

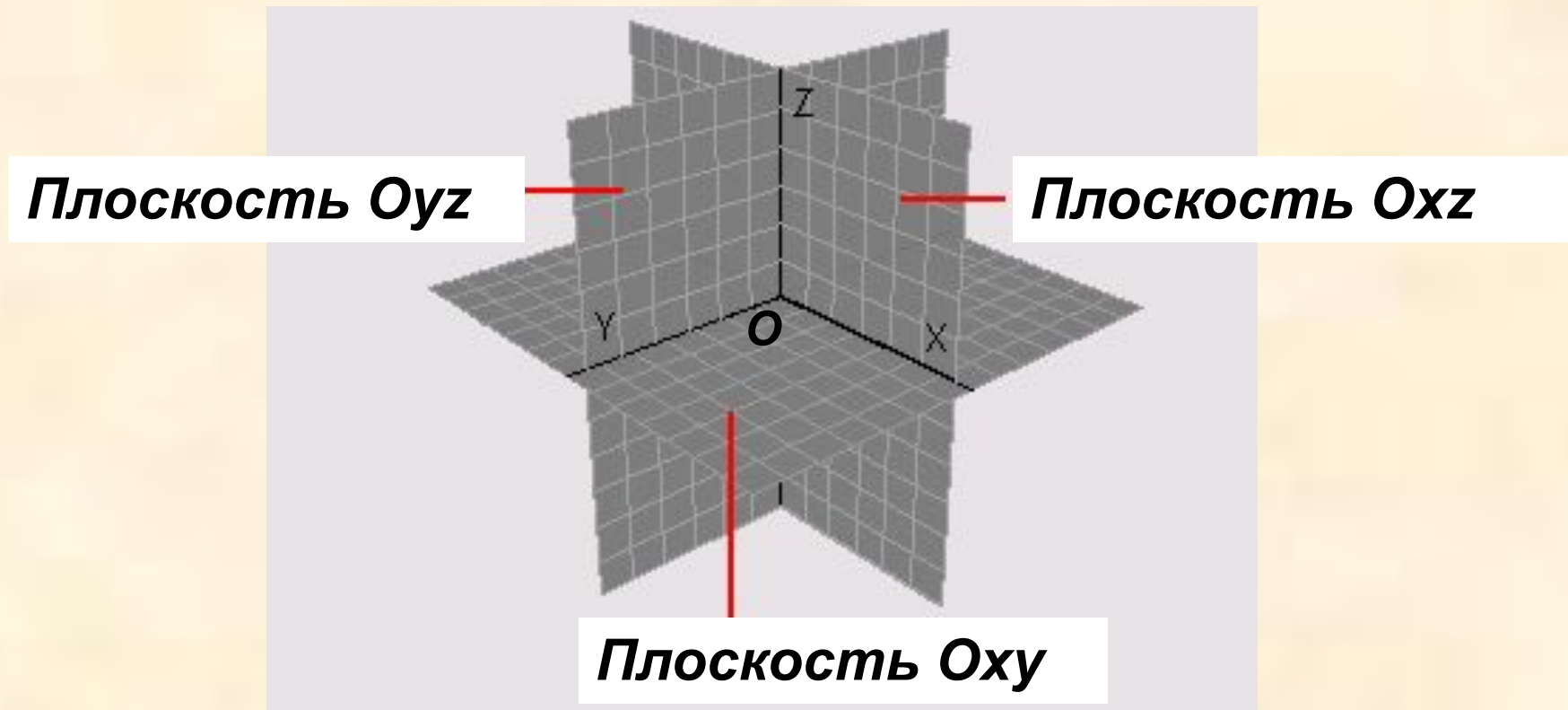
***Декартова
система
координат в
пространстве***

Прямые с выбранными на них направлениями называются осями координат, а их общая точка – началом координат.

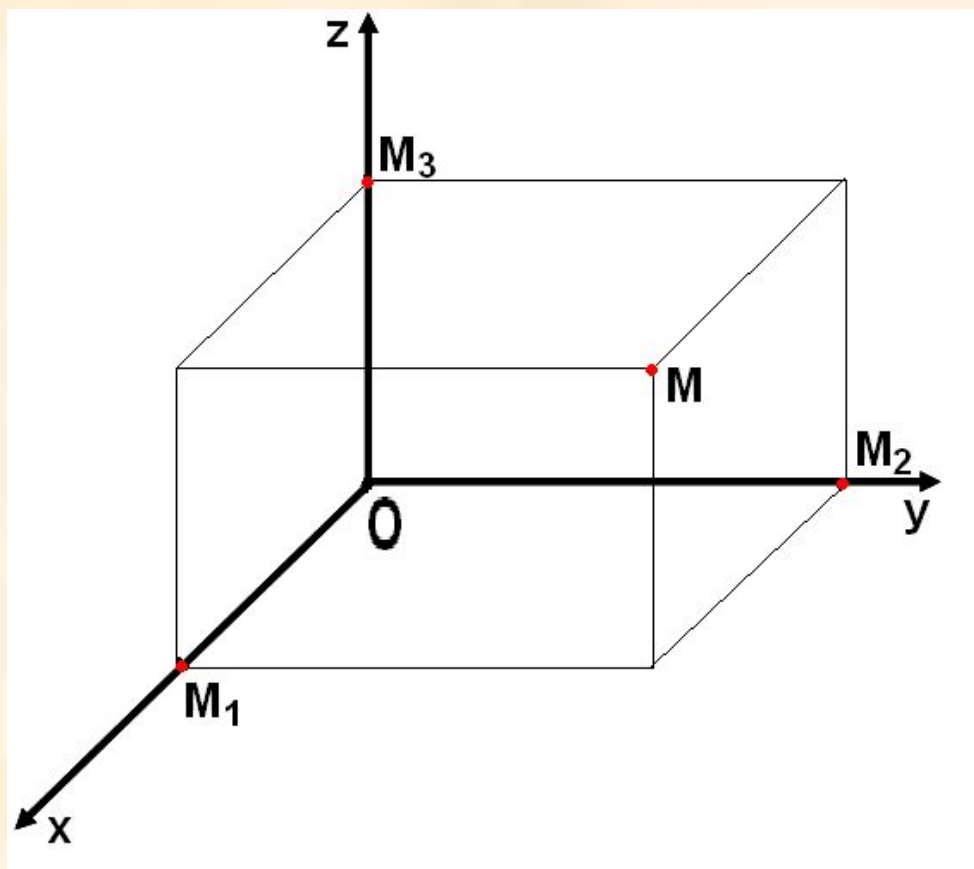
Ox – ось абсцисс,
 Oy – ось ординат,
 Oz – ось аппликат.



Три плоскости, проходящие через оси координат Ox и Oy , Oy и Oz , Oz и Ox , называются координатными плоскостями: Oxy , Oyz , Oxz .



В прямоугольной системе координат каждой точке M пространства сопоставляется тройка чисел – её координаты: $M(x, y, z)$, где x – абсцисса, y – ордината, z – аппликата.



Точка лежит

На оси

**в координатной
плоскости**

Ox
(x,0,0)

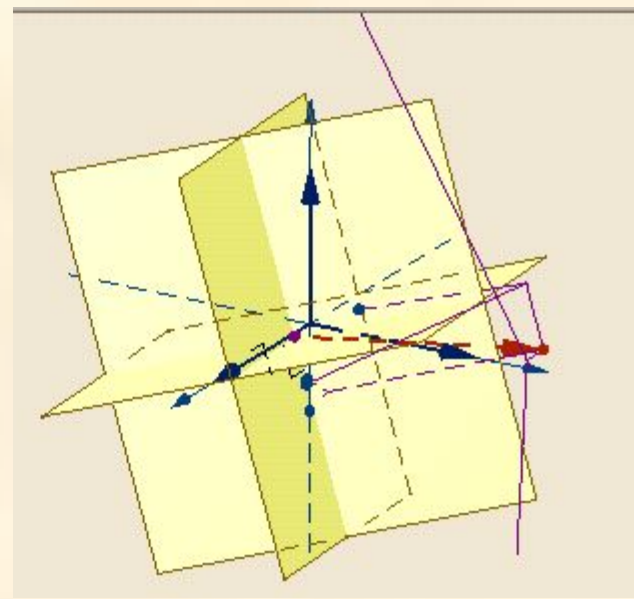
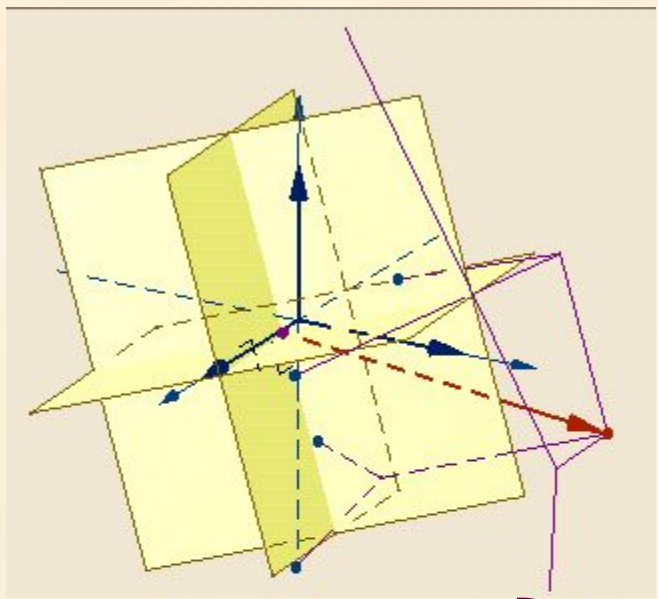
Oy
(0,y,0)

Oz
(0,0,z)

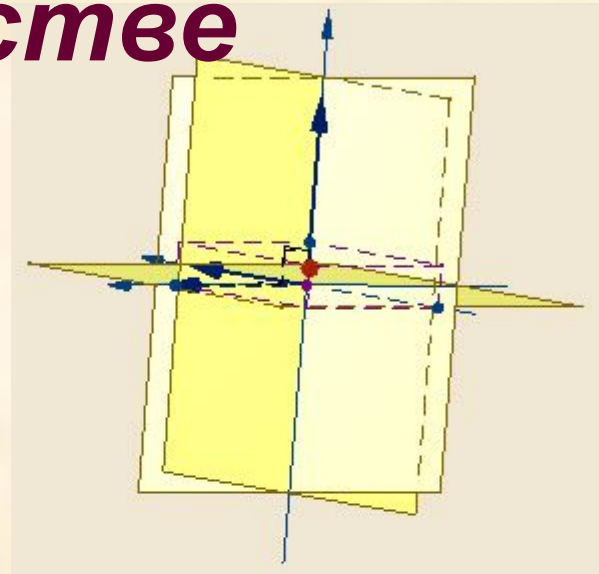
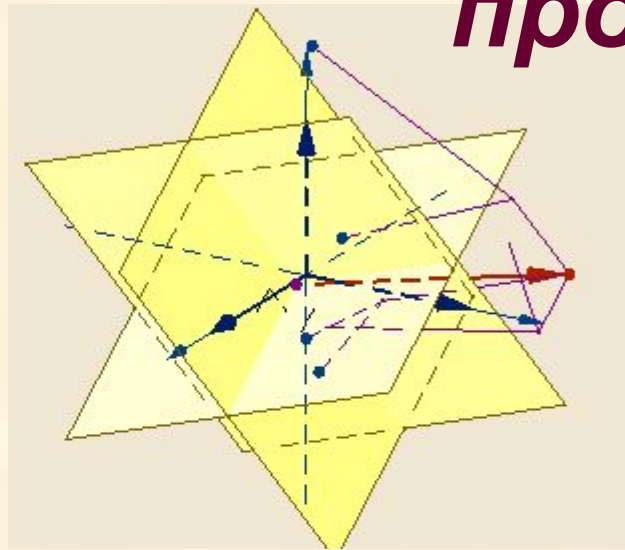
Oxy
(x,y,0)

Oyz
(0,y,z)

Oxz
(x,0,z)

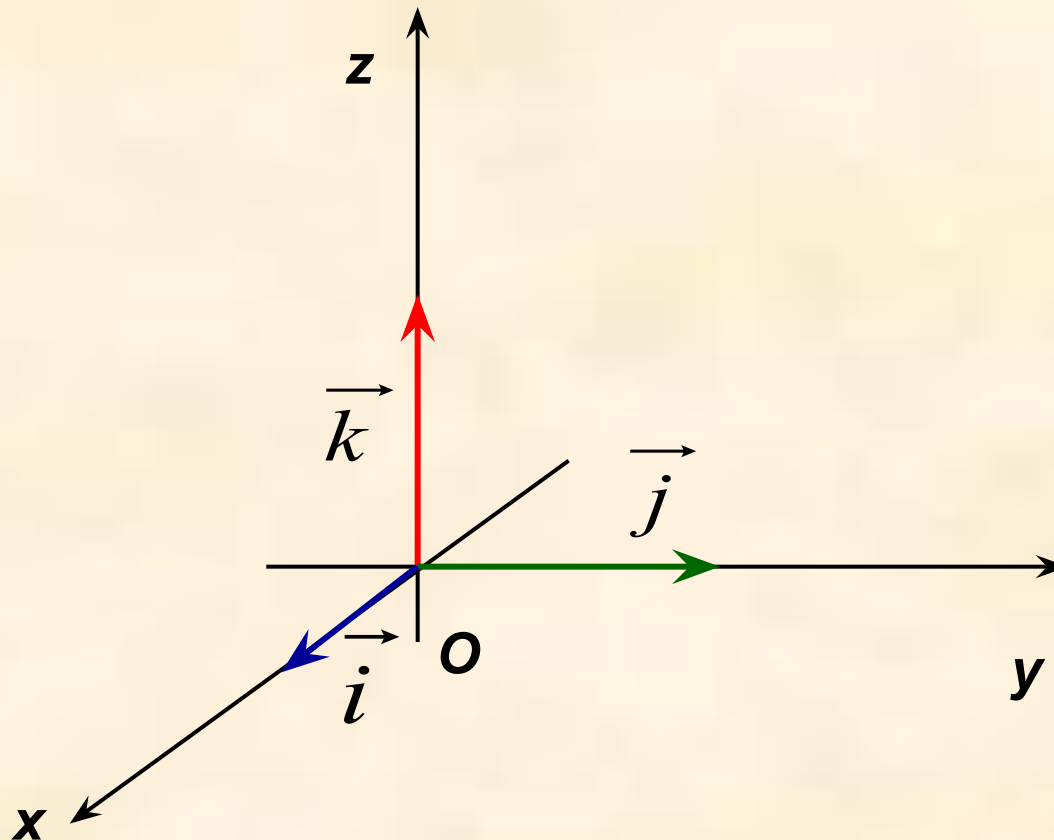


Координаты вектора в пространстве



Единичный вектор – вектор, длина которого равна 1.

\vec{i} – единичный вектор оси абсцисс, \vec{j} – единичный вектор оси ординат, \vec{k} – единичный вектор оси аппликат.



Любой вектор \vec{a} можно разложить по координатным векторам, т.е. представить в виде:

$$\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

Нулевой вектор можно представить в виде:

$$\vec{0} = 0\vec{i} + 0\vec{j} + 0\vec{k}$$

Координаты равных векторов соответственно равны, т.е., если

$$\vec{a} \{x_1; y_1; z_1\} = \vec{b} \{x_2; y_2; z_2\}, \text{ то}$$

$$x_1 = x_2, y_1 = y_2, z_1 = z_2.$$

1. Сумма векторов:

$$\vec{a} + \vec{b} = \{ x_1 + x_2; y_1 + y_2; z_1 + z_2 \}.$$

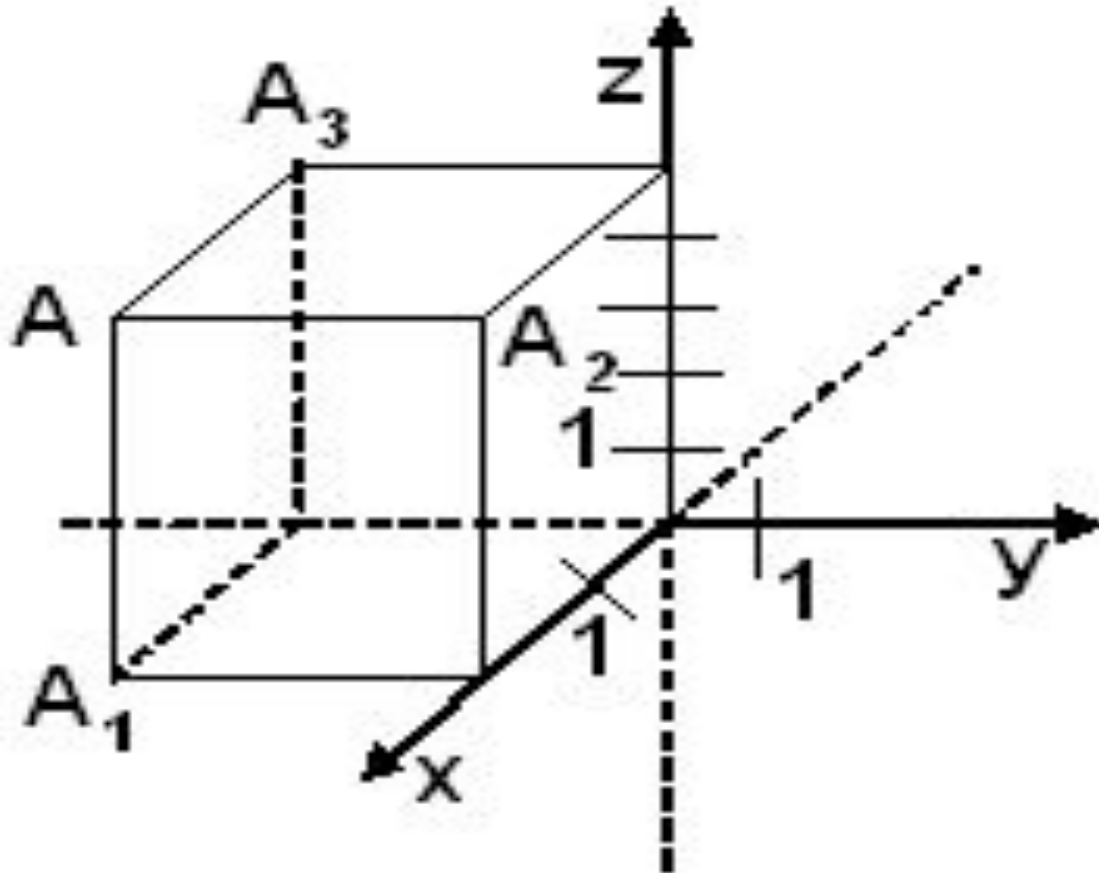
2. Разность векторов:

$$\vec{a} - \vec{b} = \{ x_1 - x_2; y_1 - y_2; z_1 - z_2 \}.$$

3. Произведение вектора на число:

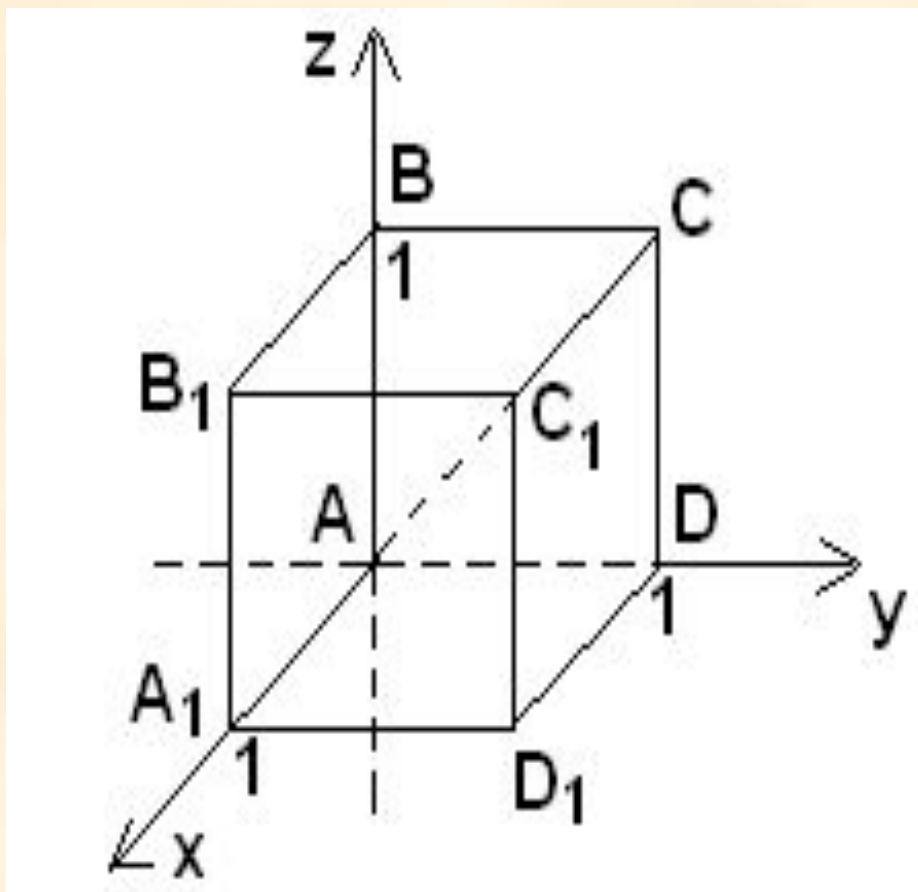
$$\alpha \vec{a} = \{ \alpha x; \alpha y; \alpha z \}.$$

Задача №401.



Ответ: $A_1(2; -3; 0)$; $A_2(2; 0; 5)$; $A_3(0; -3; 5)$

Задача №402.



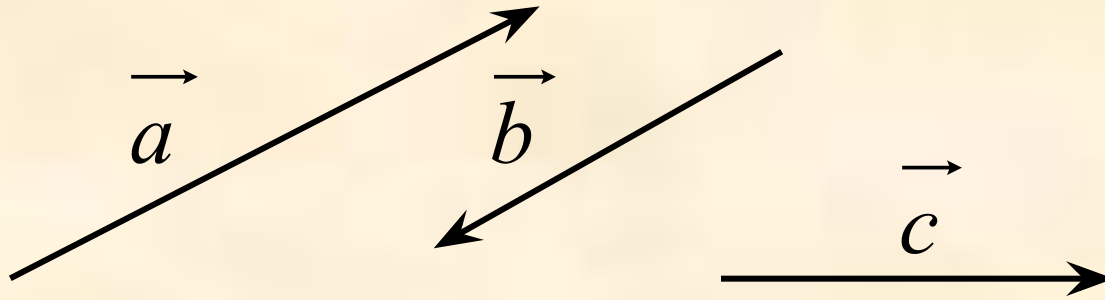
Ответ: $C (0;1;1)$; $B_1 (1;0;1)$; $C_1 (1;1;1)$; $D_1 (1;1;0)$

Итог урока

На уроке познакомились с прямоугольной системой координат, научились строить точку по заданным ее координатам и находить координаты точки, изображенной в заданной системе координат. Декартова система координат не единственная. К следующему уроку найти в Интернете другие системы координат.

***Разложение
вектора по
координатным
векторам***

Векторы называются коллинеарными, если они параллельны.



Если векторы $\vec{a} \{x_1; y_1; z_1\}$ и $\vec{b} \{x_2; y_2; z_2\}$, то:

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2} = k$$

Самостоятельная работа

1 вариант

№1. Даны векторы $\vec{a} \{2; -4; 3\}$ и $\vec{b} \{-3; 1/2; 1\}$.
Найдите координаты вектора $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$.

№2. Даны векторы $\vec{a} \{1; -2; 0\}$, $\vec{b} \{3; -6; 0\}$,
 $\vec{c} \{0; -3; 4\}$. Найдите координаты вектора $\vec{p} = 2\vec{a} - 1/3\vec{b} - \vec{c}$.

№3. Найдите значения m и n , при которых векторы $\vec{a} \{6; n; 1\}$ и $\vec{b} \{m; 16; 2\}$ коллинеарны.

2 вариант

№1. Даны векторы $a \{1; -3; -1\}$ и $b \{-1; 2; 0\}$.
Найдите координаты вектора $c = a - b$.

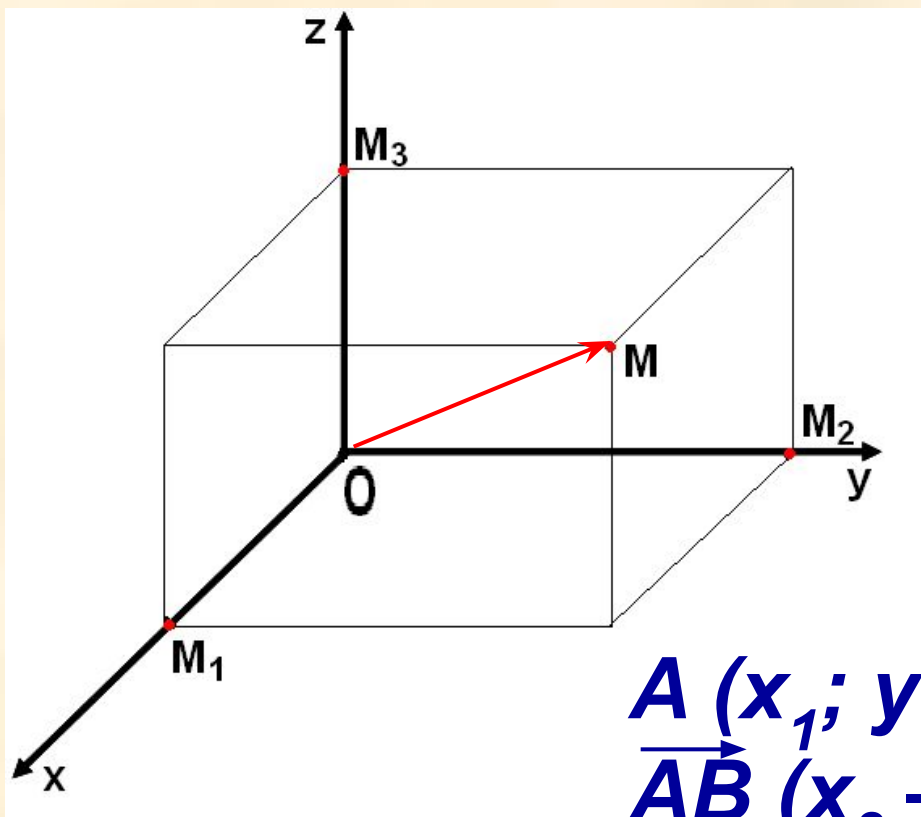
№2. Даны векторы $a \{2; 4; -6\}$, $b \{-3; 1; 0\}$,
 $c \{3; 0; -1\}$. Найдите координаты вектора $p = -1/2a + 2b - c$.

№3. Найдите значения m и n , при которых векторы $a \{-4; m; 2\}$ и $b \{2; -6; n\}$ коллинеарны.

***Связь между
координатами
векторов и
координатами
точек***

Вектор, конец которого совпадает с данной точкой, а начало – с началом координат, называется **радиус-вектором данной точки.**

Координаты любой точки равны соответствующим координатам её радиус-вектора.



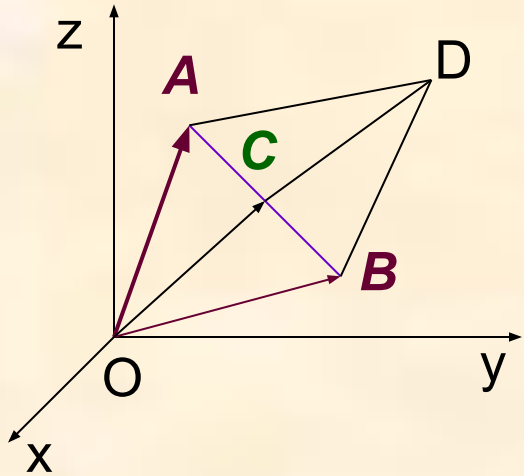
$$\underline{M} (x; y; z)$$

$$OM (x; y; z)$$

$$A (x_1; y_1; z_1), B (x_2; y_2; z_2)$$
$$\overrightarrow{AB} (x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1)$$

***Простейшие
задачи в
координатах***

1. Координаты середины отрезка.



$A(x_1; y_1; z_1)$, $B(x_2; y_2; z_2)$,
 $C(x; y; z)$ – середина AB .

$\vec{OC} = \frac{1}{2}(\vec{OA} + \vec{OB})$, тогда

$$x = \frac{1}{2}(x_1 + x_2), \quad y = \frac{1}{2}(y_1 + y_2), \quad z = \frac{1}{2}(z_1 + z_2)$$

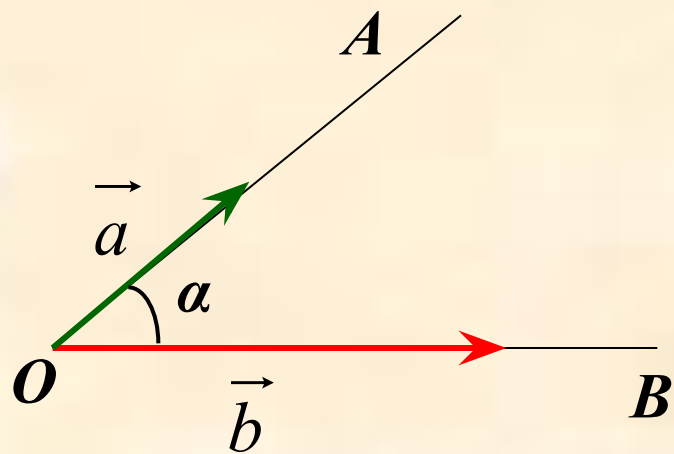
2. Вычисление длины вектора по его координатам:

если $\vec{a} \{x; y; z\}$, то $|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

3. Расстояние между двумя точками:

$$|\vec{AB}| = d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

Угол между векторами



$$\vec{a} \wedge \vec{b} = \alpha$$

- Если $a \parallel b$ и a и b сонаправлены, то $\alpha = 0^\circ$.
- Если $a \parallel b$ и a и b противоположно направлены, то $\alpha = 180^\circ$.
- Если $a \perp b$, то $\alpha = 90^\circ$.

***Скалярное
произведение
векторов***

$$1) \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a} \wedge \vec{b})$$

$$2) \vec{a} \{x_1; y_1; z_1\} \text{ u } \vec{b} \{x_2; y_2; z_2\}$$

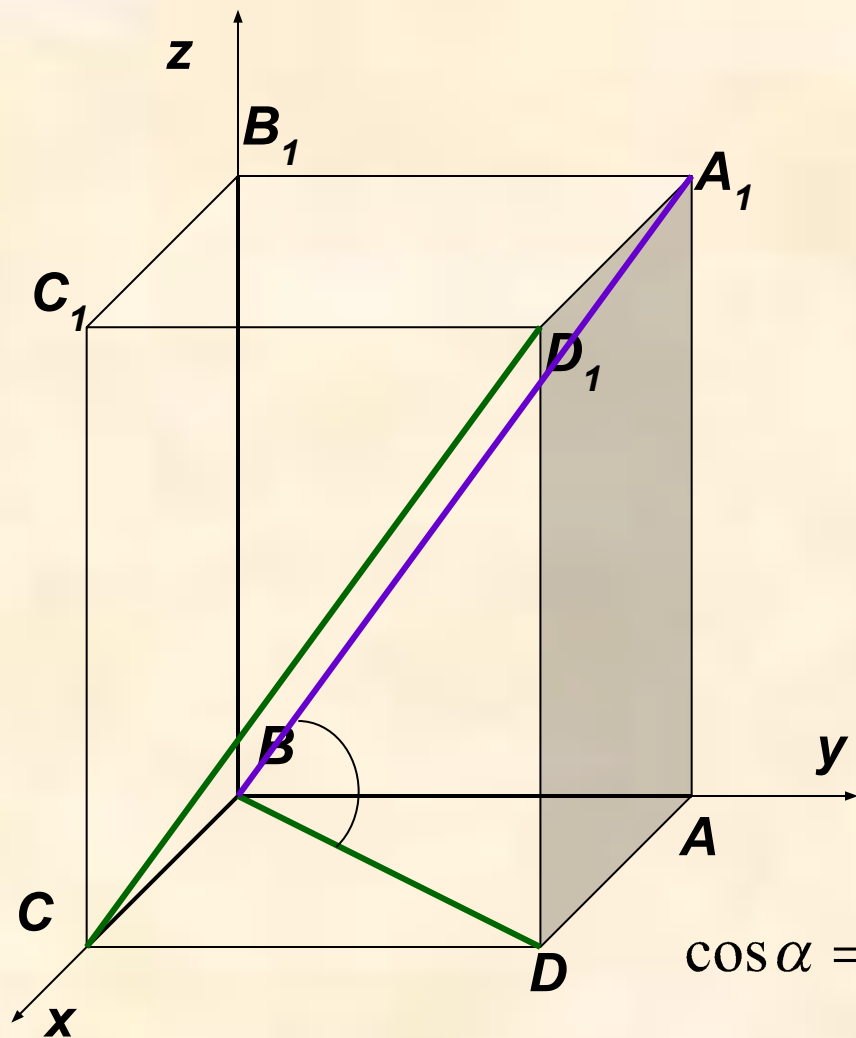
$$\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2$$

$$3) a^2 = |\vec{a}|^2$$

$$\cos \alpha = \frac{x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$$

$$\cos \alpha = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$

№ 467



Решение:

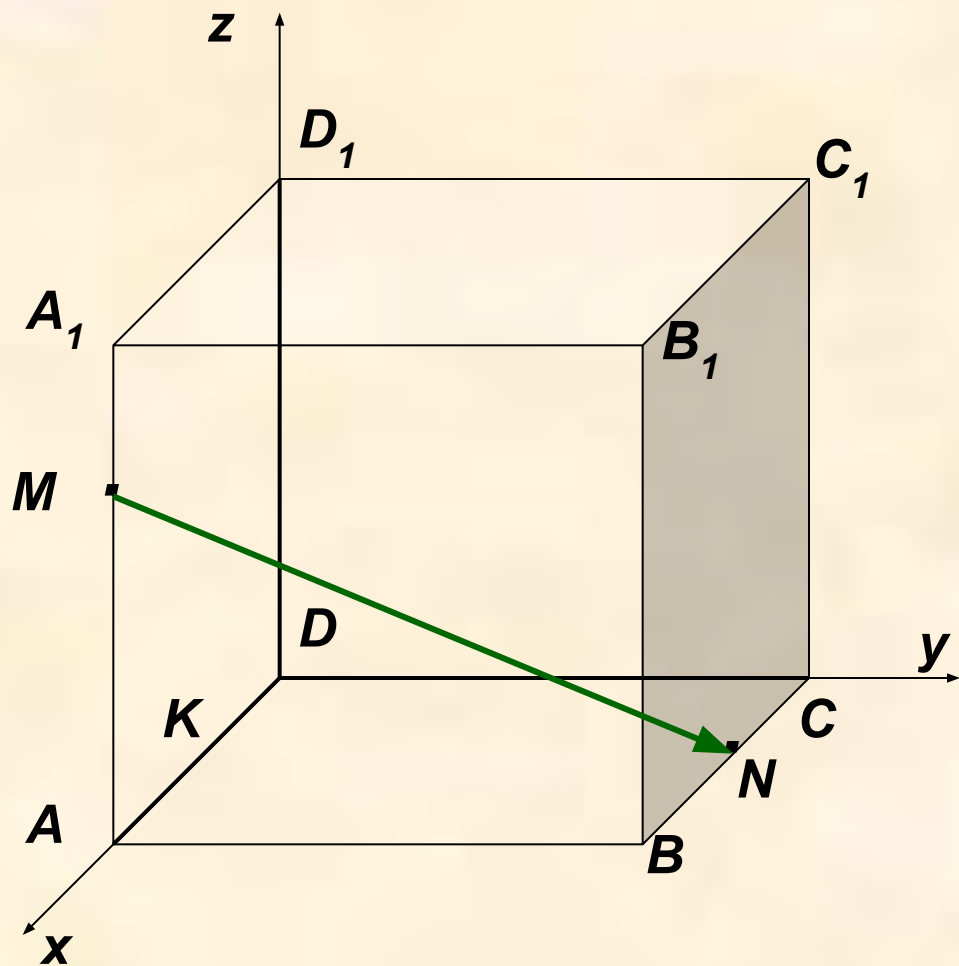
Введём систему координат: $B(0; 0; 0)$, $C(1; 0; 0)$, $A(0; 1; 0)$, $D(1; 1; 0)$, $B_1(0; 0; 2)$, $C_1(1; 0; 2)$, $D_1(1; 1; 2)$, $A_1(0; 1; 2)$. Тогда,

$$\overrightarrow{BD} \{1; 1; 0\},$$

$$\overrightarrow{CD_1} = \overrightarrow{BA_1} \{0; 1; 2\}.$$

$$\cos \alpha = \frac{|1 \cdot 0 + 1 \cdot 1 + 0 \cdot 2|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 0^2} \cdot \sqrt{0^2 + 1^2 + 2^2}} = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

№ 466



№ 469 (a)

