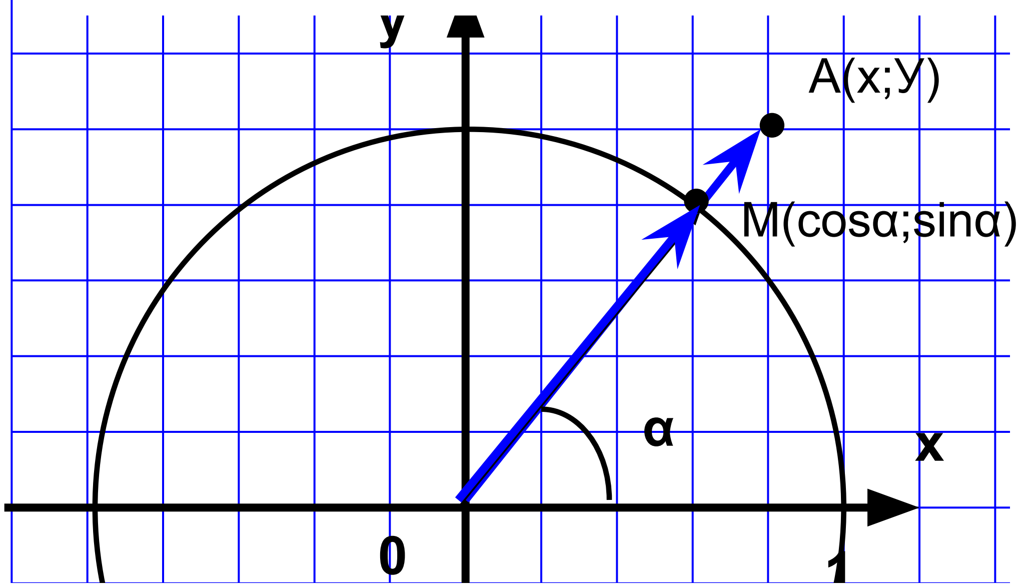
Формулы для вычисления координат точки



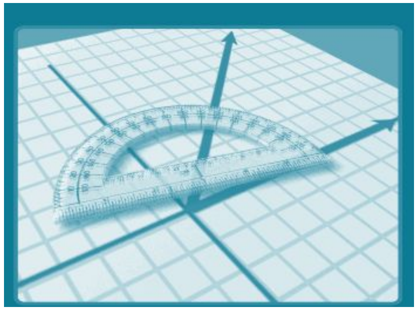
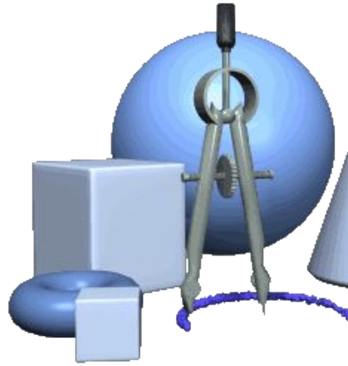
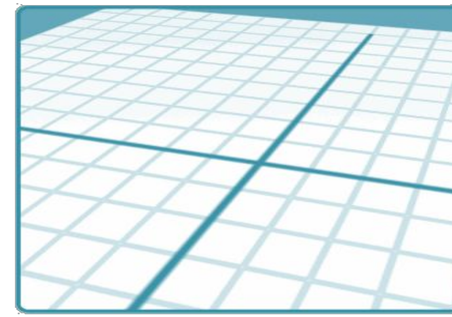
$$\overrightarrow{OM}\{\cos\alpha;\sin\alpha\}$$

$$\overrightarrow{OA}\{x;y\}$$

$$\overrightarrow{OA}=OA\cdot\overrightarrow{OM}$$

$$x=OA\cdot\cos\alpha,\ y=OA\cdot\sin\alpha$$

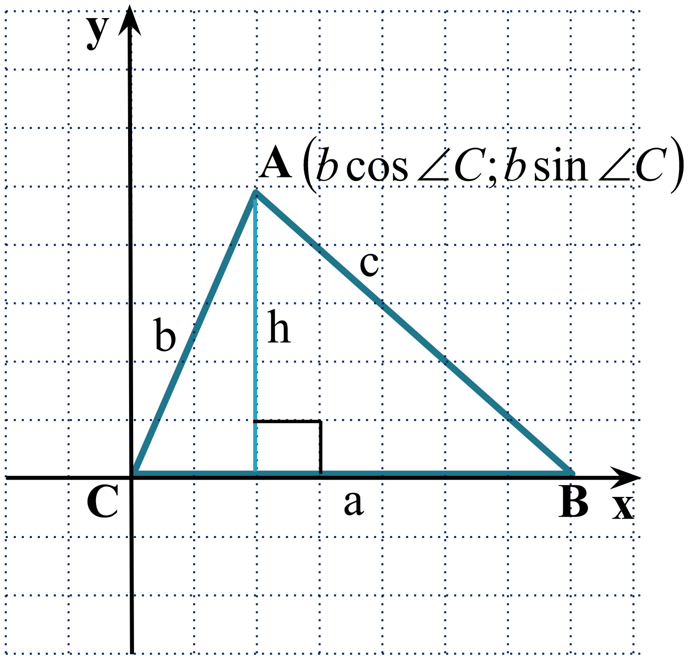
$$\overrightarrow{OA}\{OA\cdot\cos\alpha;OA\cdot\sin\alpha\}$$

Теорема о площади треугольника, теоремы синусов и косинусов

Теорема о площади треугольника

Площадь треугольника равна половине произведения двух его сторон на синус угла между ними.



Дано: Δ ABC

BC = a, CA = b

S – площадь

Доказать: $S = \frac{1}{2}ab\sin\angle C$

Доказательство:

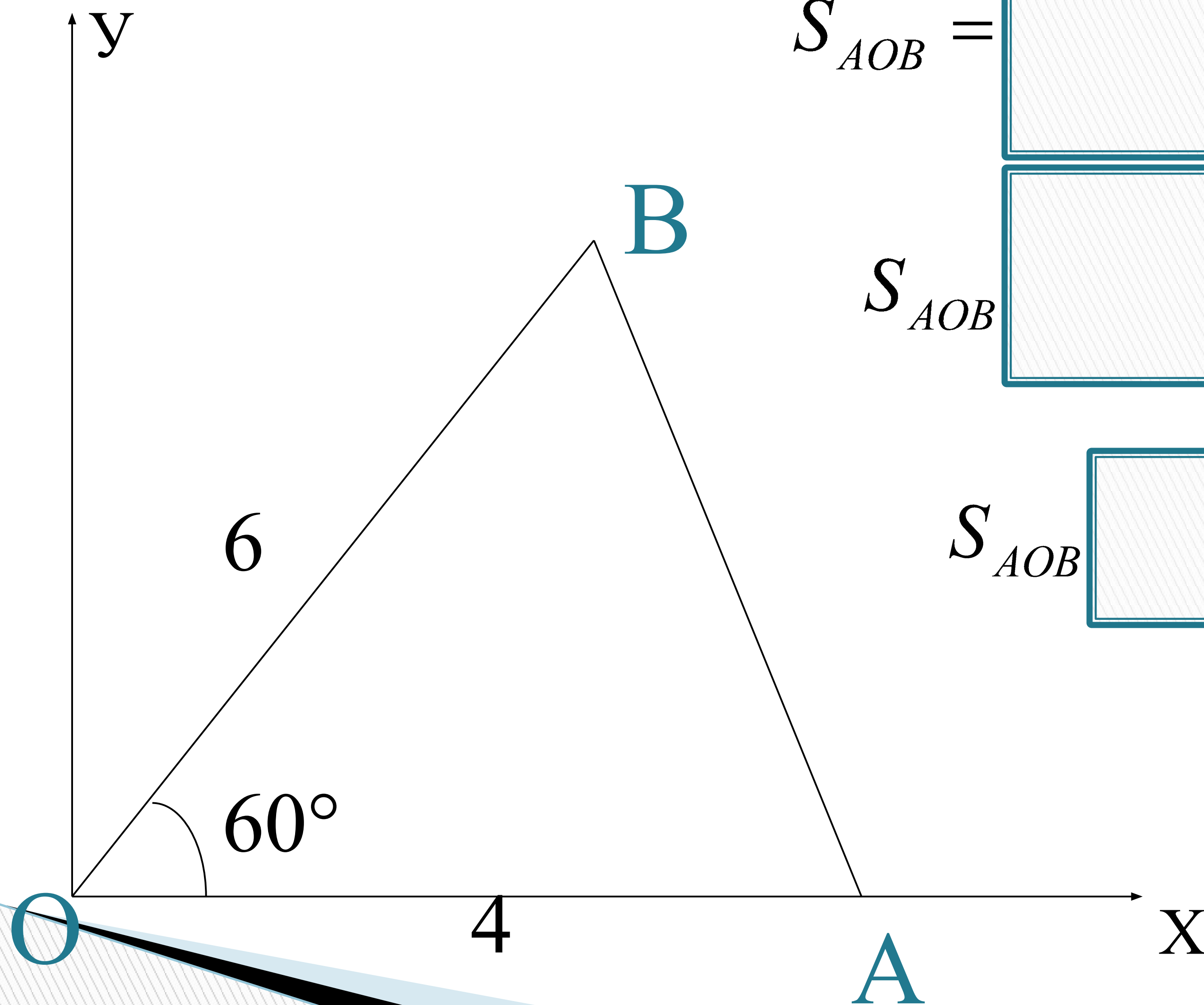
Дополнительное построение: Cxy, B $\in$ Cx, h $\perp$ a

$$S = \frac{1}{2}ah$$

$$h = b\sin\angle C$$

$$\boxed{S = \frac{1}{2}ab\sin\angle C}$$

Найти площадь треугольника:

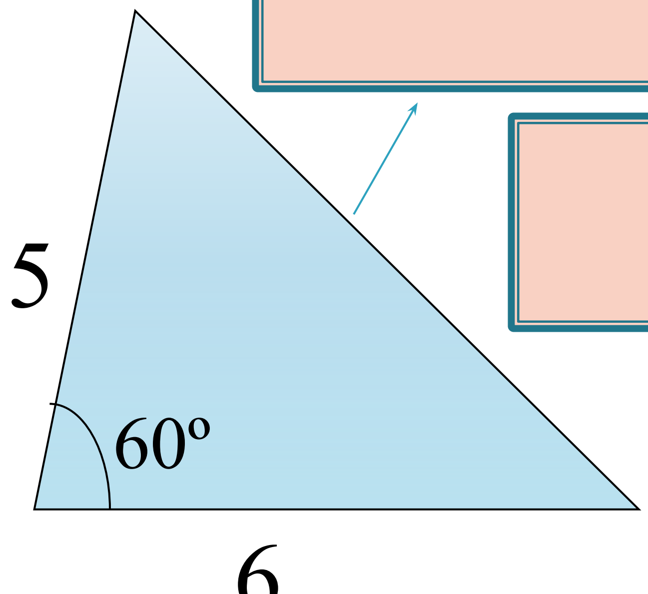


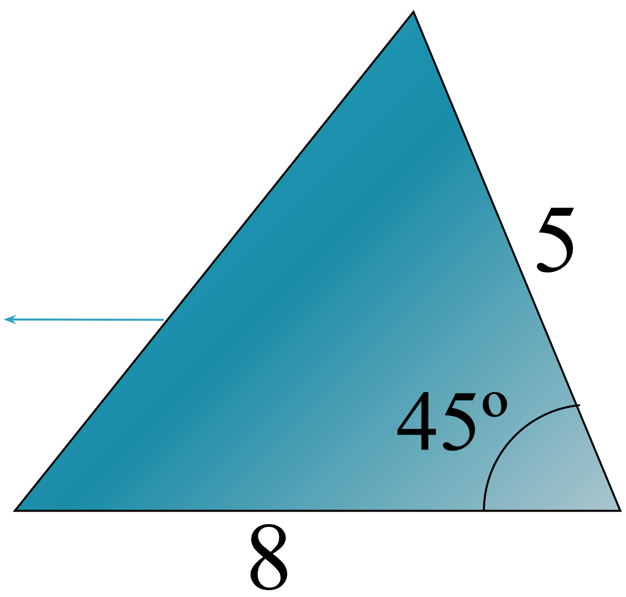
$S_{AOB} =$

S_{AOB}

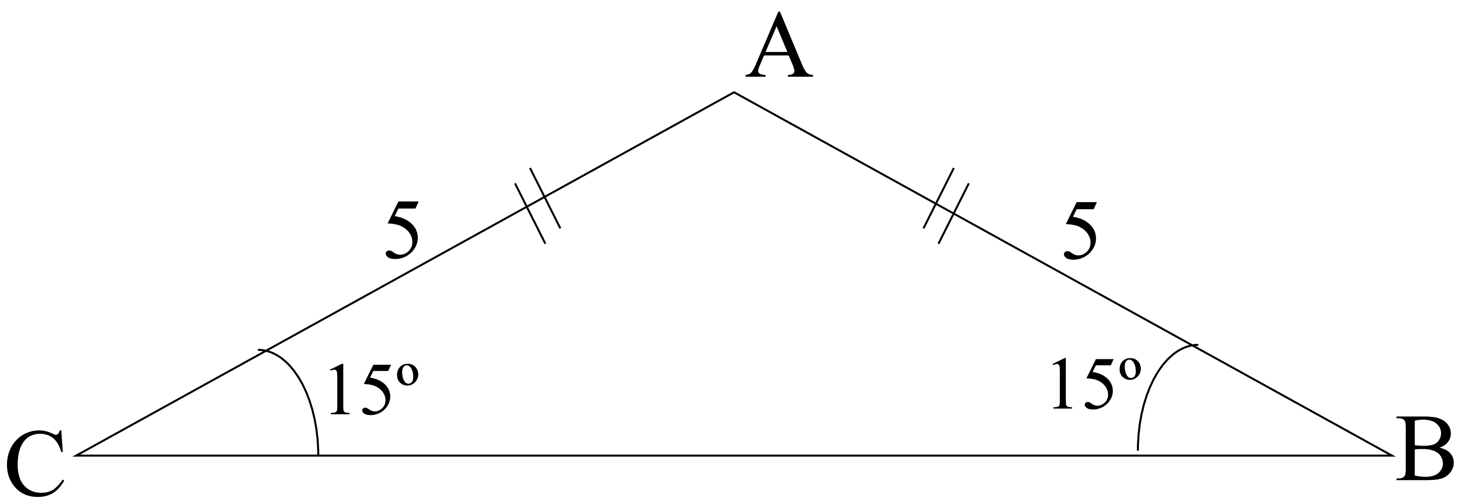
S_{AOB}

Найдите площади треугольников:





Найдите площадь равнобедренного треугольника:

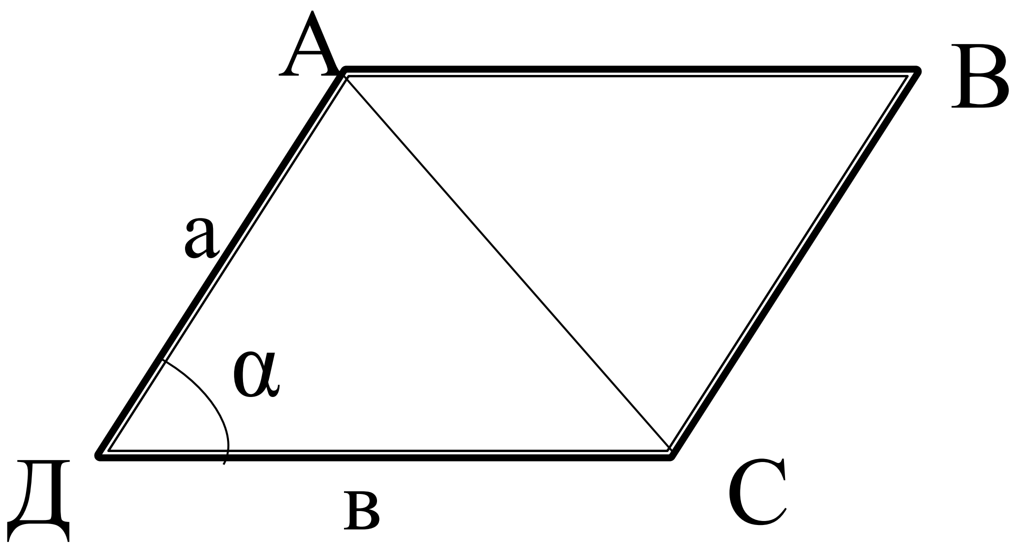


$$S_{AOB} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot AB \cdot \sin \angle B$$

$$S_{AOB} = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 5 \cdot \sin(180^{\circ} - 30^{\circ})$$

$$S_{AOB} = \frac{25}{4}$$

Найдите площадь параллелограмма:



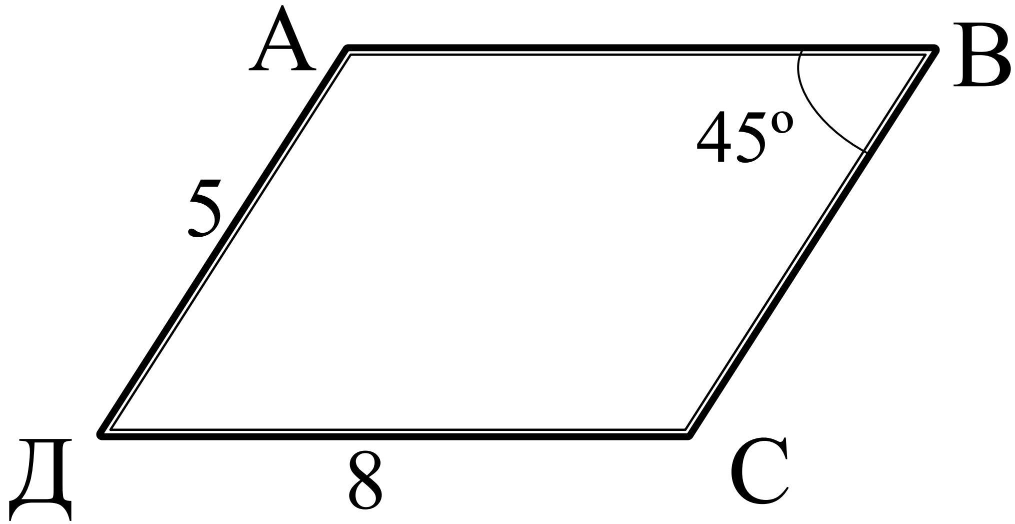
$$S_{АВСД} = S_{АДС} + S_{АВС}$$

$$S_{АДС} = S_{АВС}$$

$$S_{АДС} = \frac{1}{2} ав \sin \alpha$$

$$\Rightarrow \quad S_{АВСД} = ав \sin \alpha$$

Найдите площадь параллелограмма:

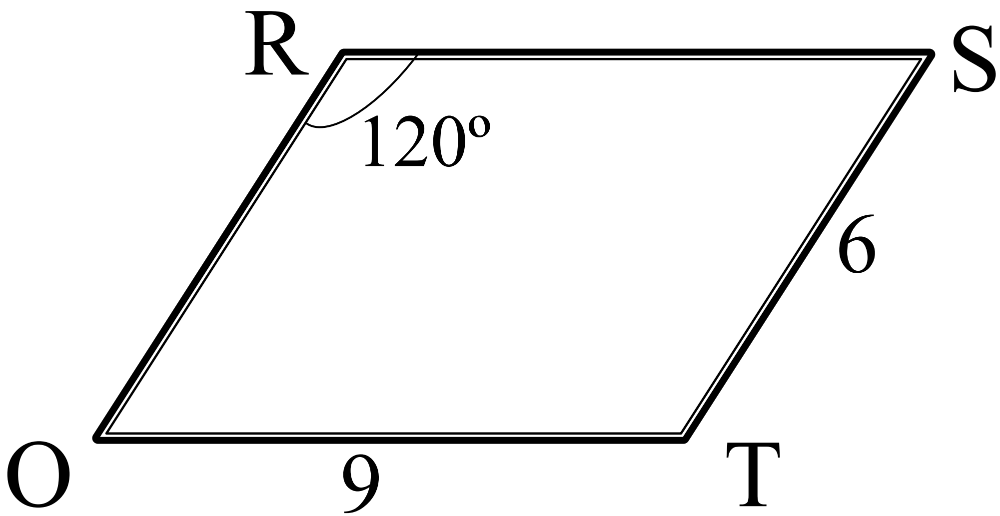


$$S = ДА \cdot ДС \cdot \sin \angle Д$$

$$S = 5 \cdot 8 \cdot \sin 45^{\circ}$$

$$S = 20\sqrt{2}$$

Найдите площадь параллелограмма:



$$S = OR \cdot OT \cdot \sin \angle O$$

$$OR = TS = 6$$

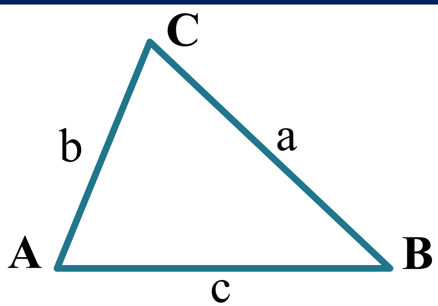
$$\angle O = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

$$S = 6 \cdot 9 \cdot \sin 60^\circ$$

$$S = 27\sqrt{3}$$

Теорема синусов

Стороны треугольника пропорциональны синусам противолежащих углов.



Дано: Δ ABC

AB = c, BC = a, CA = b

Доказать: $\dfrac{a}{\sin\angle A}=\dfrac{b}{\sin\angle B}=\dfrac{c}{\sin\angle C}$

Доказательство:

$$S=\frac{1}{2}bc\sin\angle A \qquad S=\frac{1}{2}ab\sin\angle C \qquad S=\frac{1}{2}ac\sin\angle B$$

$$\cancel{\frac{1}{2}}\cancel{b}c\sin\angle A=\cancel{\frac{1}{2}}a\cancel{b}\sin\angle C \quad \Big|\div\sin\angle A\sin\angle C$$

$$\frac{c\cancel{\sin\angle A}}{\cancel{\sin\angle A}\sin\angle C}=\frac{a\cancel{\sin\angle C}}{\sin\angle A\cancel{\sin\angle C}} \Rightarrow \frac{c}{\sin\angle C}=\frac{a}{\sin\angle A} \qquad \textbf{(1)}$$

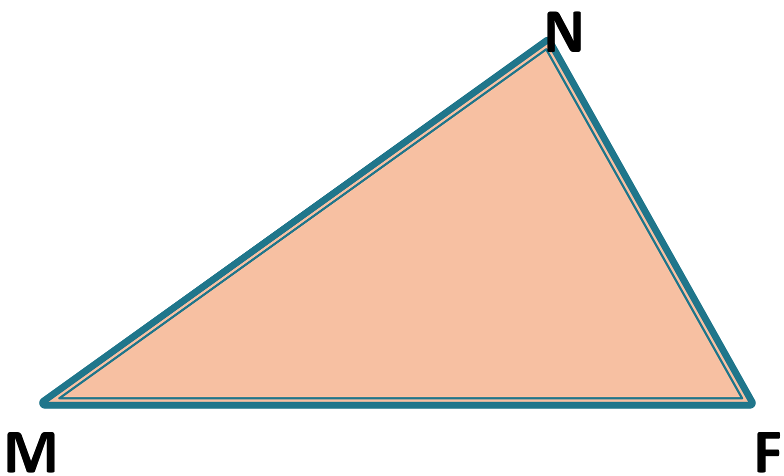
$$\cancel{\frac{1}{2}}\cancel{a}b\sin\angle C=\cancel{\frac{1}{2}}\cancel{a}c\sin\angle B \quad \Big|\div\sin\angle B\sin\angle C$$

$$\frac{b\cancel{\sin\angle C}}{\sin\angle B\cancel{\sin\angle C}}=\frac{c\cancel{\sin\angle B}}{\cancel{\sin\angle B}\sin\angle C} \Rightarrow \frac{b}{\sin\angle B}=\frac{c}{\sin\angle C} \qquad \textbf{(2)}$$

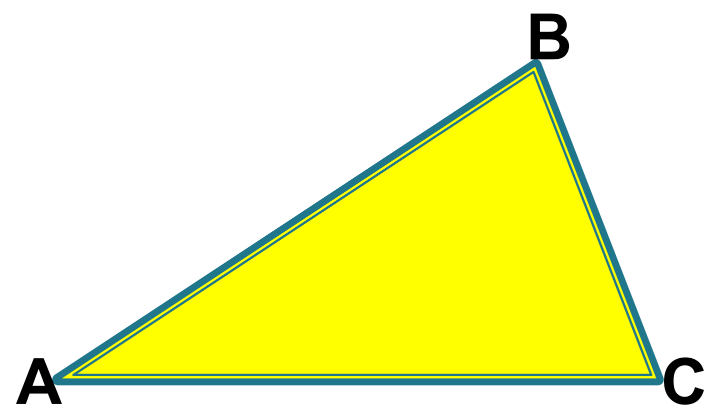
(1), (2) $\Rightarrow$ $\boxed{\dfrac{a}{\sin\angle A}=\dfrac{b}{\sin\angle B}=\dfrac{c}{\sin\angle C}}$

Теорема синусов

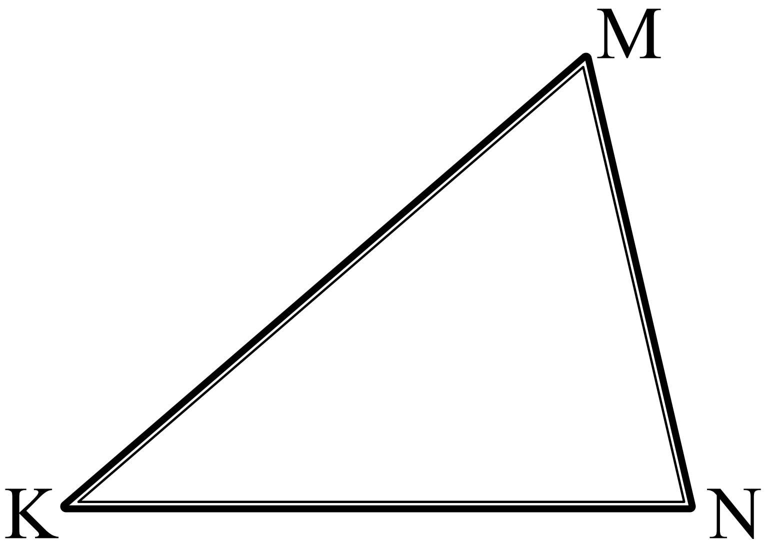
- **Стороны треугольника пропорциональны синусам противолежащих углов**



$$\frac{MN}{\sin F} = \frac{NF}{\sin M} = \frac{MF}{\sin N}$$



$$\frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B} = \frac{BC}{\sin A}$$



Запишите теорему синусов для данного треугольника:

$$\frac{MN}{\sin K} = \frac{NK}{\sin M} = \frac{KM}{\sin N}$$

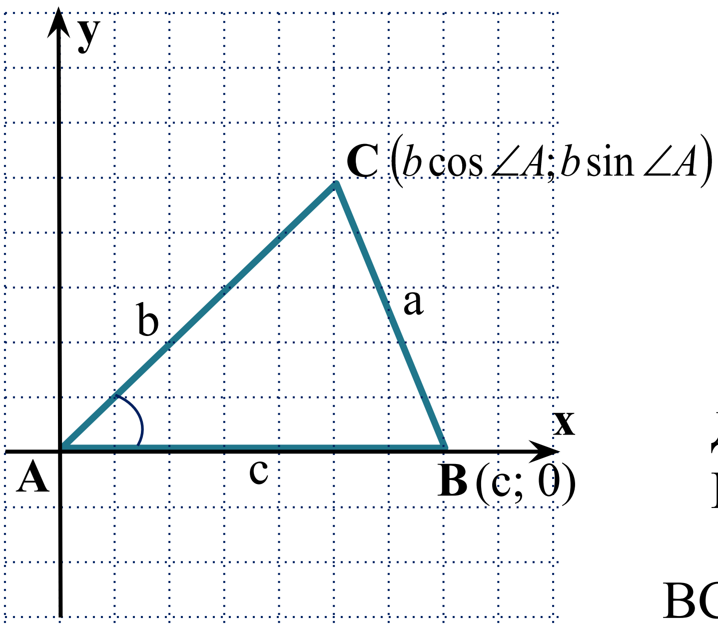
Запишите теорему синусов для треугольников:

- ABC $$\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B}$$

- MNP
- POH
- VXR

Теорема косинусов

Квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон минус удвоенное произведение этих сторон на косинус угла между ними.



Дано: Δ ABC

AB = c, BC = a, CA = b

Доказать: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\angle A$

Доказательство:

Дополнительное построение: Axy:

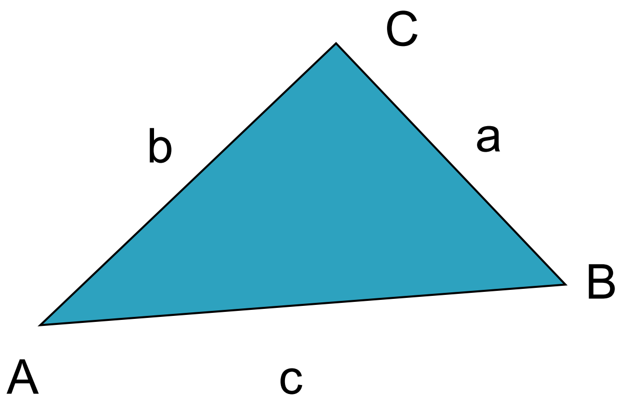
B (c; 0), C $(b\cos\angle A; b\sin\angle A)$

$$BC^2 = a^2 = (b\cos\angle A - c)^2 + (b\sin\angle A - 0)^2 =$$

$$= b^2\cos^2\angle A - 2bc\cos\angle A + c^2 + b^2\sin^2\angle A = b^2\underbrace{(\cos^2\angle A + \sin^2\angle A)}_{1} - 2bc\cos\angle A + c^2$$

$$\boxed{a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\angle A}$$

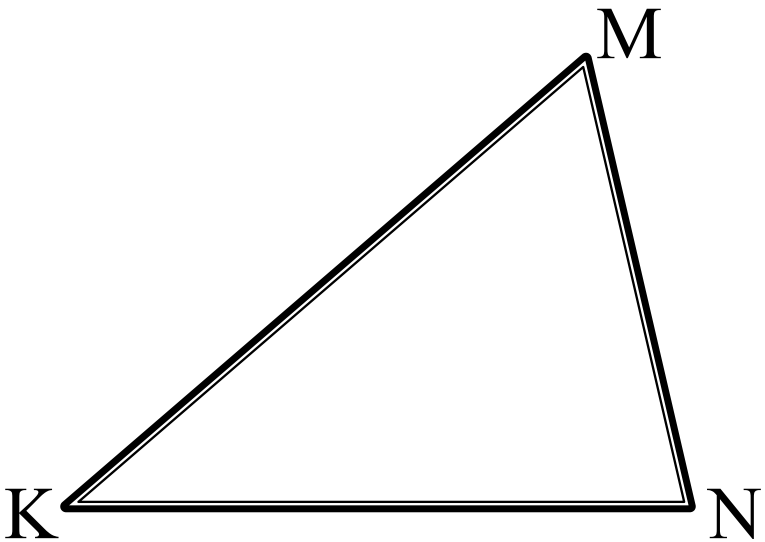
Верно ли записано?



$a^2 = b^2 + c^2 - 2ac\cos C$ <u>неверно</u>

$в^2 = c^2 + a^2 - 2ca\cos B$ <u>верно</u>

$c^2 = a^2 + c^2 - 2ab\cos A$ <u>неверно</u>



Запишите теорему косинусов для вычисления стороны МК:

$$MK^2 = NM^2 + NK^2 - 2NM \cdot NK \cos N$$

Запишите теорему косинусов для треугольников:

- ABC

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cos\angle C$$

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cos\angle B$$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cos\angle A$$

- MNP
- POH
- VXR

Выразим косинус угла из теоремы косинусов

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cos \angle C$$

$$2AC \cdot BC \cos \angle C = AC^2 + BC^2 - AB^2$$

$$\cos \angle C = \frac{AC^2 + BC^2 - AC^2}{2AC \cdot BC}$$