

**Тема 8. МЕТОДЫ
АВТОМАТИЧЕСКОГО
РЕГУЛИРОВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМ**

Лекция 23

8.1 Элементы теории автоматического управления

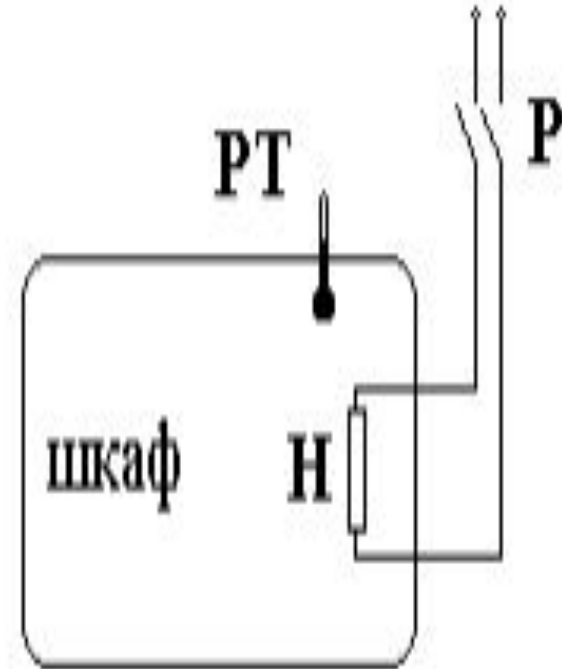
8.1.1 Основные термины и определения

Параметры технологического процесса

- Системы управления современными технологическими процессами характеризуются большим количеством технологических параметров, число которых может достигать нескольких тысяч. Для поддержания требуемого режима работы, а в конечном итоге – качества выпускаемой продукции, все эти величины необходимо поддерживать постоянными или изменять по определенному закону.
- Физические величины, определяющие ход технологического процесса, называются *параметрами технологического процесса*. Например, параметрами технологического процесса могут быть: температура, давление, расход, напряжение и т.д. Параметр технологического процесса, который необходимо поддерживать постоянным или изменять по определенному закону, называется *регулируемой величиной* или *регулируемым параметром*.
- Значение регулируемой величины в рассматриваемый момент времени называется *мгновенным значением*.
- Значение регулируемой величины, полученное в рассматриваемый момент времени на основании данных некоторого измерительного прибора называется ее *измеренным значением*.

Пример 1. Схема ручного регулирования температуры сушильного шкафа

- Задача заключается в том, что требуется вручную поддерживать температуру в сушильном шкафу на уровне $T_{зад}$.
- Человек-оператор в зависимости от показаний ртутного термометра РТ включает или выключает нагревательный элемент Н с помощью рубильника Р.

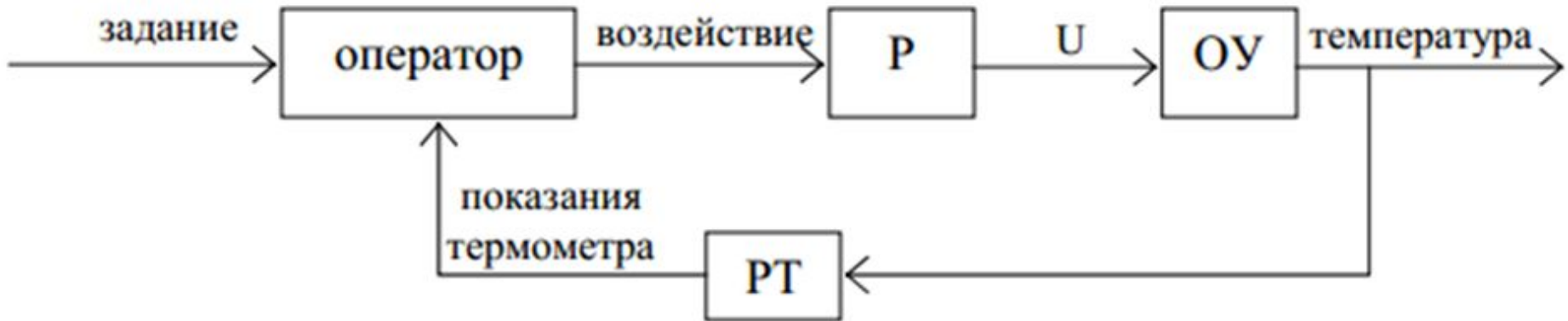


Дадим некоторые определения

- *Объект управления (объект регулирования, ОУ)* – устройство, требуемый режим работы которого должен поддерживаться извне специально организованными управляющими воздействиями.
- *Управление* – формирование управляющих воздействий, обеспечивающих требуемый режим работы ОУ.
- *Регулирование* – частный вид управления, когда задачей является обеспечение постоянства какой-либо выходной величины ОУ.
- *Автоматическое управление* – управление, осуществляемое без непосредственного участия человека.
- *Входное воздействие (X)* – воздействие, подаваемое на вход системы или устройства.
- *Выходное воздействие (Y)* – воздействие, выдаваемое на выходе системы или устройства.
- *Внешнее воздействие* – воздействие внешней среды на систему

Структурная схема системы ручного регулирования к примеру

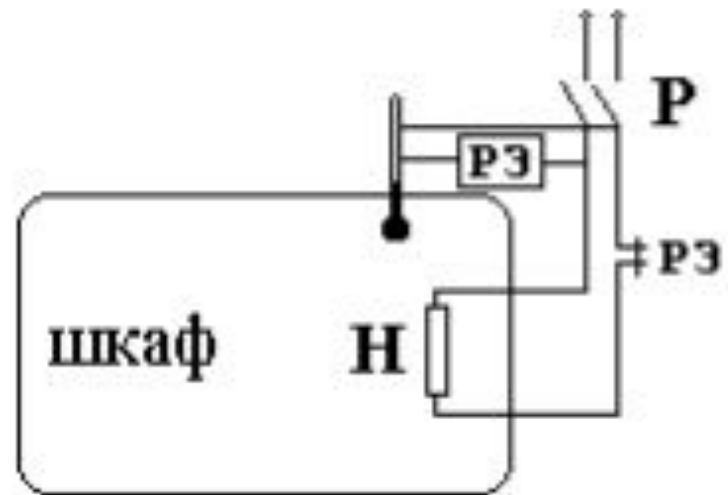
1



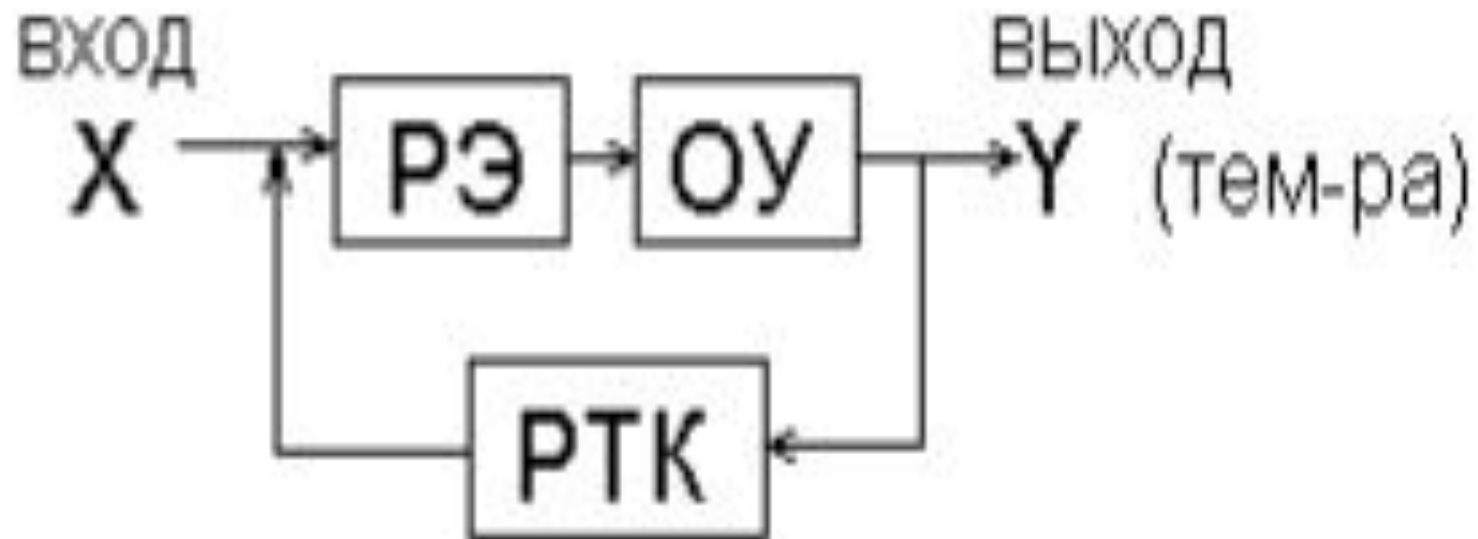
Пример 2. Схема автоматической системы регулирования (АСР) температуры сушильного шкафа.

- В схеме используется ртутный термометр с контактами РТК. При повышении температуры до заданной контакты замыкаются столбиком ртути, катушка релейного элемента РЭ возбуждается и цепь нагревателя Н замыкается контактом РЭ.
- При понижении температуры контакты термометра размыкаются, реле обесточивается, возобновляя подачу энергии на объект (см. рис.).

- • Рисунок

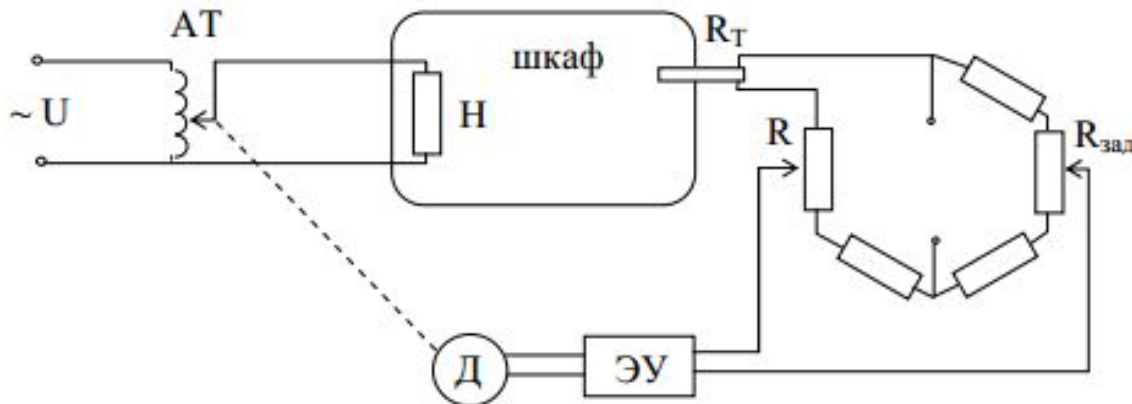


Структурная схема автоматического регулирования

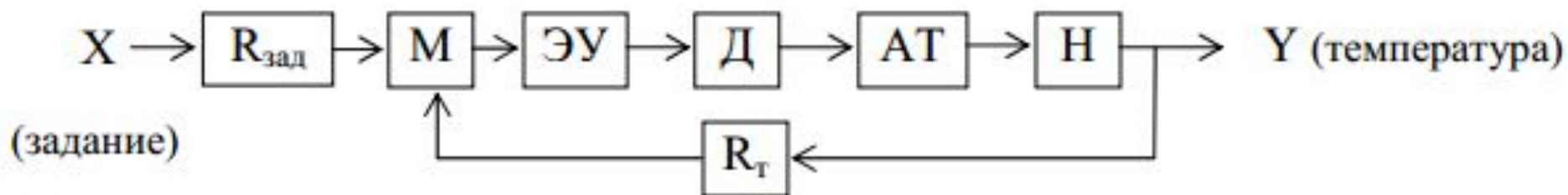


Автоматическая система регулирования температуры с измерительным мостом

- При температуре объекта, равной заданной, измерительный мост M (см. рис.) уравновешен, на вход электронного усилителя ЭУ сигнал не поступает и система находится в равновесии.
- При отклонении температуры изменяется сопротивление терморезистора R_T и равновесие моста нарушается. На входе ЭУ появляется напряжение, фаза которого зависит от знака отклонения температуры от заданной. Напряжение, усиленное в ЭУ, поступает на двигатель Д, который перемещает движок автотрансформатора АТ в соответствующую сторону.
- При достижении температуры, равной заданной, мост сбалансирован и двигатель отключится. Величина заданного значения температуры устанавливается с помощью резистора $R_{зад}$.

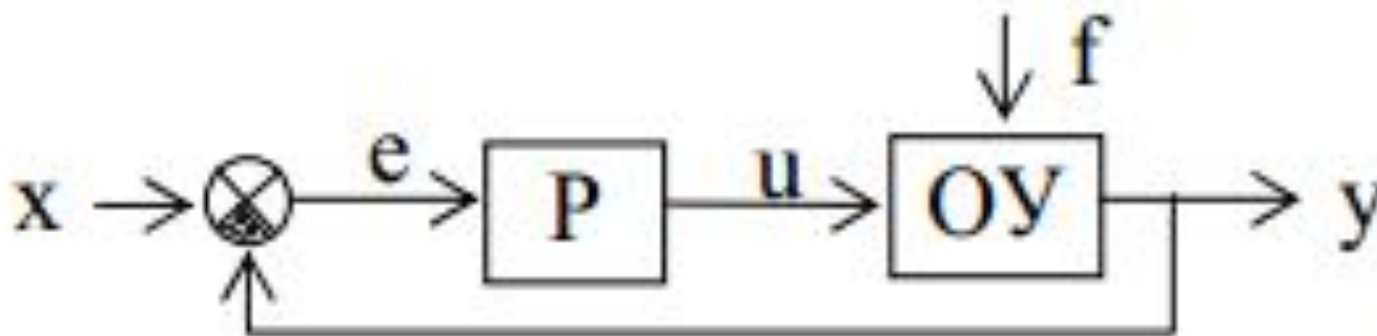


Структурная схема автоматической системы регулирования температуры с измерительным мостом



Типовая структурная схема одноконтурной АСР

- Исходя из описанных примеров, можно определить типовую структурную схему одноконтурной АСР(см. рис.).
- Принятые обозначения:
- x - задающее воздействие(задание),
- $e = x - y$ - ошибка регулирования,
- u - управляющее воздействие,
- f - возмущающее воздействие(возмущение).



Определения параметров АСР

- Определения:
- **Задающее воздействие** (то же, что входное воздействие X) - воздействие на систему, определяющее требуемый закон изменения регулируемой величины).
- **Управляющее воздействие** (u) - воздействие управляющего устройства на объект управления.
- **Управляющее устройство (УУ)** - устройство, осуществляющее воздействие на объект управления с целью обеспечения требуемого режима работы.
- **Возмущающее воздействие** (f) - воздействие, стремящееся нарушить требуемую функциональную связь между задающим воздействием и регулируемой величиной.
- **Ошибка управления** ($e = x - y$) - разность между предписанным(x) и действительным(y) значениями регулируемой величины.
- **Регулятор (Р)** - комплекс устройств, присоединяемых к регулируемому объекту и обеспечивающих автоматическое поддержание заданного значения его регулируемой величины или автоматическое изменение ее по определенному закону.
- **Автоматическая система регулирования (АСР)** - автоматическая система с замкнутой цепью воздействия, в котором управление(u) вырабатывается в результате сравнения истинного значения y с заданным значением x .
- Дополнительная связь в структурной схеме **АСР**, направленная от выхода к входу рассматриваемого участка цепи воздействий, называется **обратной связью(ОС)**. Обратная связь может быть *отрицательной или положительной*.

Классификация АСР

Классификация АСР по назначению(по характеру изменения задания)

- **стабилизирующая АСР**- система, алгоритм функционирования которой содержит предписание поддерживать регулируемую величину на постоянном значении ($x = \text{const}$);
- **программная АСР**- система, алгоритм функционирования которой содержит предписание изменять регулируемую величину в соответствии с заранее заданной функцией (x **изменяется программно**);
- **следящая АСР**- система, алгоритм функционирования которой содержит предписание изменять регулируемую величину в зависимости от заранее неизвестной величины на входе АСР ($x = \text{var}$).

Классификация АСР по количеству контуров

- **одноконтурные**- содержащие один контур,
- **многоконтурные**- содержащие несколько контуров.

Классификация АСР по числу регулируемых величин

- **одномерные**- системы с 1 регулируемой величиной,
- **многомерные**- системы с несколькими регулируемыми величинами.

Многомерные АСР в свою очередь подразделяются на системы:

- а) несвязанного регулирования, в которых регуляторы непосредственно не связаны и могут взаимодействовать только через общий для них объект управления;
- б) связанного регулирования, в которых регуляторы различных параметров одного и того же технологического процесса связаны между собой вне объекта регулирования.

Классификация АСР по функциональному назначению

- АСР температуры,
- давления,
- расхода,
- уровня напряжения
- и т.д.

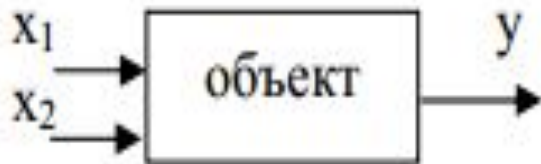
Классификация АСР по характеру используемых для управления сигналов

- аналоговые,
- цифровые.

Классификация АСР по характеру математических соотношений

- **линейные**, для которых справедлив принцип суперпозиции;
- **нелинейные**.

Принцип суперпозиции(наложения): Если на вход объекта подается несколько входных воздействий, то реакция объекта на сумму входных воздействий равна сумме реакций объекта на каждое воздействие в



$$\Lambda(x_1 + x_2) = \Lambda(x_1) + \Lambda(x_2),$$

где Λ - линейная функция(интегрирование,
дифференцирование и т.д.)

Классификация АСР по виду используемой для регулирования энергии

- пневматические,
- гидравлические,
- электрические,
- механические

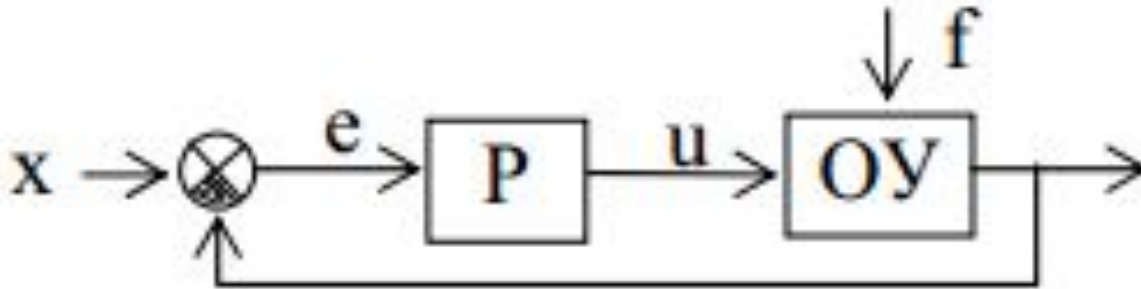
и др.

Классификация АСР по принципу регулирования

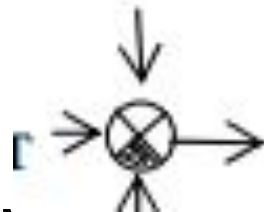
- **по отклонению;**
- **по возмущению;**
- **комбинированные.**

АСР по принципу отклонения

- Подавляющее большинство систем построено по принципу обратной связи - регулирования по отклонению (см. рис.).



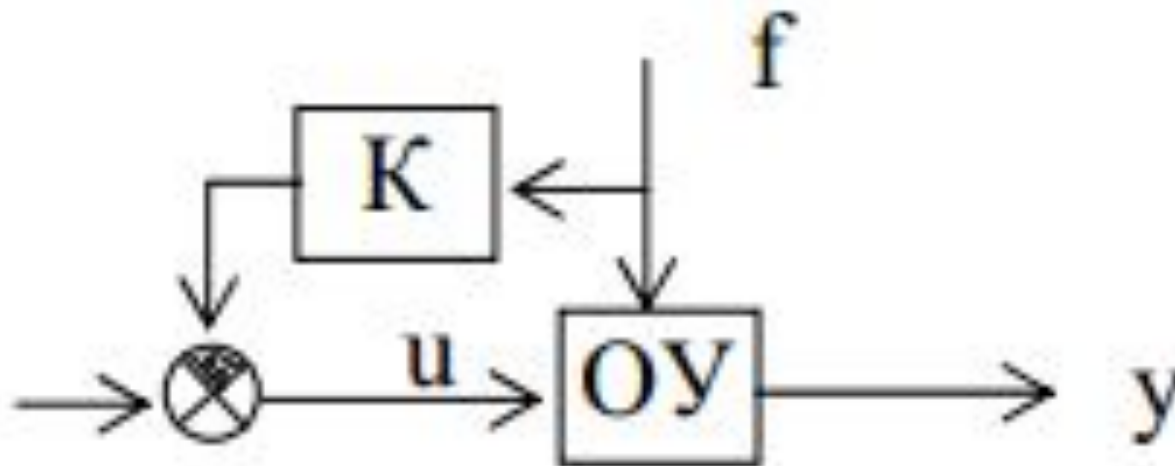
- Элемент



называется сумматором. Его выходной сигнал равен сумме входных сигналов. Зачерненный сектор говорит о том, что данный входной сигнал надо брать с противоположным знаком.

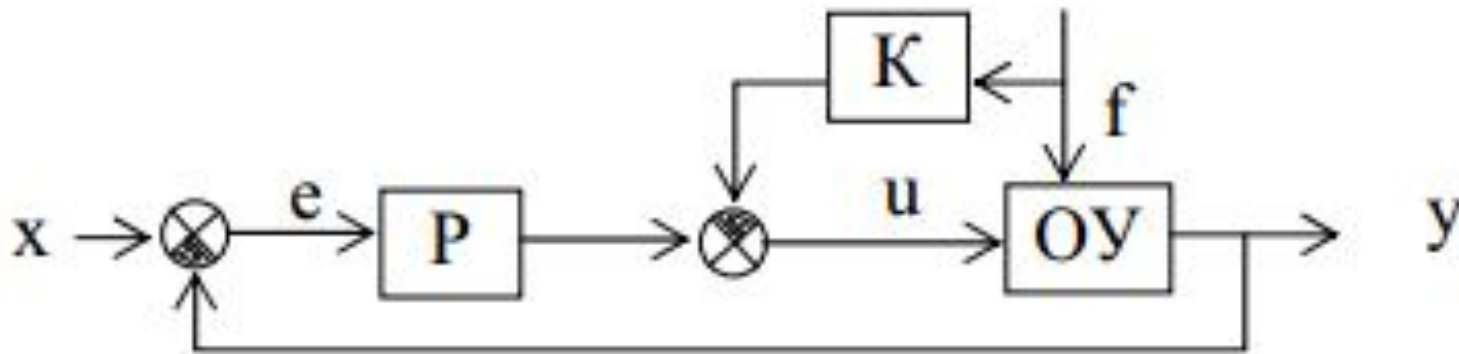
АСР по принципу возмущения

- Данные системы могут быть использованы в том случае, если есть возможность измерения возмущающего воздействия (см. Рис.). На схеме обозначен K - усилитель с коэффициентом усиления K .



АСР по принципу комбинирования

- Данный способ (см. рис.) достигает высокого качества управления, однако его применение ограничено тем, что возмущающее воздействие f не всегда можно измерить.



Классификация элементов автоматических систем управления

По функциональному назначению

- измерительные,
- усилительно-преобразовательные,
- исполнительные,
- корректирующие.

По виду энергии, используемой для работы

- электрические,
- гидравлические,
- пневматические,
- механические,
- комбинированные.

По наличию или отсутствию вспомогательного источника энергии

- активные(с источником энергии),
- пассивные(без источника).

По характеру математических соотношений

- линейные,
- нелинейные.

По поведению в статическом режиме

- **статические**, у которых имеется однозначная зависимость между входным и выходным воздействиями (состояние статики). Примером является любой тепловой объект.
- **астатические**, у которых эта зависимость отсутствует. Пример: Зависимость угла поворота ротора электродвигателя от приложенного напряжения. При подаче напряжения угол поворота будет постоянно возрастать, поэтому однозначной зависимости у него нет.

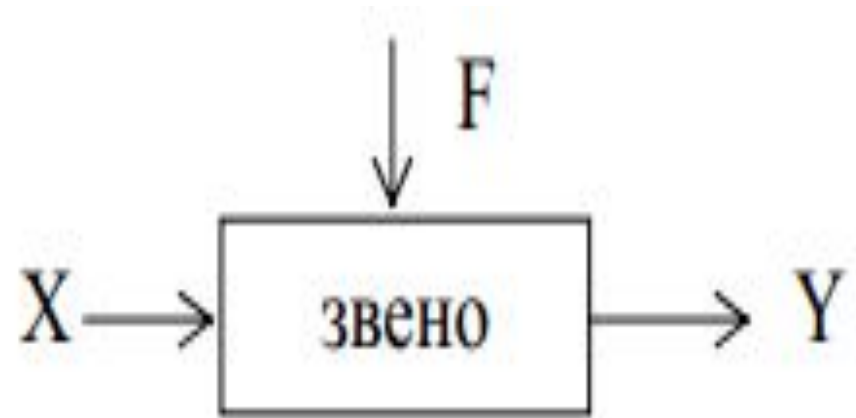
Характеристики и модели элементов и систем АСР

Основные методы описания (модели) АСР

- Работу системы регулирования можно описать словесно. Так, ранее нами рассматривалась система регулирования температуры сушильного шкафа. Словесное описание помогает понять принцип действия системы, ее назначение, особенности функционирования и т.д. Однако, что самое главное, оно не дает количественных оценок качества регулирования, поэтому не пригодно для изучения характеристик систем и построения систем автоматизированного управления.
- Вместо него в теории автоматического управления используются более точные математические методы описания свойств систем:
 - статические характеристики,
 - динамические характеристики,
 - дифференциальные уравнения,
 - передаточные функции,
 - частотные характеристики.

Общие принципы описания моделей АСР

- В любой модели АСР система может быть представлена в виде звена, имеющего входные воздействия X , возмущения F и выходные воздействия Y
- Под влиянием этих воздействий выходная величина может изменяться. При этом при поступлении на вход системы нового задания она должна обеспечить с заданной степенью точности новое значение регулируемой величины в установившемся режиме.
- Установившийся режим- это режим, при котором расхождение между истинным значением регулируемой величины и ее заданным значением будет постоянным во времени.



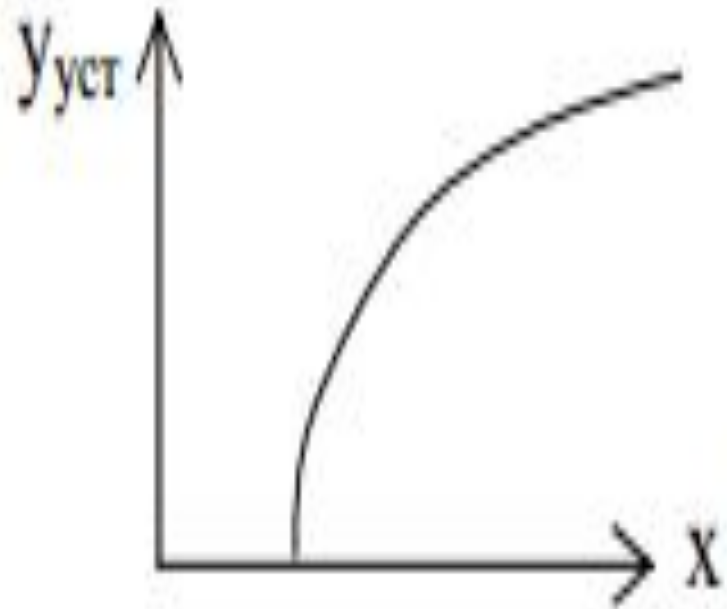
Статические характеристики САУ

Статическая характеристика

- Статической характеристикой элемента называется зависимость установившихся значений выходной величины от значения величины на входе системы, т.е.

$$y_{уст} = \varphi(x).$$

- Статическую характеристику (см. рис.) часто изображают графически в виде кривой $y(x)$.



Статический и астатический элемент САУ

- **Статическим** называется элемент, у которого при постоянном входном воздействии с течением времени устанавливается постоянная выходная величина. Например, при подаче на вход нагревателя различных значений напряжения он будет нагреваться до соответствующих этим напряжениям значений температуры.
- **Астатическим** называется элемент, у которого при постоянном входном воздействии сигнал на выходе непрерывно растет с постоянной скоростью, ускорением и т.д.

Линейный и нелинейный статический элемент

- **Линейным** статическим элементом называется безинерционный элемент, обладающий линейной статической характеристикой:

$$y_{уст} = K * x + a_0.$$

- Как видно, статическая характеристика элемента в данном случае имеет вид прямой с коэффициентом наклона K .
- Линейные статические характеристики, в отличие от нелинейных, более удобны для изучения благодаря своей простоте. Если модель объекта **нелинейна**, то обычно ее преобразуют к линейному виду путем линеаризации.

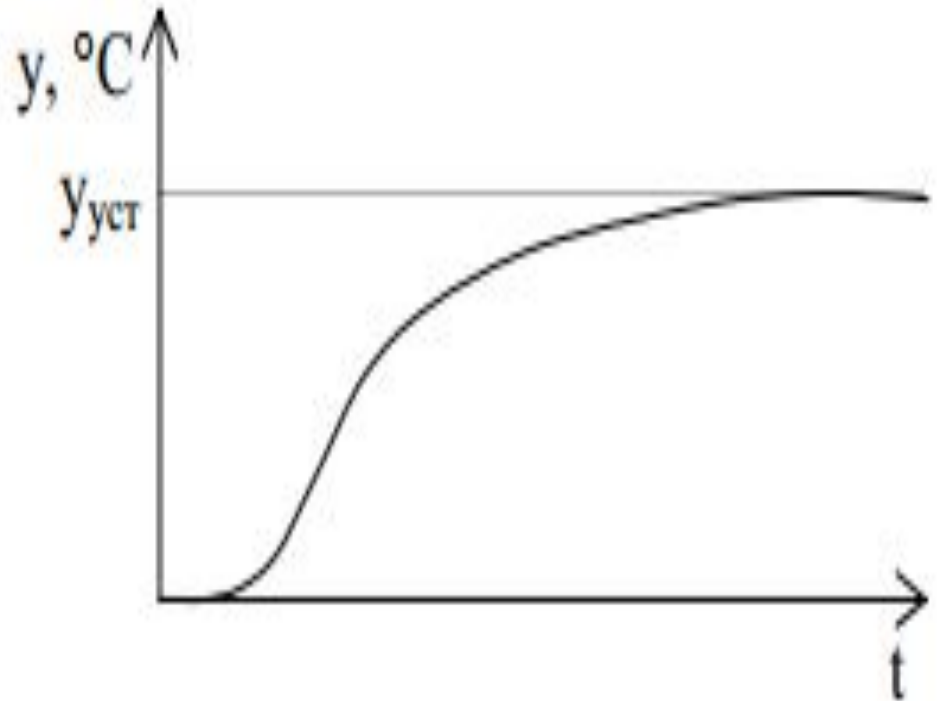
Статическая и астатическая САУ

- **САУ называется статической**, если при постоянном входном воздействии ошибка управления e стремится к постоянному значению, зависящему от величины воздействия.
- **САУ называется астатической**, если при постоянном входном воздействии ошибка управления стремится к нулю вне зависимости от величины воздействия.

Динамические характеристики САУ

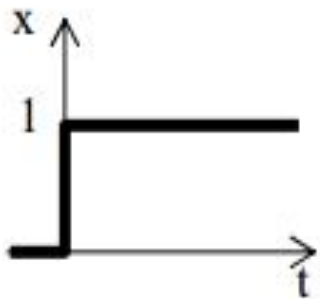
Переходной процесс

- Переход системы от одного установившегося режима к другому при каких-либо входных воздействиях называется **переходным процессом**.
- Переходные процессы могут изображаться графически в виде кривой $y(t)$.
- Например, процесс нагрева сушильного шкафа до установившегося значения может иметь вид, представленный на рисунке.
- То есть, переходный процесс характеризует динамические свойства системы, ее поведение

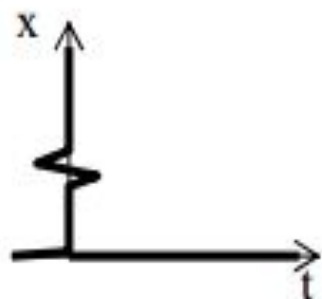


Виды динамических входных воздействий

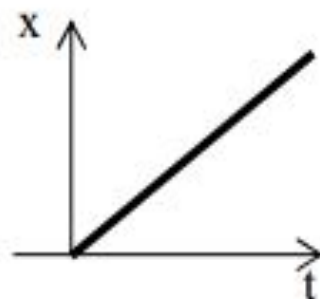
- Поскольку входные воздействия могут изменяться во времени, то и переходные характеристики будут каждый раз разные. Для простоты анализа систем входные воздействия приводят к одному из типовых видов (см. рис.).



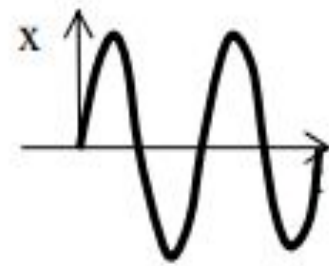
а) единичное ступенчатое



б) δ -функция (дельта-функция, импульс)



в) линейное



г) синусоидальное (гармоническое)

- В зависимости от вида входного воздействия функция $y(t)$ может иметь разное обозначение.

Переходная характеристика

- Переходной характеристикой $h(t)$ называется реакция объекта на единичное ступенчатое воздействие при нулевых начальных условиях, т.е. При
- $x(0) = 0$ и $y(0) = 0$.

Импульсная характеристика

- Импульсной характеристикой $\omega(t)$ называется реакция объекта на δ -функцию при нулевых начальных условиях.
- При подаче на вход объекта синусоидального сигнала на выходе, как правило, в установившемся режиме получается также синусоидальный
- сигнал, но с другой амплитудой и фазой:
- $y = A_{\text{ВЫХ}} * \sin(\omega * t + \phi)$, где $A_{\text{ВЫХ}}$ - амплитуда, ω - частота сигнала, ϕ - фаза.

Частотная характеристика

- **Частотной характеристикой (ЧХ, АФХ и др.)** называется зависимость амплитуды и фазы выходного сигнала системы в установившемся режиме при приложении на входе гармонического воздействия.

Дифференциальные уравнения. Линеаризация

Дифференциальные уравнения для описания работы АСР

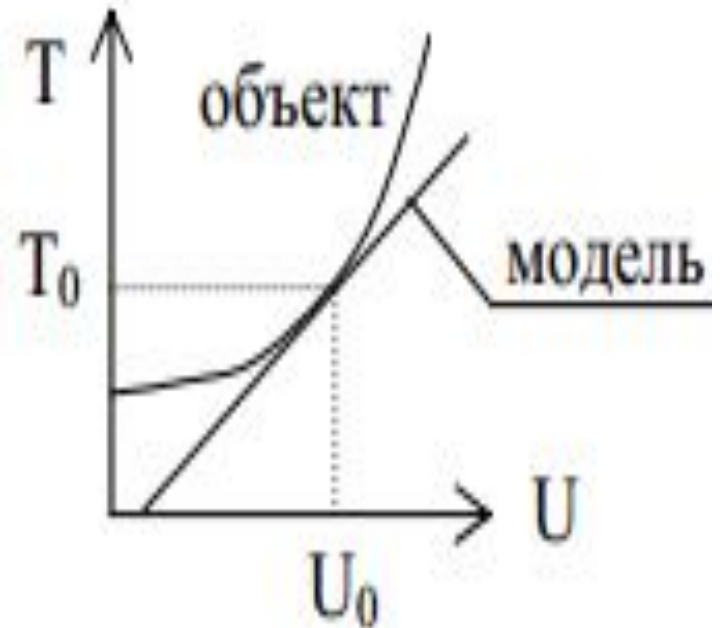
- Известно, что любое движение, процессы передачи, обмена, преобразования энергии и вещества математически можно описать в виде дифференциальных уравнений(ДУ).
- Любые процессы в АСР также принято описывать дифференциальными уравнениями, которые определяют сущность происходящих в системе процессов независимо от ее конструкции и т.д.
- Решив ДУ, можно найти характер изменения регулируемой переменной в переходных и установившихся режимах при различных воздействиях на систему.
- Для упрощения задачи нахождения ДУ, описывающего работу АСР в целом, систему разбивают на ее отдельные элементы, переходные процессы в которых описываются достаточно простыми ДУ. Так как ДУ описывают работу системы независимо от физической сущности протекающих в ней процессов, то при разбивке системы нет необходимости учитывать их физическую целостность.
- Для каждого элемента структурной схемы необходимо составить ДУ, определяющее зависимость изменения выходной величины от входной.
- Так как выходная величина предыдущего элемента является входной для последующего, то, определив ДУ отдельных элементов, можно найти ДУ системы.

Проблема метода ДУ

- Однако, такой метод применим только в частных случаях. Дело в том, что в большинстве случаев в реальных элементах системы связь между входной и выходной величинами является нелинейной и часто задается в графической форме. Поэтому, даже если ДУ системы и будет получено, оно будет нелинейным. А аналитическое решение нелинейных ДУ возможно далеко не всегда.
- Для решения этой проблемы учитывают, что в процессе регулирования отклонения всех изменяющихся величин от их установившихся значений малы, и поэтому возможна замена нелинейных ДУ приближенными линейными ДУ, то есть возможна линеаризация дифференциальных уравнений.

Задача графической линеаризации

- Рассмотрим сущность процесса линеаризации на примере сушильного шкафа.
- Зависимость температуры объекта от подаваемого напряжения в большинстве случаев нелинейна и имеет вид, представленный на рисунке. Графически линеаризацию некоторого уравнения от двух переменных $F(x,y) = 0$ в окрестности некоторой точки (x_0, y_0) можно представить как замену рассматриваемого участка кривой на касательную (см. Рис.)



Уравнение касательной

- Уравнение касательной определяется по формуле:

$$\frac{\partial F}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial F}{\partial y} \Delta y = 0,$$

-
- Где $\frac{\partial F}{\partial x}$ и $\frac{\partial F}{\partial y}$ - частные производные от F по x и y. Данное уравнение называется уравнением в приращениях, поскольку значения x и y здесь заменены на приращения

$$\Delta x = x - x_0 \text{ и } \Delta y = y - y_0.$$

-
- Линеаризация ДУ происходит аналогично, отличие состоит только в том, что необходимо искать частные производные по производным

$$\frac{\partial F}{\partial x'}, \frac{\partial F}{\partial x''},$$

и т

Преобразования Лапласа

Переход от ДУ к алгебраическим уравнениям

- Исследование АСР существенно упрощается при использовании прикладных математических методов операционного исчисления. Например, функционирование некоторой системы описывается ДУ вида

$$a_2 \frac{d^2 y}{dt^2} + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = b_1 \frac{dx}{dt} + b_0 x,$$

- где x и y - входная и выходная величины. Если в данное уравнение вместо $x(t)$ и $y(t)$ подставить функции $X(s)$ и $Y(s)$ комплексного переменного s такие, что

$$X(s) = \int_0^{\infty} x(t) e^{-st} dt \quad \text{и} \quad Y(s) = \int_0^{\infty} y(t) e^{-st} dt,$$

- то исходное ДУ при нулевых начальных условиях равносильно линейному алгебраическому уравнению

$$a_2 s^2 Y(s) + a_1 s Y(s) + a_0 Y(s) = b_1 X(s) + b_0 X(s).$$

Формулы преобразования Лапласа

- Такой переход от ДУ к алгебраическому уравнению называется преобразованием Лапласа, формулы (2.2) соответственно формулами преобразования Лапласа, а полученное уравнение - *операторным уравнением*.
- Новые функции $X(s)$ и $Y(s)$ называются изображениями $x(t)$ и $y(t)$ по Лапласу, тогда как $x(t)$ и $y(t)$ являются оригиналами по отношению к $X(s)$ и $Y(s)$.

Переход от одной модели к другой

- Переход от одной модели к другой достаточно прост и заключается в замене знаков дифференциалов на операторы s^n , знаков интегралов на множители $1/s$, а самих $x(t)$ и $y(t)$ – изображениями $X(s)$ и $Y(s)$.
- Для обратного перехода от операторного уравнения к функциям от времени используется метод обратного преобразования Лапласа. Общая формула обратного преобразования Лапласа:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(j\omega) e^{j\omega t} d\omega,$$

где $f(t)$ - оригинал, $F(j\omega)$ - изображение при $s = j\omega$, j - мнимая единица, ω - частота.

- Эта формула достаточно сложна, поэтому были разработаны специальные таблицы, в которые сведены наиболее часто встречающиеся функции $F(s)$ и их оригиналы $f(t)$. Они позволяют отказаться от прямого использования формулы(2.3).

Таблица преобразований Лапласа

Оригинал $x(t)$	Изображение $X(s)$
δ -функция	1
1	$\frac{1}{s}$
t	$\frac{1}{s^2}$
t^2	$\frac{2}{s^3}$
t^n	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
$e^{-\alpha t}$	$\frac{1}{s + \alpha}$
$\alpha x(t)$	$\alpha X(s)$
$\sum_{i=1}^n x_i(t)$	$\sum_{i=1}^n X_i(s)$
$x(t - \alpha)$	$X(s)e^{-\alpha s}$
$\frac{d^n x(t)}{dt^n}$	$s^n X(s)$
$\int_0^t x(\tau) d\tau$	$\frac{X(s)}{s}$

Формулы обратного преобразования Лапласа

Изображение $X(s)$		Оригинал $x(t)$
$\frac{M}{s + \alpha}$	$\alpha \in \mathbb{R}, M \in \mathbb{R}$ (α и M - действительные числа)	$M e^{-\alpha t}$
	$\alpha = \alpha_1 + j \alpha_2$ $M = M_1 + j M_2$ (α и M - комплексные)	$2 e^{-\alpha_1 t} [M_1 \cos(\alpha_2 t) - M_2 \sin(\alpha_2 t)]$

Изображения входных сигналов

- Закон изменения выходного сигнала обычно является функцией, которую необходимо найти, а входной сигнал, как правило, известен. Некоторые типовые входные сигналы были рассмотрены.
- Здесь приводятся их изображения:
- – единичное ступенчатое воздействие имеет изображение

$$X(s) = 1/s$$

- – дельта-функция

$$X(s) = 1$$

- – линейное воздействие

$$X(s) = 1/s^2$$