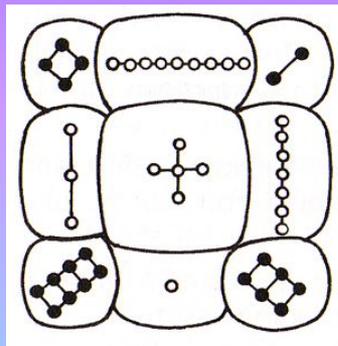


Магические квадраты

Работа выполнена учителем ГБОУ СОШ №655
Бережной Натальей Анатольевной.

Магический квадрат представляет собой квадратную таблицу с числами, построенную так, что сумма чисел в каждой строке, каждом столбце и в каждой диагонали равна одному и тому же числу (магическая сумма). Магические квадраты бывают разных порядков — порядок квадрата определяет число столбцов/строк.

Существует предание, согласно которому китайский император Юю, живший четыре тысячи лет назад, увидел однажды на берегу реки священную черепаху с узором из черных и белых кружков на панцире.



4	9	2
3	5	7
8	1	6

Сообразительный император сразу понял смысл этого рисунка.

Найдём сумму чисел
в каждой строке.

4

9

2

$$4 + 9 + 2 = 15$$

3

5

7

$$3 + 5 + 7 = 15$$

8

1

6

$$8 + 1 + 6 = 15$$

Найдём сумму чисел
в каждом столбце.

4

9

2

$$4+3+8=15$$

3

5

7

$$9+5+1=15$$

8

1

6

$$2+7+6=15$$

Найдём сумму чисел
в каждой диагонали.

4	9	2
3	5	7
8	1	6

$$4 + 5 + 6 = 15$$

$$2 + 5 + 8 = 15$$

Как же составить магический квадрат

4	9	2
3	5	7
8	1	6

?

Правило «ло-шу»

- ◆ Магический квадрат «ло-шу» можно найти, не прибегая к перебору одной за другой всех расстановок 9 цифр в 9 клетках (число таких расстановок равно 362 880).

- ◆ Будем рассуждать так. Сумма всех чисел от 1 до 9 равна:
 $1+2+3+4+5+6+7+8+9=45$. Значит, в каждой строке и в каждом столбце сумма чисел должна равняться:
 $45:3=15$.

- ◆ Но если просуммировать все числа во второй столбце и строке и в обеих диагоналях, то каждое число войдет один раз, за исключением центрального, которое войдет четырежды. Значит, если обозначить центральное число через x , то должно выполняться равенство $15 \cdot 4 = 3x + 15 \cdot 3$. Отсюда $x = 5$, то есть в центре таблицы должно стоять число 5.

$$1+2+3+4+5+6+7+8+9=45$$

$$45:3=15$$

4	9	2
3	5	7
8	1	6

$$\begin{aligned} 15 &= 9 + 5 + 1 = 9 + 4 + 2 = \\ &= 8 + 6 + 1 = 8 + 5 + 2 = 8 + 4 + 3 = \\ &= 7 + 6 + 2 = 7 + 5 + 3 = \\ &= 6 + 5 + 4 \end{aligned}$$

4	9	2
3	5	7
8	1	6

◆ Все 8 различных магических квадратов
из чисел от 1 до 9 !

8	3	4
1	5	9
6	7	2

2	9	4
7	5	3
6	1	8

6	1	8
7	5	8
2	9	4

4	9	2
3	5	7
8	1	6

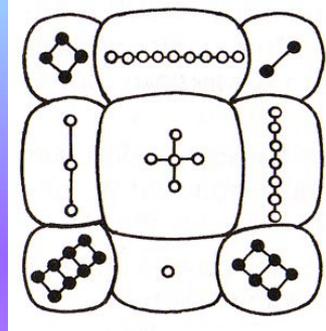
6	7	2
1	5	9
8	3	4

4	3	8
9	5	1
2	7	6

2	7	6
9	5	1
4	3	8

8	1	6
3	5	7
4	9	2

Символ



- ◆ китайцы называли «ло – шу» и считали магическим – он использовался при заклинаниях.

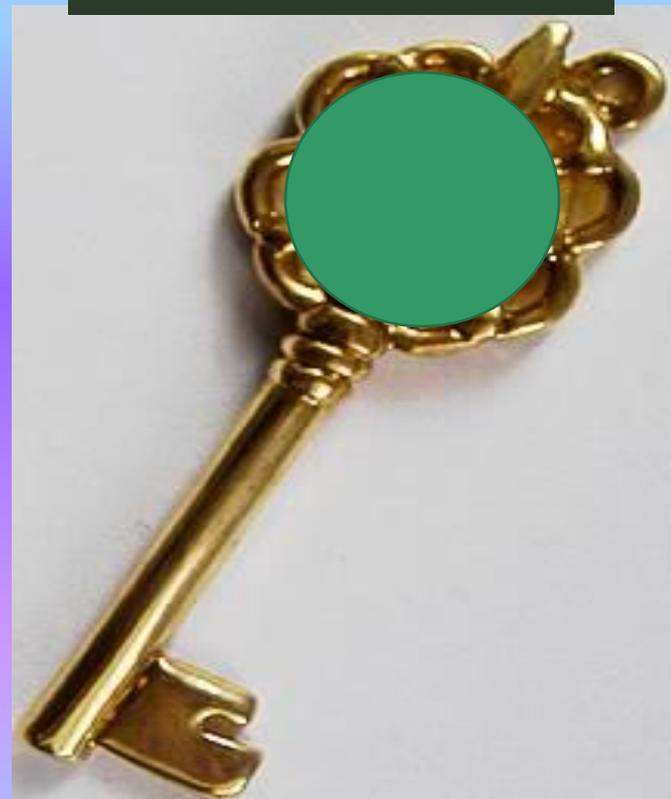
Поэтому квадратные таблицы чисел, обладающие таким удивительным свойством, с тех пор называют *магическими квадратами*.

Магические квадраты

- Полного описания всех возможных магических квадратов не получено и до сего времени. Известно, что магических квадратов 2×2 не существует (может быть, кто-нибудь это докажет?).
- Магический квадрат 3×3 только один, так как остальные магические квадраты 3 на 3 получаются из него либо поворотом вокруг центра, либо отражением относительно одной из его осей симметрии.
- Магических квадратов 4×4 , как на картине Дюрера, составлено уже 800, а количество магических квадратов 5×5 близко к четверти миллиона!

	16	2
	8	
14		

КЛЮЧ

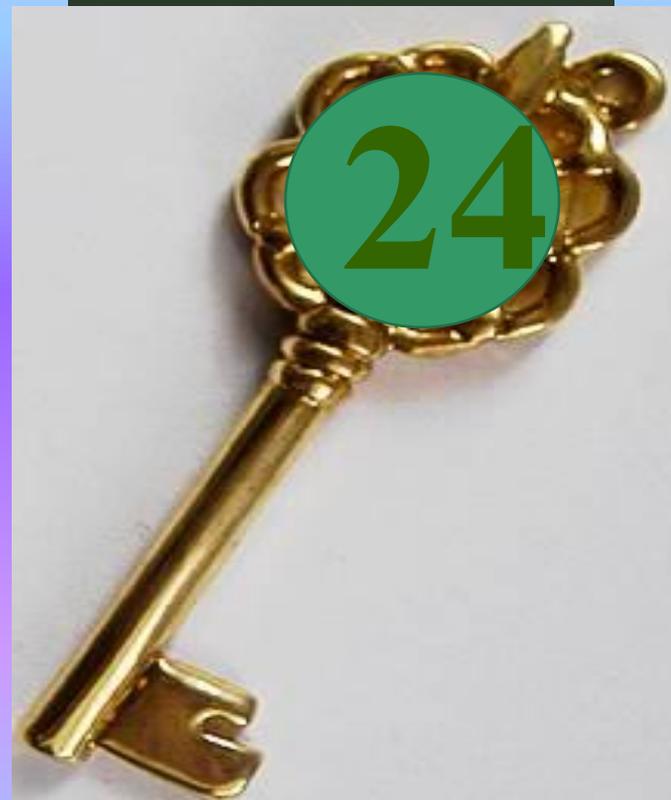


Решение

14 24 42 23

6	16	2
4	8	12
14	0	10

КЛЮЧ



Получилось!

12		
	16	
28		20

КЛЮЧ



Решение

44

46

48

45

43

12	32	4
8	16	24
28	0	20

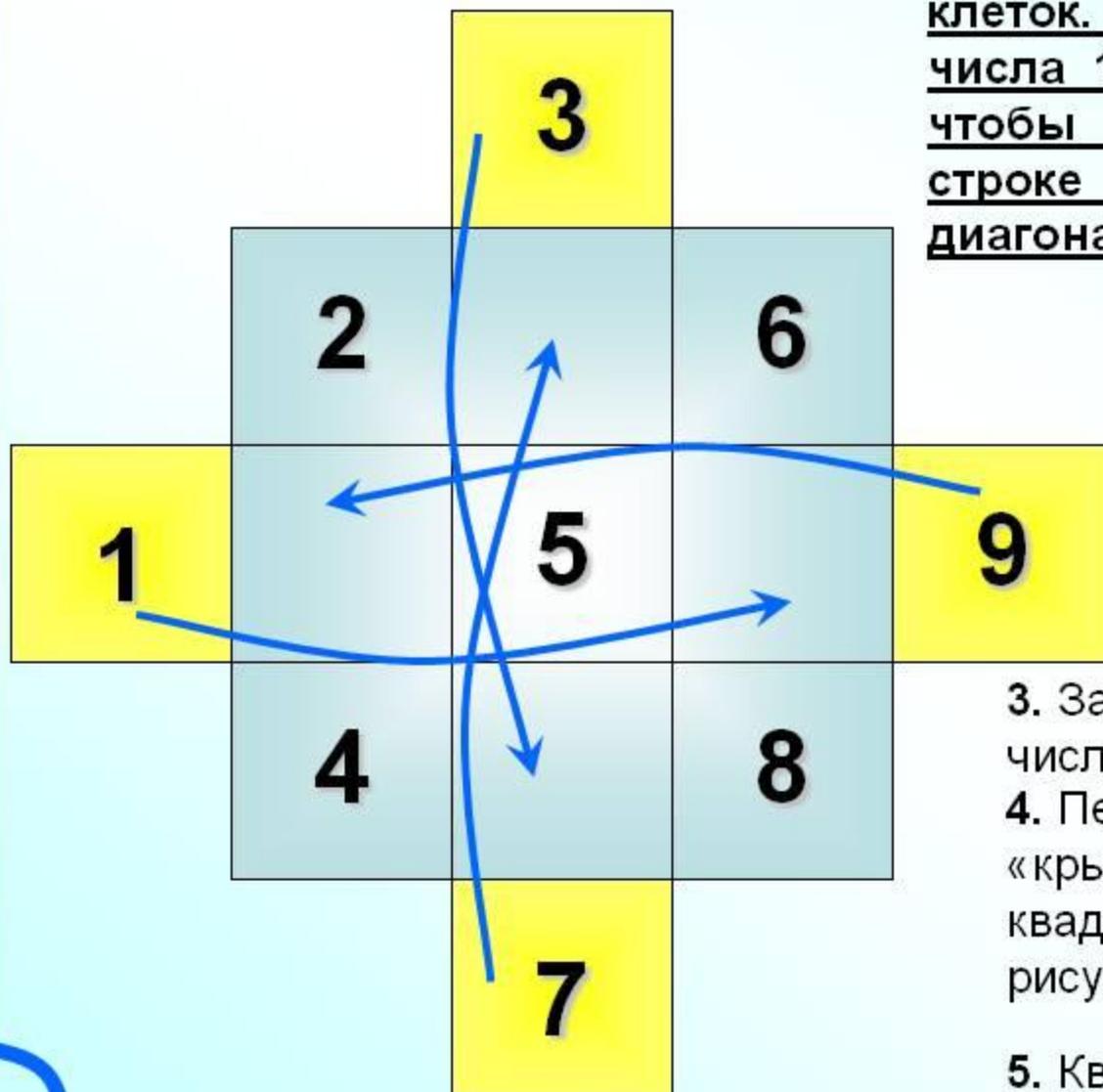
КЛЮЧ



Молодцы!

МАГИЧЕСКИЙ КВАДРАТ 3-ГО ПОРЯДКА

Квадрат разделен на 9 равных клеток. Расставьте в этих клетках числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 так, чтобы сумма чисел в каждой строке и в каждом столбце и диагонали была одинаковой.



1. Добавим «крылышки» (желтые квадраты) в средний столбец и в среднюю строку.

2. Выделим по диагоналям клетки, которые мы заполним числами.

3. Запишем в выделенные клетки числа от 1 до 9.

4. Перенесем числа из «крылышек» во внутреннюю часть квадрата, как показано на рисунке.

5. Квадрат готов.

2	7	6
9	5	1
4	3	8

Магический квадрат 3

Даны числа: 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45.

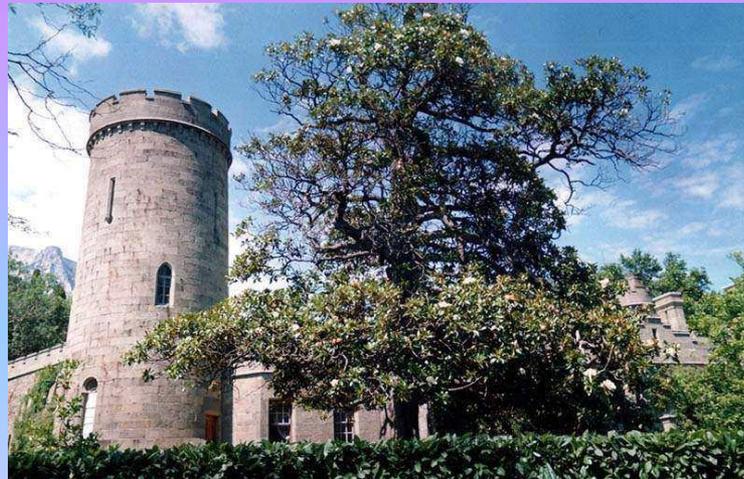
Впишите их в клетки девятиклеточного квадрата так, чтобы получилось в сумме одно и то же число по любой вертикали, горизонтали и диагонали.

Заполним квадрат по описанному алгоритму.

- ◆ Магические квадраты почитались не только у Древнем Китае.

Во времена Средневековья в Европе свойства магических квадратов тоже считались волшебными.

Магические квадраты служили талисманами, защищая тех, кто их носил, от разных бед.





1	3	2	1
6	1	1	3
5	0	1	8
9	6	7	1
4	1	1	2
	5	4	1

Альбрехт Дюрер
Меланхолия
(гравюра на меди)

1514

год

Квадрат Дюрера - магический!

Найдем сумму цифр в каждой строке.

16	3	2	13
----	---	---	----

$$16+3+2+13=34$$

5	10	11	8
---	----	----	---

$$5+10+11+8=34$$

9	6	7	12
---	---	---	----

$$9+6+7+12=34$$

4	15	14	1
---	----	----	---

$$4+15+14+1=34$$

Квадрат Дюрера - магический!

Найдем сумму цифр в каждом столбце.

16	3	2	13
----	---	---	----

$$16+5+9+4=34$$

5	10	11	8
---	----	----	---

$$3+10+6+15=34$$

9	6	7	12
---	---	---	----

$$2+11+7+14=34$$

4	15	14	1
---	----	----	---

$$13+8+12+1=34$$

Квадрат Дюрера -

магический!
Найдем сумму цифр
в каждой диагонали.

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

$$16 + 10 + 7 + 1 = 34$$

$$13 + 11 + 6 + 4 = 34$$

Квадрат

Дюрера

Найдем сумму цифр в каждом квадрате 2×2 .

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

$$16+3+5+10=34$$

$$2+13+11+8=34$$

$$9+6+4+15=34$$

$$7+12+14+1=34$$

$$10+11+6+7=34$$

- ◆ Рассмотрим способ получения магического квадрата 4×4 .

Впишем в квадрат числа от 1 до 16
по порядку.

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

Поменяем местами числа,
стоящие в противоположных углах
квадрата.

16	2	3	14
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

Поменяем местами числа,
стоящие в противоположных углах
центрального квадрата.
**Квадрат
магический!**

16	2	3	13
5	16	17	8
9	17	16	12
4	14	15	1

1 вариант

От 5 до 20
25

2 вариант

от 10 до

- ◆ Способ получения магического квадрата 5×5 .

СУДОКУ – японская ГОЛОВОЛОМКА

8		2			4			
			1					
	5				6			4
	9	6	4				2	7
						6		
		4						8
7			2					
	2	3			9	1		
	1	5		8		2		