

- *Диагональные сечения призмы являются* ***параллелограммами***



Элементы призмы

Боковой гранью призмы называются все грани, кроме её оснований.

Боковой поверхностью призмы (точнее боковой поверхности) называется сумма площадей боковых граней.

Полная поверхность призмы равна сумме поверхности и площадей оснований.

Свойства призмы

1. Основания призмы равны.
2. Основания призмы лежат в параллельных плоскостях.
3. Боковые ребра призмы параллельны и равны.
4. У параллелепипеда противолежащие грани равны и параллельны.
5. Диагонали параллелепипеда пересекаются в одной точке и точкой пересечения делятся пополам.
6. Площадь боковой поверхности призмы ***S=Pl***, где — P периметр основания, ***l*** — высота призмы (длина бокового ребра).
7. Точка пересечения диагоналей параллелепипеда является центром симметрии.
8. В прямоугольном параллелепипеде квадрат любой диагонали равен сумме квадратов трёх его

Площадь поверхности призмы

- Площадью **полной поверхности** призмы называется сумма площадей всех её граней $\left(S_{полн}\right)$
- Площадью **боковой поверхности** призмы называется сумма площадей её боковых граней $\left(S_{бок}\right)$

$$S_{полн} = S_{бок} + 2S_{осн}$$

Теорема о площади боковой поверхности прямой призмы

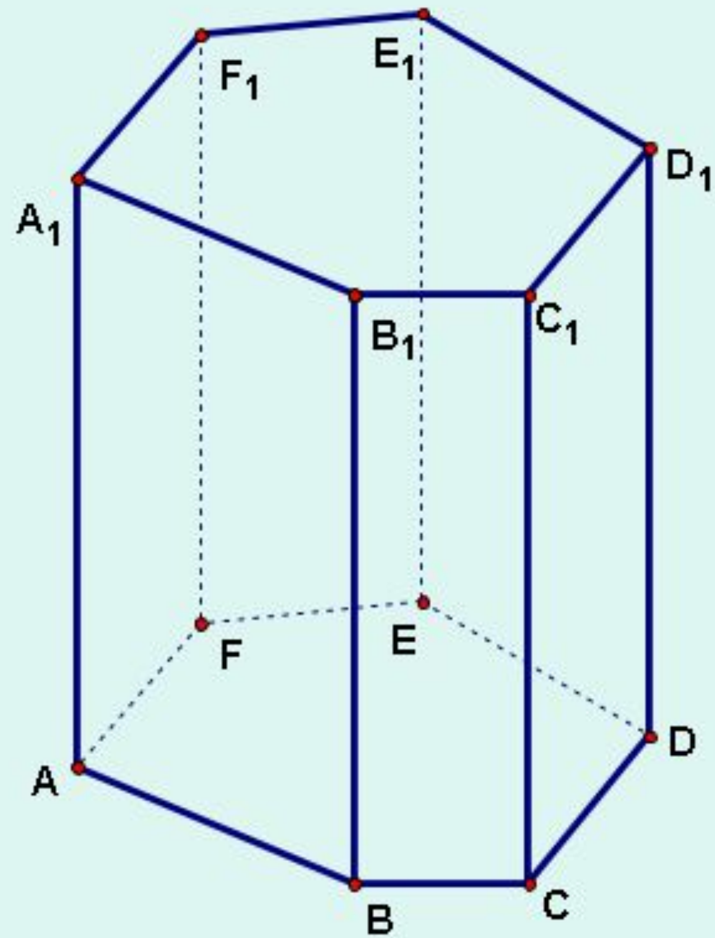
Теорема.

*Площадь **боковой поверхности** прямой призмы равна произведению **периметра основания** на **высоту** призмы*

$$S_{бок} = P_{осн} \cdot H$$

Доказательство теоремы

Боковые грани прямой призмы – прямоугольники, основания которых – стороны основания призмы, а высоты равны высоте **H** призмы. Площадь боковой поверхности призмы равна сумме площадей указанных прямоугольников, т. е. равна сумме произведений сторон основания на высоту **H**. Вынося множитель **H** за скобки, получим в скобках сумму сторон основания, т.е. периметр **P**.



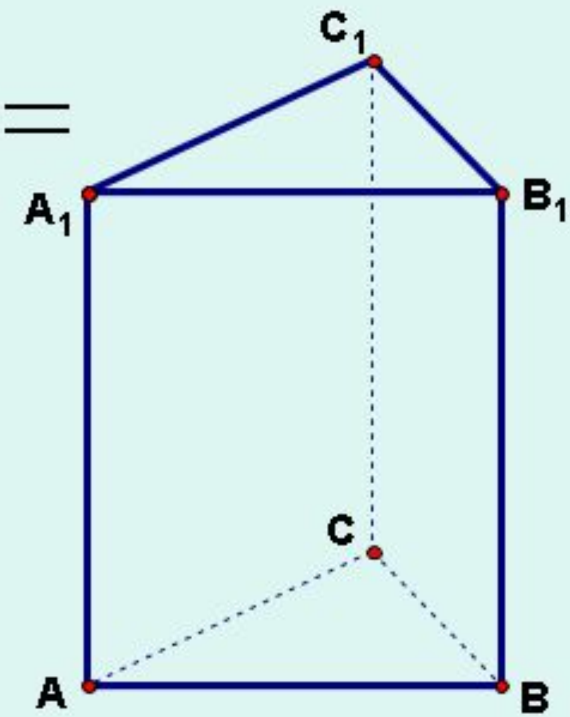
$$S_{бок} = S_{ABB_1A_1} + S_{BCC_1B_1} + S_{ACC_1A_1} =$$

$$= AB \cdot AA_1 + BC \cdot BB_1 + AC \cdot CC_1 =$$

$$= AB \cdot H + BC \cdot H + AC \cdot H =$$

$$= (AB + BC + AC) \cdot H =$$

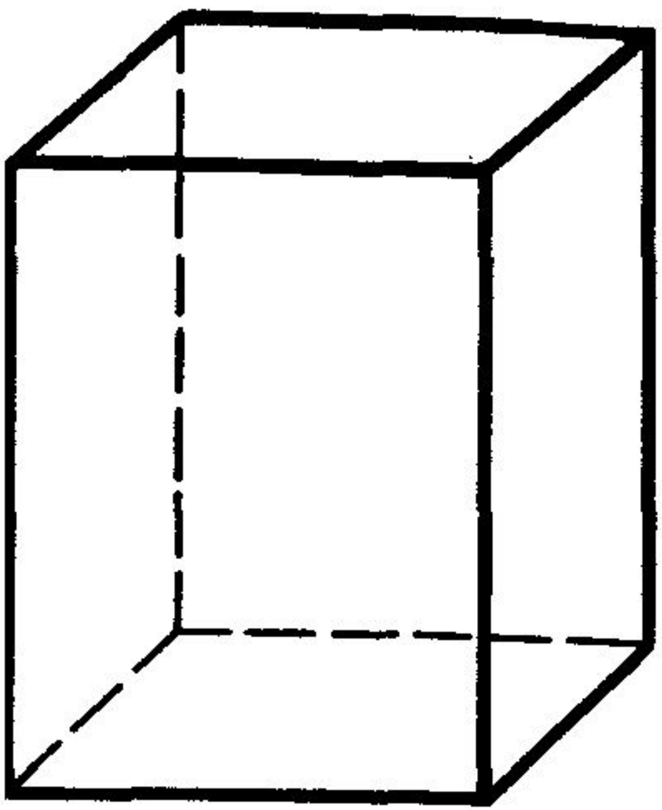
$$= P_{\triangle ABC} \cdot H$$

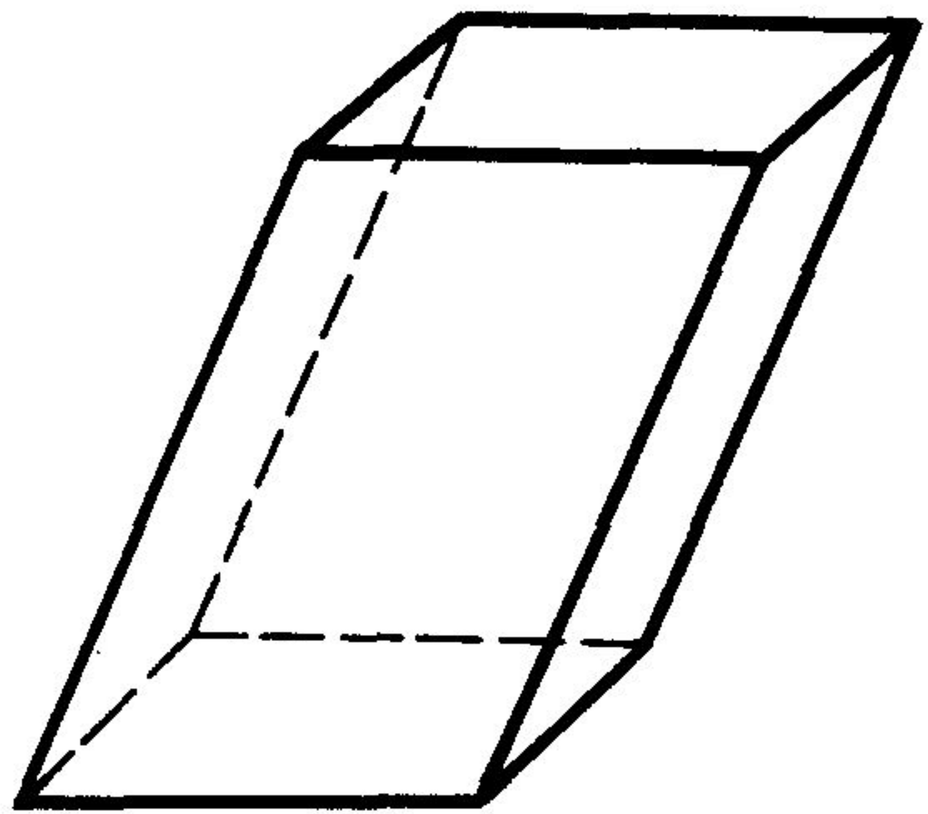


Виды призм

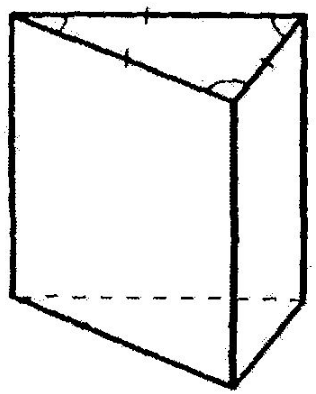
Призма называется **прямой**, если её боковые рёбра перпендикулярны основаниям.

В противном случае призма называется **наклонной.**

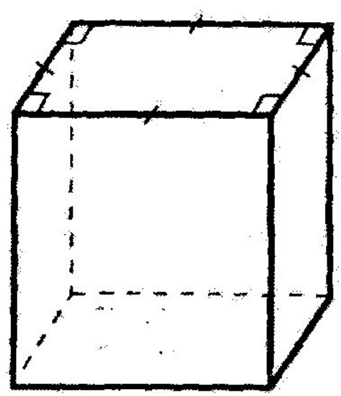




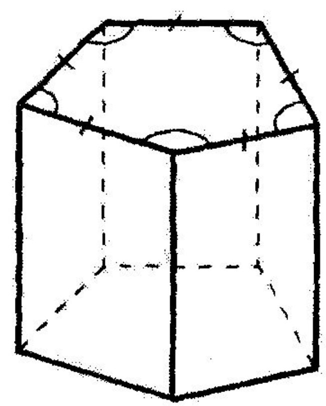
Правильная призма – это прямая призма, основанием которой является правильный многоугольник (равносторонний треугольник, квадрат, правильный шестиугольник и т.п.).



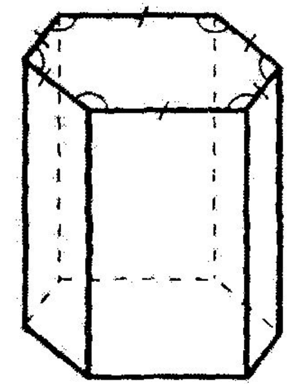
треугольная



четырехугольная

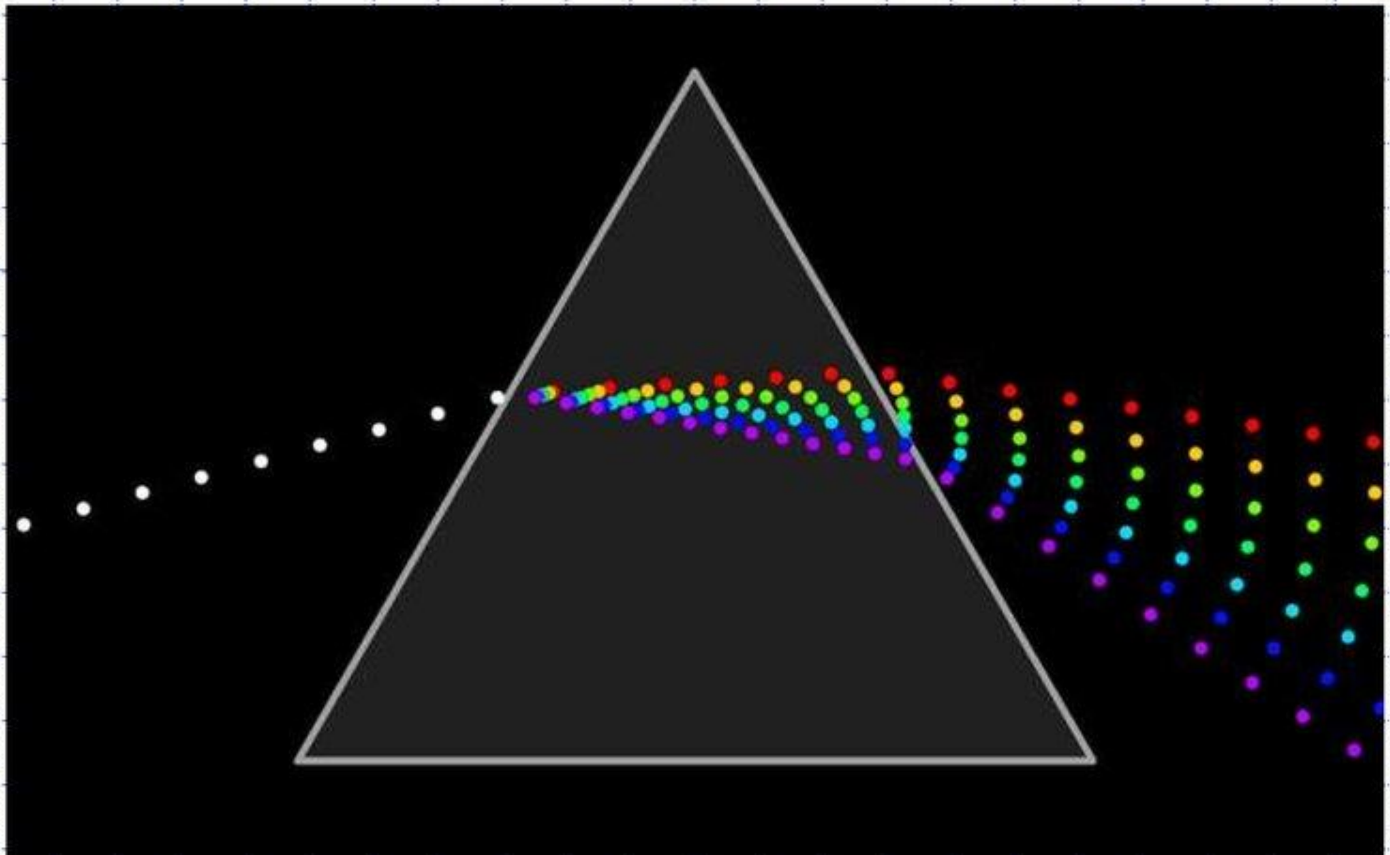


пятиугольная



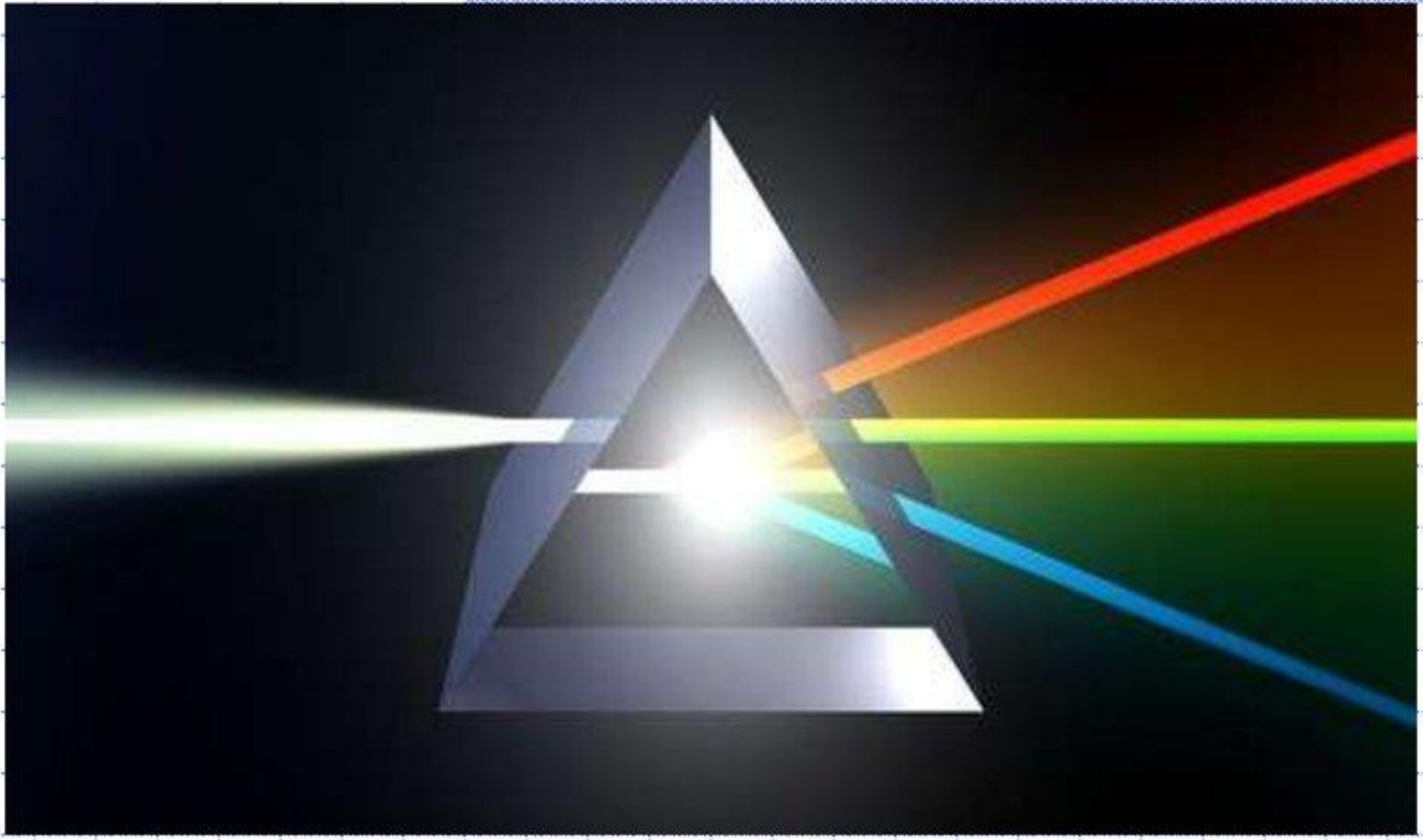
шестиугольная

Вид многогранника	Боковое ребро	Основание	Боковая грань
Наклонная призма	Не перпендикуляр-но к основанию	Плоский многоугольник	Параллелог-рамм
Прямая призма	Перпендикуляр-но к основанию	Плоский многоугольник	Прямоугольник
Правильная призма	Перпендикуляр-но к основанию	Правильный многоугольник	Прямоугольник



В 60-х годах XVII столетия Исаак Ньютон проводил эксперименты со светом. Чтобы разложить свет на составляющие и получить спектр, он использовал трехгранную стеклянную призму.

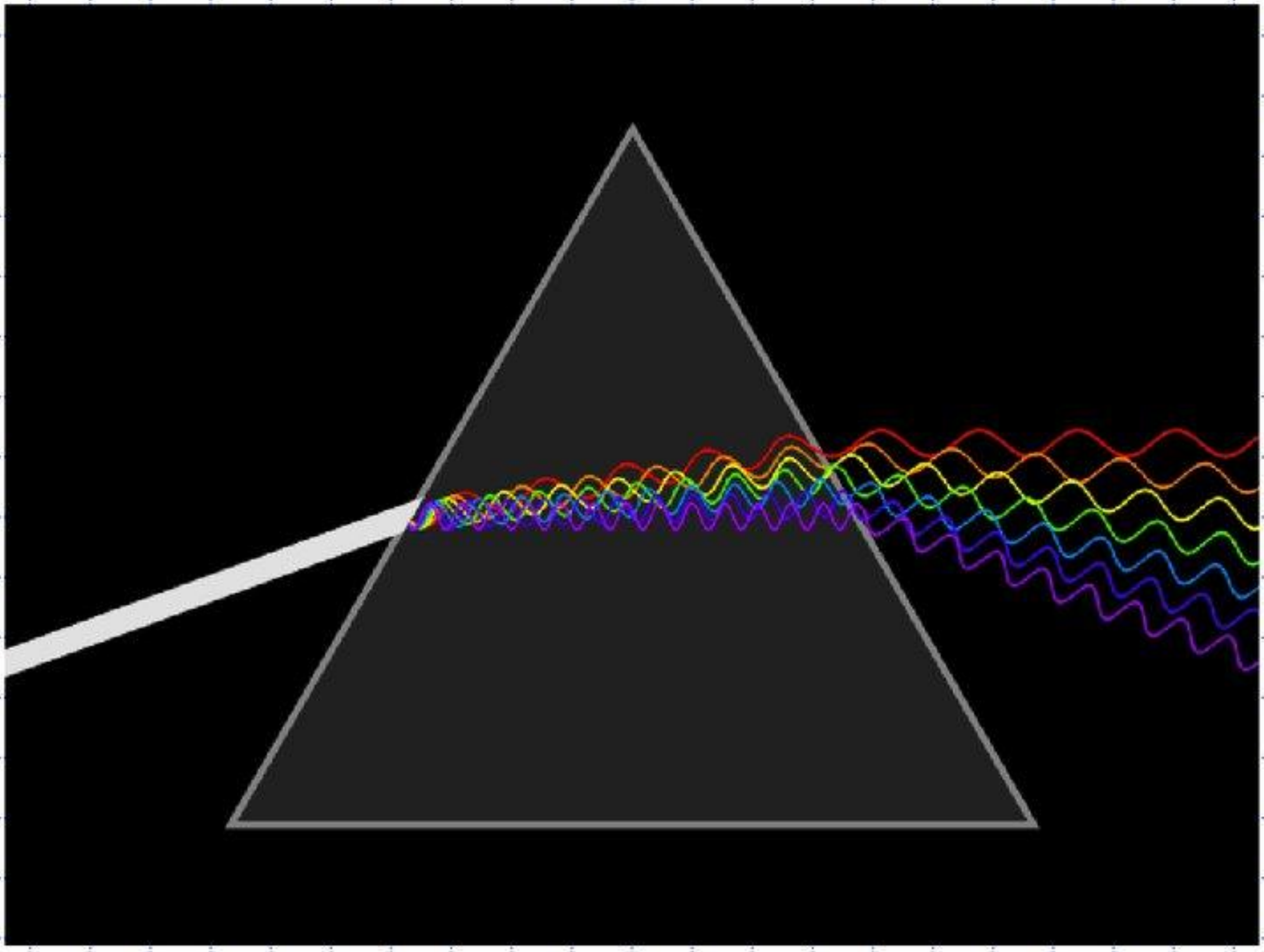
Ученый обнаружил, что, собрав раздробленный луч с помощью второй призмы, можно опять получить белый свет. Так он доказал, что белый свет является смесью разных цветов. Проходя через призму, световые лучи преломляются.



«Я затемнил мою комнату, – писал он, – и сделал очень маленькое отверстие в ставне для пропуска солнечного света».
На пути солнечного луча ученый поставил особое трехгранное стеклышко – призму. На противоположной стене он увидел разноцветную полоску – спектр. Ньютон объяснил это тем, что призма разложила белый цвет на составляющие его цвета. Ньютон первый разгадал, что солнечный луч многоцветный.

Но лучи разного цвета преломляются в разной степени – красный в наименьшей, фиолетовый в наибольшей. Именно поэтому, проходя через призму, белый цвет дробится на составные цвета.

Преломление света называется рефракцией, а разложение белого света на разные цвета – дисперсией.



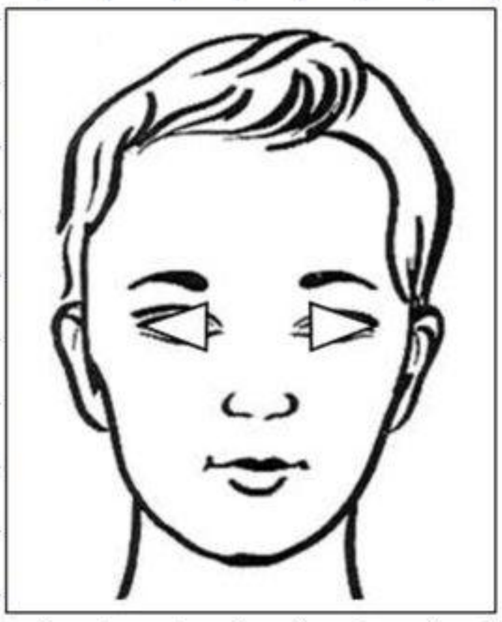
Использование призмы для творческих фотоэффектов

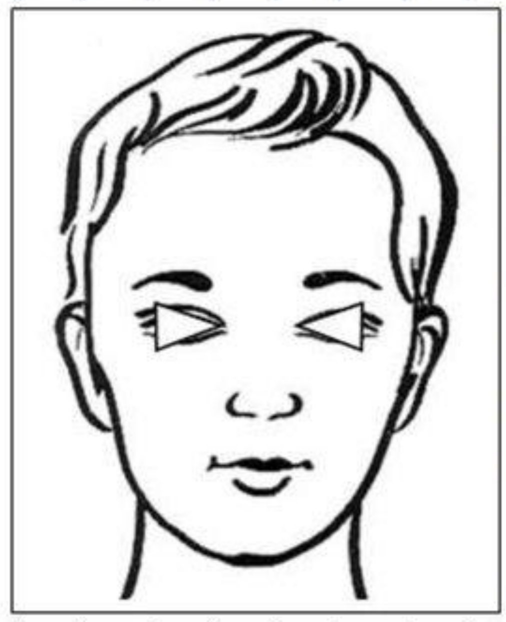
Архитектура, оптика, медицина, электронная техника.

(очки, бинокли, объективы, телефоны)

Применение призм в лечении косоглазия

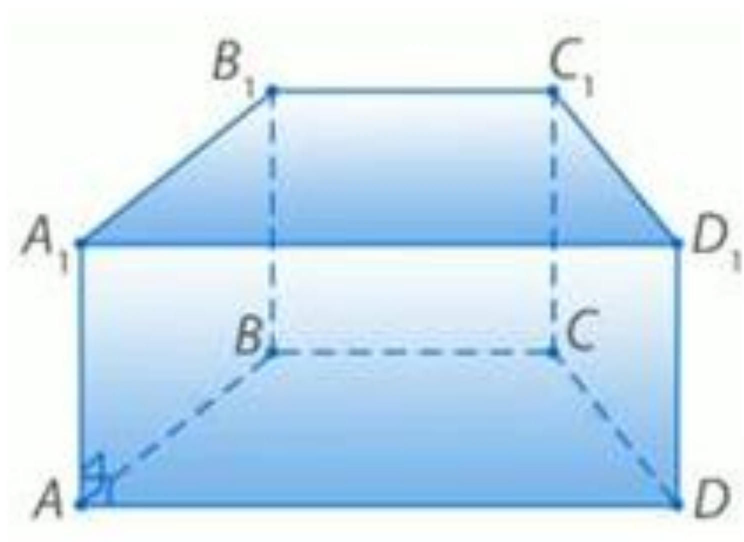
Принцип тренировки состоит в попеременном приставлении к тренируемым глазам на определенное время положительных сферо – призматических элементов различной сферической и призматической диоптрийности.
Графически это выглядит следующим образом:





Задача 1

Основанием прямой призмы является равнобедренная трапеция с основаниями 21см и 9 см и высотой 8 см. Найдите площадь боковой поверхности, если боковое ребро равно 10 см.

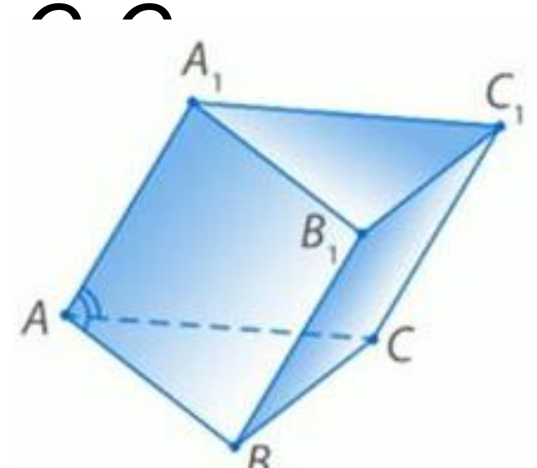


Задача 2

Основание призмы – правильный треугольник ABC. Боковое ребро AA_1 образует равные острые углы со сторонами основания AB и AC. Докажите, что

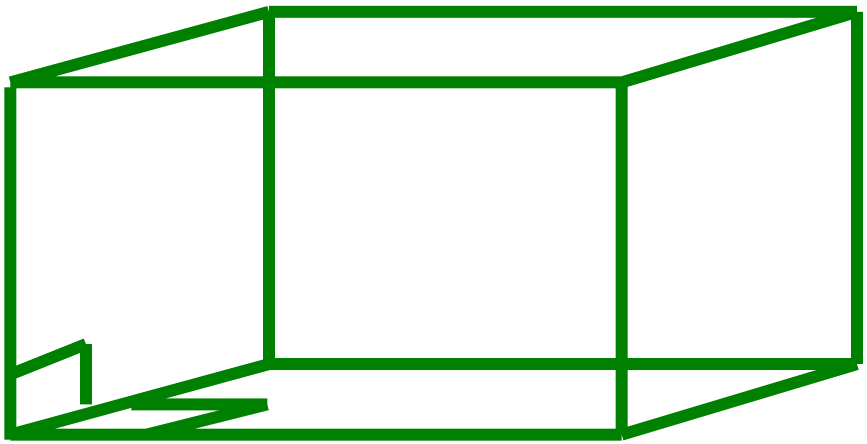
a) $BC \perp AA_1$;

b) грань BB ольник.



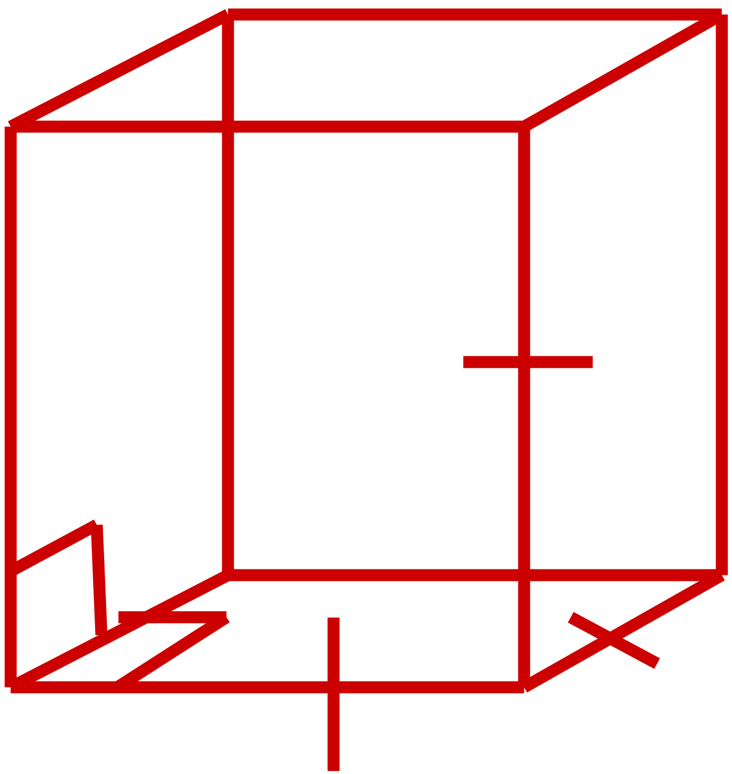
ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ

ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД



Параллелепипед называется прямоугольным, если его боковые рёбра перпендикулярны к основанию, а основания являются прямоугольниками.

ПРАВИЛЬНЫЙ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД

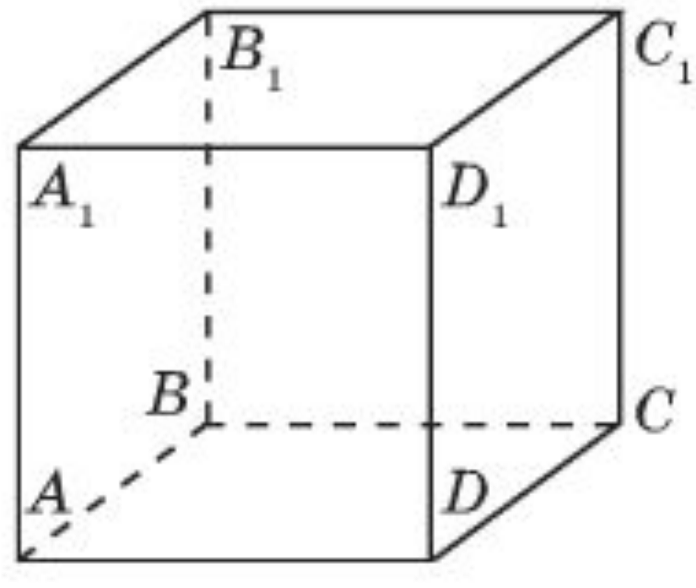


Куб -правильный многогранник, каждая грань которого представляет собой квадрат. Все ребра куба равны.

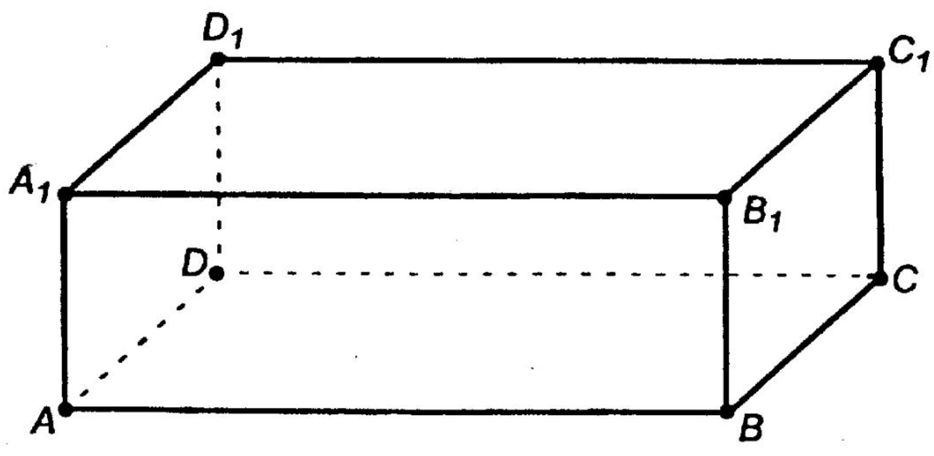
Куб является частным случаем параллелепипеда и призмы.

Свойство 1

В прямоугольном параллелепипеде все шесть граней прямоугольники.

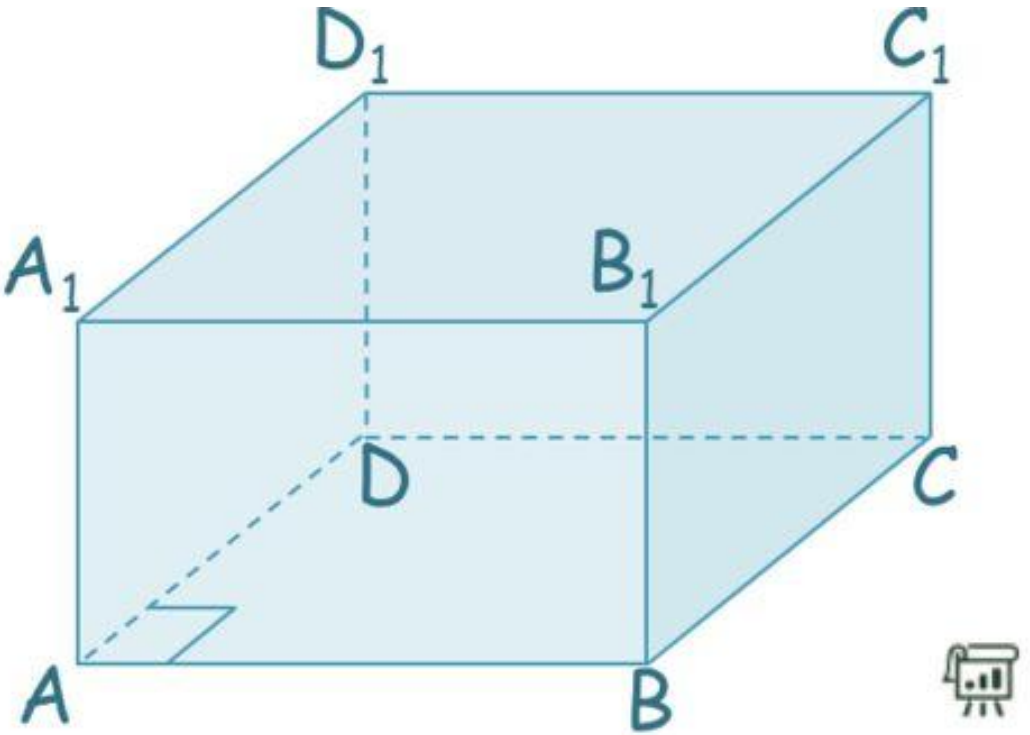


Для доказательства этого утверждения рассмотрим прямоугольный параллелепипед ABCDA1B1C1D1. Его основаниями служат прямоугольники ABCD, A1B1C1D1, а боковые ребра AA1, BB1, CC1, DD1 перпендикулярны основаниям, значит ребро BB1 перпендикулярно ребру BC и AB, ребро DD1 перпендикулярно ребру AD и DC, то есть боковые грани параллелепипеда являются прямоугольниками. Что и требовалось доказать.

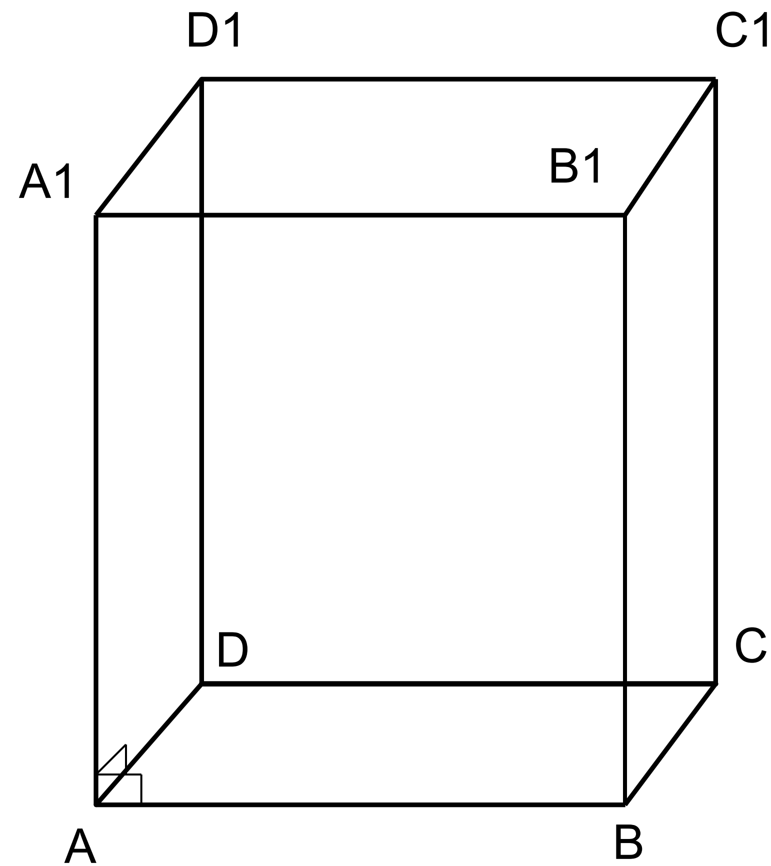


Свойство:

Все двугранные углы прямоугольного параллелепипеда -прямые



Доказательство:
Возьмем на ребре AB, например, точку A. AA1 – перпендикуляр к ребру AB в плоскости ABB1, AD– перпендикуляр к ребру AB в плоскости ABC. Значит, угол A1AD – линейный угол двугранного угла A1ABD. Это прямой угол, значит, двугранный угол при ребре AB – прямой.



Квадрат диагонали прямоугольного параллелепипеда равен сумме квадратов трех его измерений

Дано: $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – прямоугольный параллелепипед

Доказать: $AC_1^2=AB^2+AD^2+AA_1^2$

Доказательство:

Прямая CC_1 перпендикулярна плоскости ABC, а значит, и прямой AC. Значит, треугольник CC_1A – прямоугольный. П теореме Пифагора: $AC_1^2=AC^2+CC_1^2$

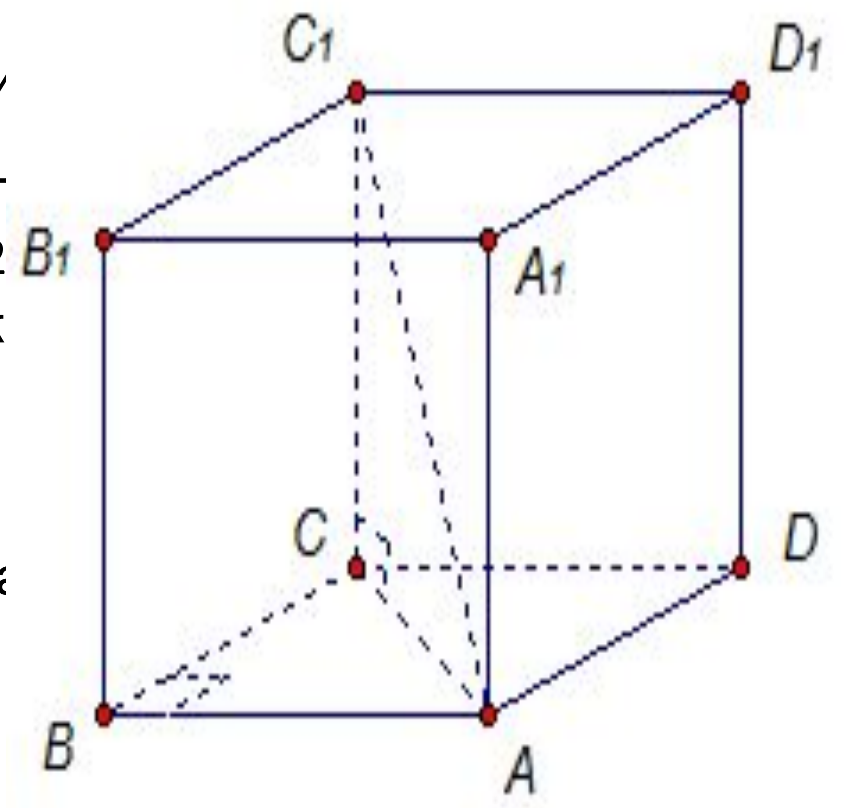
Рассмотрим прямоугольный треугольник ABC. По теореме Пифагора:

$AC^2=AB^2+BC^2$

Но BC и AD – противоположные стороны прямоугольника. Значит, $BC=AD$. Тогда

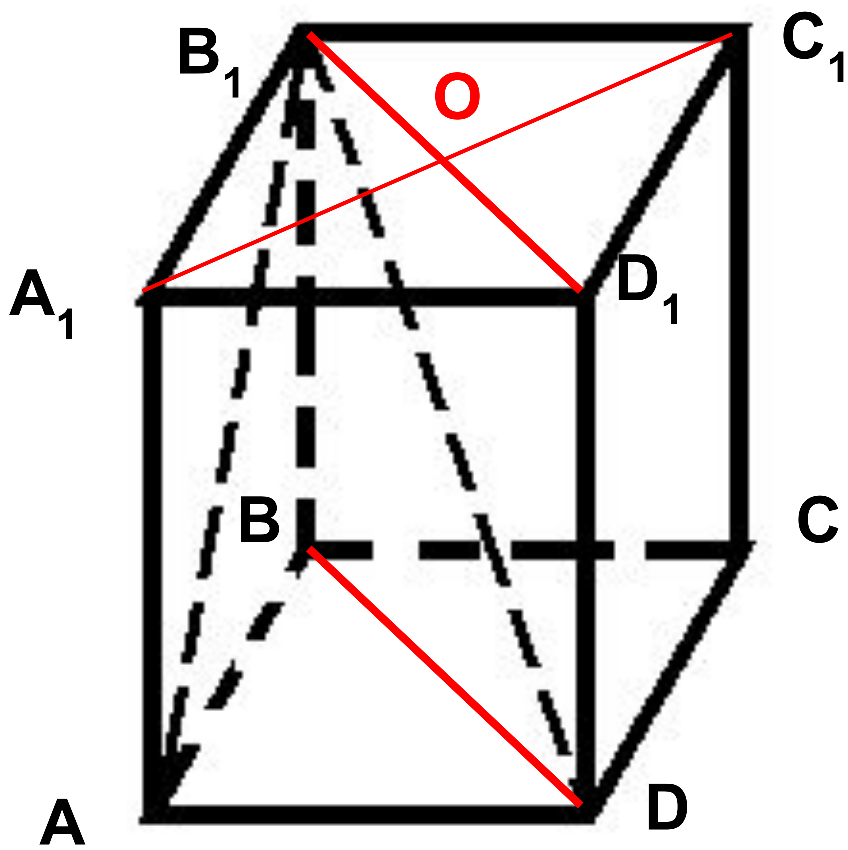
$AC^2=AB^2+AD^2$

Так как $AC_1^2=AC^2+CC_1^2$, а $AC^2=AB^2+AD^2$, то $AC_1^2=AB^2+AD^2+CC_1^2$. Поскольку $CC_1=AA_1$, то $AC_1^2=AB^2+AD^2+AA_1^2$. Теорема доказана.



Задача 3

Основанием прямоугольного параллелепипеда является квадрат со стороной, равной 5 см. Расстояние от бокового ребра до скрещивающейся с ним диагонали параллелепипеда равно



$5\sqrt{2}/2$ **см**

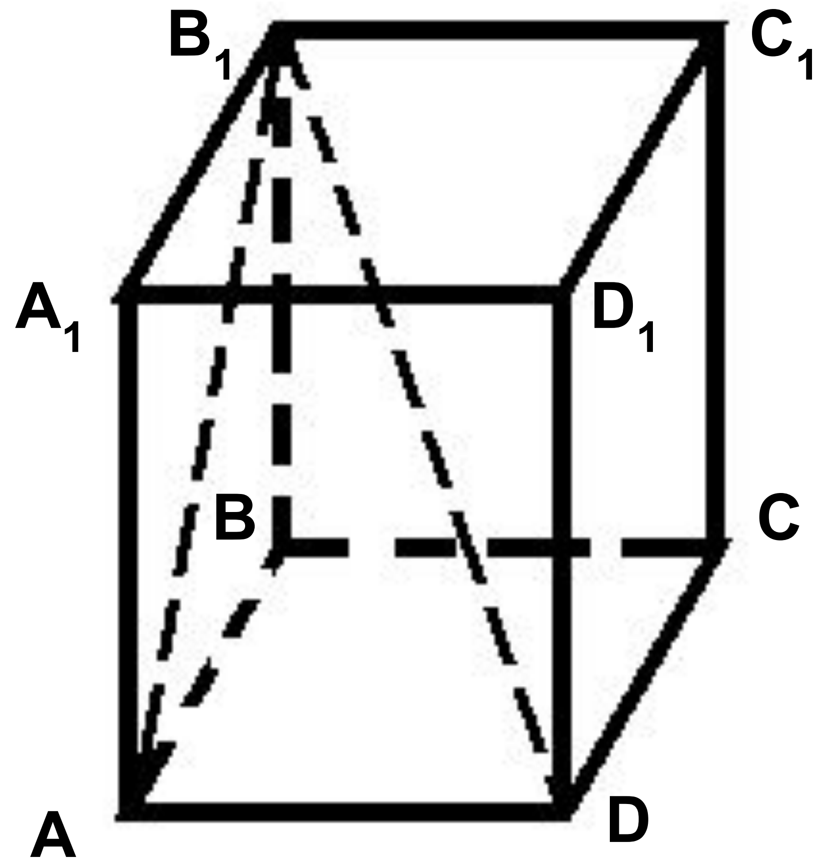
Задача 4

Три измерения прямоугольного параллелепипеда равны 1 см, 2 см, 3 см.

1. Сумма длин всех ребер равна 24 см
2. Сумма площадей всех его граней равна

   22 $см^2$
3. Длины его диагоналей равны

   $\sqrt{14}$ см



Задача 5

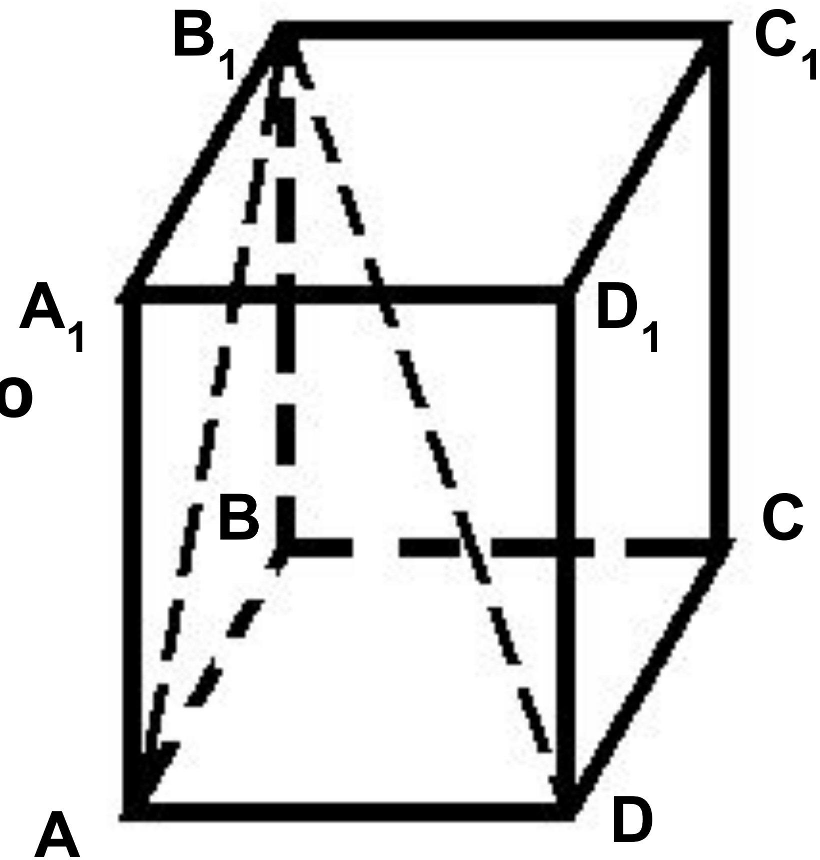
$ABCDA_1\ B_1C_1D_1$ - прямоугольный параллелепипед

1. Треугольник AB_1D

   прямоугольный

2. Угол BDB_1

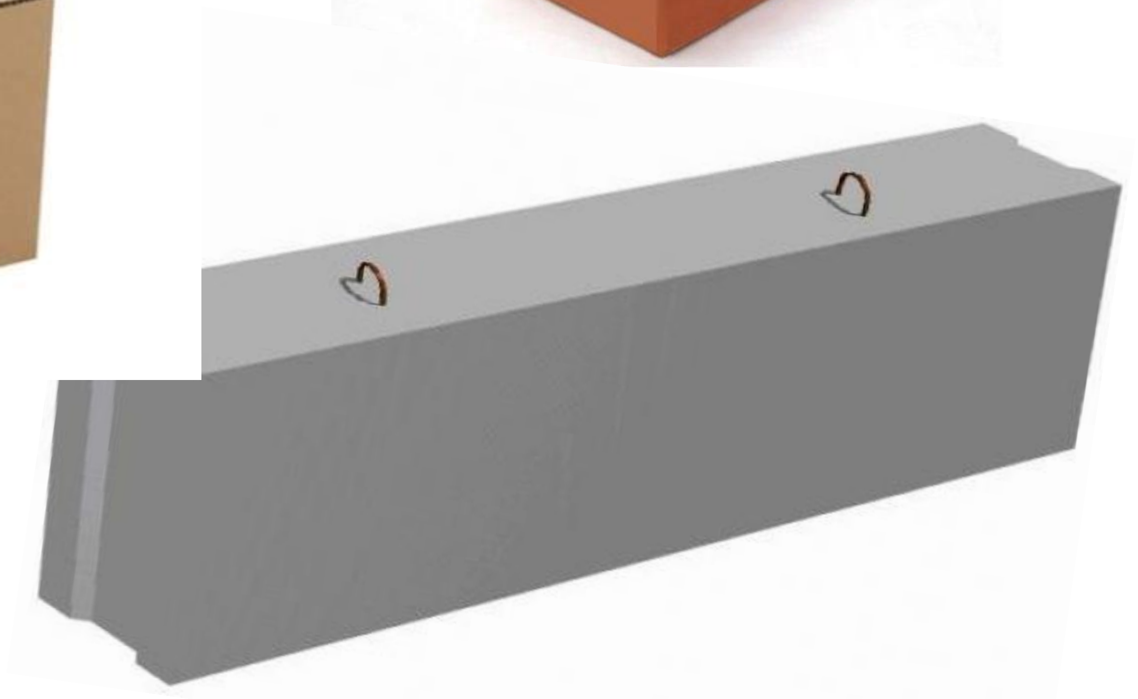
   \- угол между диагональю B_1D и плоскостью основания



ПРИМЕР ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДА В АРХИТЕКТУРЕ



ПРИМЕРЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ФОРМЫ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДА В БЫТУ




БАНК
ТЕАТР
СПОРТ
БОЛЬНИЦА
ПРОДУКТЫ
КАФЕ
КИНО
ШКОЛА
ИГРУШКИ

Самостоятельная работа

Задание 1

В **прямоугольном параллелепипеде измерения равны 6 см, 8 см, 10 см.**

Найдите диагональ параллелепипеда и синус угла между диагональю параллелепипеда и плоскостью его основания

Задание 2

В прямоугольном параллелепипеде измерения равны 5 см, 7 см, $\sqrt{47}$ см.

Найдите диагональ параллелепипеда и синус угла между диагональю параллелепипеда и плоскостью его основания

Домашнее задание:

Решить задачи:

Задача 1: Построить правильный многогранник, каждая грань которого представляет собой квадрат. Все ребра куба равны.

Задача 2: Объем куба равен 12! Найдите площадь его поверхности

Домашнее задание

Задача 3. Сторона основания правильной четырехугольной призмы равна *a*, диагональ призмы образует с плоскостью основания угол 45°. Найдите:

а) диагональ призмы;

б) угол между диагональю призмы и плоскостью боковой грани;

в) площадь бо ... ости призмы.