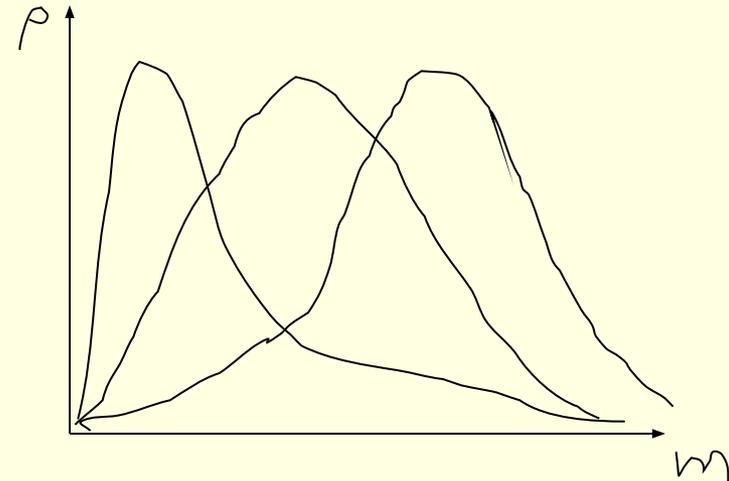
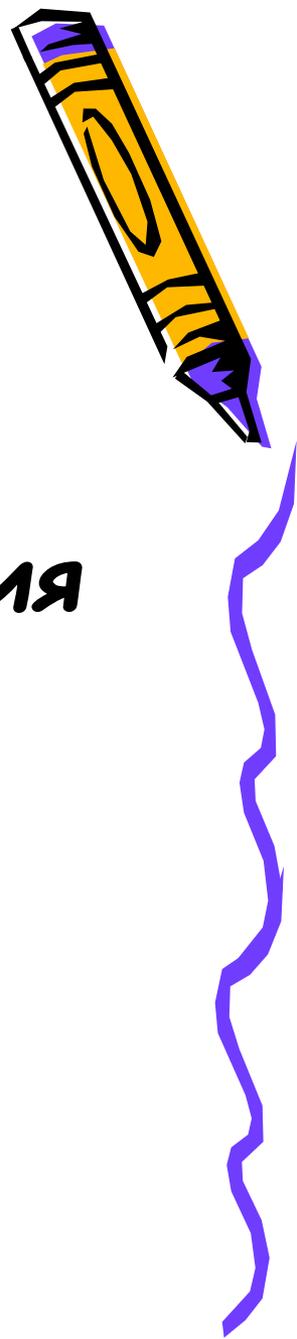


# ЛЕКЦИЯ 4



## ЗАКОНЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН

# 4.1. Эмпирические и теоретические распределения вероятностей случайных величин



# Почему важен анализ теоретических распределений вероятностей???

- Предполагая, какие факторы влияют на исследуемое явление, можно также предполагать, как будут распределяться *экспериментальные данные*;
- Если же получаемые данные не соответствуют ожидаемому распределению, следует заключить, что предполагавшиеся факторы *не оказывают влияние на данное явление*.

## 4.2. Вероятности и их свойства



# Понятия теории вероятностей:

- Достоверное событие – происходит неизбежно при каждом испытании;
- Невозможное событие – в заданных условиях произойти не может;
- Случайное событие – может произойти, но может и не произойти в данных условиях.

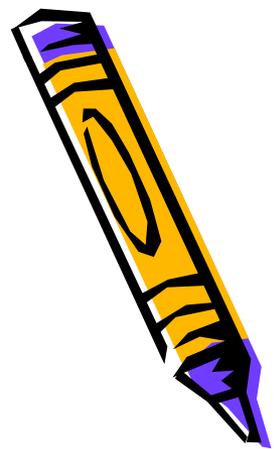
# Понятия теории вероятностей:

**Вероятностью называется отношение числа случаев, благоприятствующих наступлению ожидаемого события, к числу всех возможных исходов:**

$$P(A) = m/n,$$

Границы возможных значений  
вероятностей:

$$0 \leq P \leq 1$$



# 4.3. Закон нормального распределения вероятностей



# Математическое описание закона нормального распределения вероятностей:

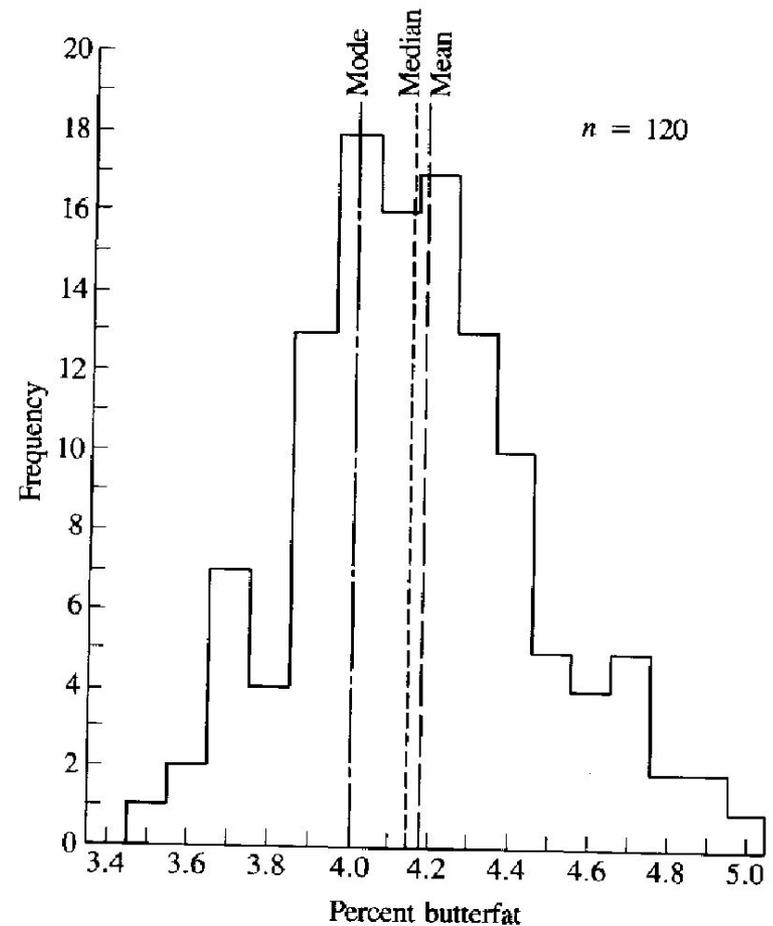
$$P(x_i) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-1/2[(x_i - \mu) / \sigma]^2}$$

$\mu$  - генеральная средняя (=математическое  
ожидание);

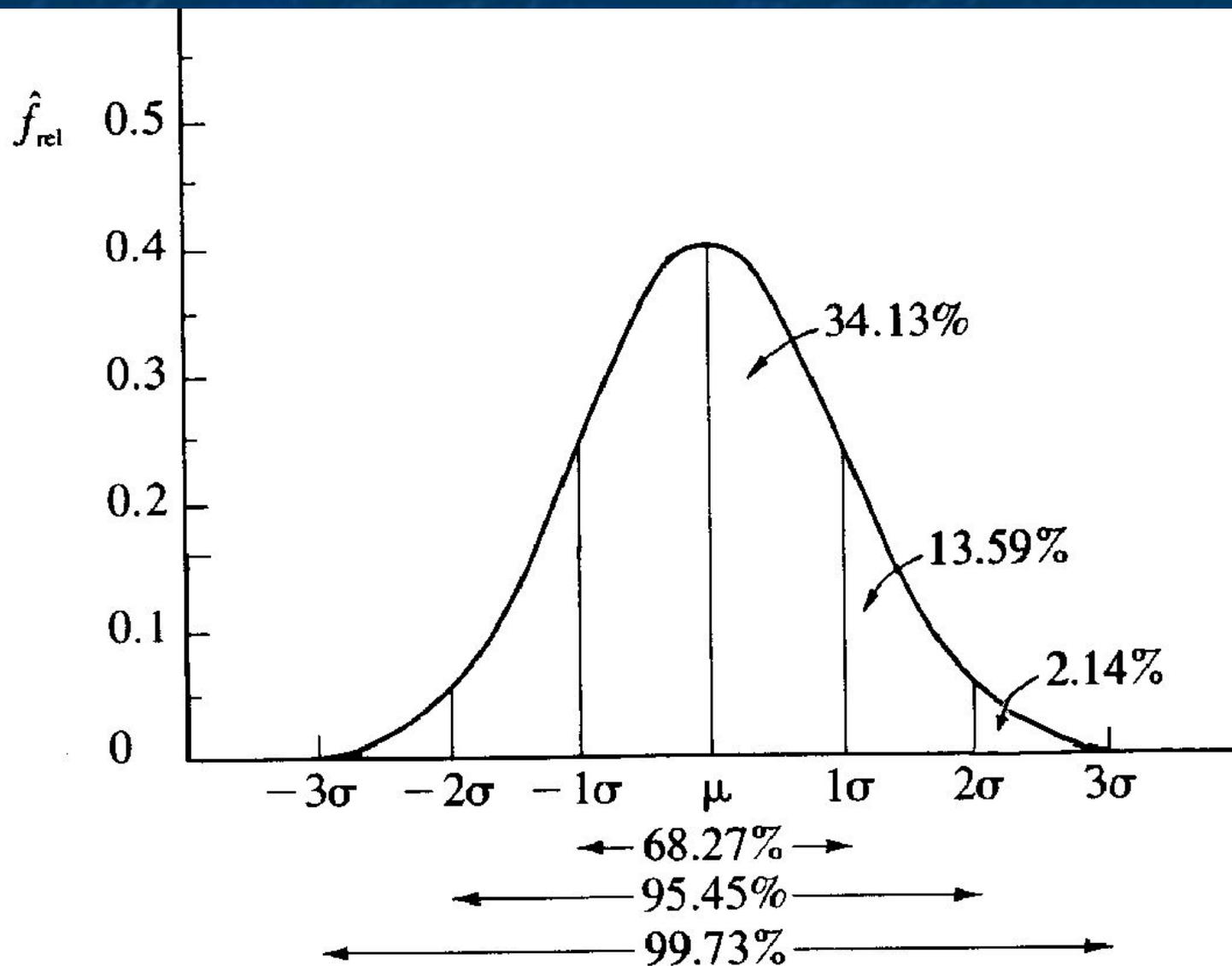
$\sigma$  - стандартное отклонение.

# Свойства нормального распределения:

**У нормального распределения арифметическая средняя, мода и медиана совпадают.**



# Иллюстрация правила трех сигм:



## **4.4. Биномиальное распределение**



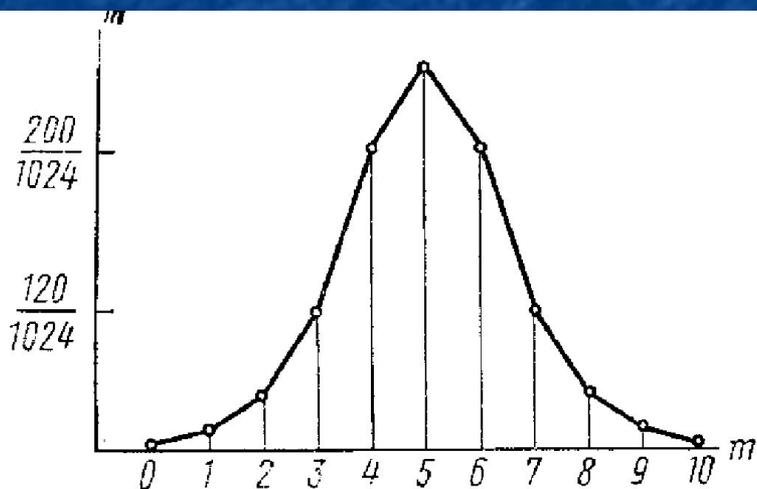
# «Эксперимент со студентами», обобщенно:

$(p + q)^n$  – бином Ньютона

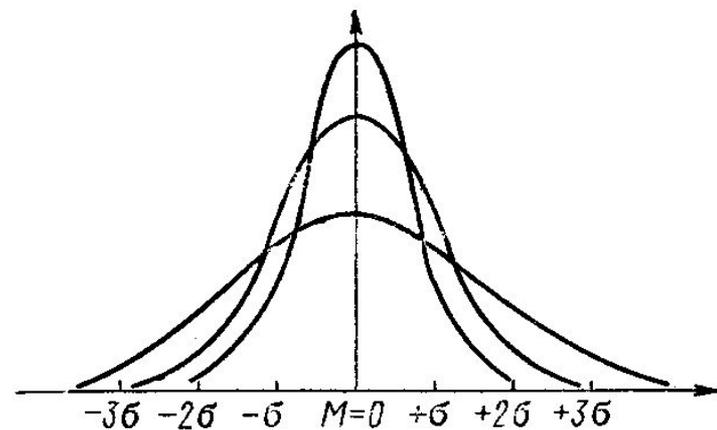
- $p$  – вероятность ожидаемого события;
- $q$  – вероятность противоположного события;
- $n$  – число испытаний (=объем выборки).

**(!) Биномиальный закон  
описывает изменчивость  
только альтернативных  
признаков (*белорус/иностранец,  
черное/белое и т.п.*)**

# Биномиальное распределение определяется двумя параметрами: $p$ и $n$



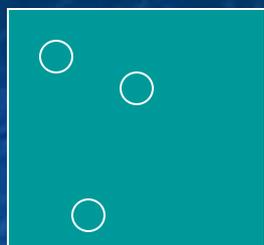
Кривая распределения вероятностей двучлена  $(0,5+0,5)^{10}$



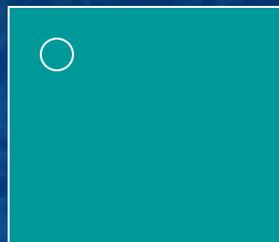
# 4.5. *Негативное биномиальное распределение*



# Метод учетных площадок



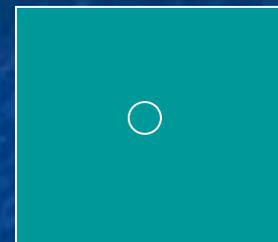
3



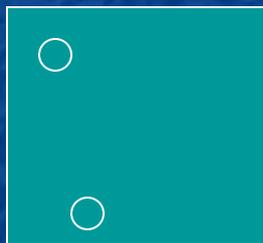
1



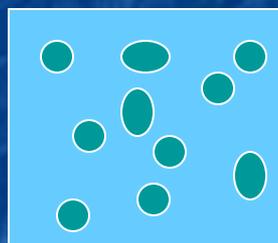
0



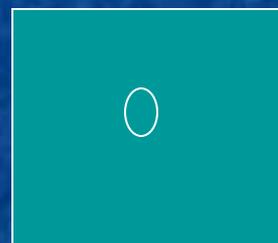
1



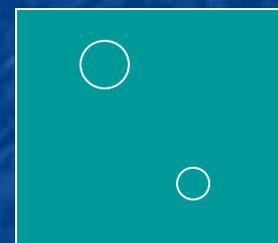
2



10

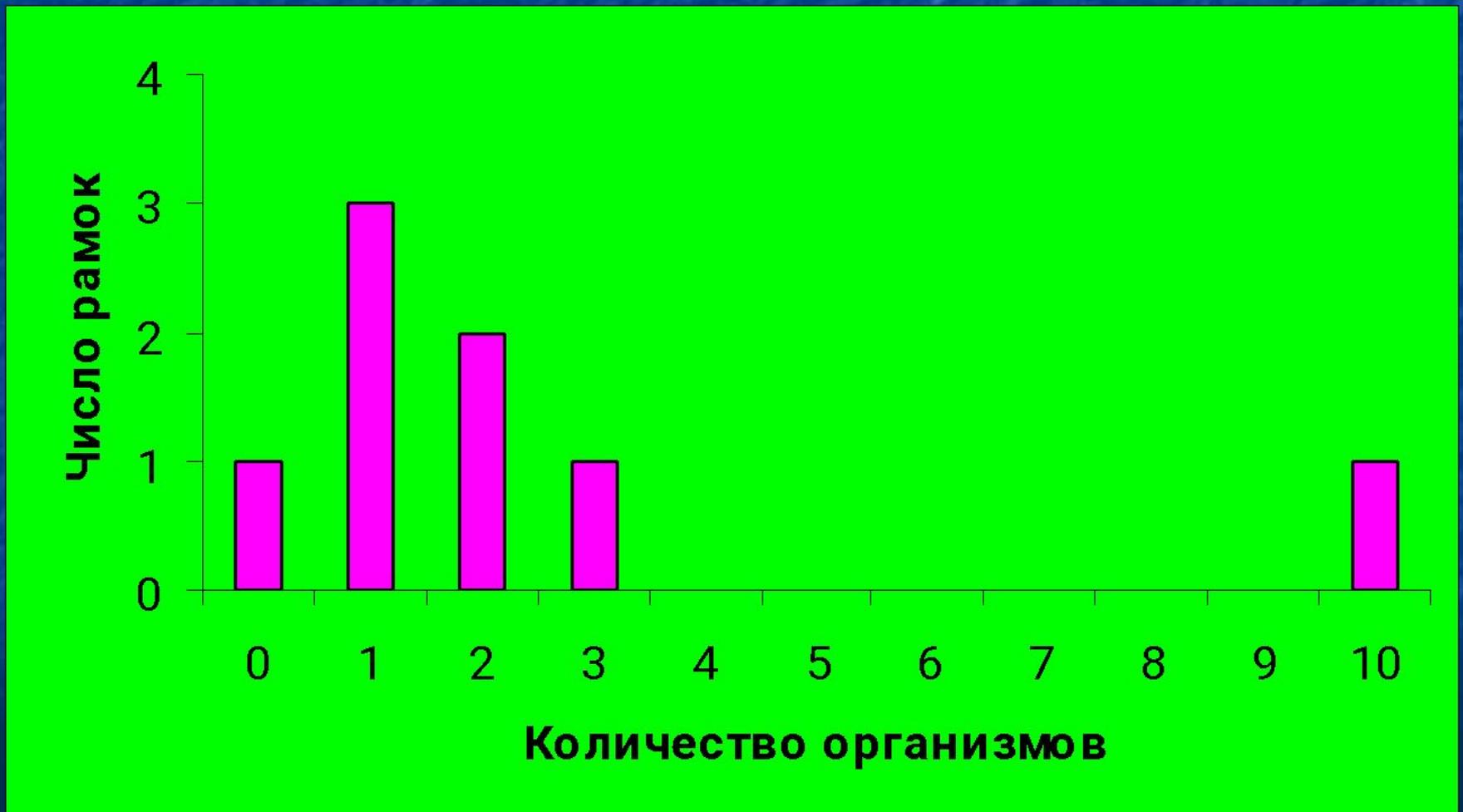


1



2

# Негативное биномиальное распределение



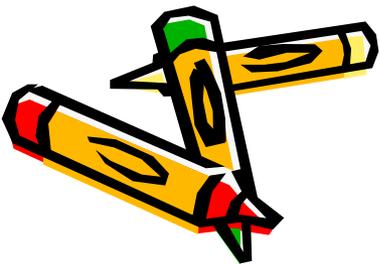
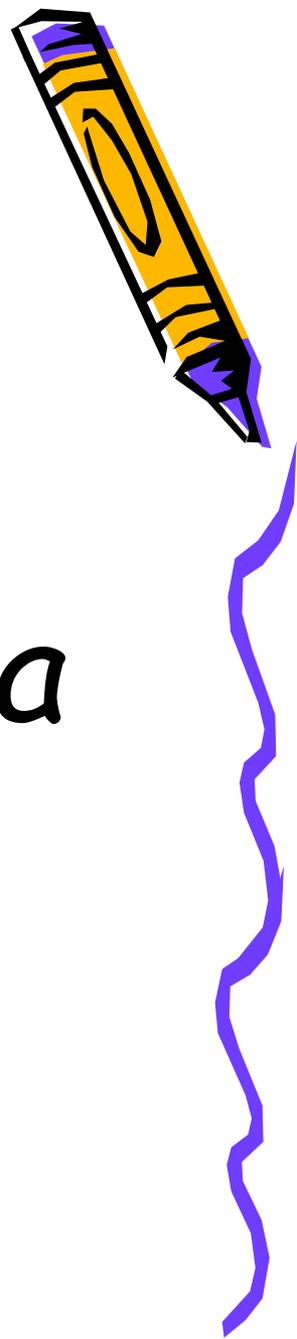
# Математическое описание негативного биномиального распределения

$$(p + q)^{-k}$$

$p$  – вероятность обнаружения определенного числа организмов в рамке

$k$  – параметр, характеризующий степень агрегированности организмов (чем меньше  $k$ , тем более агрегированны организмы)

## 4.6. Закон Пуассона



Распределение Пуассона – предельный случай биномиального распределения – проявляется, когда:

- $n$  велико (например,  $(p + q)^{100}$ );
- Вероятность ожидаемого события  $p$  мала (например, 0.1).

# Примеры случайных событий:

- Возникновение летальных мутаций у бактерий за одну генерацию;
- Заболевание гриппом летом;
- Рождение тройни;
- Встреча большого числа организмов в учетной рамке;
- И т.п....

# Математическое выражение закона Пуассона:

$$P_n(m) = \frac{a^m}{m!e^a}$$

$m$  – частота ожидаемого события в  $n$  независимых испытаниях;

$a \cong np$  – средняя частота наступления события;

$e = 2,7183$  – основание натурального логарифма.

Распределение Пуассона определяется только одним параметром:  $a$  (средней)

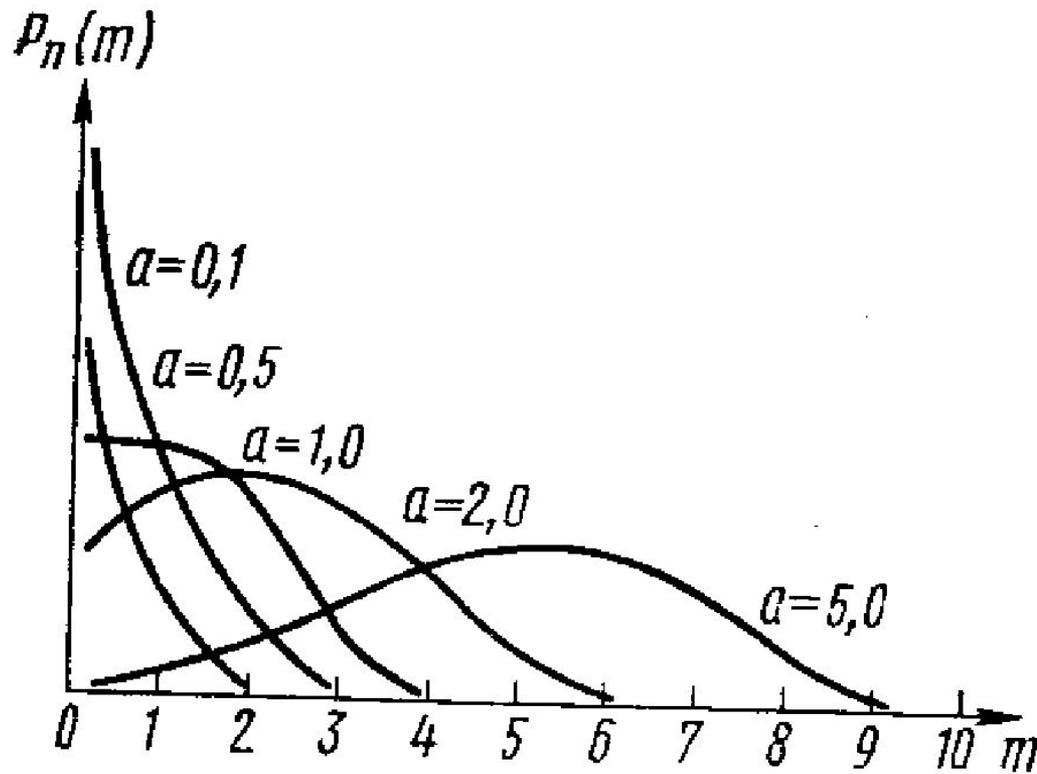


График функции  $P_n(m) = \frac{a^m}{m!} \cdot e^{-a}$  для разных значений  $a$