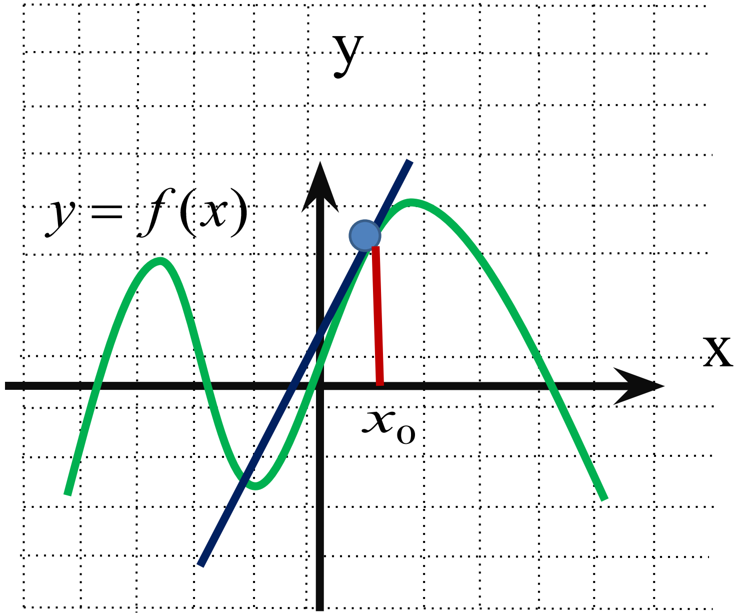
Геометрический смысл производной



Цель урока:

1. познакомить обучающихся с геометрическим смыслом производной;
2. формировать умения и навыки обучающихся применять полученные знания при решении упражнений;
3. развивать внимание, память, логическое мышление;
4. формировать умение оценивать свой уровень знаний и стремление его повышать, способствовать развитию потребности к самообразованию.
5. воспитывать ответственность, целеустремленность, умение работать в команде.

«Проверь себя и своего соседа»

1.	x^2+3x	1	$cosx$
2.	$cos2x$	2	$-\frac{1}{x^2}+\frac{1}{\sqrt{x}}$
3.	$(u\cdot v)'$	3	$u' + v'$
4.	$5x$	4	$2x + 3$
5.	$(f(g(x)))'$	5	$-2sin2x$
6.	$(x^n)'$	6	x
7.	$sinx$	7	$u'v+uv'$
8.	$(u+v)'$	8	$f'(g(x))\cdot g'(x)$
9.		9	5
10.	$\frac{1}{2}x^2$	10	nx^{n-1}

$\frac{1}{x}+2\sqrt{x}$

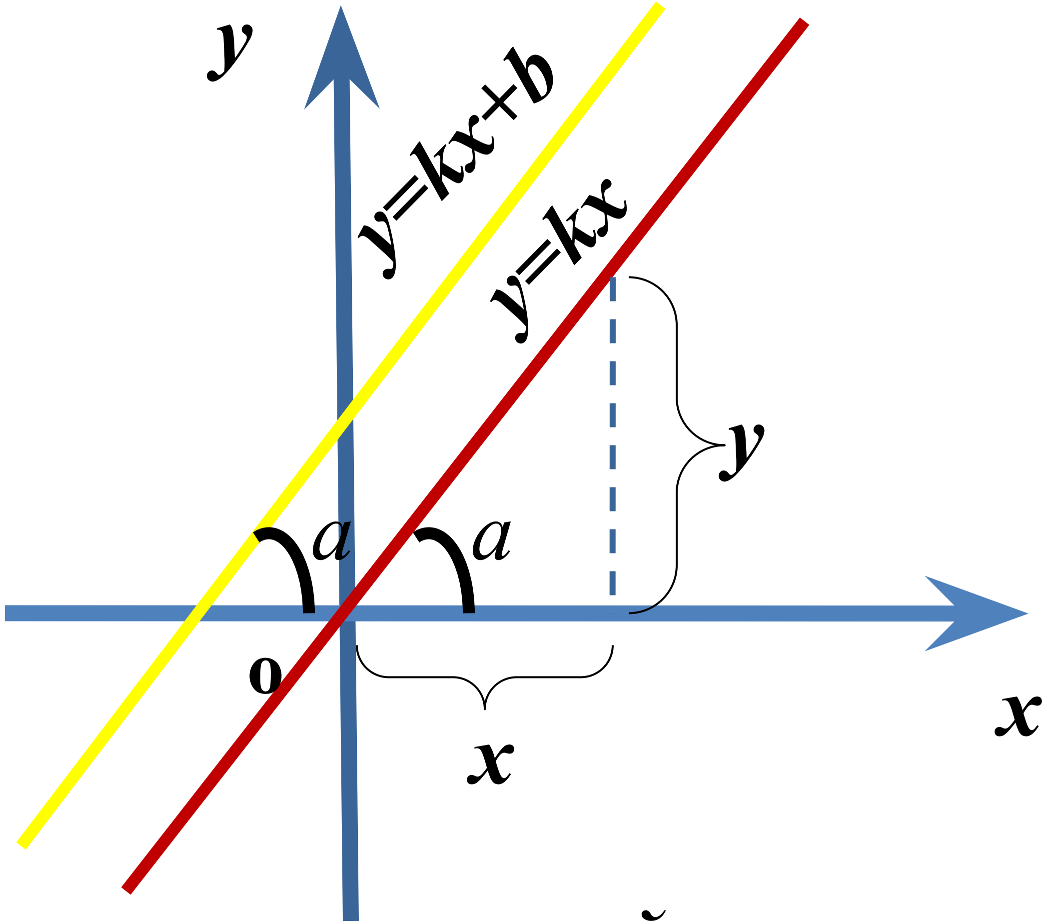
Ответ: 14 25 37 49 58 610 71 83 96 102

«5» - 10 б. «4» - 9-8 б. «3» - 7-6 б.

Определение

Функция заданная уравнением y = kx + b называется линейной.

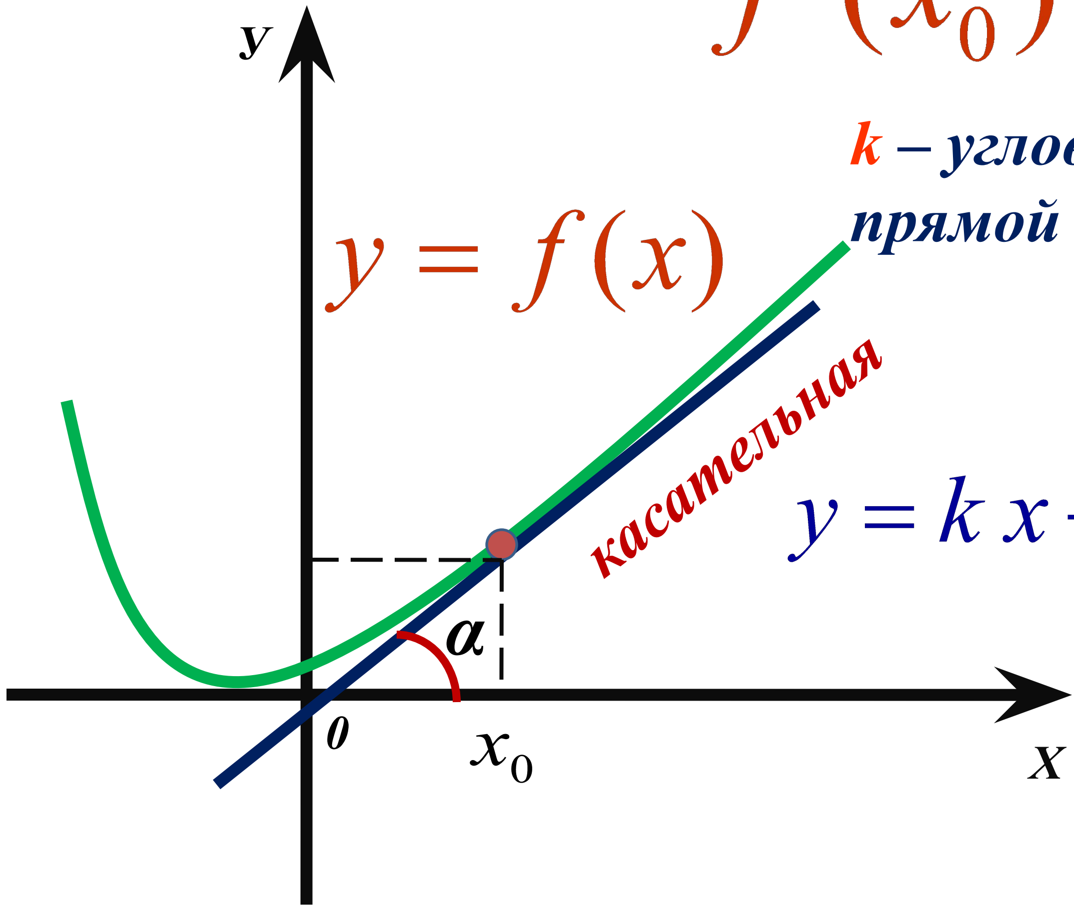
Число k = tgα – называется угловым коэффициентом прямой.



$$k = \frac{y}{x} = \frac{\text{противолежащий катет}}{\text{прилежащий катет}} = tg\ a$$

$$f'(x_0) = tg\alpha = k$$

***k* – угловой коэффициент прямой (касательной)**



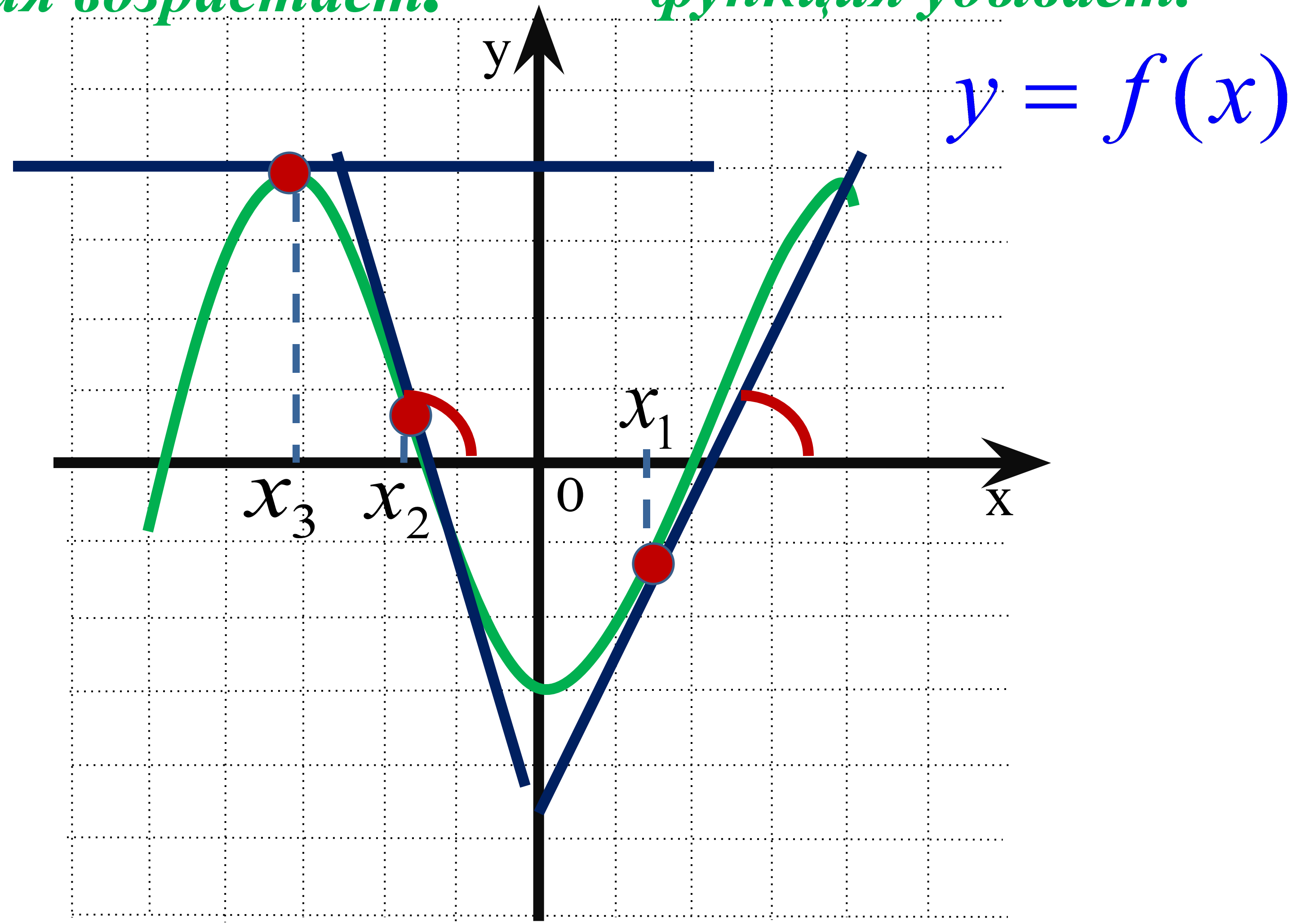
$$y = kx + b$$

Геометрический смысл производной: ***если к графику функции y = f(x) в точке с абсциссой*** x_0 ***можно провести касательную, непараллельную оси y, то*** $f'(x_0)$ ***выражает угловой коэффициент касательной, т.е.*** $f'(x_0) = k$

Поскольку $k = tg\alpha$ ***, то верно равенство*** $f'(x_0) = tg\alpha$

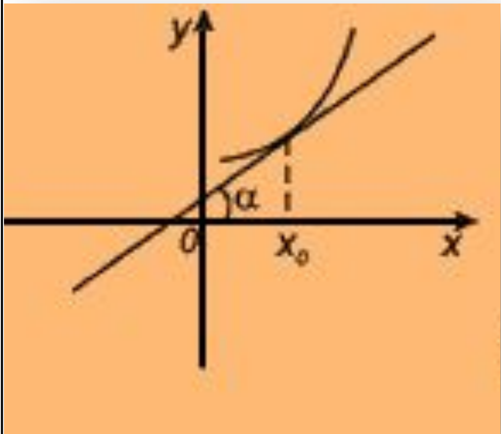
Если α < 90°, то k > 0- функция возрастает.

Если α > 90°, то k < 0- функция убывает.



Если α = 0°, то k = 0. Касательная параллельна оси ОХ.

$$k = tg\, a = f'(x)$$



прямая возрастает

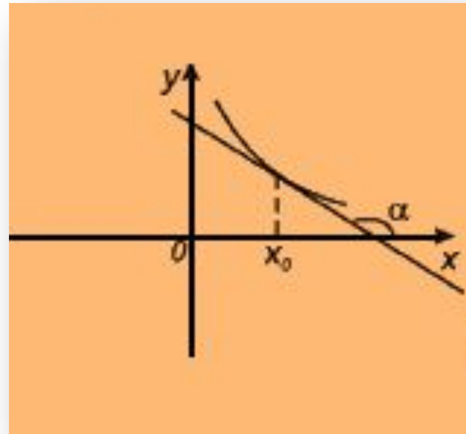
$k > 0$

$f'(x) > 0$

α - острый

$tga > 0$

$f'(x) > 0$



прямая убывает

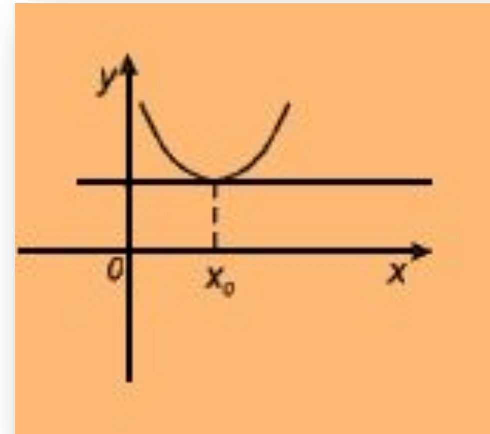
$k < 0$

$f'(x) < 0$

α - тупой

$tga < 0$

$f'(x) < 0$



прямая постоянная

$k = 0$

$f'(x) = 0$

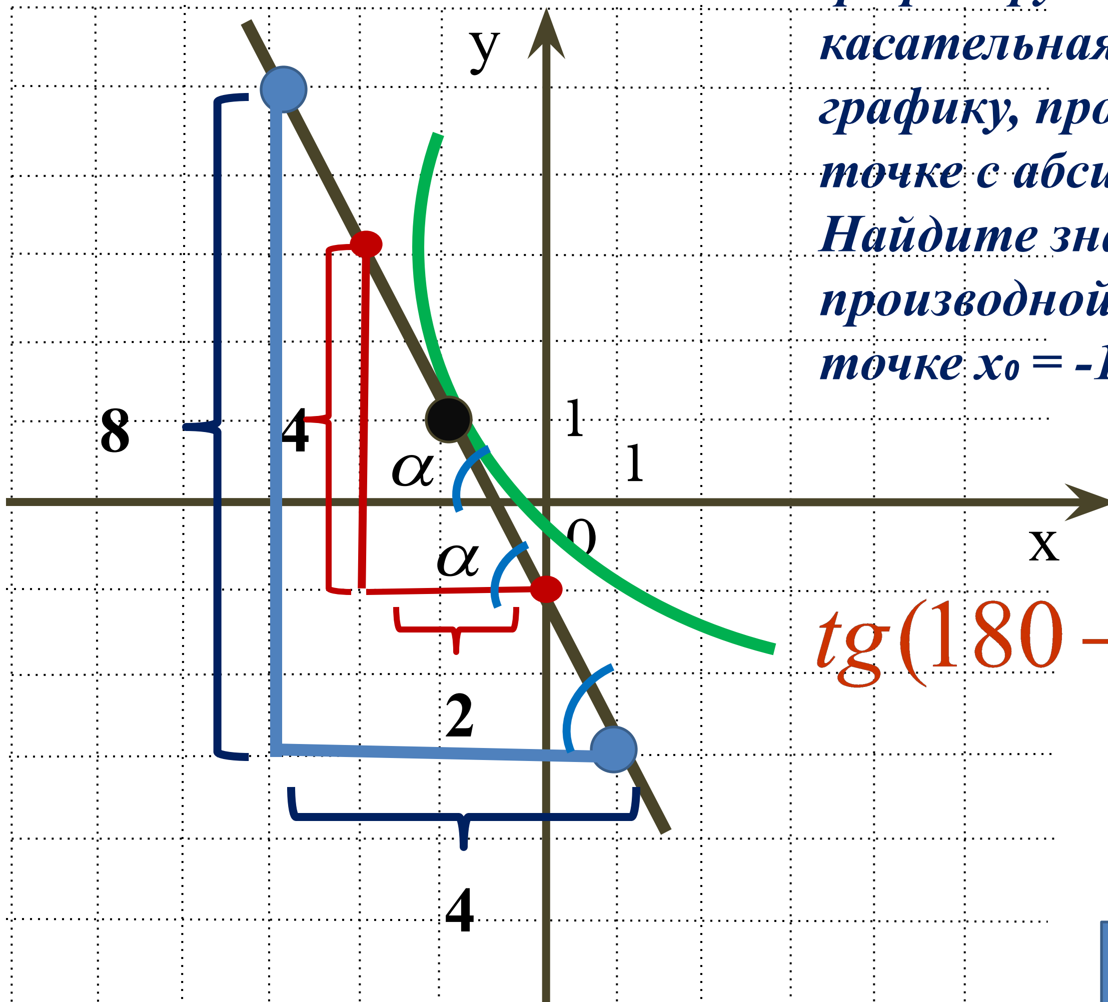
прямая параллельна ОХ $\alpha = 0^{0}$

$tga = 0$

$f'(x) = 0$

Задание №1.

На рисунке изображён график функции y = f(x) и касательная к этому графику, проведённая в точке с абсциссой -1. Найдите значение производной функции f(x) в точке x_0 = -1.



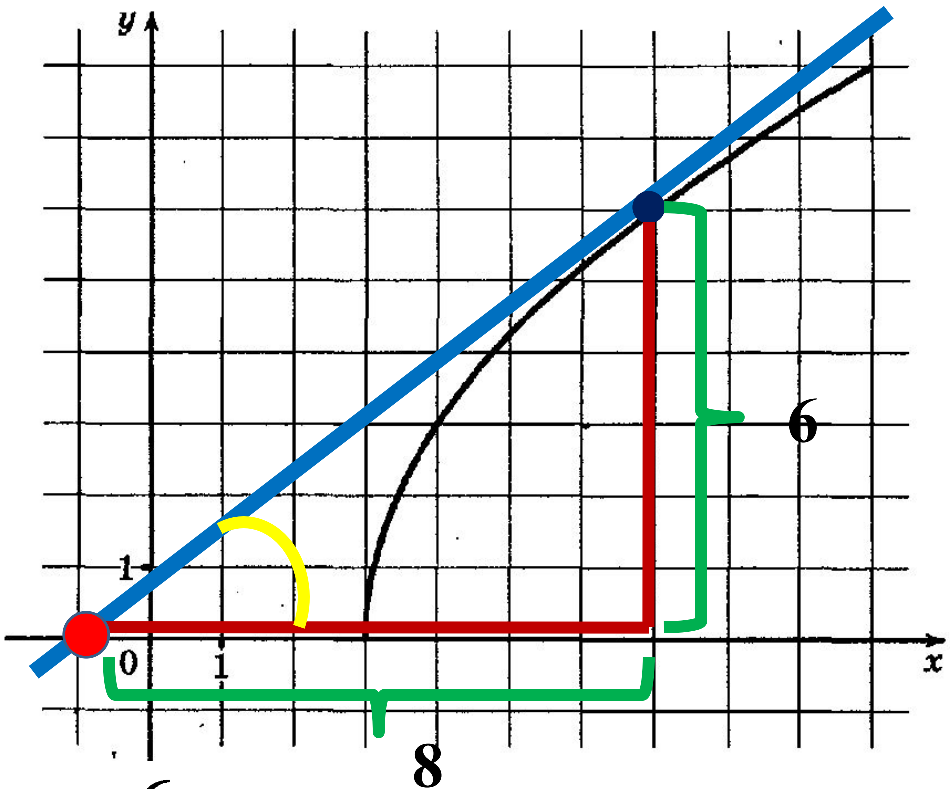
$$tg(180-\alpha)=-tg\alpha$$

подсказка

$$f'(x_0)=tg\alpha \qquad tg\alpha=\frac{4}{2} \qquad f'(x_0)=-2$$

Задание №2.

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Прямая, проходящая через точку $(-1; 0)$, касается графика этой функции в точке с абсциссой 7. Найдите $f'(7)$.



$$f'(x_0) = tg\alpha$$

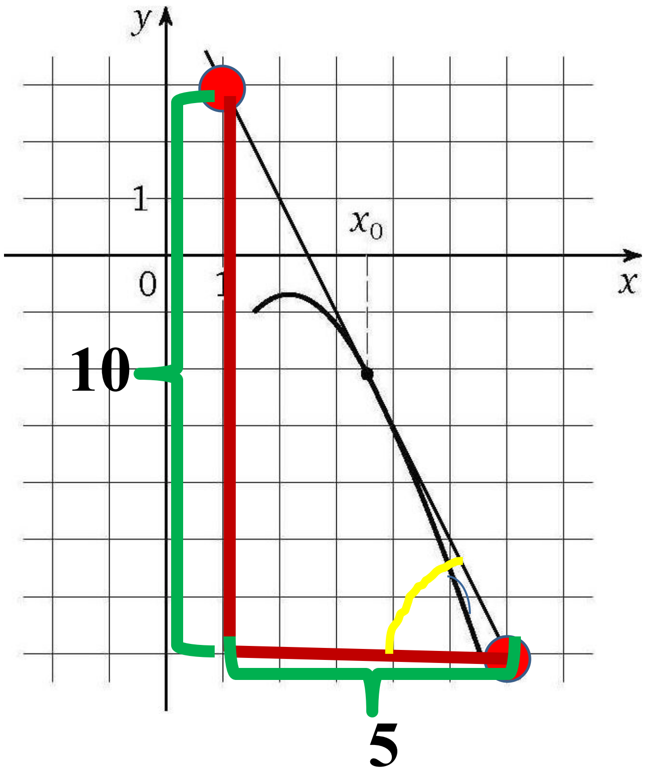
$$tg\alpha = \frac{6}{8} = 0,75$$

Ответ:

$$f'(x_0) = 0,75$$

Задание №3.

На рисунке изображён график функции y= f(x) и касательная к нему в точке с абсциссой x0. Найдите значение производной функции y=f(x) в точке x0.



$$f'(x_0) = -tg\alpha$$

$$-tg\alpha = -\frac{10}{5} = -2$$

Ответ:

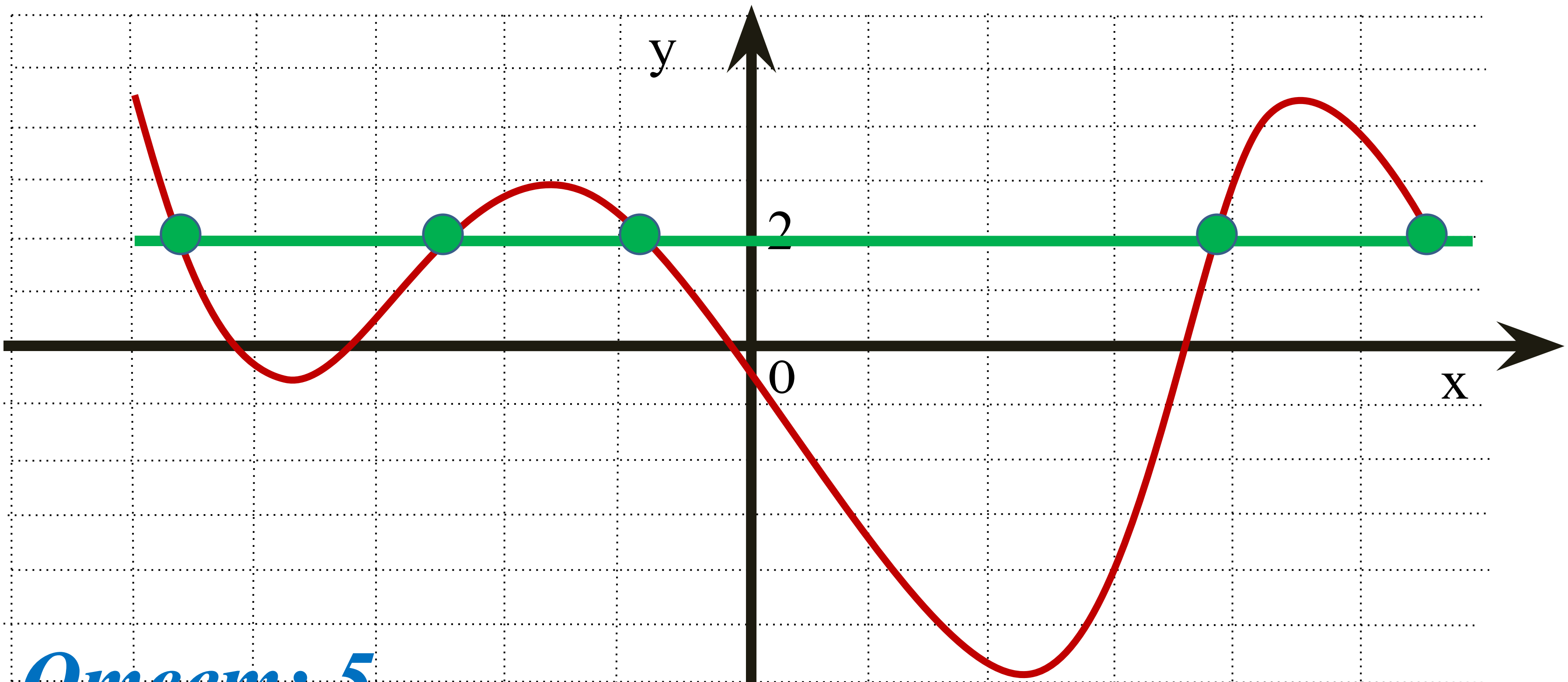
$$f'(x_0) = -2$$

Задание №4.

На рисунке изображён график производной функции y = f (x), определённой на интервале (-5;6). Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции y = f(x) параллельна прямой y = 2x – 5 или совпадает с ней.

$$y = f'(x)$$

$$f'(x) = k = (2x - 5)' = 2$$

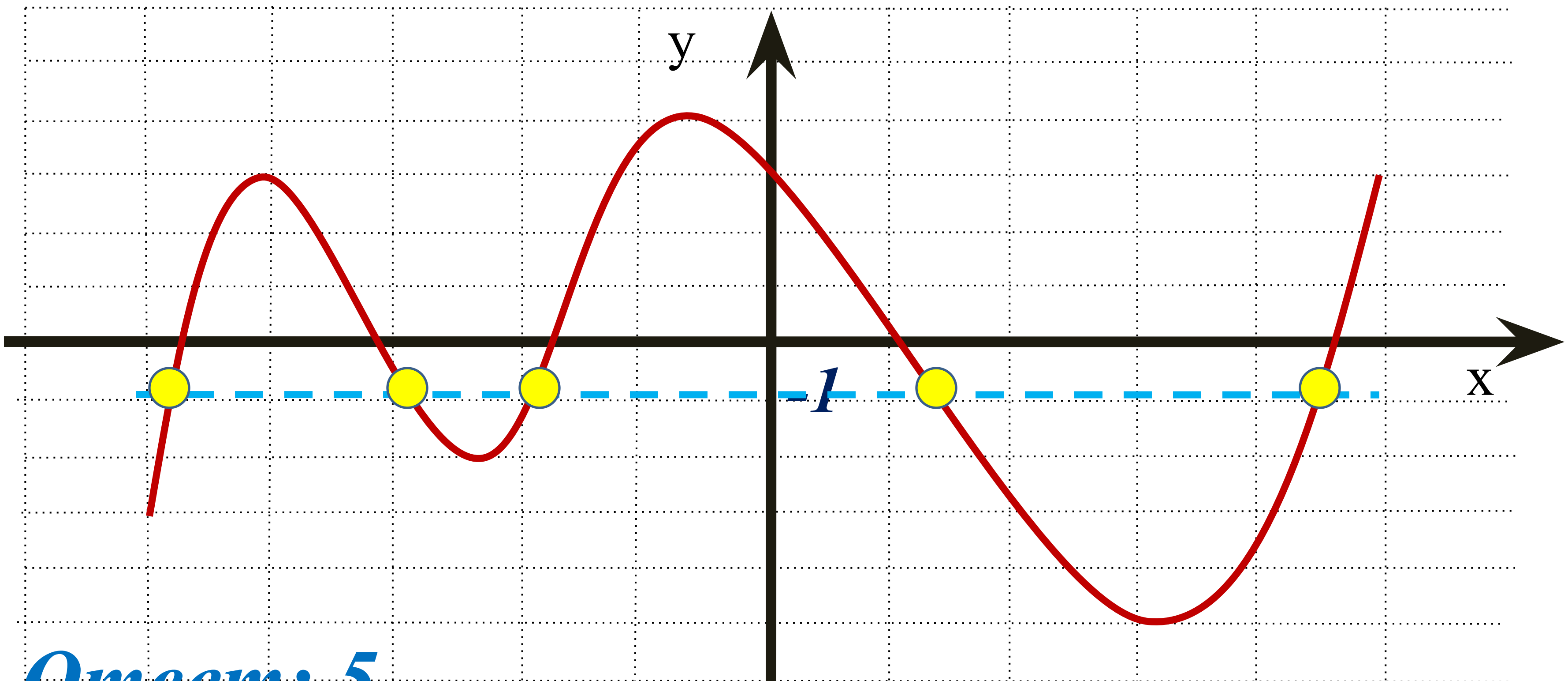


Ответ: 5

Задание №5

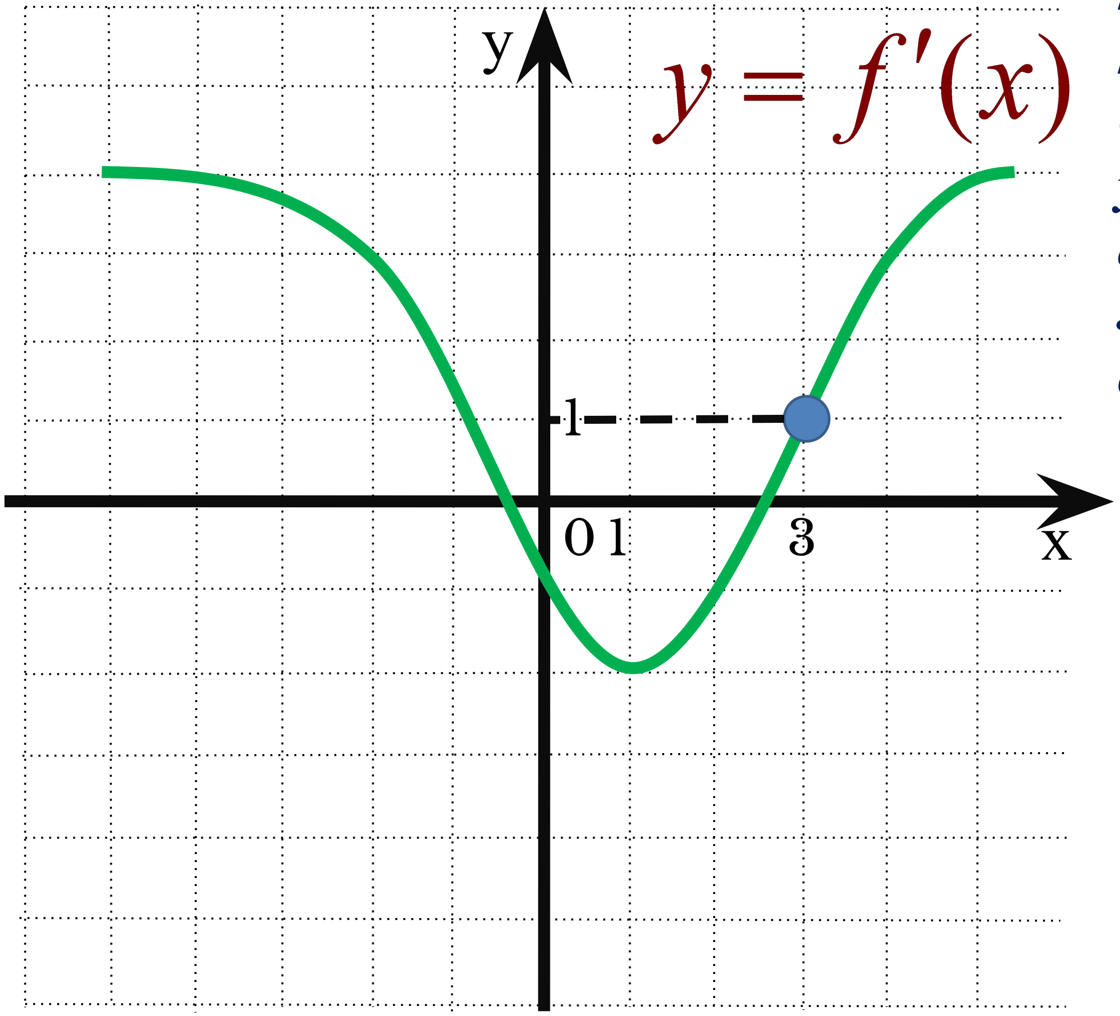
К графику функции y = f(x) провели касательные под углом 135° к положительному направлению оси Ох. На рисунке изображён график производной функции. Укажите количество точек касания.

$$y = f'(x) = tg\alpha \qquad k = tg135^0 = -1$$



Ответ: 5

Задание №6



К графику функции y = f(x) проведена касательная в точке с абсциссой $x_0 = 3$. Определите градусную меру угла наклона касательной, если на рисунке изображён график производной этой функции.

$$f'(x_0) = 1$$

$$tg\alpha = 1$$

$$\alpha = 45^{\circ}$$

Ответ: 45 градусов

Задание №7

Найти угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции y=2x+ctgx в точке с абсциссой $x_0 = \frac{\pi}{2}$

Решение. $k = tg\alpha = f'(x_0)$

1. Найдем производную функции:

$$y' = (2x + ctgx)' = 2 - \frac{1}{sin^2 x}$$

.

2. Вычислим значение найденной производной в точке x_0:

$$y'(x_0) = y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 - \frac{1}{sin^2\frac{\pi}{2}} = 2 - \frac{1}{1} = 1$$

Ответ: k= 1

Задание №8

Найти угол между касательной к графику функции $y = x^4 - 2x^3 + 3$ в точке с абсциссой $x_0 = \frac{1}{2}$

Решение. $k = tg\alpha = f'(x_0)$ - тангенс угла наклона касательной к графику функции в определенной точке равен значению производной функции в этой точке. Найдем производную и подставим вместо *x* значение $x_0 = \frac{1}{2}$ и осью Ох

$$f'(x) = 4x^3 - 6x^2,$$

$$k = tg\alpha = f'\left(\frac{1}{2}\right) = 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 - 6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 4 \cdot \frac{1}{8} - 6 \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{2} - \frac{3}{2} = -1$$

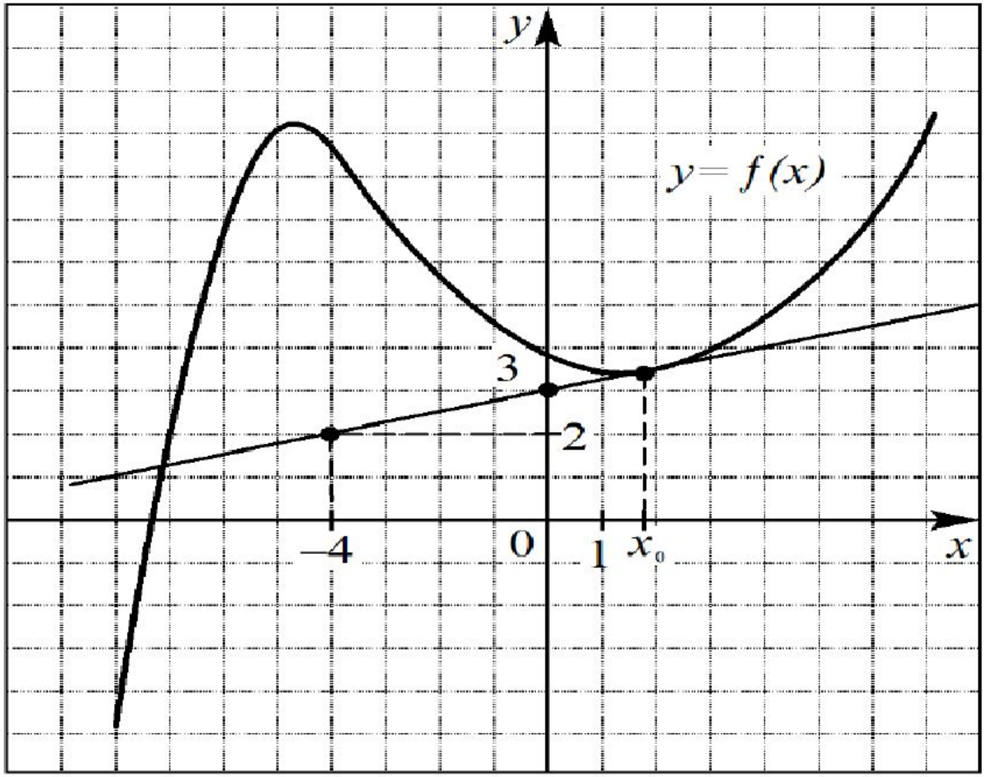
$tg\alpha = -1,\ \alpha = 135^0.$

Ответ: $\alpha = 135^0$

Домашняя работа

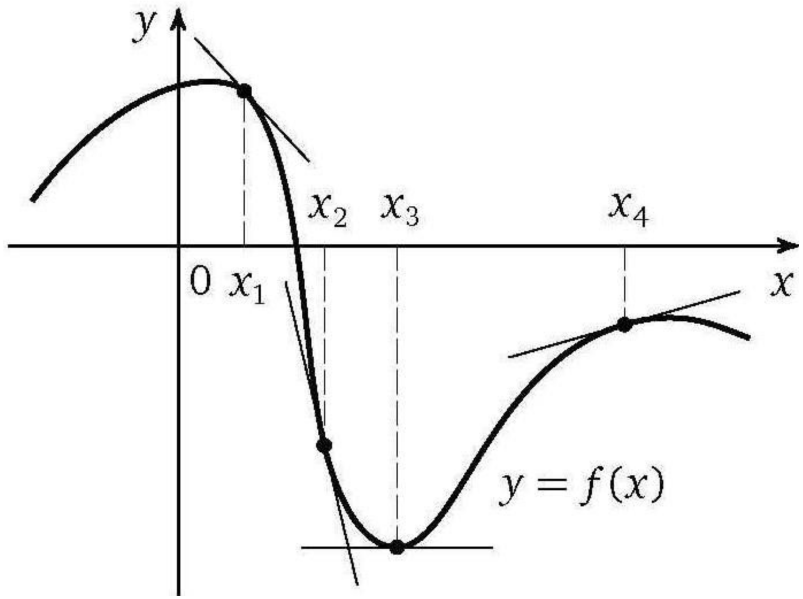
№1

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведенная в точке x_0. Пользуясь рисунком, найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0.



№2

На рисунке изображён график функции y = f(x) и касательные к этому графику, проведённые в точках с абсциссами x1, x2, x3, x4 Известно,

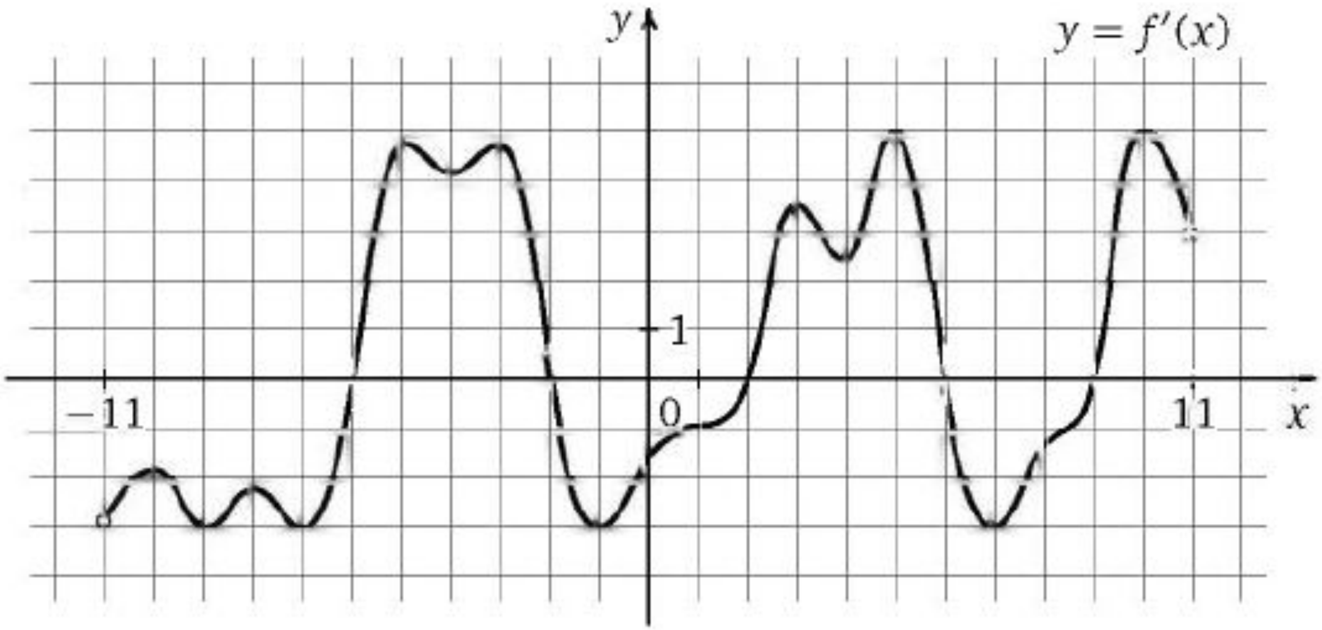


Известно, что значение производной функции в каждой из этих точек равно одному из следующих чисел: 1) —4,32; 2) —1,23; 3) 0; 4) 0,21. Заполните таблицу, указав под каждой из производных номер, соответствующий её значению.

$f'(x_1)$	$f'(x_2)$	$f'(x_3)$	$f'(x_4)$

№3

7. На рисунке изображён график производной $y = f'(x)$ функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-11; 11)$. Найдите количество точек, в каждой из которых касательная к графику функции $y = f(x)$ параллельна прямой $y = 4{,}5x$ или совпадает с этой прямой.



№4

Найти угловой коэффициент касательной к графику функции y= f(x) в точке с абсциссой x_0:

А) f(x) = x^3, $x_0=1$;

В) Б) f(x) = sinx, $x_0 = \frac{\pi}{4}$

Спасибо за работу