Формулы сокращенного умножения (7 класс)

подготовила
студентка 3 курса 2 группы
Павлова Дарья

Основные математические понятия

- Квадрат суммы и разность двух выражений
- куб суммы и разность двух выражений
- разность квадратов двух выражений
- разность и сумма кубов двух выражений
- применение ФСУ в преобразовании выражений

Цели изучения темы:

Обучающие:

- Повторить тему умножения многочленов
- вывести ФСУ
- Научить правильно словесно проговаривать формулы
- Применение формул в обе стороны (“Слева направо” и “справа налево”

Развивающие:

- Развитие интереса к предмету
- развитие внимания
- развитие логических умений

ФСУ, изучаемые и используемые в 7 классе

1) Обязательные (базовые)

Квадрат суммы: $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
Квадрат разности: $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
Разность квадратов: $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

1) Повышенного уровня

Куб суммы: $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$
Куб разности: $(a-b)=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$
Сумма кубов: $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$
разность кубов: $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$

3) Профильного уровня

квадрат суммы 4 слагаемых:
$(a+b+c+d)=a^2+b^2+c^2+d^2+2(ab+ac+ad+bc+bd+cd)$

Квадрат суммы n слагаемых равен сумме их квадратов плюс удвоенная сумма всевозможных попарных произведений этих слагаемых:
$(a_1+a_2+...+a_n)^2=a_1{}^2+a_2{}^2+...+a_n{}^2+2(a_1a_2+....)$

$(a+b)^n$***(Бином Ньютона) , где числовые коэффициенты определяются с помощью “треугольника Паскаля”***

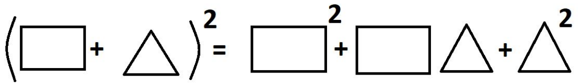
Треугольник Паскаля (необязательный слайд, просто напоминание)

				1					$(a+b)^0$
			1		1				$(a+b)^1$
		1		2		1			$(a+b)^2$
	1		3		3		1		$(a+b)^3$
1		4		6		4		1	$(a+b)^4$

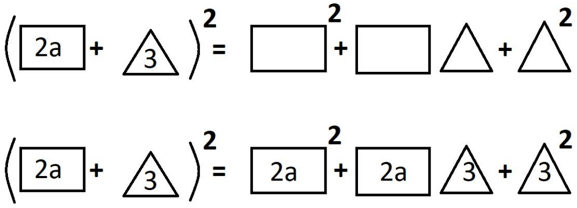
Основные методические положения работы с ФСУ

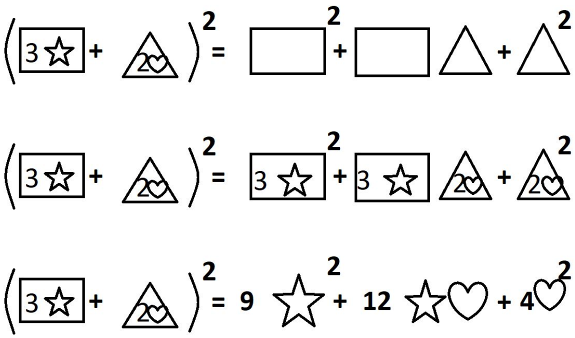
1) Умение видеть квадрат выражение, а не “Квадрат числа”, для этого целесообразно при изучении темы использование схем

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$



Пример





Основные методические положения работы с ФСУ

2) Акцентирование внимания на словесной формулировке формул

<u>Квадрат</u> разности $(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$

<u>Разность</u> квадратов $a^2-b^2= (a+b)(a-b)$

(Первое слово соответствует последнему действию)

3) Использование формул сначала “Слева направо” , затем - “Справа налево”

1) *представить выражение в виде слагаемых:*

   a) $(3a+2b)^2 = 9a^2 + 12ab + 4b^2$

   b) $(4a-2b)^2 = 16a^2 - 16ab + 4b^2$

2) *Представить сумму в виде произведения (разложить на множители выражение)*

   a) $4x^2-4xy+y^2 = (2x-y)^2$

   b) $16a^2+24ab+9b^2 = (4a+3b)^2$

4) Последовательность в изложении материала (сначала рассматривать задания базового уровня, затем повышенного)

a) упростите выражение:
   (базовый) (3p+1)(3p-1) =
   (повышенный) (4x-5y)+(5y+4x)=

b) Вычислите:
   (Базовый) 79*81 = (80-1)(80+1)=6400-1=6399
   (Повышенный) 2,7*3,3 = (3-0,3)(3+0,3)= 9-0,09 = 8,91
   (Профильный) Сравнить: 246357^2 и 246356*246358

Применение формул сокращенного умножения

1) При вычислении:

$(53^2+22^2-47^2-16^2):(65^2-2*65*59+59)^2 = \dots$

2) При сокращении дробей:

$$\frac{x^2-1}{x^2+2x+4} = \frac{(x-1)(x+1)}{(x+1)^2} = \frac{x-1}{x+1}$$

1) При преобразовании выражений

$(1-a)(1-a+a^2)(1+a+a^2)(1+a)=(1-a^3)(1+a^3)=1-a^6$

2) При решении уравнений:

$x^2-6x+5 = 0$

$x^2-6x+9-4 = 0$

$(x-3)^2-4 = 0$

$(x-3)^2-2^2 = 0$

$(x-3+2)(x-3-2)=0$

…

$4x^2+4x+1 = (x-2)^2$

$(2x+1)^2=(x-2)^2$

$(2x+1)^2-(x-2)^2=0$

$(2x+1+x-2)(2x+1-x+2) = 0$

…

5) При решении систем уравнений

$x-5y = 5$

$x^2-25y^2 = -75$

Типовые ошибки при работе с ФСУ, их причины и возможности устранения

1) ***выделяют квадрат только из неизвестных, оставляя их коэффициенты без изменений***

Причина: учащиеся не до конца понимают формулы, не запоминают их или не могут быстро оценить порядок выполнения действий в предложенном буквенном ряду

Пример: $4x^2-16y^2=(4x-16y)(4x+16y)$ (Ошибка)

Для устранения ошибки необходима подготовительная работа - научить “видеть квадрат выражения”, а также уделить внимание порядку выполнения действий:

Представить в виде квадрата $16x^2$; $25b^4$; $36x^6$

представить в виде куба $8a^3$; $125x^6$

Измените порядок выполнения действий при определенном значении x: $9x^2$

возведение в степень - умножение

умножение - возведение в степень. Сравнить результаты

2) путают формулы (Путают “правые” и “левые” части формул)

Пример: $(3a-2b)^2=(3a-2b)*(3a+2b)$

Для устранения этой ошибки надо акцентировать внимание учащихся на том, что во всех ФСУ в одной части формулы - произведение, а в другой сумма.

$$a^2 - в^2 = (a - в)(a + в)$$

$$(a - в)^2 = a^2 - 2aв + в^2$$

$$(a + в)^2 = a^2 + 2aв + в^2$$

$$a^3 + в^3 = (a + в)(a^2 - aв + в^2)$$

$$a^3 - в^3 = (a - в)(a^2 + aв + в^2)$$

Также полезно для предотвращения ошибок, выполнять задания на внимательность (найти ошибку и проанализировать ее)

1) $(x-8)(x+8)=x^2-64$
2) $(2x+3)^2=4x+9$
3) $(5x+3)(3-5x)=25x^2-9$
4) $(x-9)^2 = x^2 +18x+81$
5) $(x-6)(x+6) = x^2-12$

3) **Ошибаются со знаком**

пример:

$(-x-4)^2 = -(x^2+8x+16)$

$(-x-4)^2 = x^2-8x+16$

Для устранения ошибки, следует с учащимися обводить одночлены и задания из пункта (1)

4) **наибольшие проблемы появляются на этапе применения формул, при действии с алгебраическими дробями**

$$\frac{(2a-3b)^2\cdot 8a^2}{(3b-2a)\cdot 4a}=-(2a-3b)\cdot 2a=-4a^22+6ab$$

Для профилактики этой ошибки следует акцентировать внимание учащихся на том, что квадраты (и вообще четные степени) противоположных выражений равны

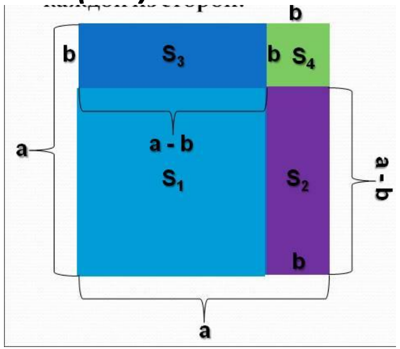
$(a-b)^2=(b-a)^2$, но $(a-b)^3\neq(b-a)^3$

Мотивация к изучению темы.

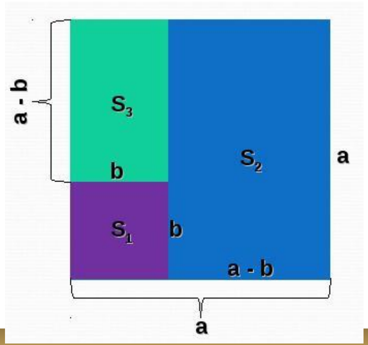
1) **Для лучшего усвоения темы, запоминания ФСУ и их использования при решении задач будет полезно изучение истории этой задачи (и их геометрического вывода)**

История ФСУ: Многие ФСУ были известны еще 4 тысячи лет назад. в 6 веке до нашей эры. Общие утверждения о преобразованиях многочленов, применение формул и правил были установлены Пифагором (6 век до н.э. и тогда многие алгебраические выражения доказывались в геометрической форме.

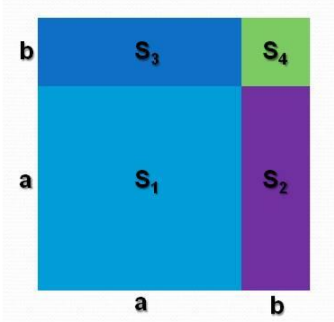
$(a-b)^2$



a^2-b^2



$(a+b)^2$



2) Также заинтересованность в изучении темы “подогревают” математические фокусы:

фокус:

1. Задумайте число (до 10)
2. Умножьте его на себя
3. Прибавьте к результату задуманное число
4. к полученной сумме добавьте 1
5. назовите мне полученный результат и я скажу какое число вы задумали.

(решение: $x*x+x+1+x = x^2+2x+1 = (x+1)^2$)