

# Оценка неопределенности результатов измерений



# Неопределенность измерений –

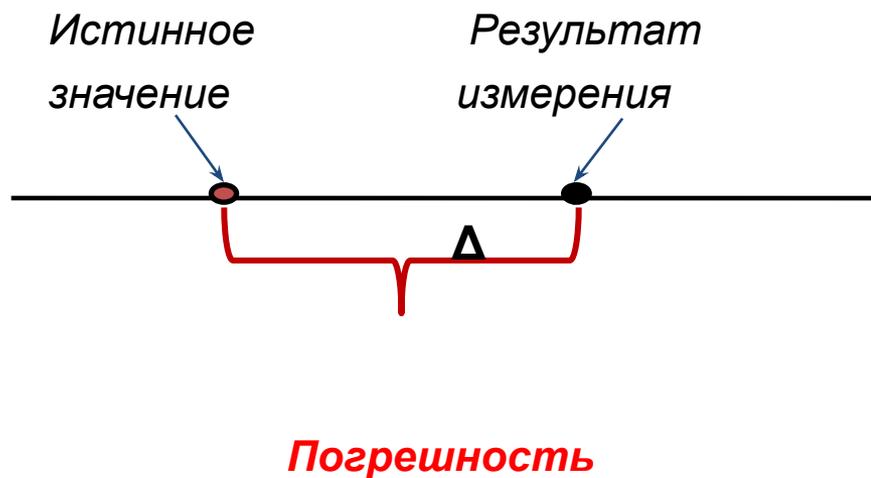
параметр, связанный с результатом измерений и характеризующий рассеяние значений, которые могли бы быть **обоснованно приписаны** измеряемой величине.

## uncertainty

Для оценки **качества результата** измерения опирается на:

- вероятностные характеристики погрешности измерений;
- наблюдаемую (оцененную) изменчивость (рассеянность) результата измерения

**Погрешность результата измерения** (error of a measurement) – отклонение результата измерения от истинного (действительного) значения измеряемой величины.

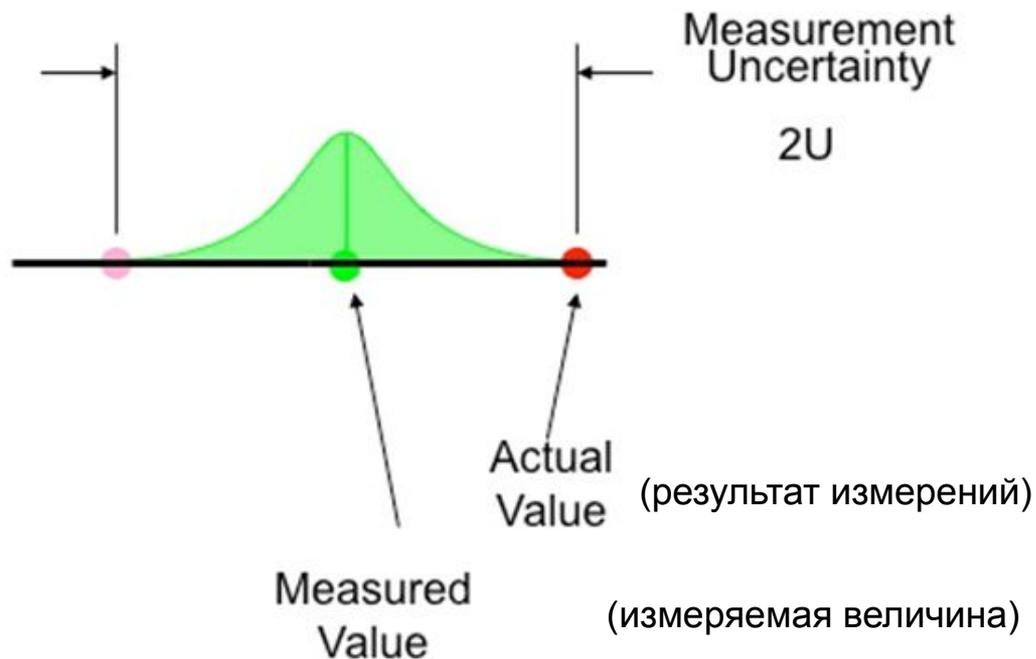


**«Неопределенность измерения»** характеризует **рассеяние множества** возможных значений результатов измерений в рассматриваемой измерительной ситуации, но не погрешность конкретного результата измерения.

Возможен случай, когда результат измерения имеет пренебрежимо малую погрешность при большой неопределенности.

## PMГ -29

**Неопределенность** – неотрицательный параметр, характеризующий рассеяние значений величины, приписываемых измеряемой величине на основании измерительной информации





Expression of the  
Uncertainty of  
Measurement in  
Calibration

**PURPOSE**

The purpose of this document is to harmonise evaluation of uncertainty of measurement within EA, to set up, in addition to the general requirements of EAL-R1, the specific demands in reporting uncertainty of measurement on calibration certificates issued by accredited laboratories and to assist accreditation bodies with a coherent assignment of best measurement capability to calibration laboratories accredited by them. As the rules laid down in this document are in compliance with the recommendations of the Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement, published by seven international organisations concerned with standardisation and metrology, the implementation of EA-4/02 will also foster the global acceptance of European results of measurement.

Немецкая калибровочная служба DKD

DKD – 3

*Выражение неопределенности измерения при калибровке*

Немецкий вариант публикации EAL – R2, редакция 1, апрель 1997  
"Выражение неопределенности измерений в калибровке"

Издано Физико-техническим институтом (PTB)  
Брауншвайг 1998



ГОСУДАРСТВЕННЫЙ СТАНДАРТ РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

Государственная система обеспечения единства измерений Республики Казахстан

ОЦЕНКА НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ПРИ КАЛИБРОВКЕ/ПОВЕРКЕ  
СРЕДСТВ ИЗМЕРЕНИЙ

СТ РК 2.184 – 2010

(EA-04/02- 1999, NEQ)

Издание официальное

Комитет технического регулирования и метрологии  
Министерства индустрии и новых технологий Республики Казахстан  
(Госстандарт)

Астана

И. П. Захаров

# НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЬ ИЗМЕРЕНИЙ ДЛЯ ЧАЙНИКОВ И... НАЧАЛЬНИКОВ

*Учебное пособие*

Харьков  
2013

## Measurement Good Practice Guide

### A Beginner's Guide to Uncertainty of Measurement

*Stephanie Bell*

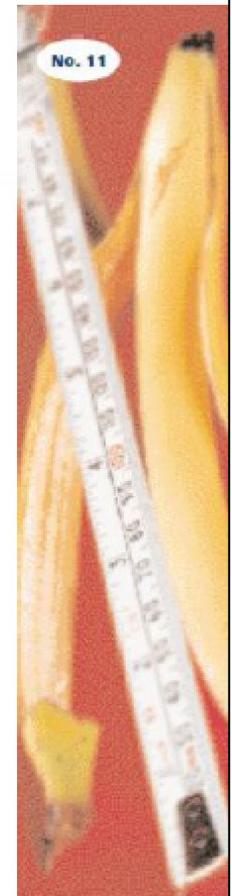
### Начальное руководство по неопределенности измерений

*Стефани Белл*

Перевод Донбаевой В.А.

Выпуск 2

No. 11



**NPL**  
Национальная  
физическая лаборатория

The National Physical Laboratory is operated on behalf of the DTI by NPL Management Limited, a wholly owned subsidiary of Serco Group plc

## Руководство по выражению оценки неопределенности

устанавливает общие правила оценивания и выражения неопределенности измерения:

- в большинстве случаев измеряемая величина  $Y$  не является прямо измеряемой, а зависит от ряда других измеряемых величин  $X_i$

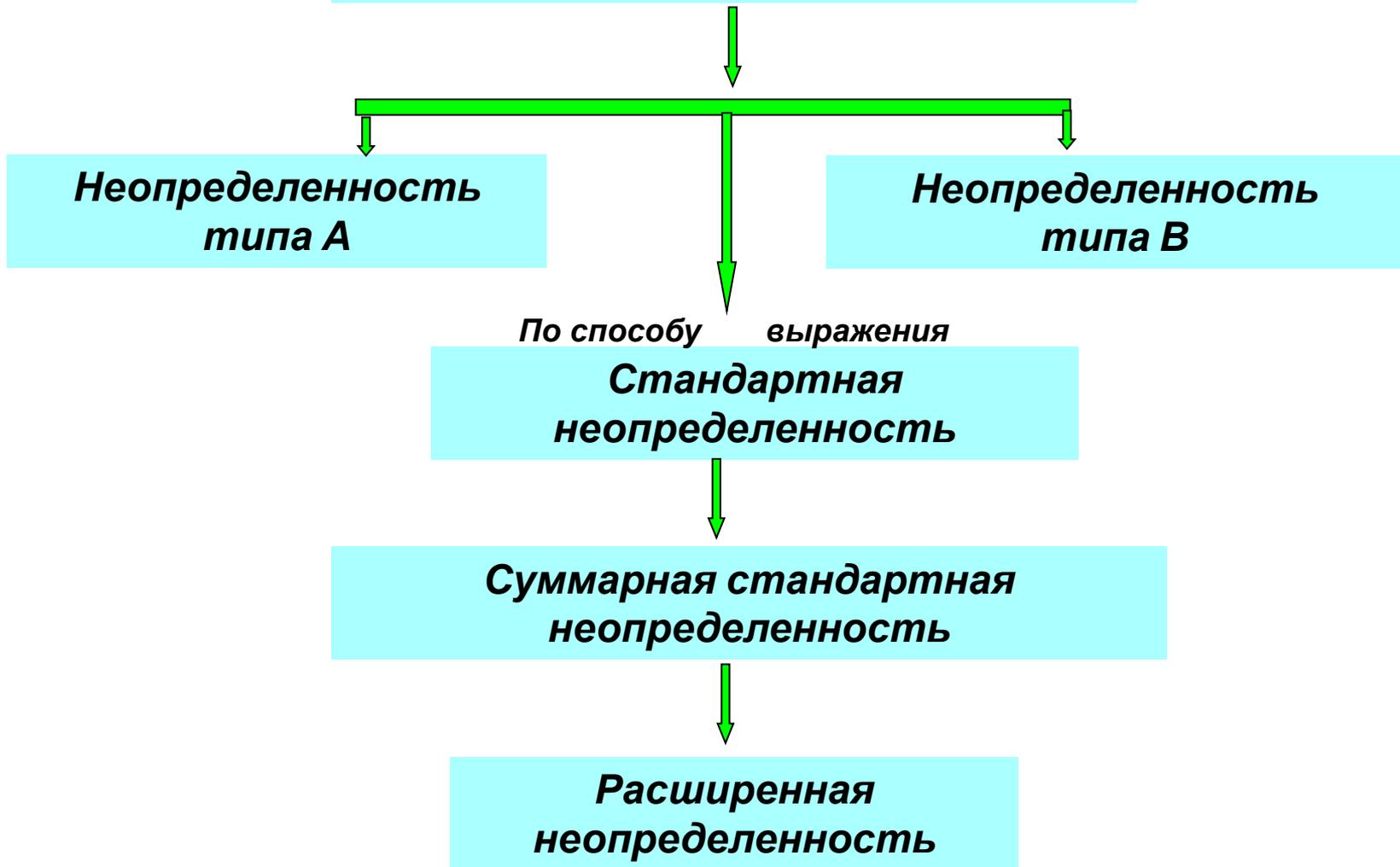
$$Y = f(X_1, \dots, X_N)$$

- оценку измеряемой выходной величины  $Y$  получают, используя оценку входных величин  $x_1, \dots, x_N$

$$y = f(x_1, \dots, x_N)$$

- оцененное стандартное отклонение выходной величины  $y$ , называемое **суммарной стандартной неопределенностью**  $u_c(y)$ , получают из оцененного стандартного отклонения, связанного с каждой входной оценкой  $x_i$ , называемого **стандартной неопределенностью**  $u_i(x_i)$
- каждую входную оценку  $x_i$  и связанную с ней стандартную неопределенность  $u_i(x_i)$  получают из распределения возможных значений входных величин  $x_i$  (ряды наблюдений или априорное).

# **Виды неопределенности измерений**



## Методы оценивания неопределенности

### Неопределенность типа A

$u_A$

Оценивание неопределенности путем статистического анализа рядов наблюдений

### Неопределенность типа B

$u_B$

Оценивание неопределенности иным способом, чем статистический анализ рядов наблюдений

## Способы выражения неопределенности

**Стандартная неопределенность  $u$**  – неопределенность результата измерений, выраженная в виде среднего квадратического отклонения

**Суммарная стандартная неопределенность  $u_c$**  – стандартная неопределенность результата измерений, полученного через значения других величин, равная положительному квадратному корню суммы членов, причем члены являются дисперсиями или ковариациями этих других величин, взвешенными в соответствии с тем, как результат измерений изменяется при изменении этих величин.

**Расширенная неопределенность  $U$**  – величина, определяющая интервал вокруг результата измерений, в пределах которого, как можно ожидать, находится большая часть распределения значений, которые с достаточным основанием могли бы быть приписаны измеряемой величине

## Оценивание составляющих неопределенности

### апостериорное

При проведении многократных наблюдений измеряемой величины:

- в условиях повторяемости
- при изменении одного из условий наблюдений таким образом, чтобы получить наблюдаемую изменчивость результатов

В качестве оценки меры рассеянности результатов наблюдений берут **экспериментальное** стандартное отклонение



**Неопределенность типа A**

$u_A$

### априорное

Многократные измерения не проводятся

Информация, берется из ранее проведенных измерений, физических свойств измеряемой величины, паспортных данных (сертификатов) на прибор, справочников и т.д..

В качестве оценки меры рассеянности результатов наблюдений берут **оцененное** стандартное отклонение



**Неопределенность типа B**

$u_B$

# Оценка по типу А

Для правильной оценки неопределенности по типу А необходимо:

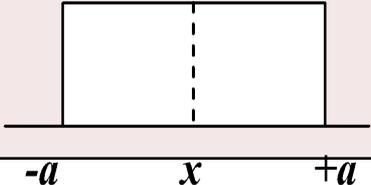
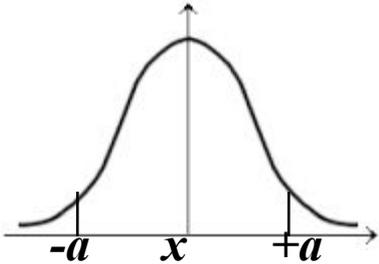
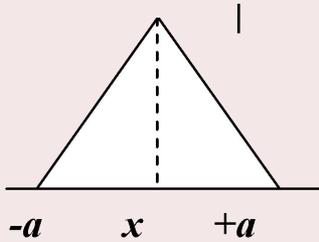
- выполнить  $n > 10$  измерений, оценить экспериментальное стандартное отклонение:

$$s_k = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

- Оценить неопределенность по типу А:

$$u_A(x) = \frac{s_k}{\sqrt{m}}$$

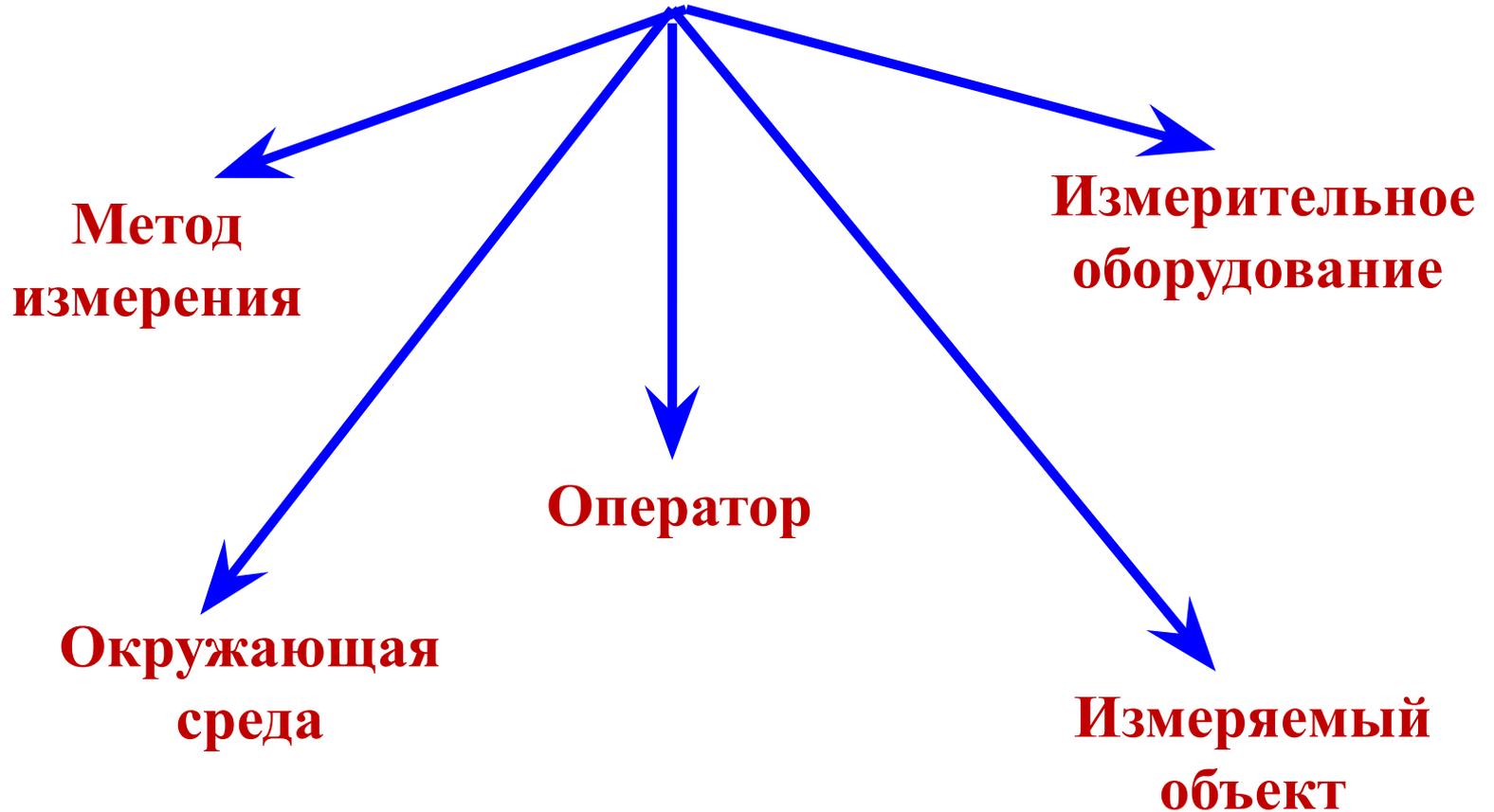
где  $m$  – число измерений, предусмотренное методикой

Распределение	Вид	Формулы для расчета стандартной неопределенности
Прямоугольное		$u_B = \frac{a}{\sqrt{3}}$
Нормальное		$u_B = \frac{a}{2}$
Треугольное		$u_B = \frac{a}{\sqrt{6}}$

## **Фонд информации (для оценки по типу В) может включать**

- данные предварительных измерений;
- данные, полученные в результате опыта, или общие знания о поведении свойствах соответствующих материалов и приборов;
- спецификации изготовителя;
- данные, которые приводятся в свидетельствах о калибровке и других сертификатах;
- неопределенности, приписываемые справочным данным.

# Источники неопределенности при измерениях



## *Источники неопределенности при измерениях*

### **1. Метод измерения:**

- число наблюдений – изменение в повторных наблюдениях измеряемой величины при явно одинаковых условиях;
- длительность измерения;
- выбор методики измерения;
- выбор эталона или средства измерений;
- непрезентативная выборка - измеренный образец может не представлять измеряемую величину;
- неточные знания констант и других параметров, полученных из внешних источников;
- выбор подходящего фильтра, стандартного образца и т. д.
- аппроксимации и предположения, используемые в методе измерения и измерительной процедуре

# *Источники неопределенности при измерениях*

## **2. Измерительное оборудование:**

- неопределенность калибровки;
- вариация показаний;
- время, прошедшее с момента последней калибровки;
- применяемое программное обеспечение;
- порог чувствительности или конечная разрешающая способность;
- неполное определение измеряемой величины:
- несовершенная реализация определения измеряемой величины;
- неточные значения, приписанные эталонам, используемым для измерения, и стандартным образцам веществ и материалов
- температура и т.д.

## *Источники неопределенности при измерениях*

### **3. Окружающая среда**

- температура;
- влажность;
- давление;
- чистота помещения;
- магнитные и гравитационные поля;
- вибрация;
- различные излучения, свет и т. д.
- неадекватное знание эффектов от условий окружающей среды, влияющих на измерение, или несовершенное измерение условий окружающей среды

## *Источники неопределенности при измерениях*

### **4. Измеряемый объект:**

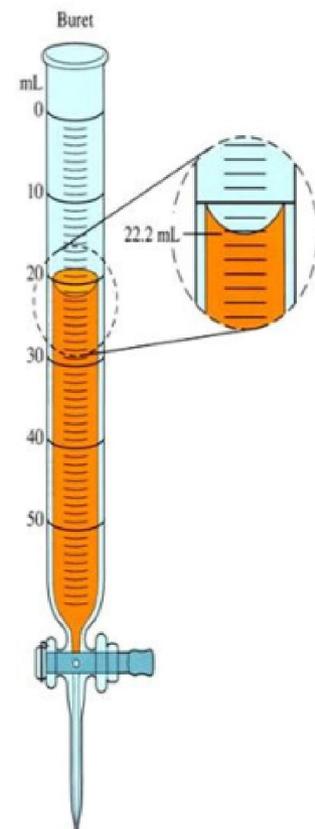
- температура;
- поверхность;
- материал;
- размеры;
- взаимодействие измеряемого объекта с условиями измерений;
- отклонение формы для геометрических измерений и т. д.

## *Источники неопределенности при измерениях*

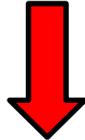
### 5. **Оператор:**

- измерительное усилие;
- опыт работы;
- выбор средства измерения;
- образование;
- добросовестность;
- субъективная систематическая погрешность оператора при снятии показаний аналоговых приборов;
- манипулирование (ловкость рук) и т. д.

Person	Result
1	22.2
2	22.1
3	22.3
4	22.0



# *Неопределенность измерений*



*Неопределенность  
измеряемой величины*

*Неопределенность  
моделирования*

*Неопределенность  
спецификации*

*Естественные  
неопределенности*



*Неопределенность  
измерительного  
эксперимента*

*Методические  
неопределенности*

*Инструментальные  
неопределенности*

*Субъективные  
неопределенности*

## Неопределенность моделирования

- **Представление об объекте измерения – модель-отличается от свойств реальных объектов – не может быть абсолютной копией оригинала.**
- **Отличие модели и оригинала выражается неопределенностью, обусловленной неадекватностью модели измеряемой величине.**

**Пример: измерение диаметра вала  $D$ .**

$\bar{D}$  - среднее значение

$$s(\bar{D}) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{k=1}^n (D_k - \bar{D})^2}$$

-неопределенность среднего значения

## Неопределенность спецификации

- **Корректный подход к измерению требует полного предварительного описания (спецификации) измеряемой величины, которое включает в себя указания на время проведения измерений и условия их проведения.**
- **Условия проведения измерений указываются в виде совокупности влияющих величин**

•  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n$   
**Зависимость измеряемой физической величины  $Y$  от параметров внешних влияний описывается посредством функции влияния**

$$Y = f(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)$$

**Оценку неопределенности спецификации можно получить, определив (по типу B) стандартные неопределенности влияющих величин**

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{k=1}^m \left( \frac{\partial f}{\partial \theta} \right)^2 u^2(\theta_i)}$$

0

## *Инструментальные составляющие неопределенности*

- основная погрешность средства измерений;
- дополнительные погрешности средства измерений;
- составляющая, обусловленная вариацией (гистерезисом) средства измерений;
- составляющая, обусловленная взаимодействием средства измерений с объектом измерений;
- динамическая составляющая, обусловленная инерционностью средства измерений;
- составляющие, связанные с отбором и приготовлением проб веществ.

## *Субъективные составляющие неопределенности*

- составляющие, обусловленные неточностью отсчетов результатов измерений со шкалы или диаграммы средства измерений;
- составляющие, обусловленные воздействием оператора на объект и средства измерений (искажение температурного поля, механические воздействия и т.п.)

# Этапы оценки неопределенности

1. описание процесса измерения и составление его модели;
2. оценивание значений и неопределенностей входных величин;
3. анализ корреляций;
4. составление бюджета неопределенности;
5. расчет результата измерения;
6. расчет суммарной стандартной неопределенности;
7. расчет расширенной неопределенности;
8. представление конечного результата измерения

## 1. Описание процесса измерения и составление его модели

Модельное уравнение выражает зависимость между выходной (измеряемой) величиной  $Y$  и входными величинами  $X_1, X_2 \dots X_n$

$$Y = f(X_1, X_2 \dots X_n)$$

### ПРИМЕРЫ:

Определение скорости транспортного средства:

$$V = \frac{L}{T}$$

Приготовление градуировочного раствора кадмия:

$$c_{Cd} = \frac{100 \cdot m \cdot P}{V}$$

Калибровка портативного цифрового мультиметра:

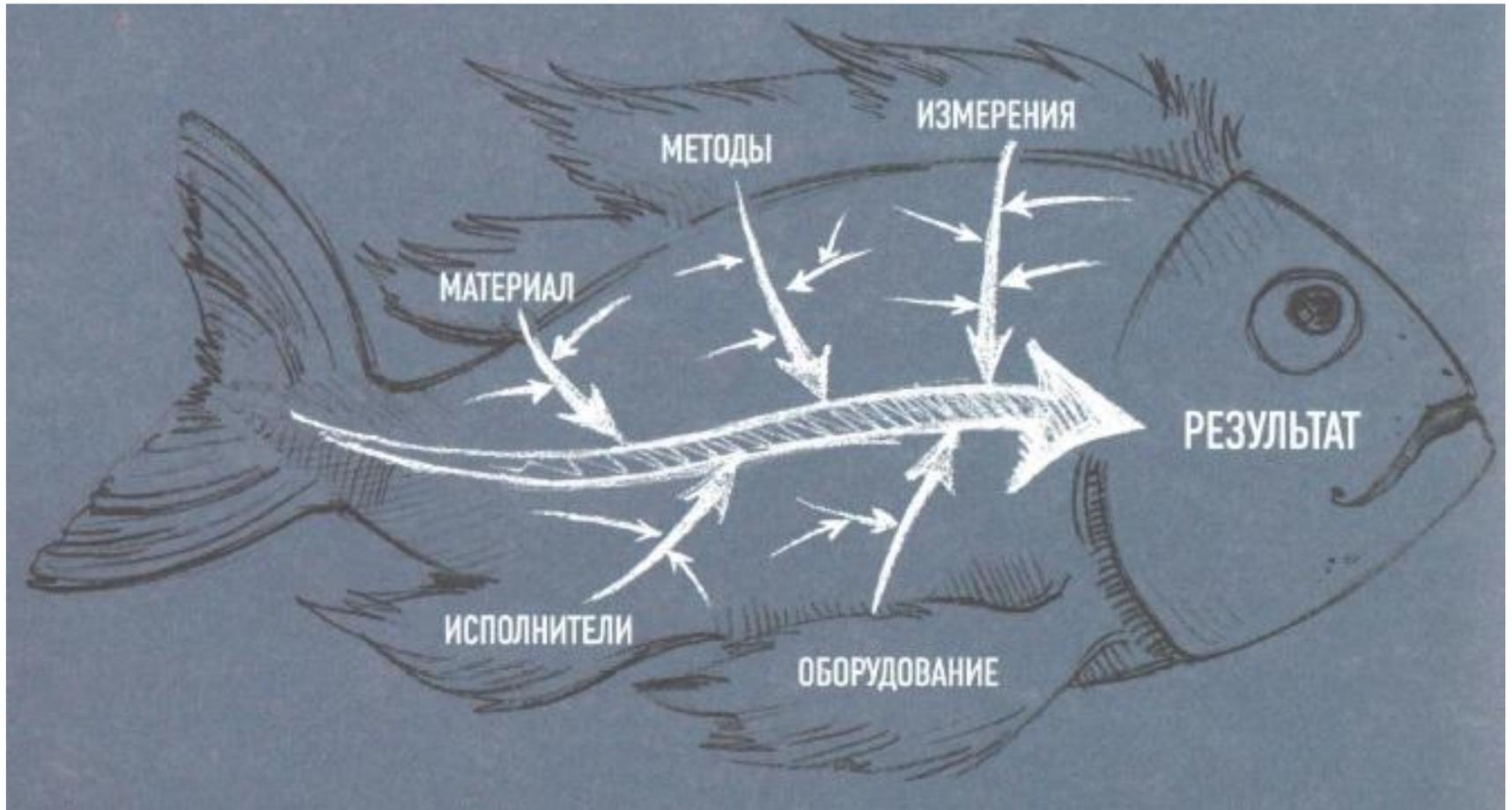
$$E_x = V_{ix} - V_s + \delta V_{ix} - \delta V_s$$

## 2. Оценивание значений и неопределенностей входных величин

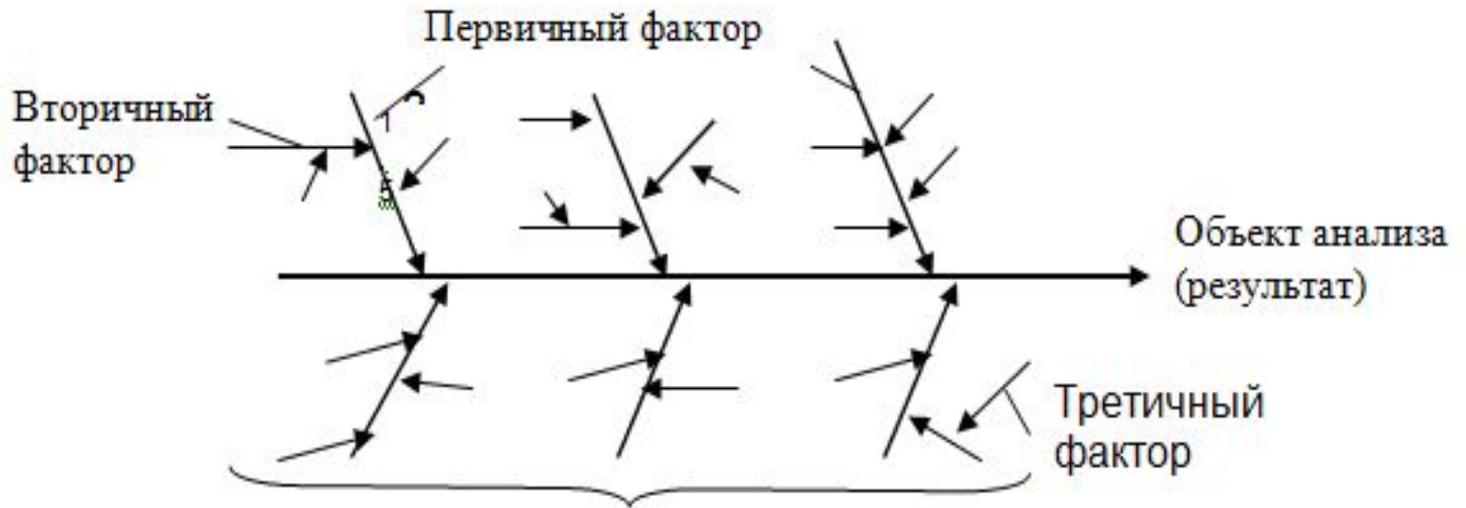
Оценкой  $x_i$  входной величины  $X_i$  могут быть:

- ❖ показания измерительного прибора в случае однократного измерения;
- ❖ среднее арифметическое значение при многократных измерениях;
- ❖ информация, заимствованная из нормативных документов, сертификатов, свидетельств, справочников, этикеток производителя продукции и пр.

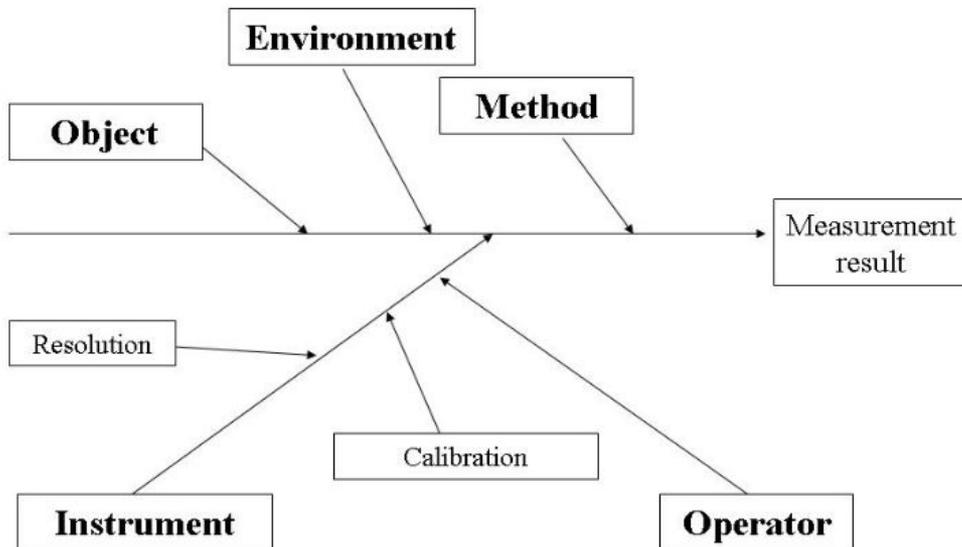
**Указание источников  
неопределенностей. Составление  
модели.  
Диаграмма Исикавы (рыбий скелет)**



# Диаграмма Исикавы. Принцип построения



Причинные факторы (характеристики)



# Диаграмма Исикавы. Этапы работы.

1. Выявление и сбор всех факторов и причин, каким-либо образом влияющих на исследуемый результат
2. Группировка факторов по смысловым и причинно-следственным блокам
3. Ранжирование этих факторов внутри каждого блока
4. Анализ полученной картины
5. Игнорирование малозначимых и непринципиальных факторов

# Диаграмма Исикавы. Пример.

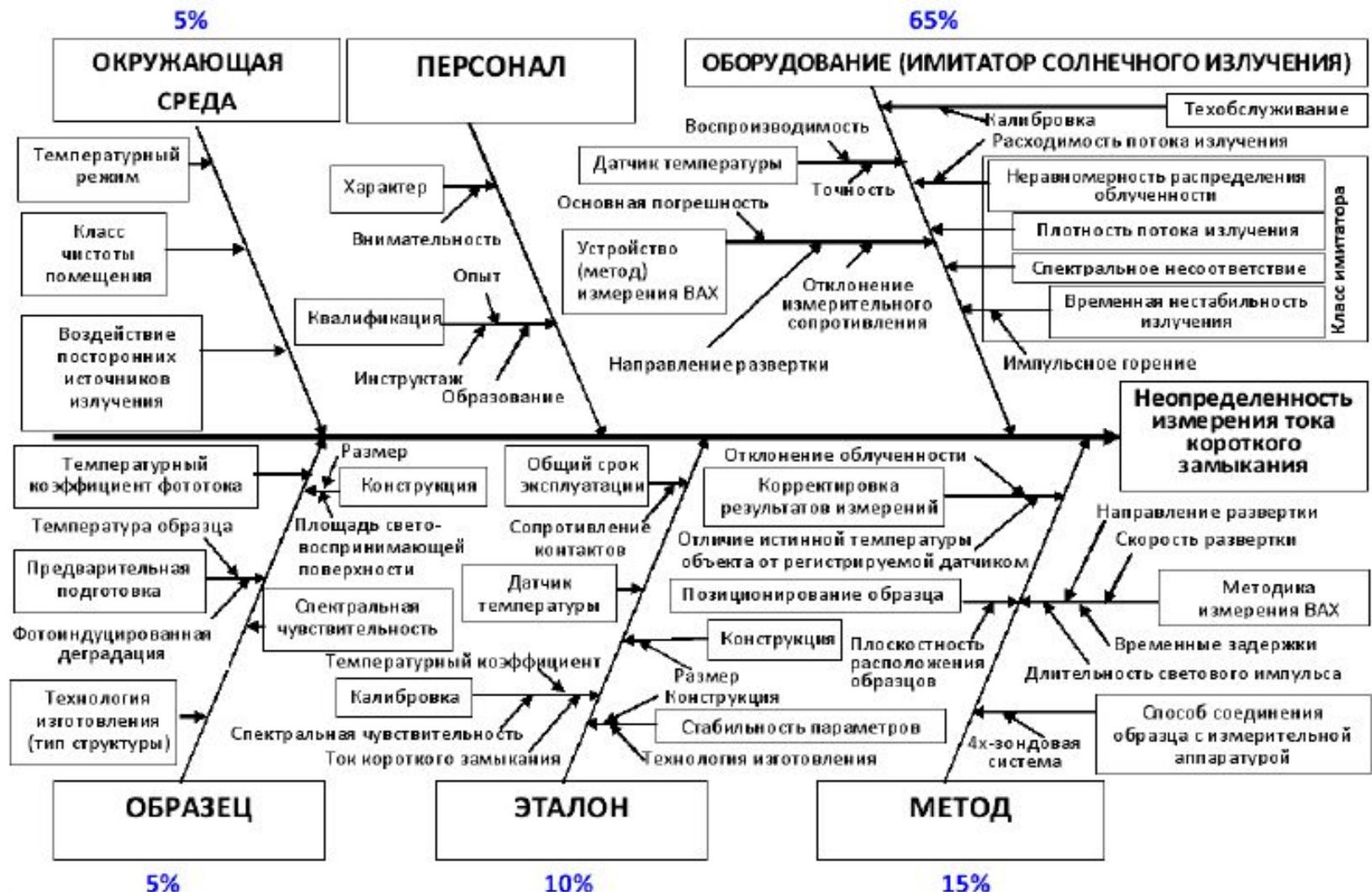


Диаграмма Исикавы для анализа источников неопределенности измерения тока короткого замыкания фотоэлектрических модулей

### 3. Анализ корреляций

**Корреляция** между двумя входными величинами может существовать, если при их определении используют :

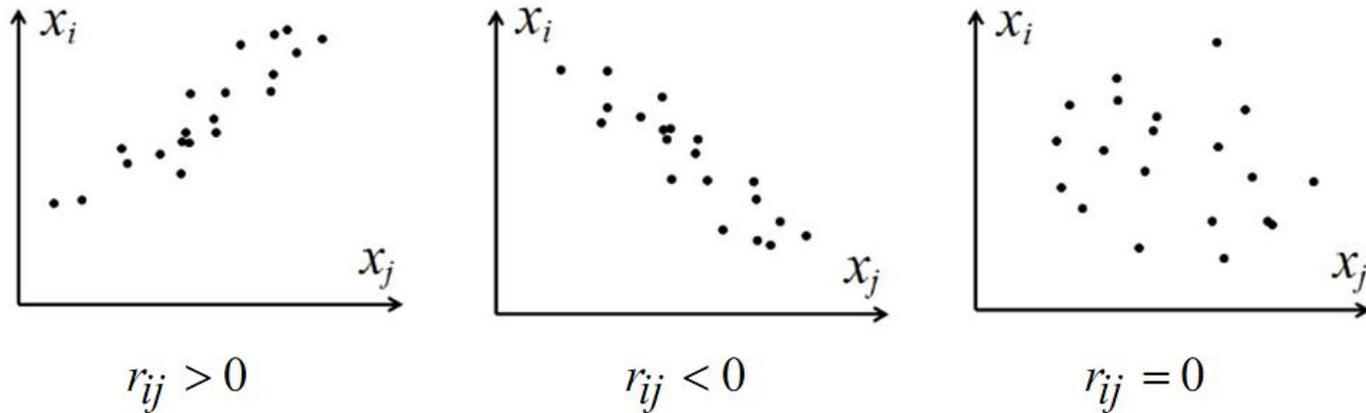
- один и тот же измерительный прибор;
- физический эталон измерения;
- справочные данные, имеющие значительную стандартную неопределенность.

Мерой взаимной зависимости или корреляции двух случайных величин является **ковариация**.

**Ковариация**, связанная с оценками двух входных величин может устанавливаться равной нулю или рассматриваться как пренебрежимо малая, если:

- обе входные величины являются независимыми друг от друга,
- одна из входных величин может рассматриваться как константа,
- исходя из наших знаний и предположений, просто не имеется никаких оснований для корреляции между входными величинами

## Учет корреляции при оценивании неопределенности измерений



### Вычисление коэффициента корреляции

При наличии согласованных пар измерений  $x_{ik}$  и  $x_{jk}$ ,  $k = 1, 2, \dots, n$ , коэффициент корреляции вычисляется по типу А по формулам:

$$r_{i,j} = \frac{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{j=1}^n (x_{ik} - \bar{x}_i)(x_{jk} - \bar{x}_j)}{u_A(\bar{x}_i)u_A(\bar{x}_j)}.$$

$$u_A(y) = \sqrt{u_{iA}^2(y) + u_{jA}^2(y) + 2r_{ij}u_{iA}^2(y)u_{jA}^2(y)}$$

## 4. Составление бюджета неопределенности

Таблица 4 – Схема бюджета неопределенности

Входная величина $X_i$	Оценка входной величины $x_i$	Стандартная неопределенность $u(x_i)$	Тип неопределенности	Распределение вероятностей входной величины	Коэффициент чувствительности $c_i$	Вклад неопределенности $u_i(y)$
$X_1$	$x_1$	$u(x_1)$	A (B)		$c_1$	$u_1(y)$
$X_2$	$x_2$	$u(x_2)$	A (B)		$c_2$	$u_2(y)$
$X_N$	$x_N$	$u(x_N)$	A (B)		$c_N$	$u_N(y)$
$Y$	$Y$					$u(y)$

# Схема вычисления неопределенности $u(y)$ результата измерения

Вычисление стандартных неопределенностей  $u(x)$  входных величин  $X_1, X_2, \dots, X_n$

По типу А

$$u_A(X_i)$$

$$s(\bar{X}) = \sqrt{s^2} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}$$

По типу В

$$u_B(X_i)$$

$U/k$

$a/\sqrt{3}$

Вычисление суммарной стандартной неопределенности  $u_c(y)$  результата измерения  $y$

Общий случай  $y=f(X_1, \dots, X_n)$

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^n C_i^2 u^2(X_i)} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial y}{\partial X_i} \right)^2 u^2(X_i)}$$

Суммирование  $u(X_i)$  по правилу 1, если  $y=X_1+X_2+\dots+X_n$

**Правило 1**

$$u_c(y) = \sqrt{u^2(X_1) + u^2(X_2) + \dots + u^2(X_n)}$$

Суммирование  $u(X_i)$  (ОСО) по правилу 2, если  $y=X_1 \cdot X_2 \cdot \dots \cdot X_n$

**Правило 2**

$$u_c(y) = y \cdot \sqrt{\left( \frac{u(X_1)}{X_1} \right)^2 + \left( \frac{u(X_2)}{X_2} \right)^2 + \dots + \left( \frac{u(X_n)}{X_n} \right)^2}$$

$u_c(y)$

Вычисление расширенной неопределенности  $U$

$$U = k u_c(y)$$

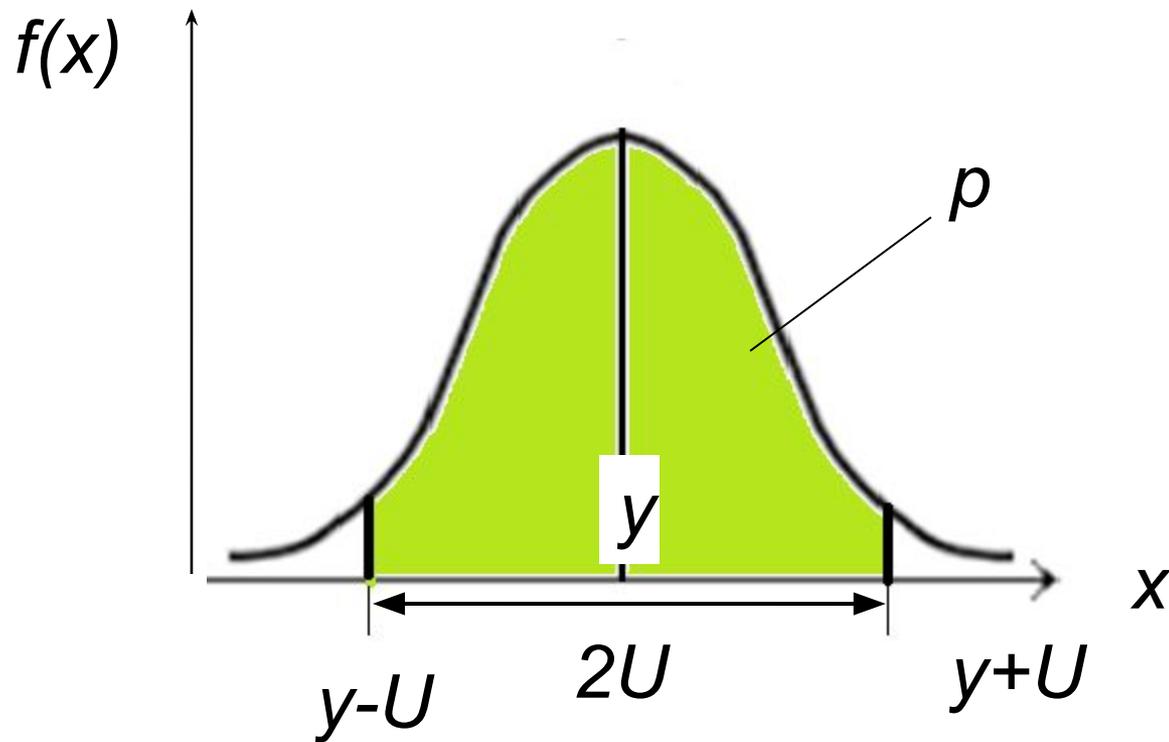
$$Y = y \pm U$$

## Правило записи результата измерения

Расширенная неопределенность результата измерений представляется числом, содержащим не более двух значащих цифр

Если числовое значение неопределенности из-за округления уменьшается более, чем на 5%, то значение неопределенности следует указывать округленным в сторону увеличения (с избытком).

Результат измерения округляется до того же десятичного разряда, которым оканчивается округленное значение неопределенности.

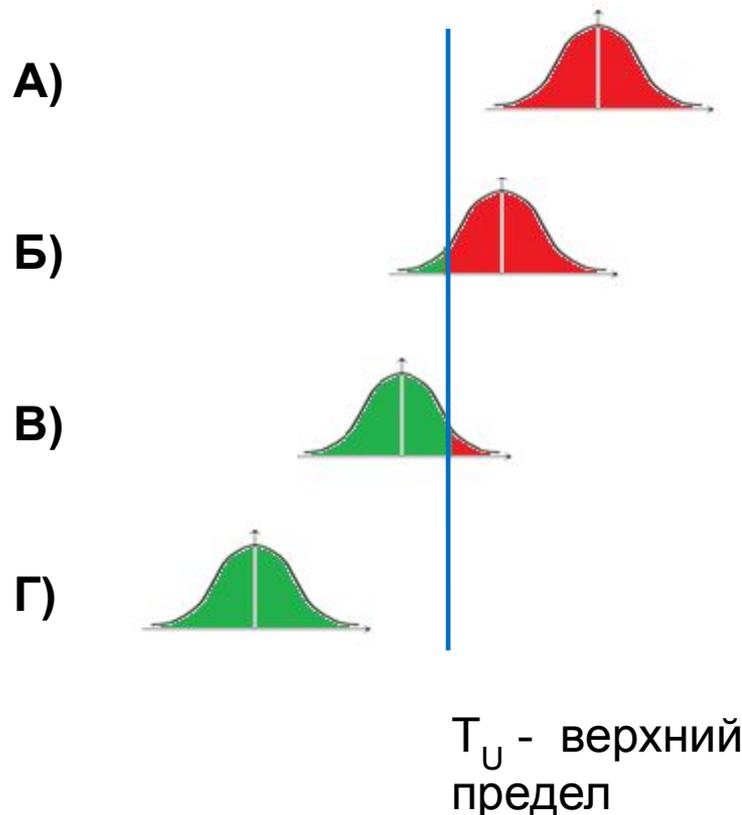


$$U = k u_c(y)$$

$$k = 1,96 \approx 2 \quad \text{при } P = 95\%$$

***Плотность распределения вероятности  
результата измерения***

## Оценка соответствия с верхним интервалом



A) не соответствует  
Г) соответствует  
требованиям, определенным верхней  
допустимой границей.

Решение о соответствии результатов  
измерений заданным требованиям  
связано с рисками принятия  
неправильных решений о соответствии  
в случае

Б) - риск потребителя и  
В) – риск производителя

Как правило, плотность вероятности распределения расширенной неопределенности является нормальным

# Неопределенность

Параметр, связанный с результатом измерений, характеризующий рассеяние значений, которые обоснованно могут быть приписаны измеряемой величине (ИСО 3534-1, Р 50.1.060-2006).

# Точность

Степень близости результата к принятому опорному значению. (ГОСТ Р ИСО 5725-1-2002)