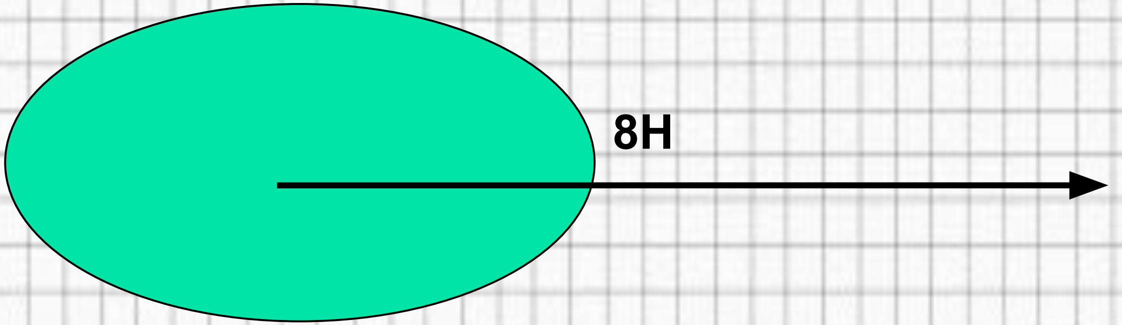
Векторы

Понятие вектора
Равенство векторов
Откладывание вектора от данной точки
Сумма двух векторов
Законы сложения. Правило параллелограмма
Сумма нескольких векторов
Вычитание векторов
Умножение вектора на число

Понятие вектора

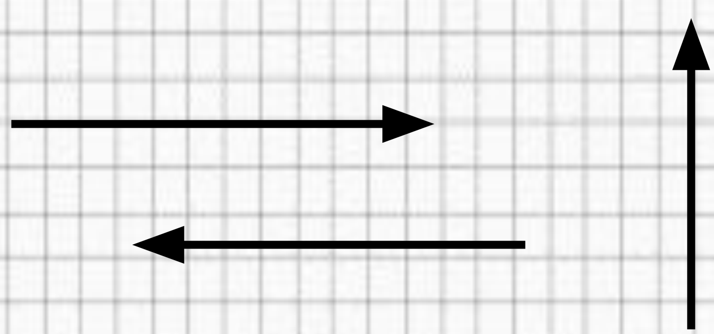
- *Пусть на тело действует сила в 8Н. Стрелка указывает направление силы, а длина отрезка соответствует числовому значению силы.*



Понятие вектора

- *Рассмотрим произвольный отрезок. На нем можно указать два направления.*

  Чтобы выбрать одно из направлений, один конец отрезка назовем НАЧАЛОМ, а другой – КОНЦОМ и будем считать, что отрезок направлен от начала к концу.

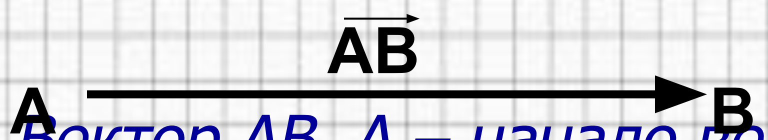


- **Определение.**

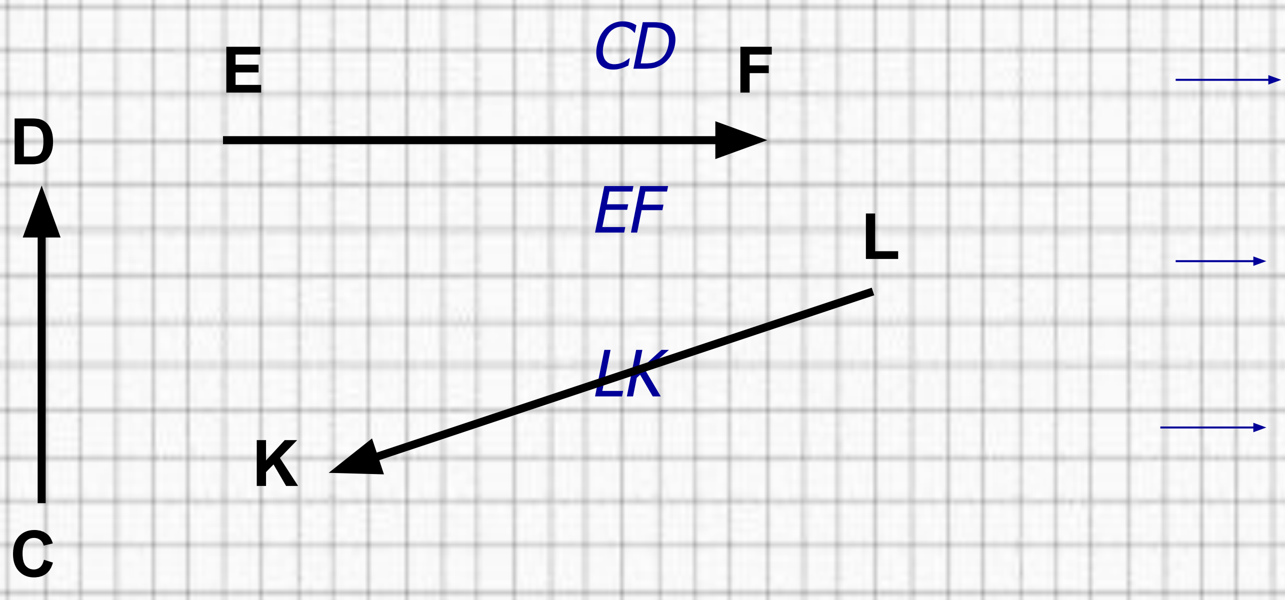
  Отрезок, для которого указано, какой из его концов считается началом, а какой - концом, называется направленным отрезком или ***вектором.***

Понятие вектора

- *На рисунках вектор изображается отрезком со стрелкой*

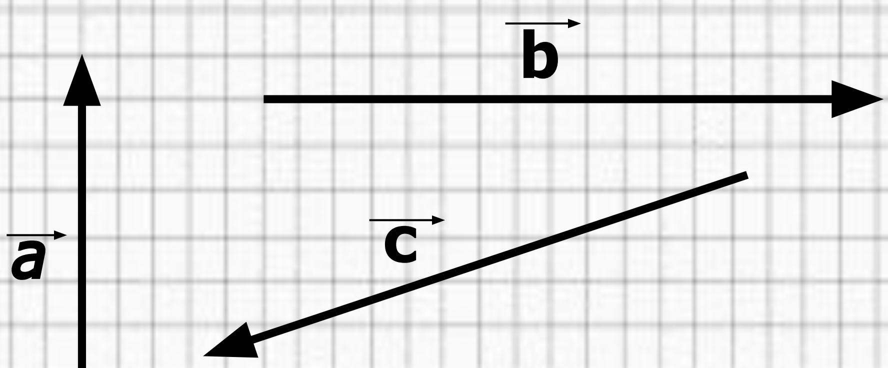


Вектор $\overrightarrow{AB}$, A – начало вектора, B – конец.



Понятие вектора

- *Векторы часто обозначают и одной строчной латинской буквой со стрелкой над ней:*



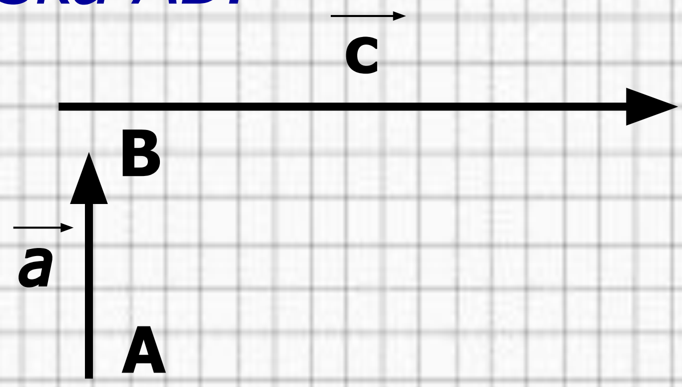
- *Любая точка плоскости также является вектором, который называется* *НУЛЕВЫМ.* *Начало нулевого вектора совпадает с его концом:*

$\overrightarrow{MM} = \vec{0}.$

Понятие вектора

- *Длиной или модулем ненулевого вектора $\overrightarrow{AB}$ называется длина отрезка AB:*

$$|\overrightarrow{AB}| = |\vec{a}| = AB = 5$$



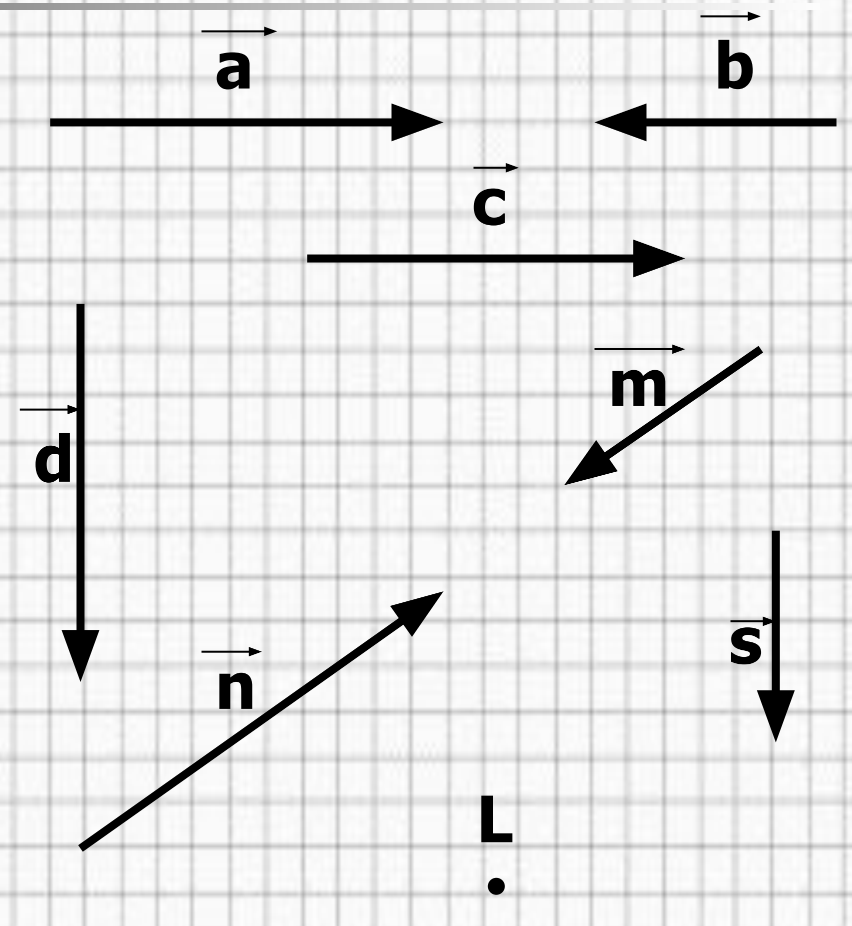
$$|\vec{c}| = 17$$

- *Длина нулевого вектора считается равной нулю:*

$$|\overrightarrow{MM}| = 0.$$

Коллинеарные векторы

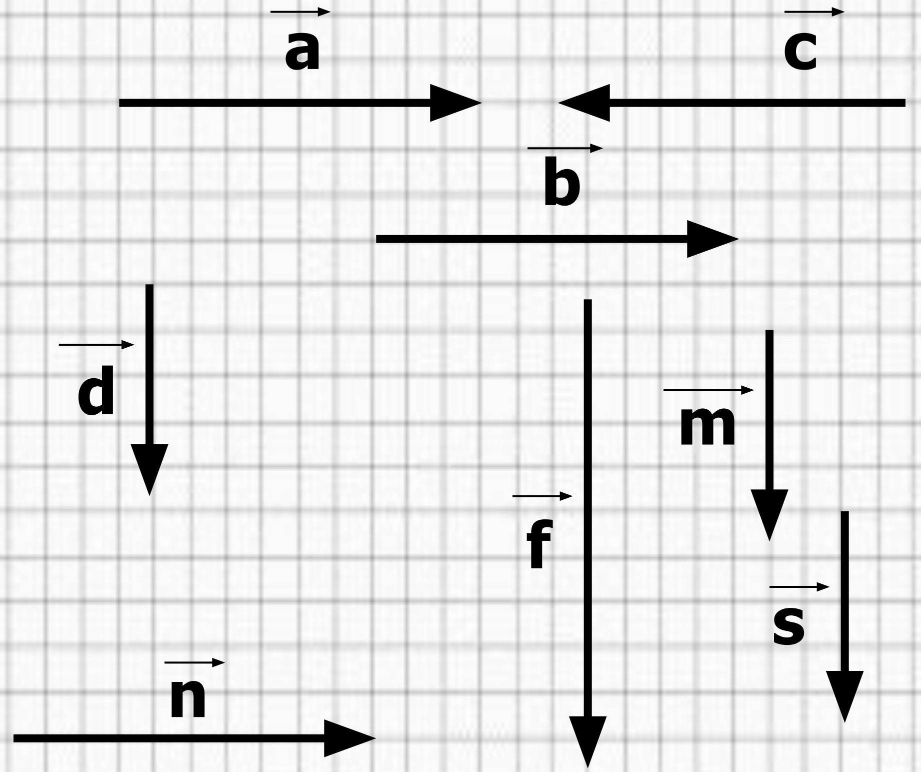
- Ненулевые векторы называются **коллинеарными**, если они лежат либо на одной прямой, либо на параллельных прямых. Коллинеарные векторы могут быть **сонаправленными** или **противоположно направленными**.
- Нулевой вектор считается коллинеарным любому вектору.



Равенство векторов

- Определение.

Векторы называются **равными**, если они сонаправлены и их длины равны.



$\vec{a} = \vec{b}$, если

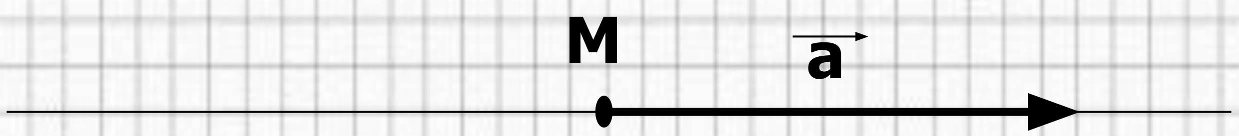
1) $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$

2) $|\vec{a}| = |\vec{b}|$

Откладывание вектора от данной точки

- Если точка ***A*** – начало вектора $\vec{a}$, то говорят, что вектор $\vec{a}$ отложен от точки ***A***.

- **<u>Утверждение:</u>** От любой точки ***M*** можно отложить вектор, равный данному вектору $\vec{a}$, и притом только один.



Равные векторы, отложенные от разных точек, часто обозначают одной и той же буквой

Сумма двух векторов

- Рассмотрим пример:

*Петя из дома(**D**) зашел к Васе(**B**), а потом поехал в кинотеатр(**К**).*

В результате этих двух перемещений, которые можно представить векторами $\overrightarrow{DB}$ и $\overrightarrow{BK}$, Петя переместился из точки D в К, т.е. на вектор $\overrightarrow{DK}$:

$$\overrightarrow{DK}=\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{BK}.$$

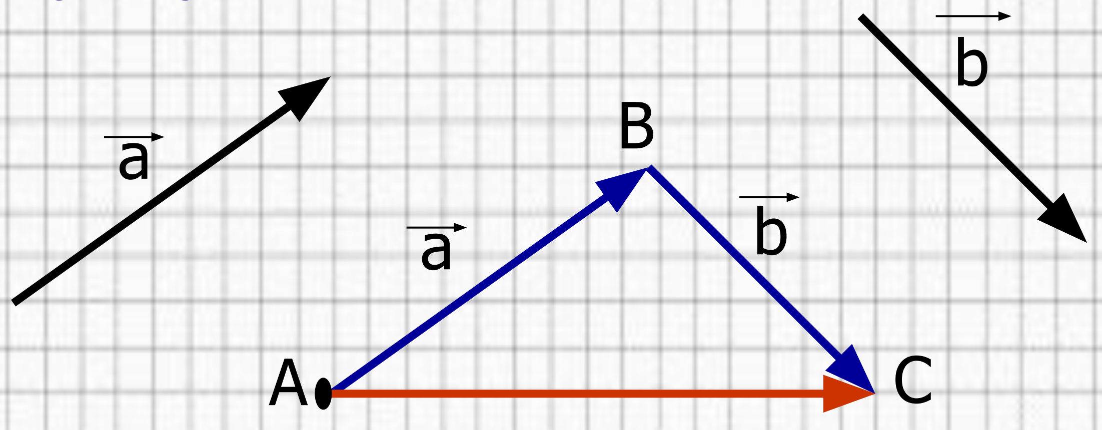
Вектор $\overrightarrow{DK}$ называется суммой векторов $\overrightarrow{DB}$ и $\overrightarrow{BK}$.

Сумма двух векторов

Правило треугольника

Пусть $\vec{a}$ и $\vec{b}$ – два вектора. Отметим произвольную точку A и отложим от этой точки $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, затем от точки B отложим вектор $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$.

$\overrightarrow{AC} = \vec{a} + \vec{b}$



Законы сложения векторов

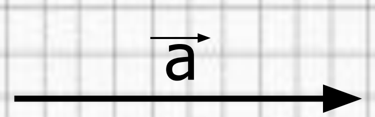
1) $\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$ (переместительный закон)

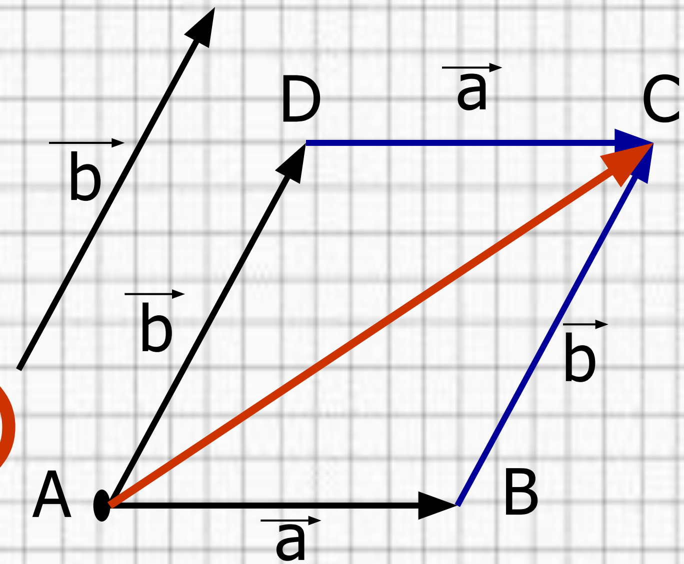
Правило параллелограмма

Пусть $\vec{a}$ и $\vec{b}$ – два вектора. Отметим произвольную точку А и отложим от этой точки $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, затем вектор $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$. На этих векторах построим параллелограмм ABCD.

$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \vec{a}+\vec{b}$

$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} = \vec{b}+\vec{a}$





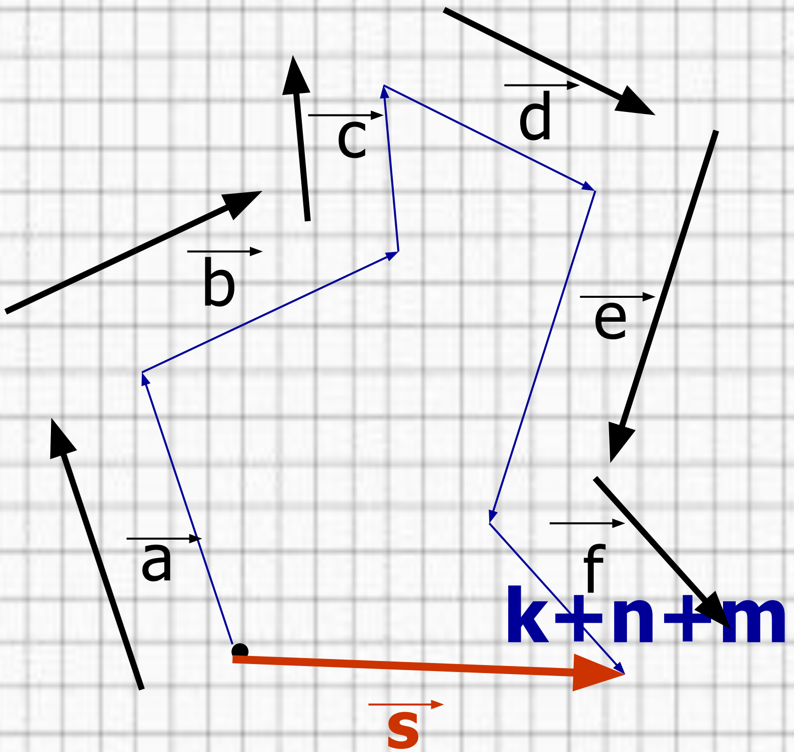
2) $(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}=\vec{a}+(\vec{b}+\vec{c})$

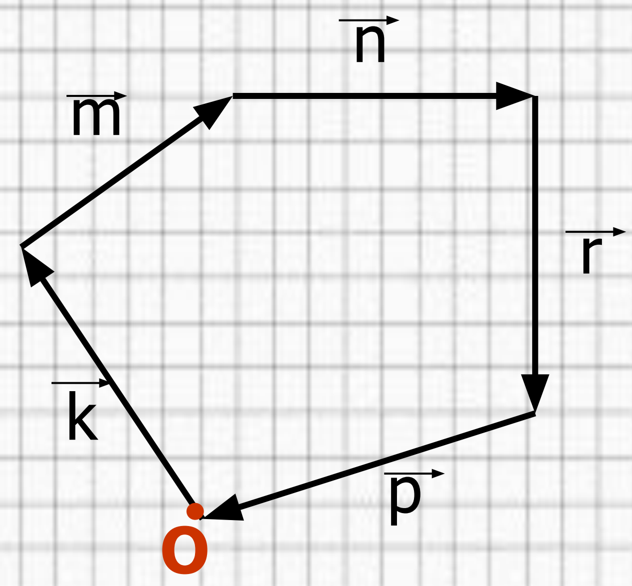
(сочетательный закон)

Сумма нескольких векторов

Правило многоугольника

$\vec{s}=\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}+\vec{d}+\vec{e}+\vec{f}$





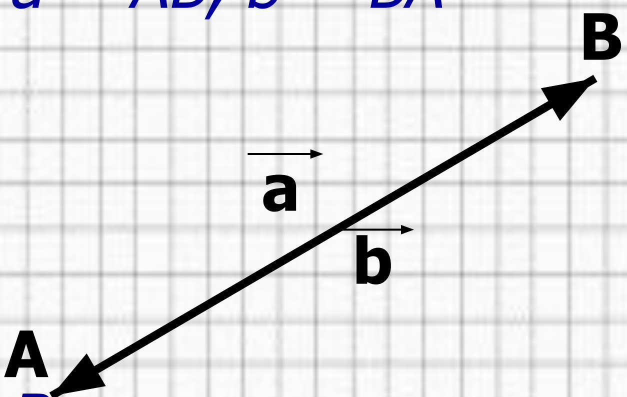
$\vec{k}+\vec{n}+\vec{m}+\vec{r}+\vec{p}=\vec{0}$

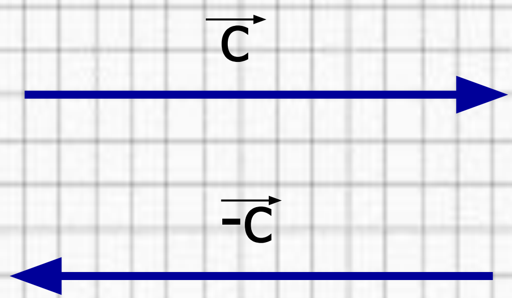
Противоположные векторы

Пусть $\vec{a}$ – произвольный ненулевой вектор.

Определение. Вектор $\vec{b}$ называется <u>противоположным</u> вектору $\vec{a}$, если $\vec{a}$ и $\vec{b}$ имеют равные длины и противоположно направлены.

$\vec{a} = \vec{AB}$, $\vec{b} = \vec{BA}$





Вектор, противоположный вектору $\vec{c}$, обозначается так: **$-\vec{c}$.**

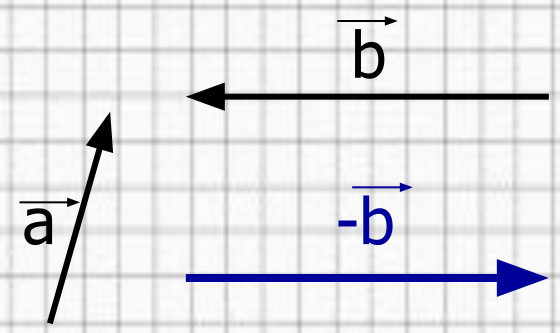
Очевидно, $\vec{c}+(-\vec{c})=\vec{0}$ или $\vec{AB}+\vec{BA}=\vec{0}$

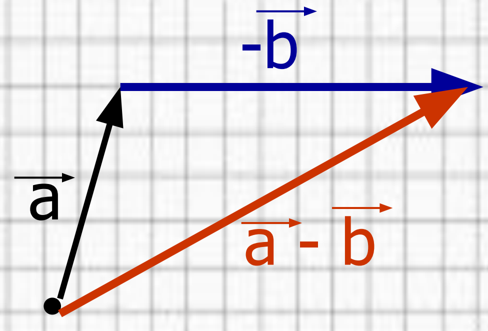
Вычитание векторов

Определение. *Разностью двух векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называется такой вектор, сумма которого с вектором $\vec{b}$ равна вектору $\vec{a}$.*

Теорема. *Для любых векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ справедливо равенство $\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$.*

<u>*Задача.*</u> Даны векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Построить вектор $\vec{a} - \vec{b}$.

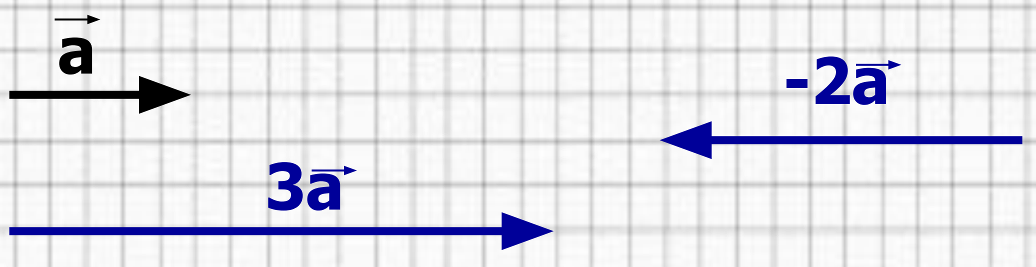




Умножение вектора на число

Определение. Произведением ненулевого вектора $\vec{a}$ на число k называется такой вектор $\vec{b}$, длина которого равна вектору $|k||\vec{a}|$, причем векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ сонаправлены при $k \geq 0$ и

противоположно направлены при $k < 0$.



Произведением нулевого вектора на любое число считается нулевой вектор.

Для любого числа k и любого вектора $\vec{a}$ векторы $\vec{a}$ и $k\vec{a}$ коллинеарны.

Умножение вектора на число

Для любых чисел k, n и любых векторов $\vec{a}$, $\vec{b}$ справедливы равенства:

1) $(kn)\vec{a} = k(n\vec{a})$ *(сочетательный закон)*
2) $(k+n)\vec{a} = k\vec{a} + n\vec{a}$ *(первый распределительный закон)*
3) $K(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$ *(второй распределительный закон)*

Свойства действий над векторами позволяют в выражениях, содержащих суммы, разности векторов и произведения векторов на числа, выполнять преобразования по тем же правилам, что и в числовых выражениях. Например,

$$\vec{p} = 2(\vec{a} - \vec{b}) + (\vec{c} + \vec{a}) - 3(\vec{b} - \vec{c} + \vec{a}) =$$

$$= 2\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c} + \vec{a} - 3\vec{b} + 3\vec{c} - 3\vec{a} = \mathbf{-5\vec{b} + 4\vec{c}}$$