

Математическая регата: обобщение по теме

«Алгебраические дроби» Цели:

- Образовательные: а). Обобщение и систематизация знаний учащихся по теме «Алгебраические дроби».
- б). Закрепление навыков решения тестовых заданий по данной теме.
- Развивающие: а). Формирование и развитие умения мыслить и анализировать.
- б). Развитие памяти.
- Воспитывающие: а). Воспитание умения работать самостоятельно.
- б). Воспитание умения выдерживать регламент времени, отведенного на решение каждого задания.
- в). Привитие интереса к предмету.

Повторение основных понятий.

Новые термины математического языка.

1. **Алгебраическая дробь** – выражение $\frac{P(x)}{Q(x)}$, где многочлен $P(x)$ -числитель алгебраической дроби, а $Q(x)$ -ее знаменатель.
2. **Основное свойство алгебраической дроби** – и числитель и знаменатель алгебраической дроби можно умножить (разделить) на один и тот же не равный 0 многочлен.
3. **Рациональное уравнение** – уравнение вида $\frac{P(x)}{Q(x)}=0$, где $Q(x)\neq 0$.
4. **Степень с отрицательным показателем** -

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}, \text{ где } n \text{ – натуральное число и } a \neq 0.$$

Алгоритм приведения алгебраических дробей к общему знаменателю.

- 1. Разложить все знаменатели на множители.
- 2. Найти наименьшее общее кратное для числовых коэффициентов.
- 3. Составить произведение, включив в него НОК коэффициентов и все буквенные множители. Одинаковые множители берем один раз. Из всех степеней с одинаковым основанием берем множитель с наибольшим показателем степени.
- 4. Найти дополнительные множители для каждой из дробей.
- 5. Найти для каждой дроби новый числитель как произведения числителя на дополнительный множитель.
- 6. Записать каждую дробь с новым числителем и новым (общим) знаменателем.

Упростить выражение:

$$\frac{3a}{4a^2 - 1} - \frac{a}{2a^2 + a}$$

- **Первый этап.**
- $4a^2 - 1 = (2a - 1)(2a + 1)$
- $2a^2 + a = a(2a + 1)$
- **Общий знаменатель:**
- $a(2a - 1)(2a + 1)$
- **Дополнительные множители:**
- К первой дроби: a
- Ко второй дроби: $(2a - 1)$

- **Второй этап.**

$$\begin{aligned} & \frac{3a}{4a^2 - 1} - \frac{a}{2a^2 + a} = \\ & \frac{3a^a}{3a^a(2a - 1)(2a + 1)} - \frac{a^{(2a - 1)}}{a^{(2a - 1)}a(2a + 1)} = \\ & \frac{3a^2 - 2a^2 + a}{a(2a - 1)(2a + 1)} = \\ & \frac{a^2 + a}{a(2a - 1)(2a + 1)} = \frac{a(a + 1)}{a(2a - 1)(2a + 1)} = \\ & \frac{a + 1}{4a^2 - 1} \end{aligned}$$

Правила умножения и деления алгебраических дробей, возведения алгебраической дроби в натуральную степень.

• Умножение:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

• Деление:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}$$

• Возведение в степень:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

• Например:

$$\bullet \text{ 1) } \frac{5x + 5y}{x - y} \cdot \frac{x^2 - y^2}{10x} =$$

$$\frac{5(x + y)(x + y)(x - y)}{10 \cdot x \cdot (x - y)} = \frac{(x + y)^2}{2x}$$

$$\bullet \text{ 2) } \frac{16u - 13v}{21p} : \frac{13v - 16u}{p^2} =$$

$$\frac{-(13v - 16u) \cdot p^2}{(13v - 16u) \cdot 21 \cdot p} = -\frac{p}{21}$$

$$\bullet \text{ 3) } \left(\frac{a}{2x}\right)^5 = \frac{a^5}{2^5 \cdot x^5} = \frac{a^5}{32x^5}$$

Свойства степени с отрицательным целым показателем.

- Тожества справедливы для $a \neq 0$, $b \neq 0$, s, t – произвольные целые числа.

- $a^s \cdot a^t = a^{s+t}$

- $a^s : a^t = a^{s-t}$

- $(a^s)^t = a^{st}$

- $(ab)^s = a^s \cdot b^s$

- $(a : b)^s = a^s : b^s$

Например:

1) $a^{-3} \cdot a^{-5} = a^{-3+(-5)} = a^{-8}$

2) $a^4 : a^{-3} = a^{4-(-3)} = a^7$

3) $(a^{-2})^{-3} = a^{-2 \cdot (-3)} = a^6$

4) $0,5a^2b^{-2} \cdot (4a^{-3}b^3)^2 =$
 $0,5a^2b^{-2} \cdot 16a^{-6}b^6 =$
 $0,5 \cdot 16 \cdot (a^2a^{-6}) \cdot$
 $(b^{-2}b^6) = 8a^{-4}b^4$

Математическая регата

Выполните тест:

Время работы – 25 минут!

Вариант 1

A₁. Выполните действия:

$$\frac{5}{9b^2} \cdot (-3a^2b^3)^2$$

1) $5a^4b^3$

2) $5a^4b^4$

3) $-5a^4b^4$

4) $-5/81a^4b^3$

Вариант 3

A₁. Запишите в виде одночлена выражение:

$$2a^4b^{-2} \cdot 3a^{-2}b^3$$

1) $6ab$

2) $6a^2b^5$

3) $6a^2b$

4) $6a^2b^{-1}$

Вариант 2

A₁. Укажите выражение тождественно равное данному

$$(4a^{-2}b^4)^2$$

1) $16a^{-4}b^8$

2) $4a^4b^6$

3) $16a^4b^8$

4) $2a^{-1}b^2$

Вариант 4

A₁. Укажите выражение тождественно равное данному

$$\left(\frac{1}{2} a^2 b^{-3}\right)^{-2}$$

1) $-4a^{-4}b^6$

2) $\frac{b^6}{4a^4}$

3) $-\frac{b^6}{4a^4}$

4) $4a^{-4}b^6$

A₂. Сократите дробь:

Вариант 1	$\frac{8x - 40y}{x^2 - 25y^2}$	1) $\frac{8}{x + 5y}$	2) $\frac{-32}{x - 25y}$	3) $\frac{8}{x - 5y}$	4) $\frac{8}{x} - \frac{8}{5y}$
Вариант 2	$\frac{10a^2(b - 2)}{5a(2 - b)}$	1) 2a	2) 2	3) -2a	4) -2
Вариант 3	$\frac{4x^2 - 4x + 1}{4x - 2}$	1) $\frac{4x^2 + 1}{2}$	2) $2x^2 - \frac{1}{2}$	3) $\frac{2x - 1}{2}$	4) $x + \frac{1}{2}$
Вариант 4	$\frac{25 - x^2}{x^2 + 5x}$	1) $\frac{5 - x}{x}$	2) $\frac{x - 5}{x}$	3) $\frac{5}{x}$	4) $-\frac{5}{x}$

Вариант 1

A₃.Выполните деление:

$$\frac{5x^2}{y-1} : \frac{10}{1-y}$$

1) $\frac{x^2}{2}$

2) $\frac{50x^2}{y-1}$

3) $-\frac{x^2}{2}$

4) $50x^2$

Вариант 2

A₃.Выполните умножение:

$$\frac{6a^2}{a^2-25} \cdot \frac{a+5}{2a}$$

1) $\frac{4a}{a-5}$

2) $\frac{3a}{a-5}$

3) $\frac{12a^3}{a-5}$

4) $-\frac{3a}{5}$

Вариант 3

A₃.Выполните деление:

$$\frac{x-1}{2} : \frac{x^2-1}{8x}$$

1) $4x$

2) $\frac{4x}{x+1}$

3) $\frac{x-1}{2}$

4) $\frac{4x}{x-1}$

Вариант 4

A₃.Выполните умножение:

$$\frac{x^2-4}{4x} \cdot \frac{2}{x-2}$$

1) -2

2) $\frac{x+1}{2x}$

3) $\frac{x-2}{2}$

4) $\frac{x+2}{2x}$

A₄. Упростите выражение:

Вариант 1	$\left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x}\right) \cdot \frac{1}{x+y}$	1) $\frac{x-y}{xy}$	2) $\frac{x+y}{xy}$	3) $\frac{y-x}{xy}$	4) $x-y$
Вариант 2	$\left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right) : (a-b)$	1) $\frac{a-b}{ab}$	2) $\frac{a+b}{a-b}$	3) $\frac{a+b}{ab}$	4) $\frac{a-b}{a+b}$
Вариант 3	$\left(\frac{y}{x} - \frac{x}{y}\right) : (y+x)$	1) $\frac{x-y}{xy}$	2) $\frac{x+y}{xy}$	3) $\frac{y-x}{xy}$	4) $x-y$
Вариант 4	$\left(\frac{b}{a} - \frac{a}{b}\right) \cdot \frac{1}{b-a}$	1) $\frac{a-b}{ab}$	2) $\frac{a+b}{a-b}$	3) $\frac{a+b}{ab}$	4) $\frac{a-b}{a+b}$

Информация для учителя:

Ответы к тесту:

Задания	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄
Вариант 1	2	1	3	1
Вариант 2	1	3	2	3
Вариант 3	3	3	2	3
Вариант 4	4	1	4	3

Оценка теста:

Каждое верно решенное задание оценивается в 1 балл, неверное – 0 баллов.

4 балла – «5»

3 балла – «4»

2 балла - «3»

0-1 баллов – «2».

Используемая литература:

1. «Алгебра 8 класс», часть 1, учебник, под редакцией А.Г. Мордковича, Мнемозина, 2007 г.
2. «Алгебра 8 класс», часть 2, задачник, под редакцией А.Г. Мордковича, Мнемозина, 2007 г.
3. «Тематический сборник тестовых заданий по алгебре для подготовки к государственной (итоговой) аттестации в новой форме», базовый уровень, под редакцией Е.А. Семенко, Просвещение-Юг, Краснодар, 2008 г.
4. «Экзаменационные тестовые задания», Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки РФ, 2008 г.
5. «Краевые диагностические работы по алгебре в 9 классе», Департамент образования и науки Краснодарского края, ККИДППО, 2008 г.