



Функция. Свойства функции.

Содержание

1

Определение функции.

2

Способы задания функции.

3

График функции.

4

Алгоритм описания свойств функции.

5

Свойства функции.

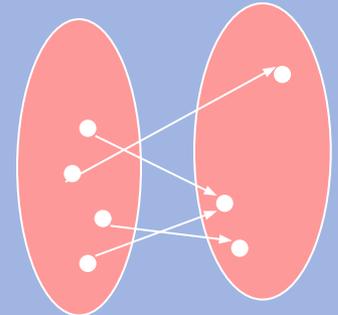
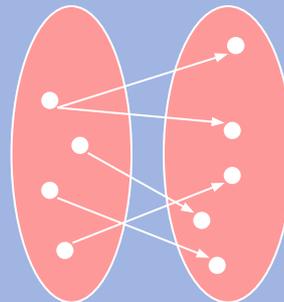
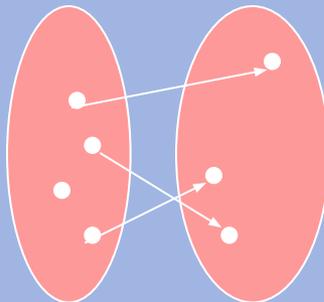
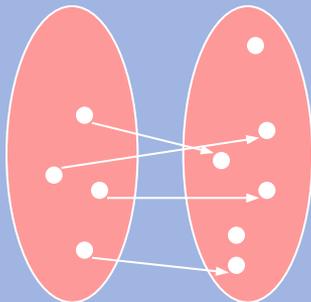
Числовой функцией называется соответствие (зависимость), при котором каждому значению одной переменной сопоставляется по некоторому правилу единственное значение другой переменной.

Обозначают латинскими (иногда греческими) буквами : $f, q, h, y,$
 r и т.д.

Задание 1.

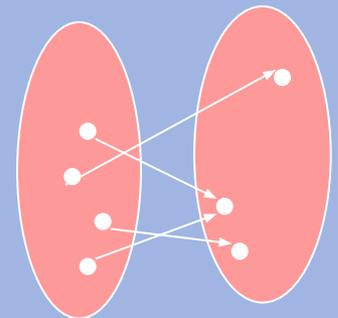
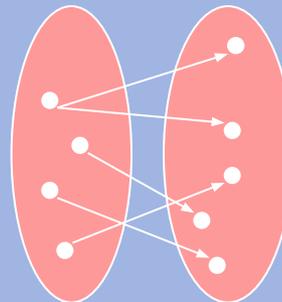
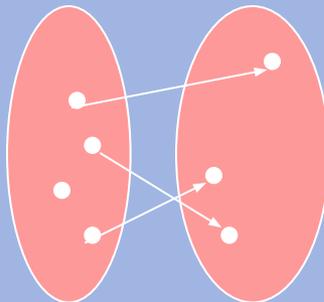
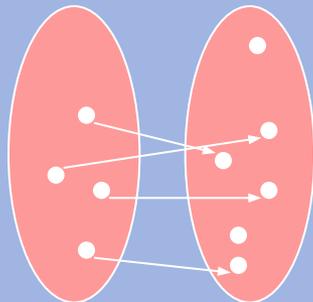
Определите, какая из данных зависимостей является функциональной

1) x y 2) a q 3) x d 4) n f



1. **Функция** , т.к. каждому значению переменной **x** ставится в соответствие единственное значение переменной **y**
2. **Не функция**, т.к. не каждому значению переменной **a** ставится в соответствие единственное значение переменной **q**
3. **Не функция**, т.к. одному из значений переменной **x** ставится в соответствие не единственное значение переменной **d**
4. **Функция** , т.к. каждому значению переменной **n** ставится в соответствие единственное значение переменной **f**

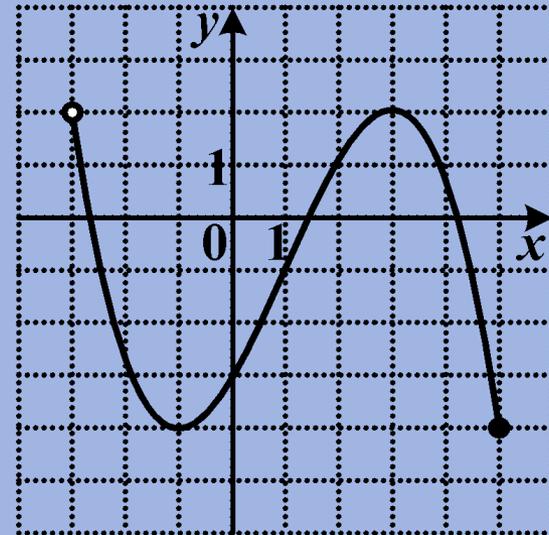
1) x y 2) a q 3) x d 4) n f



Способы задания функций

- Аналитический (с помощью формулы $f(x) = 2x^2 - \sqrt{2} - 5$)

- Графический



- Табличный

x	-39	8	-2
y	3	0	-7

- Описательный (словесное описание)

Сила равна скорости изменения импульса

График функции

Графиком функции f называют множество всех точек $(x; y)$ координатной плоскости, абсциссы которых равны значениям аргумента, а ординаты равны соответствующим значениям функции.

Задание 2.

Определите, какой из данных графиков является графиком функции

Рис.1

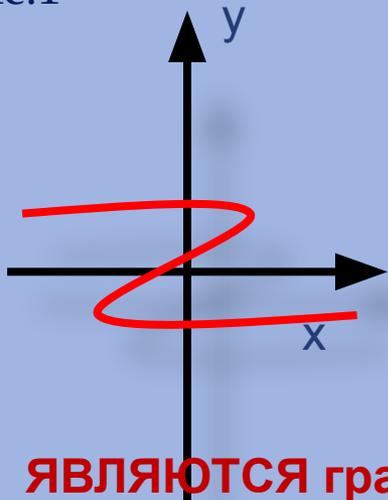


Рис.2

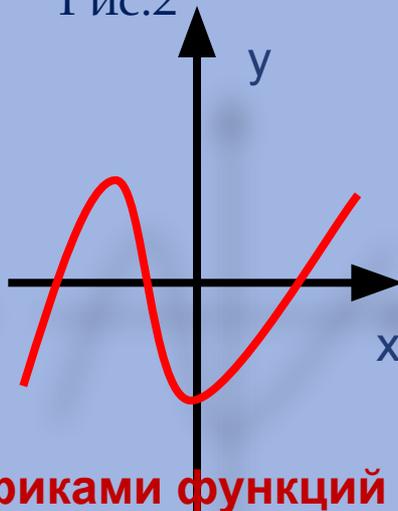


Рис.3

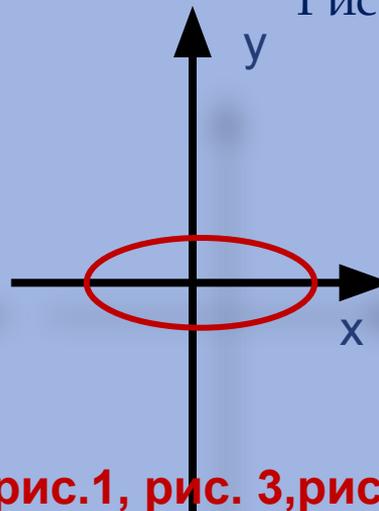
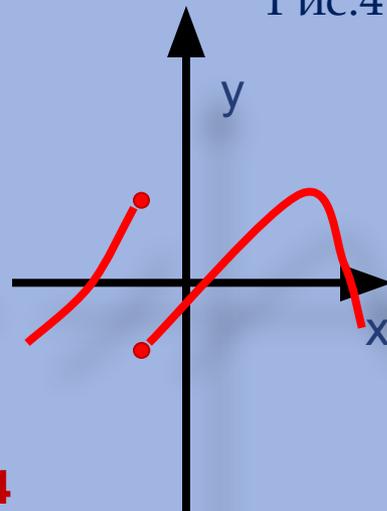


Рис.4



НЕ ЯВЛЯЮТСЯ графиками функций **рис.1, рис. 3,рис. 4**

Алгоритм описания свойств функции

1. Область определения
2. Область значений
3. Нули функции
4. Четность
5. Промежутки знакопостоянства
6. Непрерывность
7. Монотонность
8. Наибольшее и наименьшее значения
9. Ограниченность
10. Выпуклость

1. Область определения

Область определения функции – все значения, которые принимает независимая переменная.

Обозначается : $D(f)$.

Пример. Функция задана формулой $y = \frac{6}{x^2 - 9}$

Данная формула имеет смысл при всех значениях $x \neq -3, x \neq 3$,
поэтому $D(y) = (-\infty; -3) \cup (-3; 3) \cup (3; +\infty)$

2. Область значений

Область (множество) значений функции – все значения, которые принимает зависимая переменная.

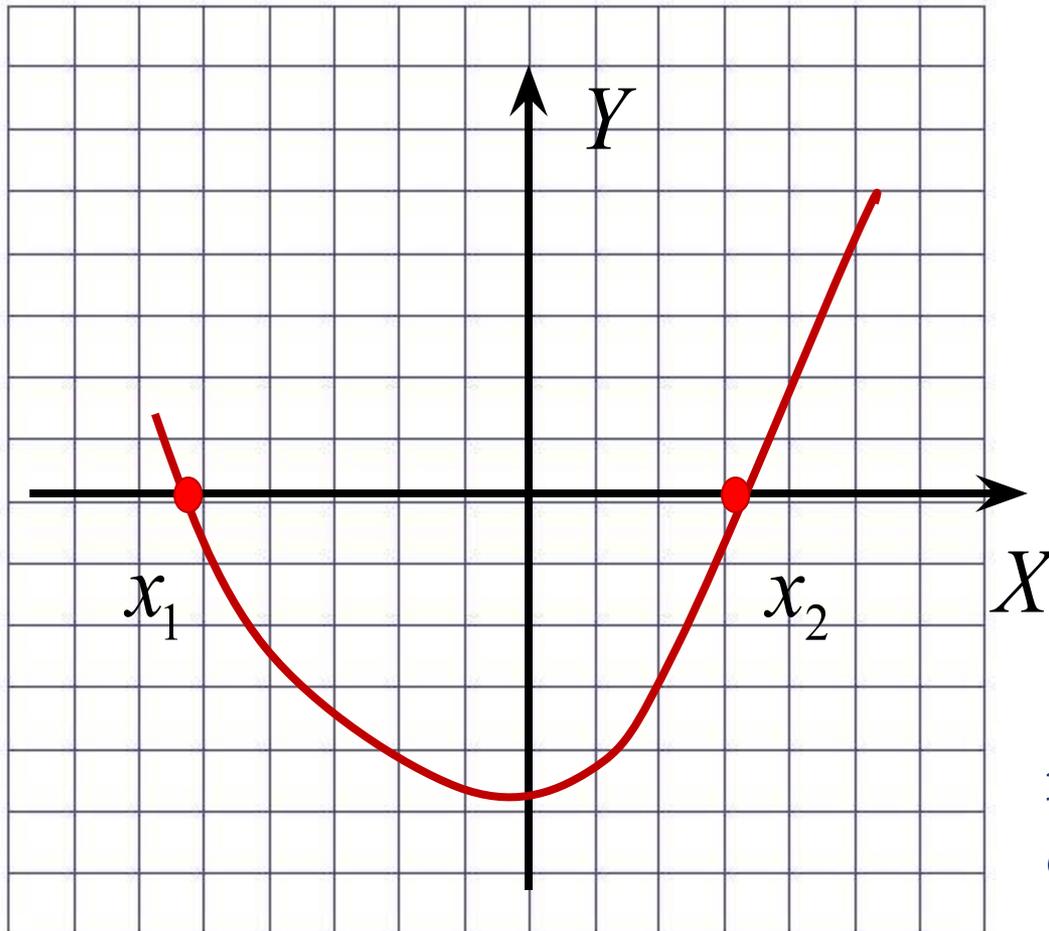
Обозначается : $E(f)$

Пример. Функция задана формулой $x^2 + 9$

Данная функция является квадратичной , график – парабола, вершина $(0; 9)$
поэтому $E(y) = [9; +\infty)$

3. Нули

Нули функции $y = f(x)$ называется такое значение аргумента x_0 , при котором функция обращается в нуль: $f(x_0) = 0$. Нули функции - абсциссы точек пересечения с Ox

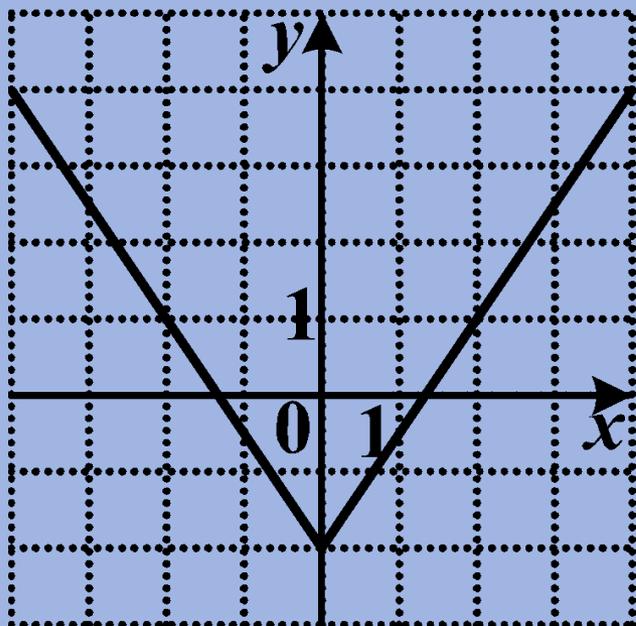


x_1, x_2 - нули
функции

4.

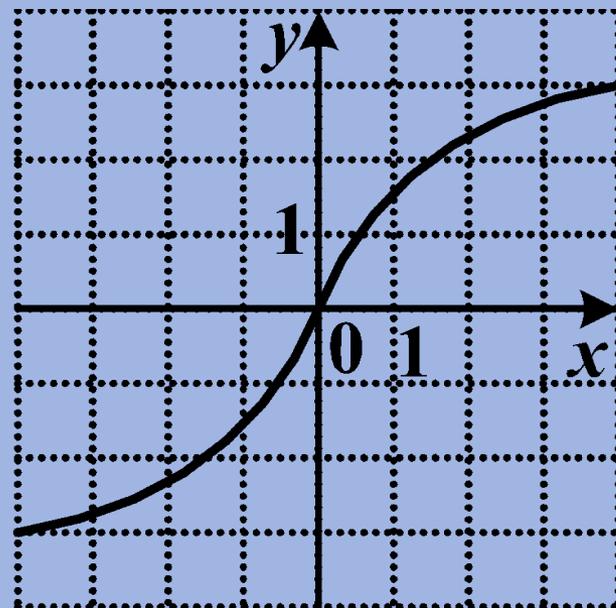
Четная функция

Функция $y = f(x)$ называется четной, если для любого x из области определения выполняется равенство $f(-x) = f(x)$. График четной функции симметричен относительно *оси ординат*.



Нечетная функция

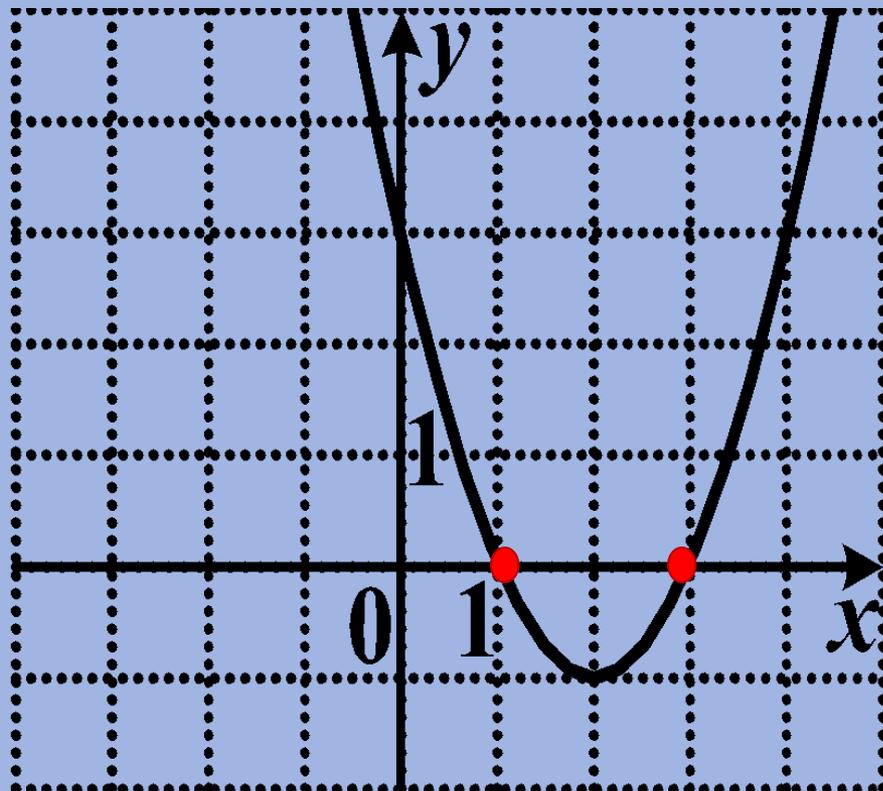
Функция $y = f(x)$ называется нечетной, если для любого x из области определения выполняется равенство $f(-x) = -f(x)$. График нечетной функции симметричен относительно *начала координат*.



5. Промежутки знакопостоянства

Промежутки, на которых непрерывная функция сохраняет свой знак и не обращается в нуль, называются **промежутками знакопостоянства**.

$y > 0$ (график
расположен выше оси
OX) при $x \in (-\infty; 1) \cup$
 $(3; +\infty)$,
 $y < 0$ (график
расположен ниже OX)
при $x \in (1; 3)$



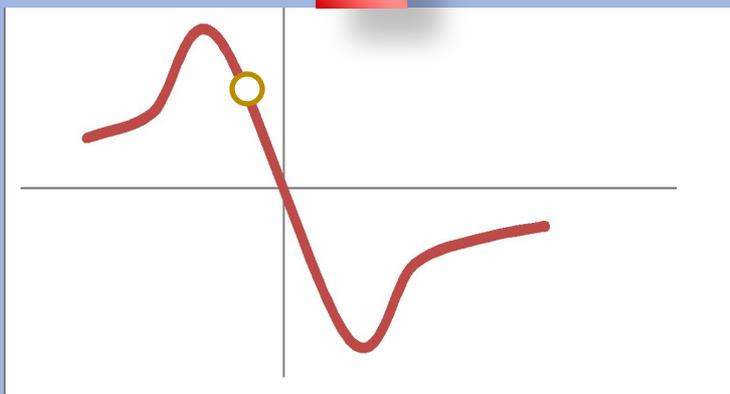
6. Непрерывность

Функция называется **непрерывной** на промежутке, если она определена на этом промежутке и непрерывна в каждой точке этого промежутка.

Непрерывность функции на промежутке X означает, что график функции на всей области определения сплошной, т.е. не имеет проколов и скачков.

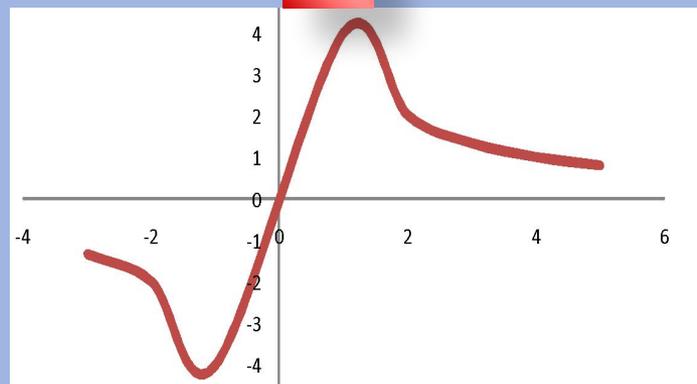
Задание. Определите, на каком из рисунков изображен график непрерывной функции.

1



подумай

2

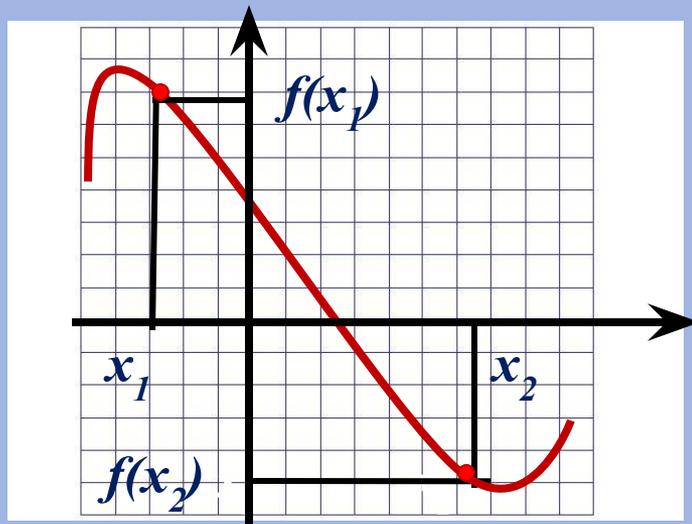


правильно

7. Монотонность

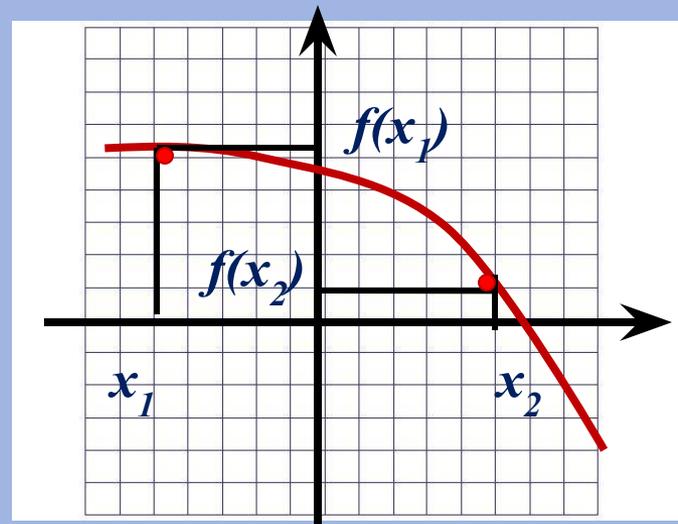
Функцию $y = f(x)$ называют **возрастающей** на множестве X , если для любых двух точек x_1 и x_2 из области определения, таких, что $x_1 < x_2$, выполняется неравенство

$$f(x_1) < f(x_2).$$



Функцию $y = f(x)$ называют **убывающей** на множестве X , если для любых двух точек x_1 и x_2 из области определения, таких, что $x_1 < x_2$, выполняется неравенство

$$f(x_1) > f(x_2).$$



8. Наибольшее и наименьшее значения

Число m называют наименьшим значением функции $y = f(x)$ на множестве X , если:

1) в области определения существует такая точка x_0 , что $f(x_0) = m$.

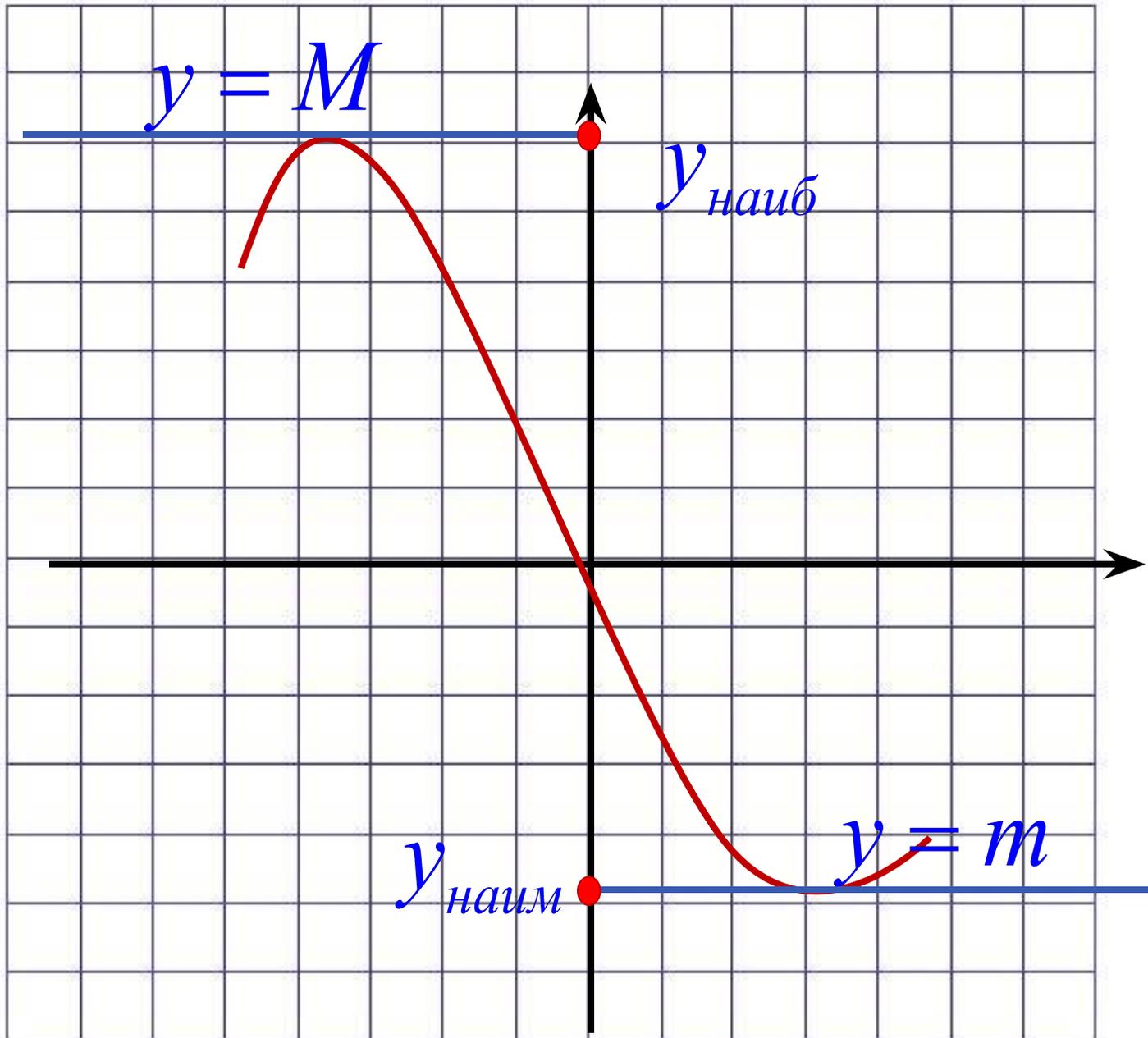
2) всех x из *области определения* выполняется неравенство $f(x) \geq f(x_0)$.

Число M называют наибольшим значением функции $y = f(x)$ на множестве X , если:

1) в области определения существует такая точка x_0 , что $f(x_0) = M$.

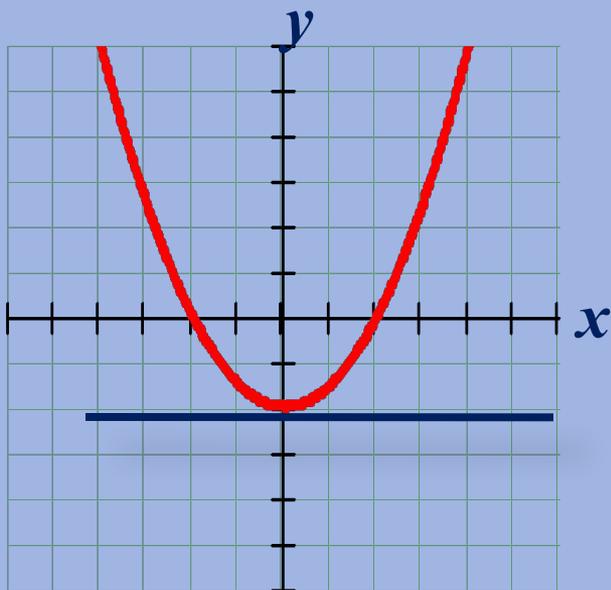
2) для всех x из *области определения* выполняется неравенство

$$f(x) \leq f(x_0).$$

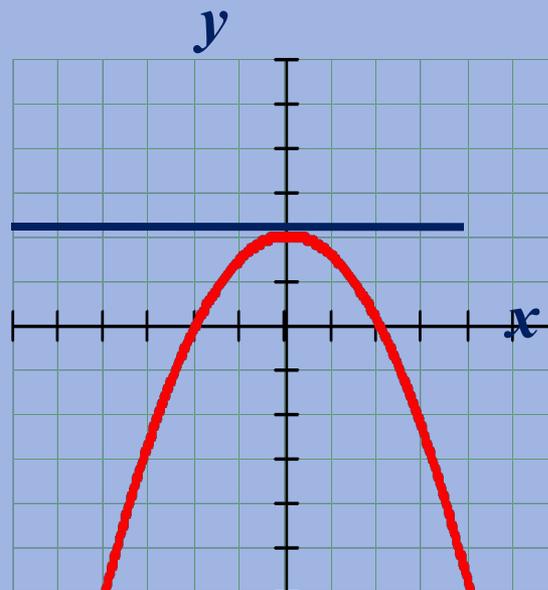


9. Ограниченность

Функцию $y = f(x)$ называют ограниченной снизу на множестве X , если все значения функции на множестве X больше некоторого числа.

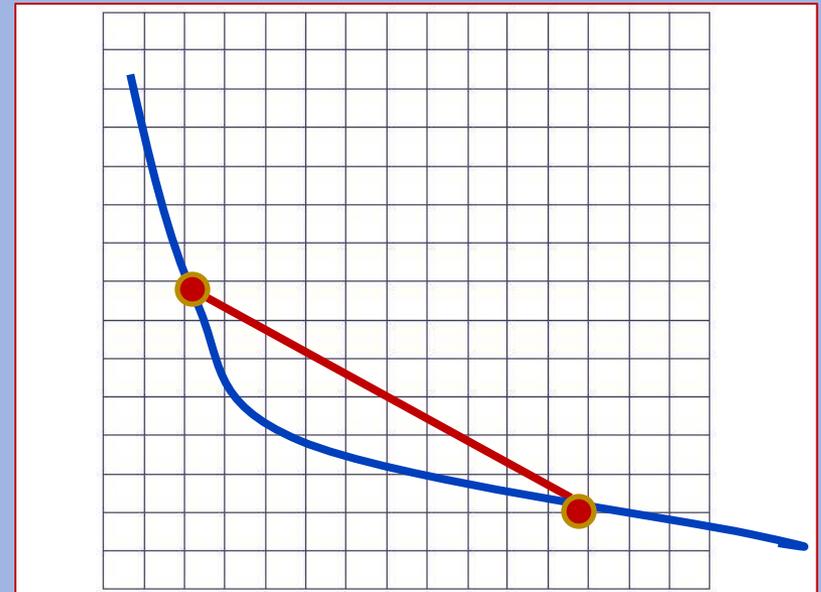


Функцию $y = f(x)$ называют ограниченной сверху на множестве X , если все значения функции на множестве X меньше некоторого числа.

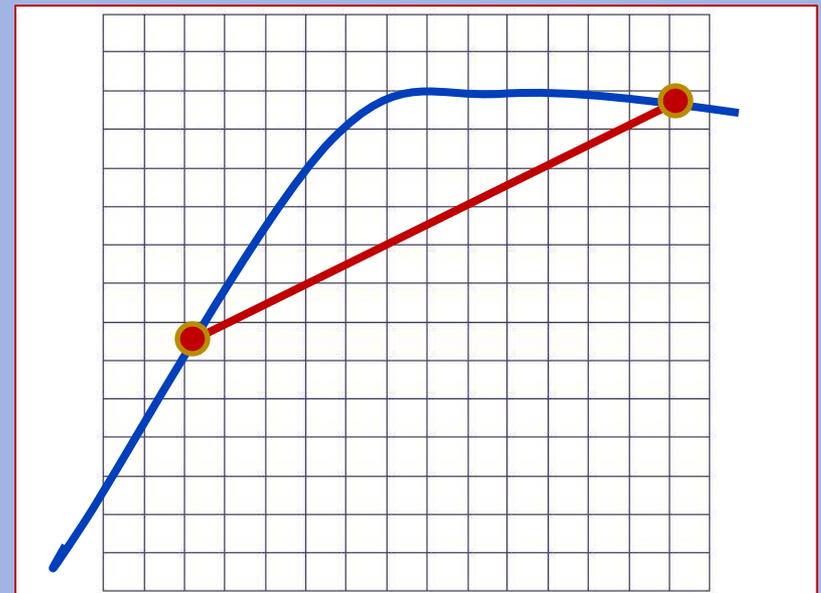


10. Выпуклость

Функция **выпукла вниз** на промежутке X если, соединив любые две точки ее графика отрезком прямой, мы обнаружим, что соответствующая часть графика лежит **ниже** проведенного отрезка.

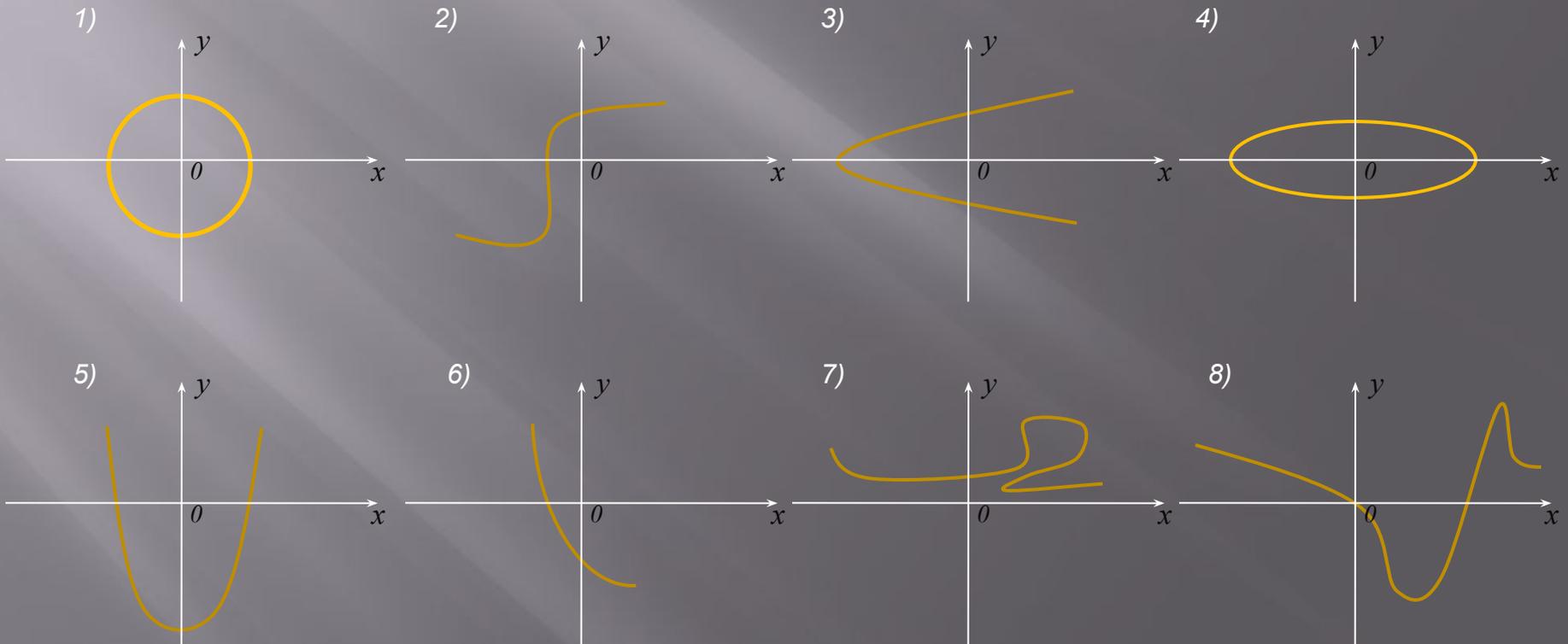


Функция **выпукла вверх** на промежутке X , если соединив любые две точки ее графика отрезком прямой, мы обнаружим, что соответствующая часть графика лежит **выше** проведенного отрезка .



Задание №1

На рисунках приведены различные кривые.
Какие из них являются графиками функций?



Задание № 2.

1) Найти область определения функций:

а) $f(x) = 29 - 3x$;

б) $f(x) = \sqrt{5 - 2x}$;

в) $f(x) = \frac{2}{15 + 3x}$;

г) $f(x) = \frac{1}{2x} + \sqrt{x - 5}$.

2) Найти область значения функции:

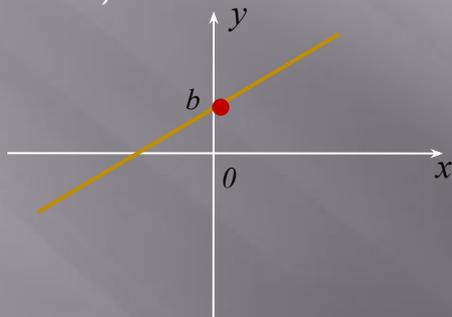
$$y = \frac{1}{x^2 + 1}.$$

Линейная функция

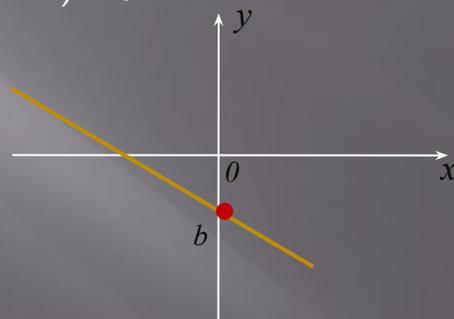
$$y=kx+b$$

График – прямая.

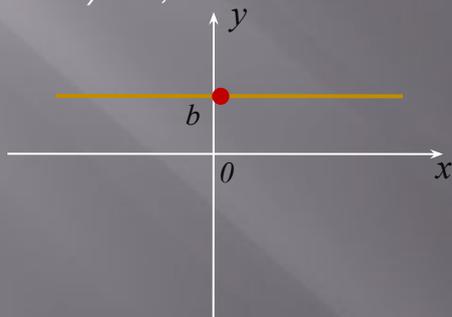
1) $k>0$



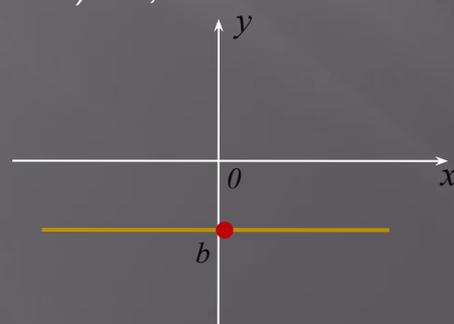
2) $k<0$



3) $k=0, b>0$



4) $k=0, b<0$

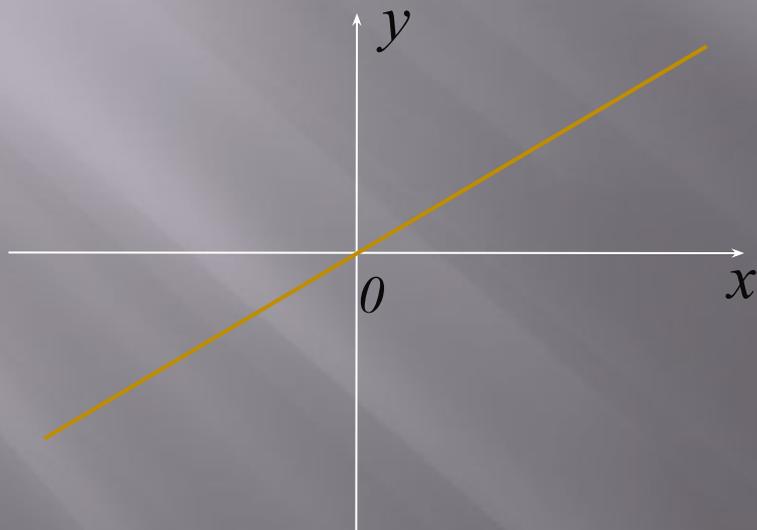


Прямая пропорциональность

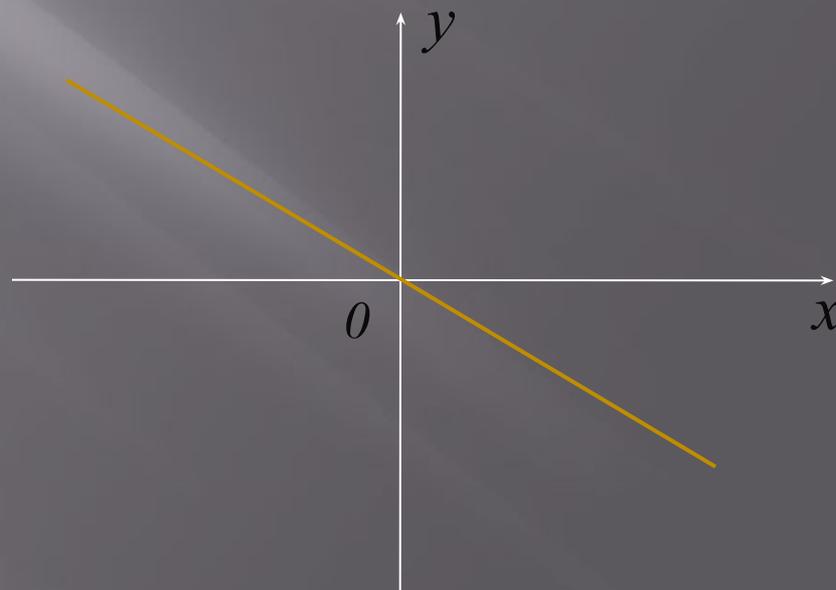
$$y=kx$$

График – прямая, проходящая через начало координат

1) $k > 0$



2) $k < 0$

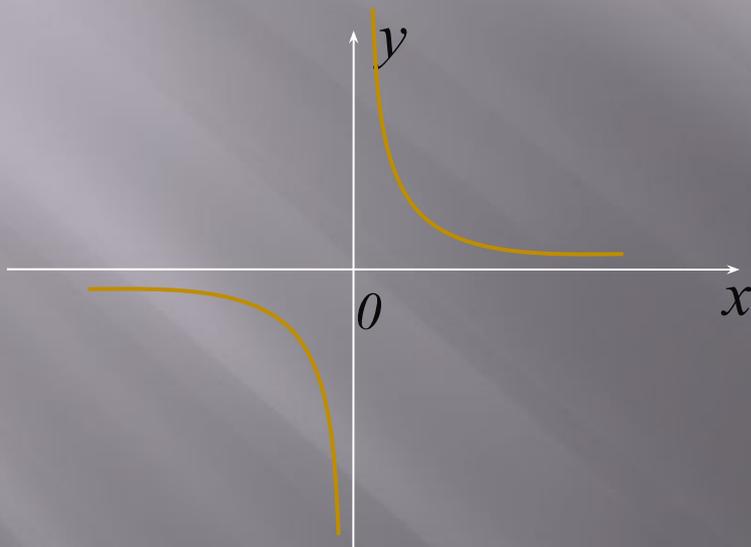


Обратная пропорциональность

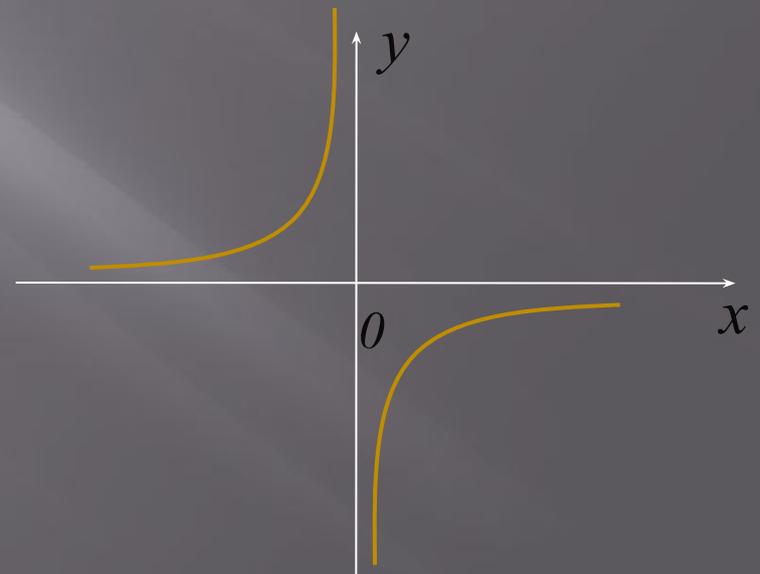
$$y = k/x$$

График – гипербола

1) $k > 0$



1) $k < 0$

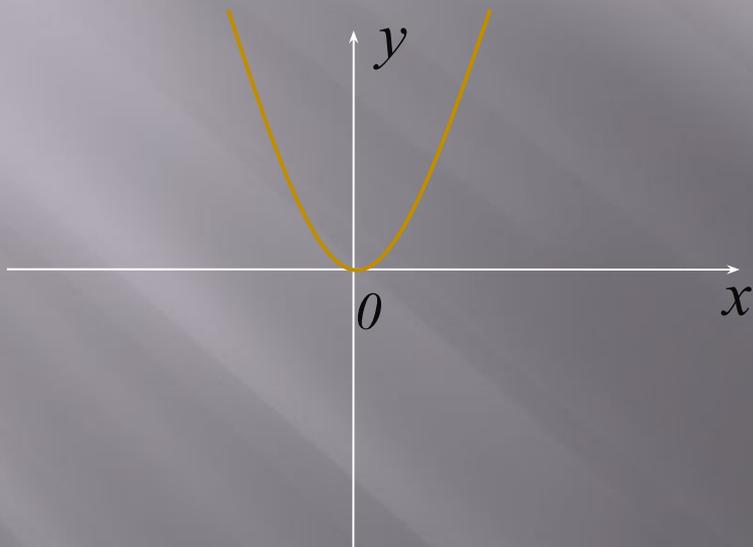


Квадратичная функция

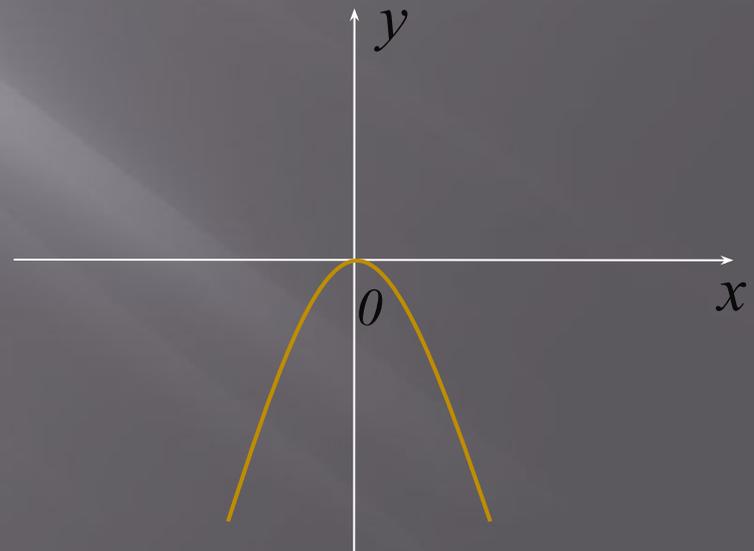
$$y=ax^2$$

График – парабола

1) $a > 0$



1) $a < 0$

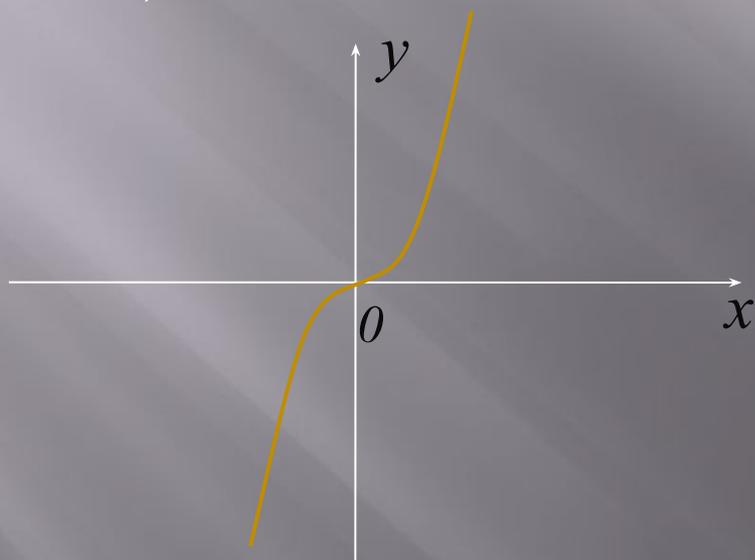


Кубическая функция

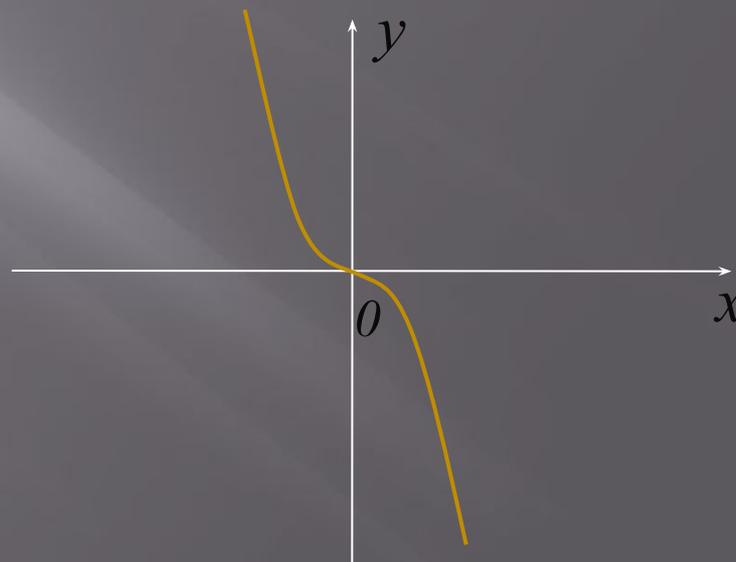
$$y=ax^3$$

График – кубическая парабола

1) $a>0$



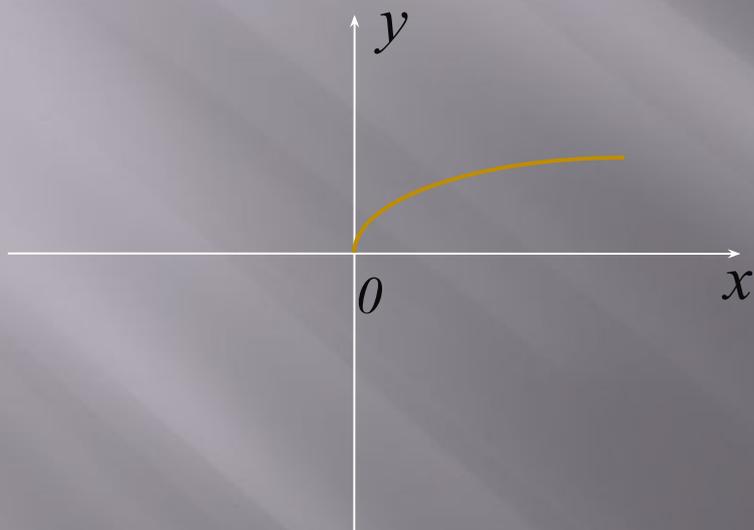
1) $a<0$



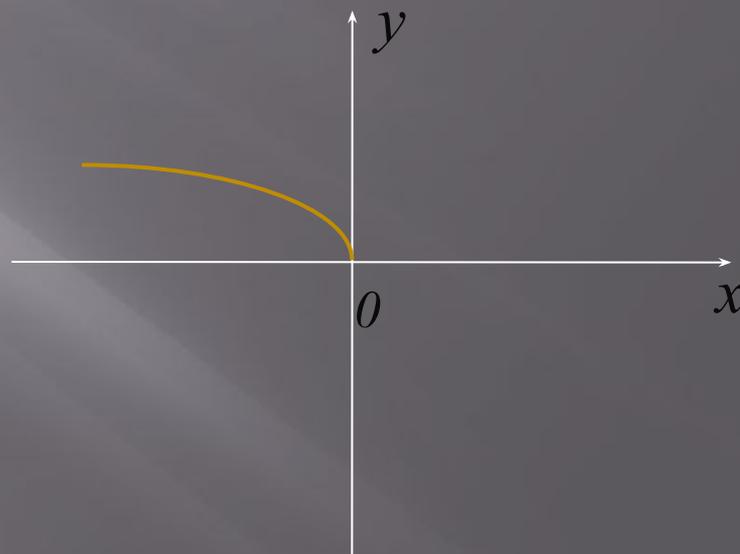
Функция

$$y = \sqrt{kx}$$

1) $k > 0$



1) $k < 0$



Задание №3

Какие из графиков функций, задаваемых формулами $y=-2x$; $y=2x^2$; $y=-2$; $y=2x+1$; $y=-2/x$; $y=-2x^3$, изображены на рисунках?

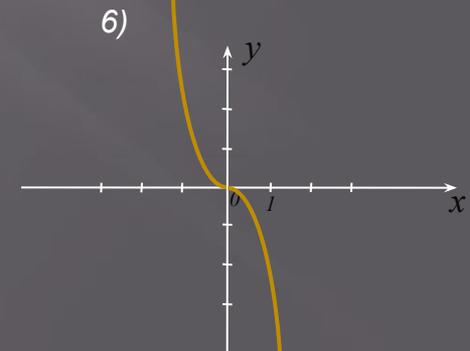
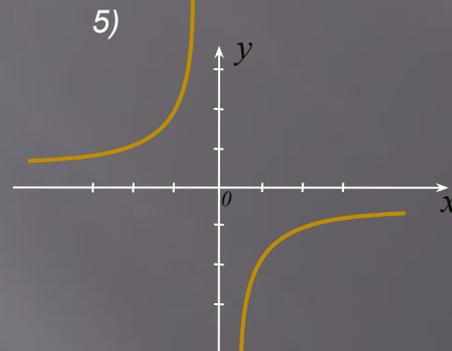
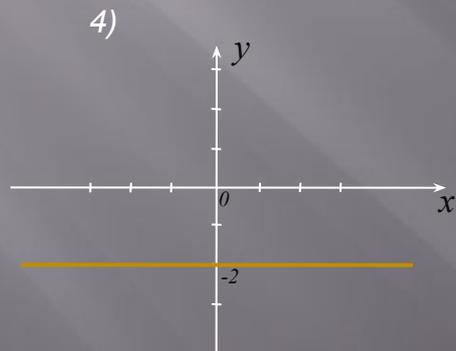
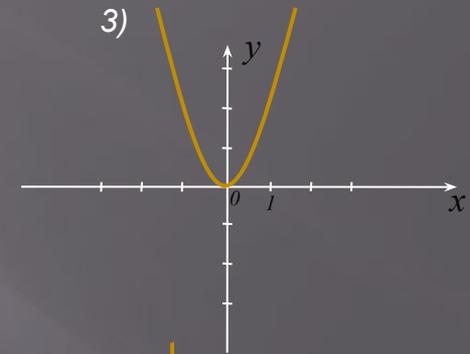
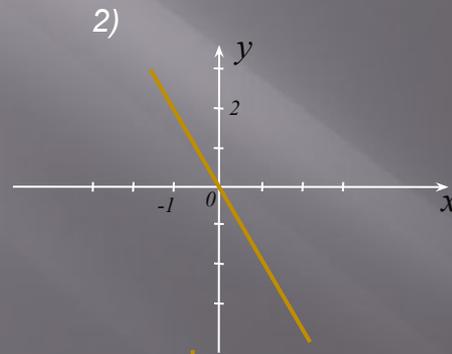
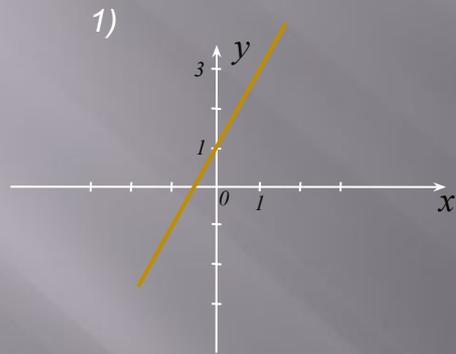


График функции $y=ax^2+n$

График функции $y=ax^2+n$ – это парабола, полученная из графика функции $y=ax^2$ с помощью параллельного переноса вдоль оси y на n единиц вверх, если $n>0$, или на $-n$ единиц вниз, если $n<0$.

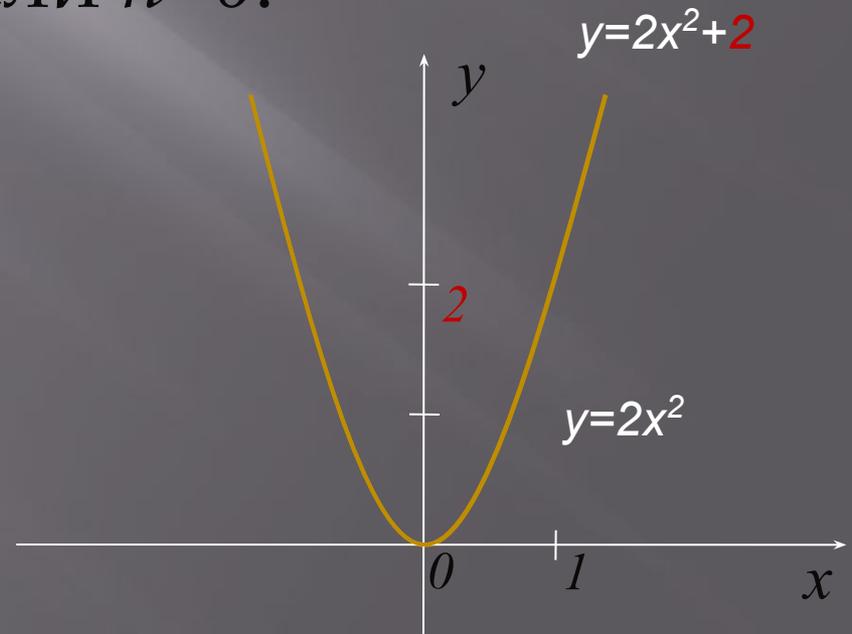
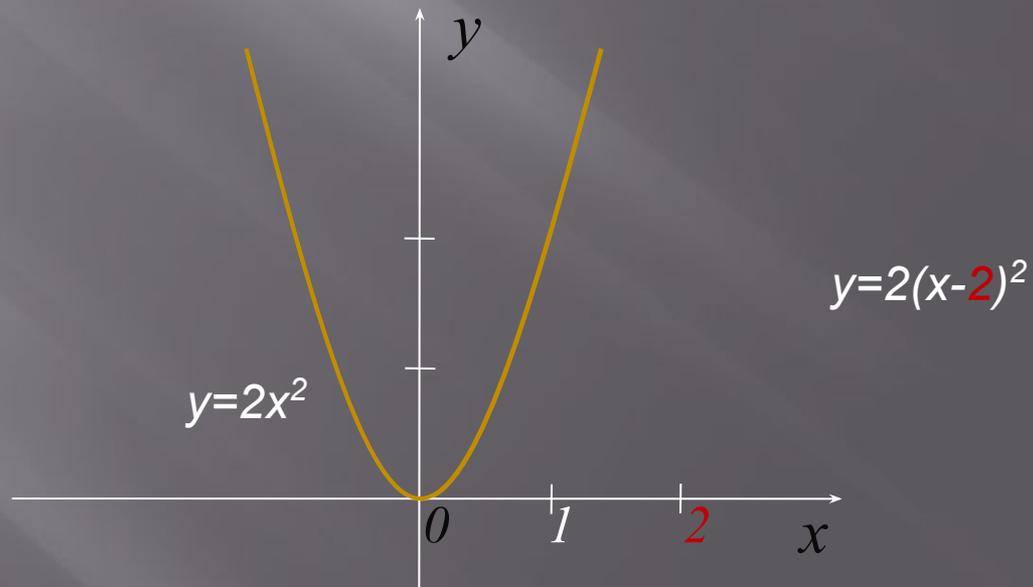


График функции $y=a(x-t)^2$

График функции $y=a(x-t)^2$ – это парабола, полученная из графика функции $y=ax^2$ с помощью параллельного переноса вдоль оси x на t единиц вправо, если $t>0$, или на $-t$ единиц влево, если $t<0$.



Алгоритм построения графика квадратичной функции

$y=ax^2+bx+c$ – уравнение квадратичной функции

- 1) Найти координаты вершины параболы $(m;n)$, где $m=-b/2a$, $n=y(m)$, и отметить её в координатной плоскости;
- 2) Определить направление ветвей параболы;
- 3) Построить ось симметрии $x=m$;
- 4) Построить несколько точек, принадлежащих параболе;
- 5) Соединить отмеченные точки.

Задание №4

- 1) С помощью шаблона параболы $y=x^2$ постройте графики функций $y=-x^2-2$; $y=(x+4)^2$; $y=(x+3)^2-4$.
- 2) Постройте график функции $y=4x^2-8x-1$ и опишите её свойства.