



ЗДА  
ТЕ!

УСТВУЙ



# ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

§2, п.46,47,48

стр. 116, в.11, 12, 14 – устно

№ 441 (а,б,д,ж,з)

№ 444

№ 445 (а)

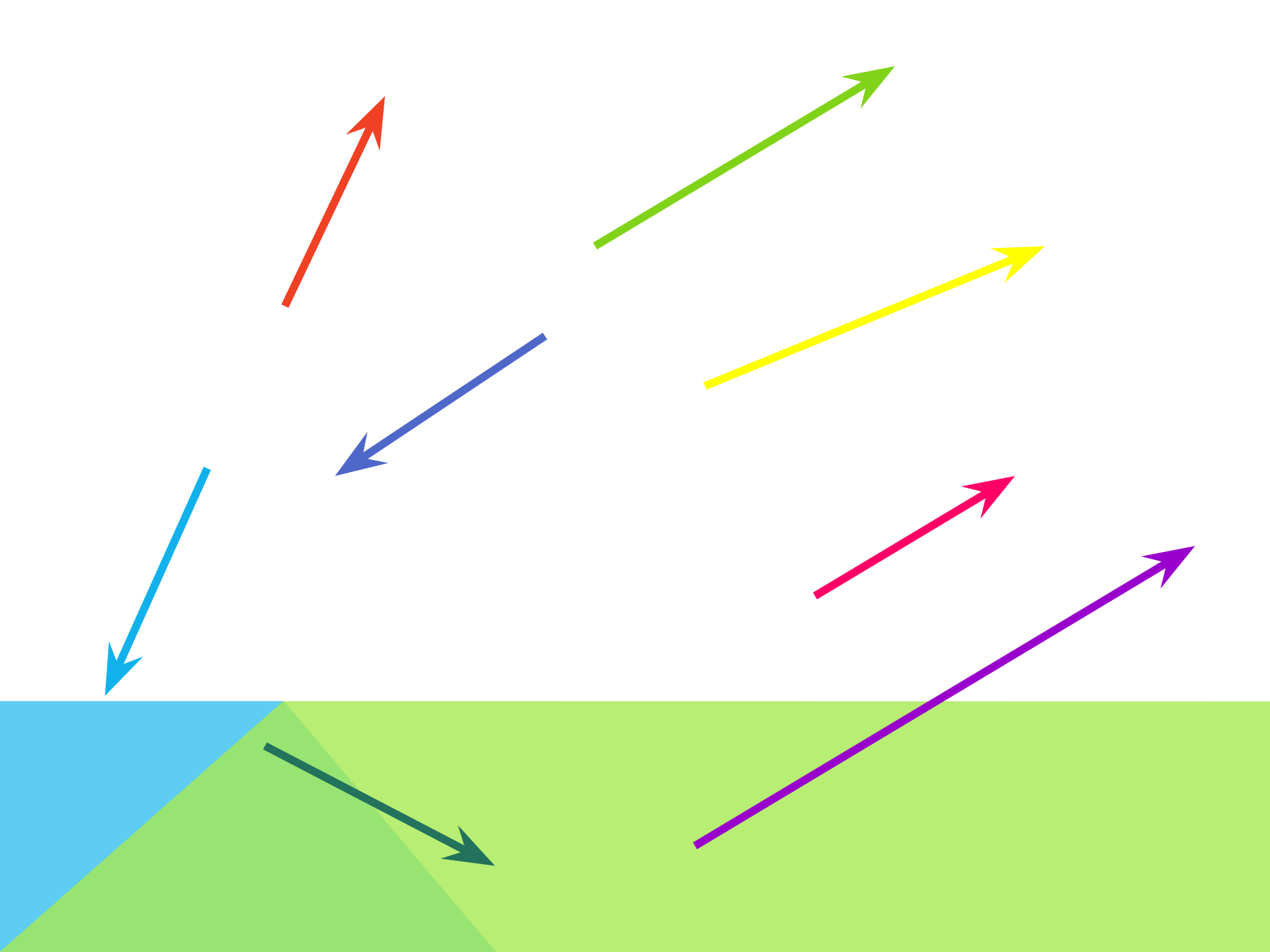
# ПОВТОРЕНИЕ ИЗУЧЕННОГО

Вектор – направленный отрезок.

$$|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\vec{a}\{x; y; z\}$$

$$\vec{0}\{0; 0; 0\}$$

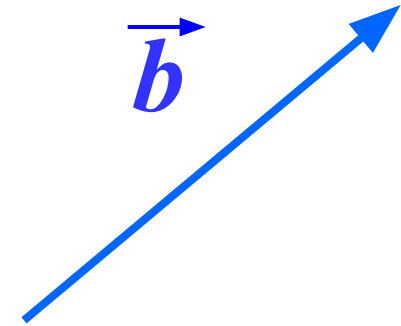
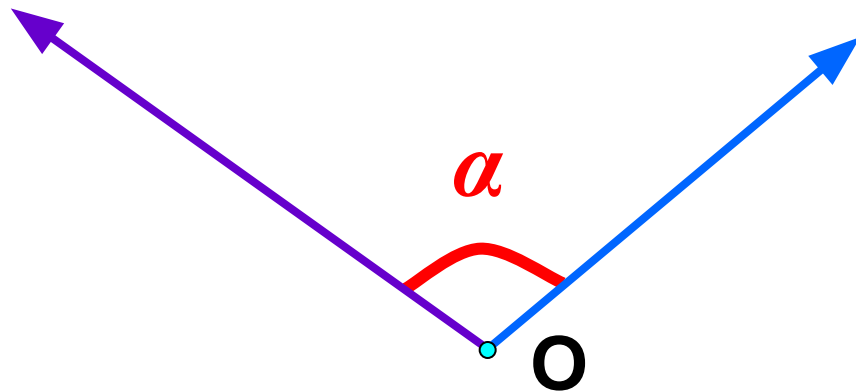




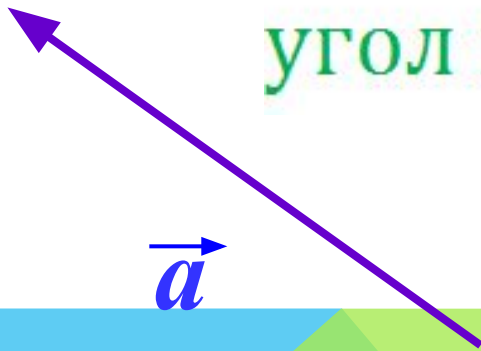
# СКАЛЯРНОЕ ПРОИЗВЕДЕНИЕ ВЕКТОРОВ



# Угол между векторами



угол между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  равен  $\alpha$

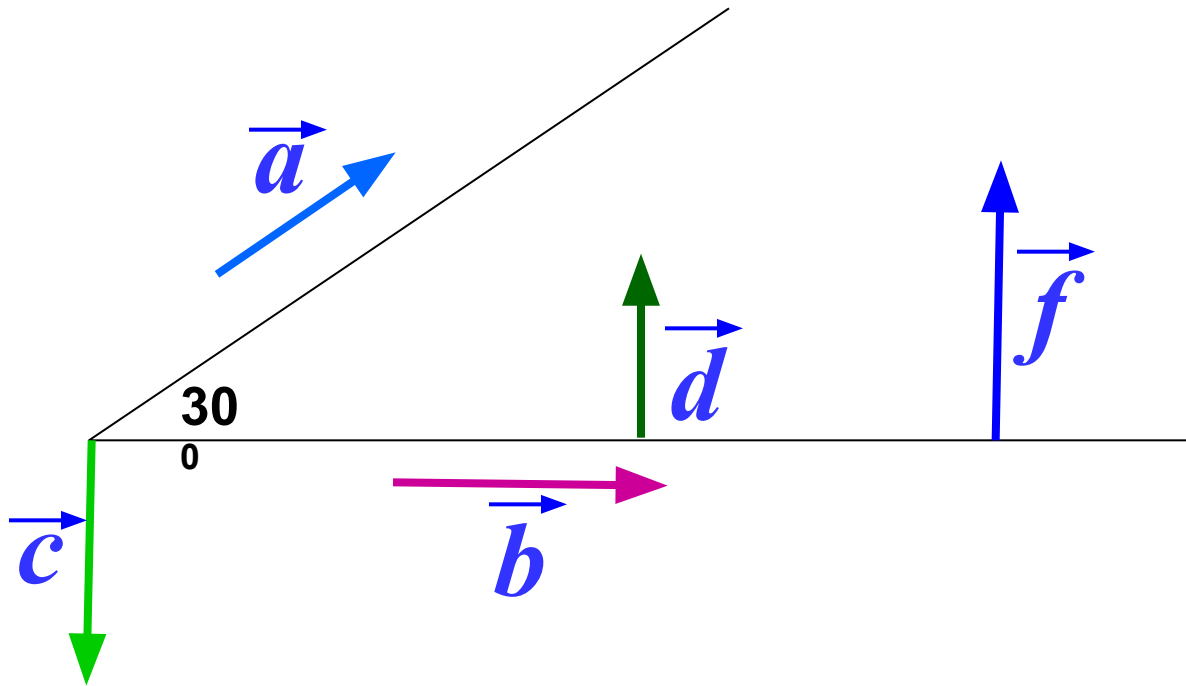


# ОПРЕДЕЛЕНИЕ

*Углом между любыми двумя ненулевыми векторами называется угол между равными им векторами с общим началом.*

$$\widehat{\vec{a} \vec{b}} = \alpha$$

# Найдите угол между векторами



$$\widehat{\vec{a} \vec{b}} = 30^\circ$$

$$\widehat{\vec{a} \vec{c}} = 120^\circ$$

$$\widehat{\vec{b} \vec{c}} = 90^\circ$$

$$\widehat{\vec{d} \vec{c}} = 180^\circ$$

$$\widehat{\vec{d} \vec{f}} = 0^\circ$$



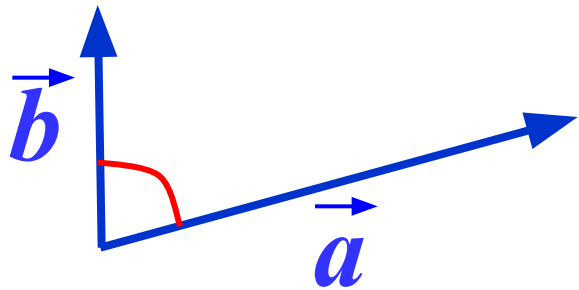
# Определение

Скалярным произведением двух векторов называется произведение их длин на косинус угла между ними.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos(\widehat{\vec{a} \vec{b}})$$

Скалярное произведение векторов  
– число (скаляр)

# Острый угол



$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \alpha$$

$\alpha < 90^\circ$

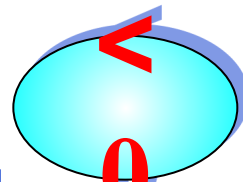
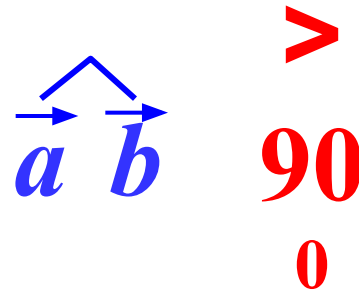
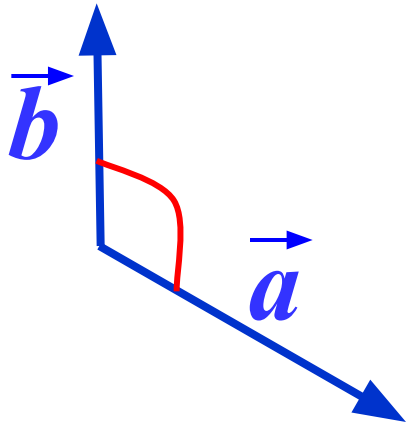
$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \alpha$$

$\alpha > 90^\circ$

Скалярное произведение ненулевых векторов положительно тогда и только тогда, когда угол между векторами **острый**.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} > 0 \iff \alpha < 90^\circ$$

# Тупой угол

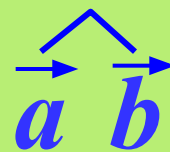


$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \alpha$$

<  
0

Скалярное произведение ненулевых векторов отрицательно тогда и только тогда, когда угол между векторами **тупой**.

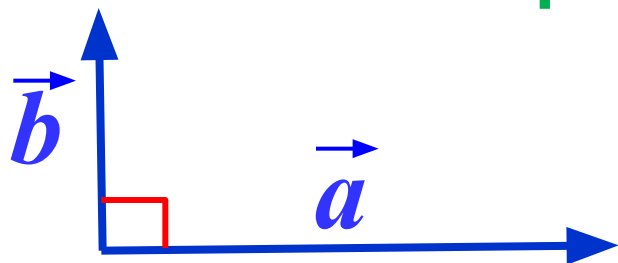
$$\vec{a} \cdot \vec{b} < 0$$



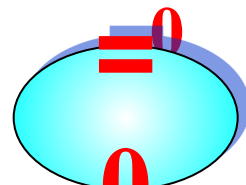
>  
90

0

# Прямой угол



$$\widehat{\vec{a} \vec{b}} = 90$$

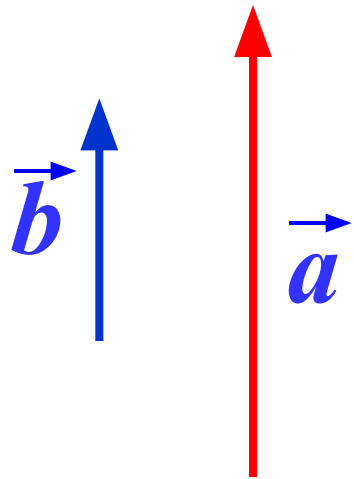


$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos 90^\circ = 0$$

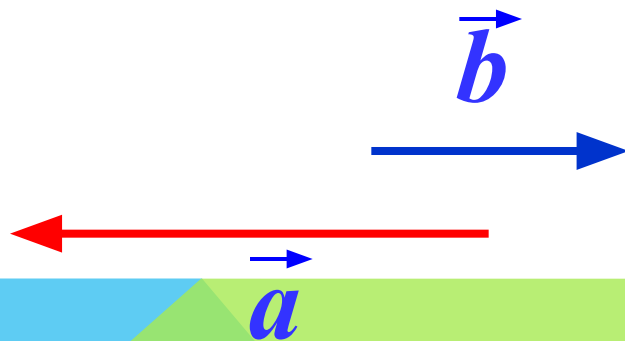
Скалярное произведение ненулевых векторов равно нулю тогда и только тогда, когда эти векторы **перпендикулярны**.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \iff \vec{a} \perp \vec{b}$$

# Частный случай



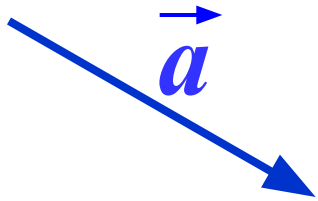
$$\widehat{\vec{a} \vec{b}} = 0^\circ$$
$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos 0^\circ = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$$



$$\widehat{\vec{a} \vec{b}} = 180^\circ$$
$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos 180^\circ = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$$

# Скалярный квадрат

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{a} = 0^0$$



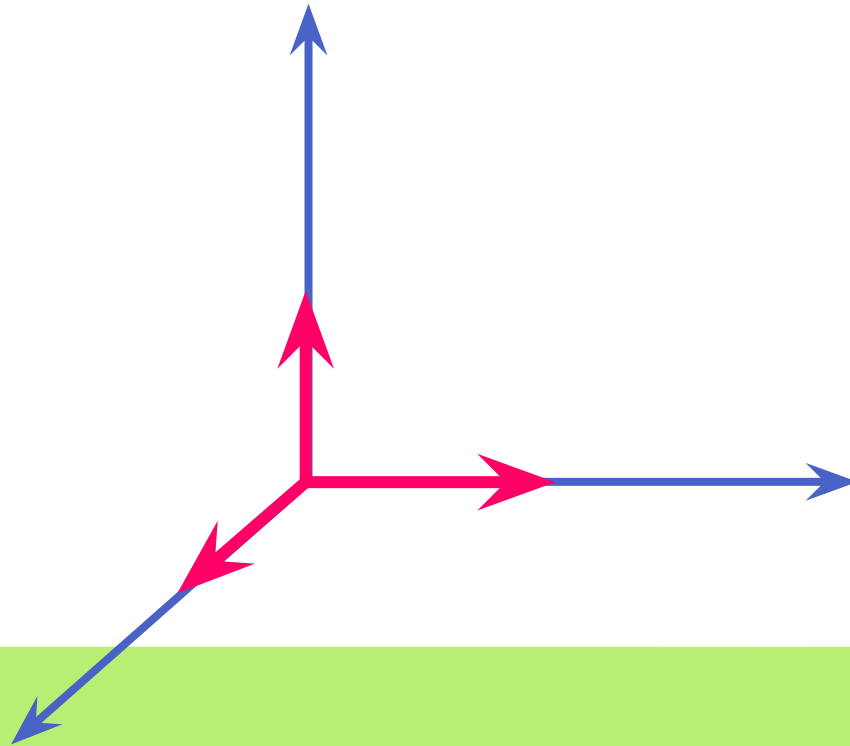
$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{a} = |\overrightarrow{a}| \cdot |\overrightarrow{a}| \cos \overset{\textcircled{1}}{0^0} = |\overrightarrow{a}| \cdot |\overrightarrow{a}| = |\overrightarrow{a}|^2$$

Скалярное произведение  $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{a}$  называется  
скалярным квадратом вектора  $\overrightarrow{a}$  и обозначается  $\overrightarrow{a}^2$

скалярный квадрат вектора равен квадрату его длины.

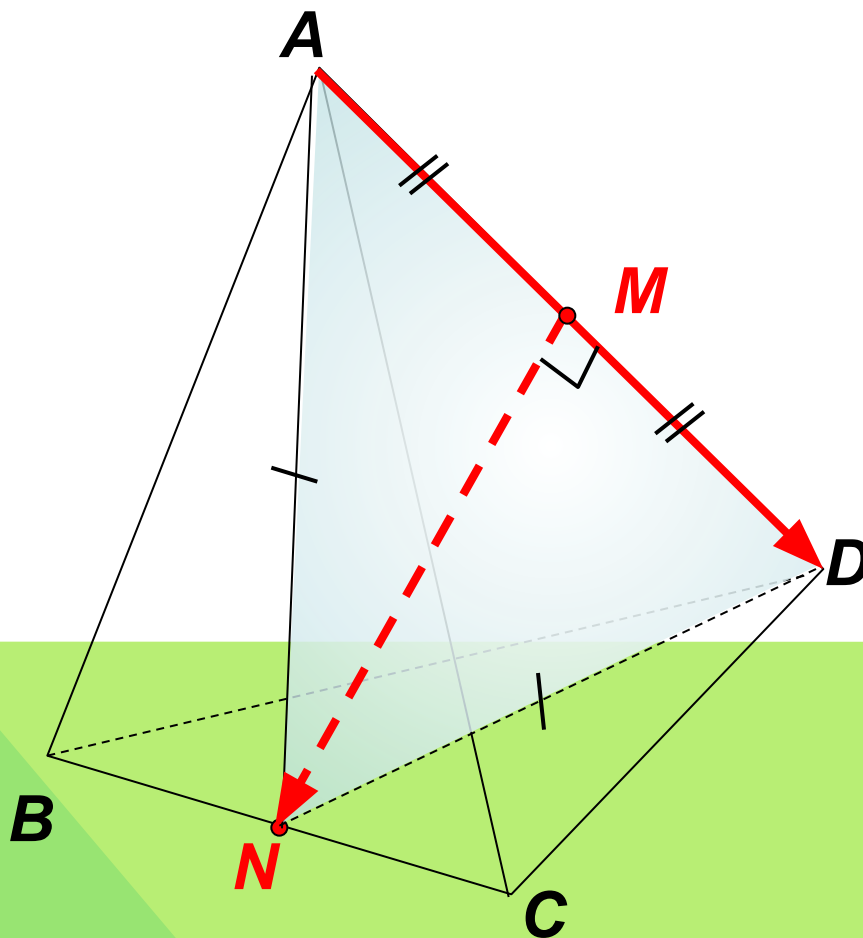
$$\overrightarrow{a}^2 = |\overrightarrow{a}|^2$$

# Скалярное произведение координатных векторов



# Задача

Все ребра тетраэдра ABCD равны друг другу. Точки M и N – середины ребер AD и BC. Докажите, что  $\vec{MN} \cdot \vec{AD} = 0$





# НАЙТИ СКАЛЯРНОЕ ПРОИЗВЕДЕНИЕ

$$a \{-6; 9; 5\}$$

$$b \{-1; 0; 7\}$$

?

Формула для нахождения  
скалярного произведения  
через координаты векторов

$$\vec{a} = x_1 \vec{i} + y_1 \vec{j} + z_1 \vec{k} \quad \vec{a} \cdot \vec{b} = ?$$

$$\vec{b} = x_2 \vec{i} + y_2 \vec{j} + z_2 \vec{k}$$

$$\begin{aligned} \vec{a} \cdot \vec{b} &= (x_1 \vec{i} + y_1 \vec{j} + z_1 \vec{k}) \cdot (x_2 \vec{i} + y_2 \vec{j} + z_2 \vec{k}) = \\ &= x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2 \end{aligned}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2$$

# Найти скалярное произведение

$$\vec{a} \{-6; 9; 5\} \quad \vec{b} \{-1; 0; 7\}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = -6 \cdot (-1) + 9 \cdot 0 + 5 \cdot 7 = 41$$

# Найти скалярное произведение

$$\vec{a} \{0; 0; 4\} \quad \vec{b} \{22; 1; 8\}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \cdot 22 + 0 \cdot 1 + 4 \cdot 8 = 32$$

# Найти скалярное произведение

$$\vec{a} \{1; 7; 9\} \qquad \vec{b} \{-2; 4; 0\}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot (-2) + 7 \cdot 4 + 9 \cdot 0 = 26$$

# РАБОТА С УЧЕБНИКОМ

№ 441 (в,г,е)

№ 448 (а)



# ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

§2, п.46,47,48

стр. 116, в.11, 12, 14 – устно

№ 441 (а,б,д,ж,з)

№ 444

№ 445 (а)



СПАС, ДО ЗА  
УРОК!

