

**КУРСОВАЯ РАБОТА ПО
ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ
«ДИНАМИКА КУЛИСНОГО
МЕХАНИЗМА»**

Студент: Тузов А.Э.

Группа: ММ-230803

Вариант: 23080312

Преподаватель: Митюшов Е.А.

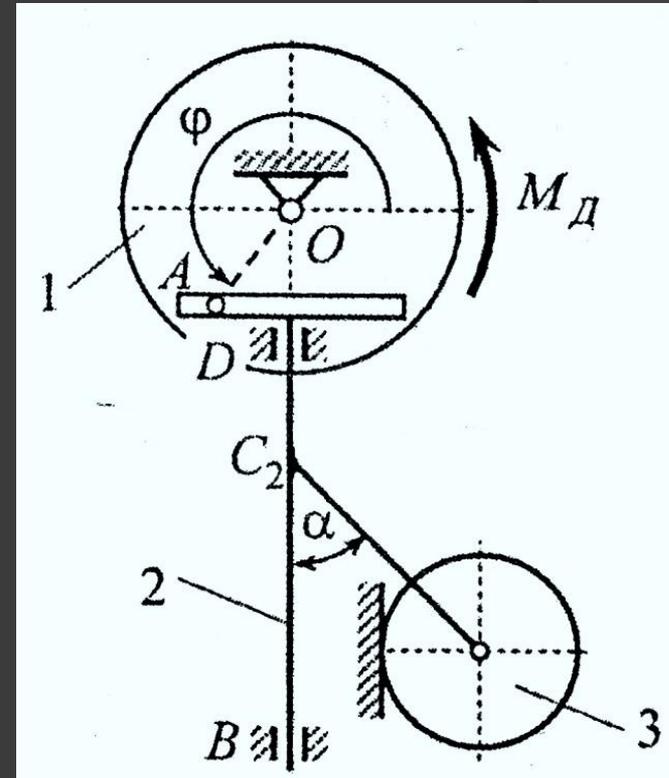
Екатеринбург 2014

Расчетная схема и исходные данные

Определить:

- Угловую скорость маховика при его повороте на угол φ
- Угловое ускорение маховика при его повороте на угол φ
- Силу, приводящую в движение кулису и реакцию подшипника на оси маховика
- Силу, приложенную в центре катка и уравновешивающую механизм в положении, когда угол равен φ^*

$$R_1 = 0,36 \text{ м}; \quad OA = 0,24 \text{ м}$$



m_1 , кг	m_2 , кг	m_3 , кг	M_d , Н·м	ρ_3 , м	R_3 , м	φ^* , рад
57	17	16	11	0,18	0,18	$5\pi/4$

Этап I. Кинематический анализ механизма.

- Механизм состоит из трех звеньев. Ведущим является маховик 1, к которому приложен вращающий момент M_d со стороны электродвигателя. От маховика посредством кулисы 2 движение передается ведомому звену 3 – катку. Маховик совершает вращательное движение, кулиса – поступательное, каток – плоское. Начало координат помещаем в точку O , ось Ox направляем вправо, ось Oy – вверх (рис. 2).
- Скорость поступательно движущейся кулисы находим по теореме сложения скоростей, рассматривая движение кулисного камня как сложное.

Так как

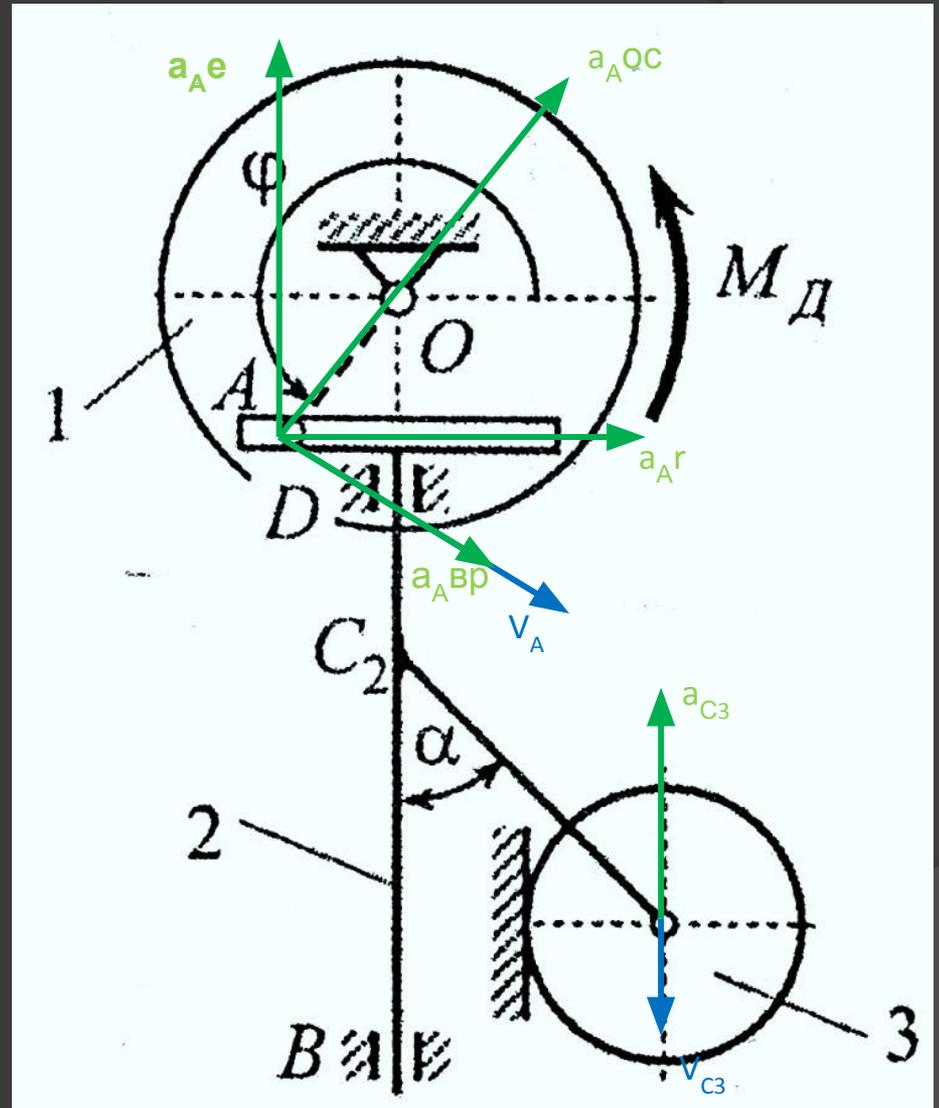
$$\vec{v}_A = \vec{v}_{Ar} + \vec{v}_{Ae}$$

То скорость кулисы определится следующей формулой:

$$v_{2y} = \left(\vec{v}_A \right)_y = \omega OA \cos \varphi$$

Скорость центра катка равна скорости кулисы

$$v_{c_3y} = \left(\vec{v}_A \right)_y = \omega OA \cos \varphi$$



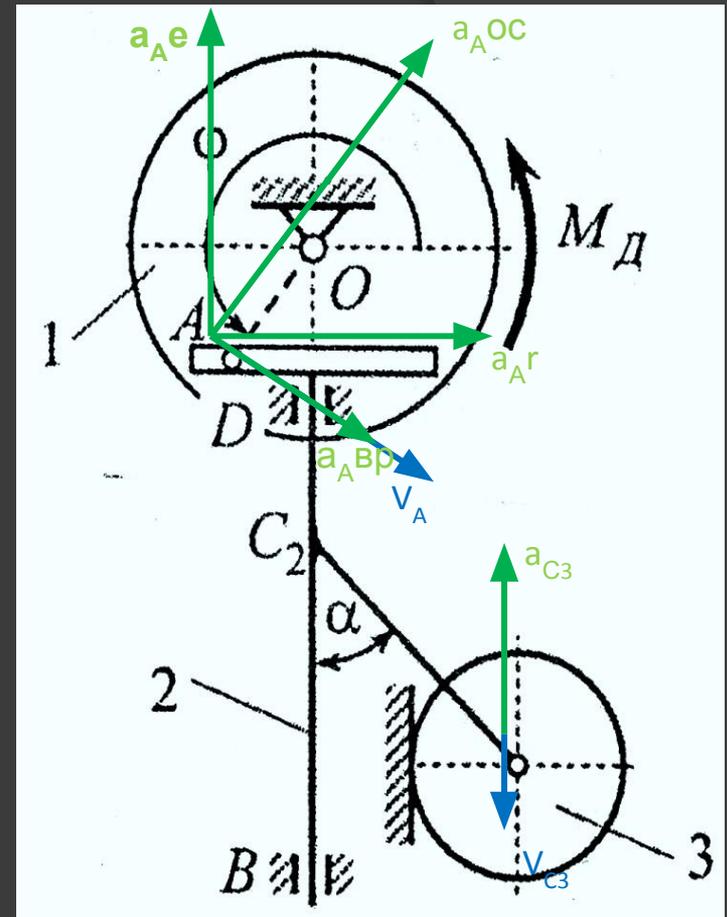
- Угловую скорость катка находим как отношение скорости его центра к расстоянию до мгновенного центра скоростей

$$\omega_3 = -\frac{v_{C3y}}{R_3} = -\frac{1}{R_3} \dot{\varphi} OA \cos \varphi$$

- Ускорение поступательно движущейся кулисы, ускорение центра катка, а также угловое ускорение катка находим дифференцированием, соответственно, скорости поступательно движущейся кулисы, скорости центра катка, а также угловой скорости катка. Откуда

$$a_{2y} = a_{C3y} = \left(\dot{v}_A \right)_y = \ddot{\varphi} OA \cos \varphi - \dot{\varphi}^2 OA \sin \varphi$$

$$\varepsilon_3 = \dot{\omega}_3 = \frac{1}{R_3} \ddot{\varphi} OA \cos \varphi - \frac{1}{R_3} \dot{\varphi}^2 OA \sin \varphi$$



- Запись уравнений геометрических связей

$$x_A = OA \cos \varphi \quad y_A = OA \sin \varphi \quad x_{C2} = 0$$

$$y_{C2} = y_{C20} + OA \sin \varphi \quad x_{C3} = R_3$$

- Интегрируя равенства

$$\int \dot{x}_{C3} = \int \dot{\varphi} OA \cos \varphi \quad \varphi_3 = -\frac{1}{R_3} \int \dot{\varphi} OA \cos \varphi$$

- Получим

$$y_{C3} = y_{C30} + OA \sin \varphi \quad \varphi_3 = -\frac{1}{R_3} OA \sin \varphi$$

Этап II. угловая скорость и угловое ускорение маховика.

Определение кинетической энергии системы

- Кинетическую энергию механизма находим как сумму кинетических энергий его звеньев $T = T_1 + T_2 + T_3$

$$T_1 = \frac{I_1 \omega_1^2}{2} = \frac{m_1 R_1^2 \omega_1^2}{2} \quad \text{- кинетическая энергия вращающегося маховика}$$

$$T_2 = \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_2 (\dot{\varphi} OA \cos \varphi)^2}{2} \quad \text{- кинетическая энергия поступательно движущейся кулисы}$$

$$T_3 = \frac{m_3 v_{C3}^2}{2} + \frac{I_3 \omega_3^2}{2} = \frac{m_3 (\dot{\varphi} OA \cos \varphi)^2}{2} + \frac{I_3 \left(-\frac{1}{R_3} \dot{\varphi} OA \cos \varphi \right)^2}{2} \quad I_3 = m_3 \rho_3^2$$

- кинетическая энергия катка, совершающего плоское движение

- Кинетическая энергия системы после тождественных преобразований:

$$T = \frac{I_{\text{пр}}(\varphi) \dot{\varphi}^2}{2}, \quad I_{\text{пр}}(\varphi) = \frac{m_1 R_1^2}{2} + (OA \cos \varphi)^2 \left(m_2 + m_3 + \frac{m_3 \rho_3^2}{R_3^2} \right), \quad I_{\text{пр}}(\varphi^*) = 5.1048 \quad \text{кг} \cdot \text{м}^2$$

- Определение производной кинетической энергии по времени

$$\frac{dT}{dt} = \frac{1}{2} \frac{dI_{\text{пр}}}{d\varphi} \dot{\varphi}^2 + I_{\text{пр}}(\varphi) \ddot{\varphi}$$

$$\frac{dI_{\text{пр}}}{d\varphi} = - \left(m_2 + m_3 + \frac{m_3 \rho_3^2}{R_3^2} \right) OA^2 \sin 2\varphi \quad \frac{dI_{\text{пр}}}{d\varphi}(\varphi^*) = -2.8224 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

- Определение элементарной работы, мощности внешних сил. Определение работы внешних сил на конечном перемещении

$$dA^e = M_{\text{д}} d\varphi$$

- Мощность $N^e = \frac{dA^e}{dt} = M_{\text{д}} \dot{\varphi}$

- Работа при повороте маховика на угол φ

$$A = \int_0^{\varphi^*} M_{\text{д}} d\varphi = M_{\text{д}} \varphi^*$$

- Определение угловой скорости маховика при его повороте на угол φ^*
- Для определения угловой скорости маховика применяем теорему об изменении кинетической энергии в конечной форме, полагая, что механизм в начальный момент находился в покое

$$T - T_0 = A^e + A^i, T_0 = 0, A^i = 0$$

- Подстановка в это равенство найденных выражений дает:

$$\frac{I_{\text{пр}} \left(\frac{5\pi}{4} \right) \omega^2}{2} = M_{\text{д}} \frac{5\pi}{4}$$

- Тогда $\omega(\varphi^*) = \omega_1(\varphi^*) = 4.114 \text{ рад/с}$

- Определение углового ускорения маховика при его повороте на угол φ^* . Воспользуемся теоремой об изменении кинетической энергии в дифференциальной форме

$$\frac{1}{2} \frac{dI_{\text{пр}}}{d\varphi} \dot{\varphi}^2 + I_{\text{пр}}(\varphi) \ddot{\varphi} = M_{\text{д}} \dot{\varphi}, \text{ откуда: } I_{\text{пр}}(\varphi) \ddot{\varphi} + \frac{1}{2} \frac{dI_{\text{пр}}}{d\varphi} \dot{\varphi}^2 = M_{\text{д}} \dot{\varphi}$$

$$\left(\frac{m_1 R_1^2}{2} + (OA \cos \varphi)^2 \left(m_2 + m_3 + \frac{m_3 \rho_3^2}{R_3^2} \right) \right) \ddot{\varphi} - \frac{1}{2} \left(m_2 + m_3 + \frac{m_3 \rho_3^2}{R_3^2} \right) OA^2 \sin 2\varphi (\dot{\varphi})^2 = M_{\text{д}}$$

$$(3.6936 + 2.8224 \cos^2 \varphi) \ddot{\varphi} - 1.4112 \sin 2\varphi (\dot{\varphi})^2 = 11$$

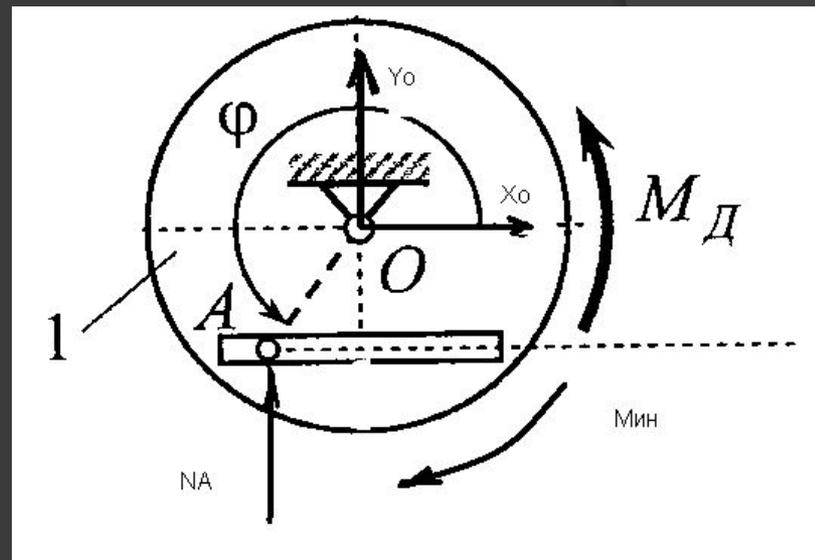
- Определим угловое ускорение маховика при угле его поворота φ^* :

$$\varepsilon_1(\varphi^*) = 7.03 \text{ рад} / \text{с}^2$$

Этап III. Реакции связей и уравновешивающая сила.

Определим реакцию подшипника на оси маховика и силу, приводящую в движение кулису с помощью принципа д'Аламбера, рассматривая движение маховика отдельно от других тел системы.

Маховик совершает вращательное движение. Рассмотрим внешние силы. Помимо пары сил с моментом, на него действуют реакция подшипника и реакция кулисы. Система сил инерции приводится к паре с моментом, направленным против вращения, т.к. оно ускоренное.



Записывая условие уравновешенности плоской системы внешних сил, находим

$$\sum F_{kx} = 0; \quad X_0 = 0,$$

$$\sum F_{ky} = 0; \quad Y_0 + N_A = 0,$$

$$\sum m_O(F_k) = 0; \quad M_D + M^\Phi + N_{Ay} \cdot X_A = 0;$$

$$N_{Ay} = -\frac{M^\Phi + M_D}{X_A} = \frac{I_1 \ddot{\varphi} - M_D}{X_A}$$

$$N_{Ay} = 89,083 \text{ Н}, \quad X_0 = 0, \quad Y_0 = -89,083 \text{ Н}.$$

Определение силы уравновешивающей кулисный механизм

Принцип виртуальных перемещений: Для равновесия механической системы с идеальными и стационарными связями необходимо и достаточно, чтобы сумма виртуальных работ всех активных сил была равна нулю.

$$\sum \delta A^{\text{акт}} = 0$$

$$M_D \delta\varphi + F_x \delta x_{C3} + F_y \delta y_{C3} = 0$$

Используя уравнения связей $x_{C3} = R_3$, $y_{C3} = y_{C30} + OA \sin \varphi$

находим вариации координат $\delta x_{C3} = 0$, $\delta y_{C3} = OA \cos \varphi \delta\varphi$

Подстановка этих соотношений в уравнение принципа виртуальных перемещений дает

$$F_y = 65.47 \text{ Н}$$

Этап IV. Дифференциальное уравнение движения кулисного механизма.

- Уравнение Лагранжа второго рода
- Составим дифференциальное уравнение движения кулисного механизма в форме уравнения Лагранжа второго рода, выбирая за обобщенную координату угол поворота маховика

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi} = Q$$

- Подстановка найденных значений в уравнение Лагранжа дает

$$I_{np}(\varphi) \cdot \ddot{\varphi} + \frac{1}{2} \frac{\partial I_{np}(\varphi)}{\partial \varphi} \cdot (\dot{\varphi})^2 = M_D$$

$$(3.6936 + 2.8224 \cos^2 \varphi) \ddot{\varphi} - 1.4112 \sin 2\varphi (\dot{\varphi})^2 = 11$$

Уравнение движения машины

- Машиной называется совокупность твердых тел (звеньев), соединенных между собой так, что положение и движение любого звена полностью определяется положением и движением одного звена, называемого ведущим. Если ведущим звеном является кривошип, то уравнение машины записывается в форме

$$I_{\text{пр}}(\varphi) \ddot{\varphi} + \frac{1}{2} \frac{dI_{\text{пр}}}{d\varphi} \dot{\varphi}^2 = M_{\text{пр}} \quad M_{\text{пр}} = \frac{\delta A^{\text{акт}}}{\delta \varphi}, M_{\text{пр}} = M_{\text{д}}$$

Запишем дифференциальное уравнение движения машины

$$(3.6936 + 2.8224 \cos^2 \varphi) \ddot{\varphi} - 1.4112 \sin 2\varphi \dot{\varphi}^2 = 11$$

Дифференциальные уравнения движения механизма, полученные с помощью теоремы об изменении кинетической энергии, уравнения Лагранжа и уравнения движения машины совпадают.

Полученные результаты

$\omega_1, \text{рад/с}$	$\varepsilon_1, \text{рад/с}^2$	F_A, H	X_0, H	Y_0, H	F_{yp}, H
4,114	7,03	65,47	0	-89,083	65,47