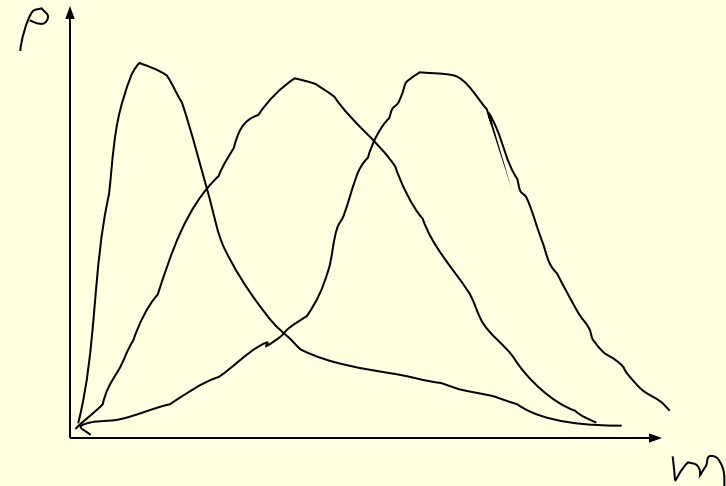
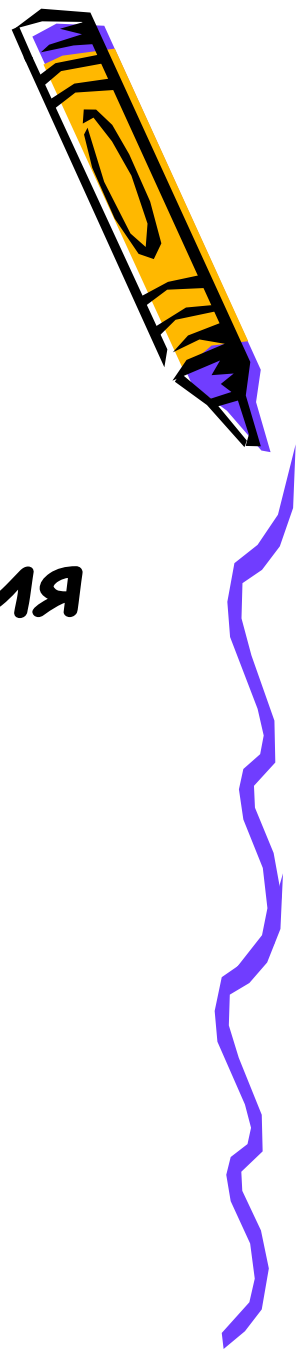


ЛЕКЦИЯ 4



ЗАКОНЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН

4.1. Эмпирические и теоретические распределения вероятностей случайных величин



Почему важен анализ теоретических распределений вероятностей???

- Предполагая, какие факторы влияют на исследуемое явление, можно также предполагать, как будут распределяться *экспериментальные данные*;
- Если же получаемые данные не соответствуют ожидаемому распределению, следует заключить, что предполагавшиеся факторы *не оказывают влияние на данное явление*.

4.2. Вероятности и их свойства



Понятия теории вероятностей:

- Достоверное событие – происходит неизбежно при каждом испытании;
- Невозможное событие – в заданных условиях произойти не может;
- Случайное событие – может произойти, но может и не произойти в данных условиях.

Понятия теории вероятностей:

Вероятностью называется отношение числа случаев, благоприятствующих наступлению ожидаемого события, к числу всех возможных исходов:

$$P(A) = m/n ,$$

Границы возможных значений
вероятностей:

$$0 \leq P \leq 1$$



4.3. Закон нормального распределения вероятностей



Математическое описание закона нормального распределения вероятностей:

$$P(x_i) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-1/2[(x_i - \mu) / \sigma]^2}$$

μ - генеральная средняя (=математическое ожидание);

σ - стандартное отклонение.

Свойства нормального распределения:

У нормального распределения арифметическая средняя, мода и медиана совпадают.

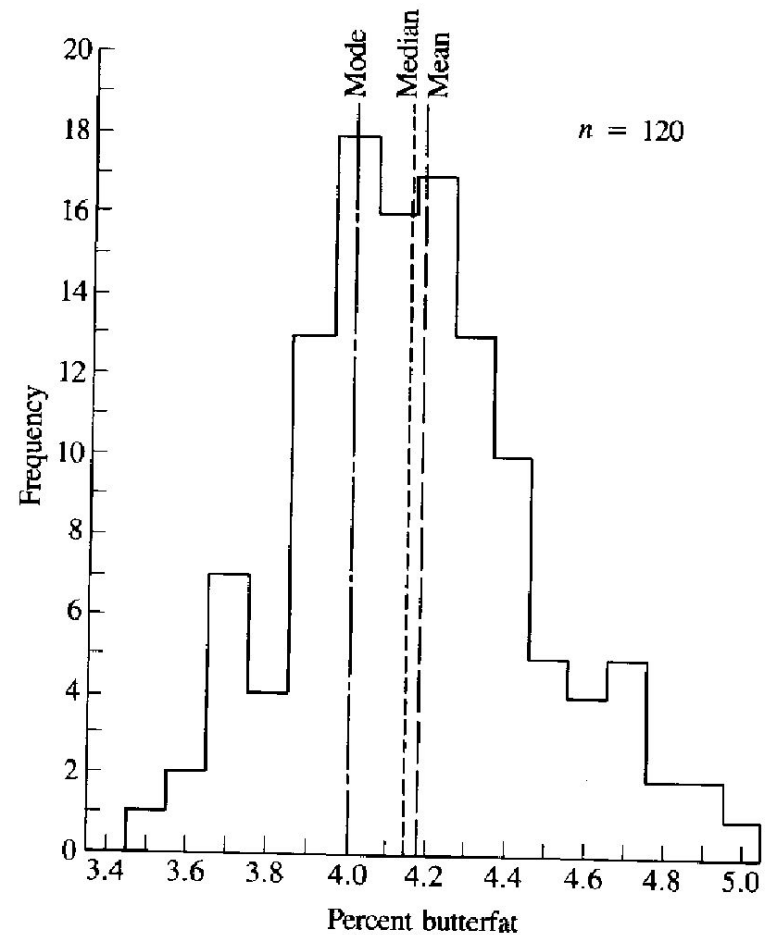
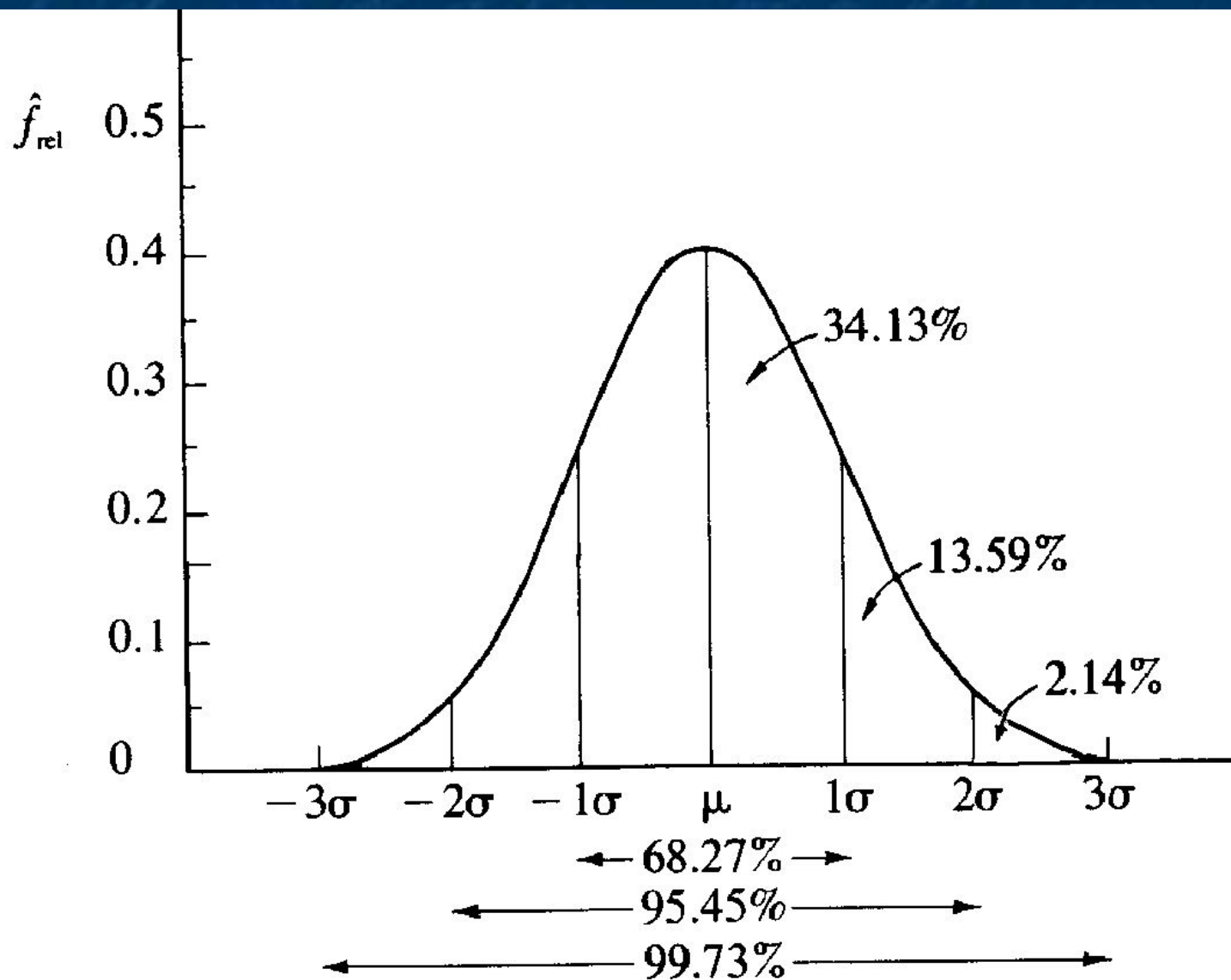


Иллюстрация правила трех сигм:



4.4. Биномиальное распределение



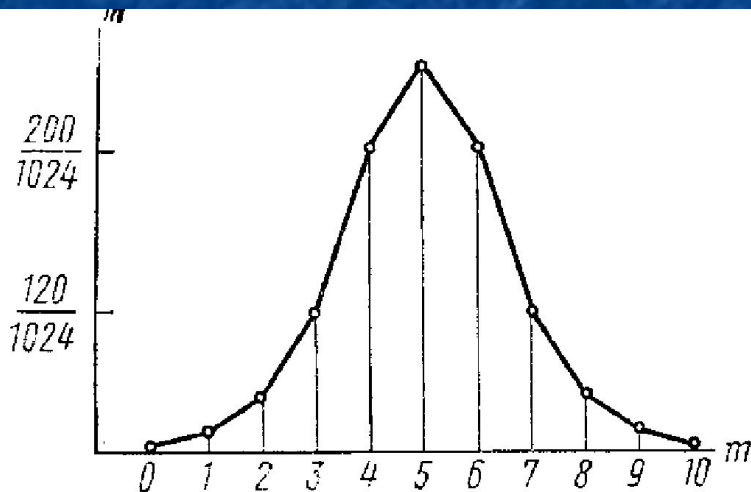
«Эксперимент со студентами», обобщенно:

$$(p + q)^n \text{ – бином Ньютона}$$

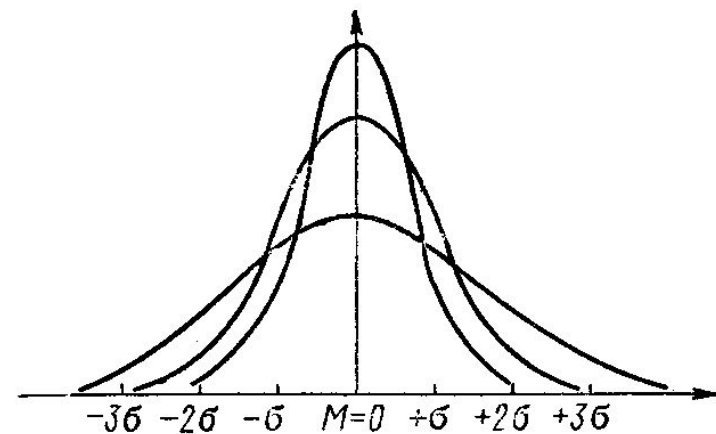
- p – вероятность ожидаемого события;
- q – вероятность противоположного события;
- n – число испытаний (=объем выборки).

**(!) Биномиальный закон
описывает изменчивость
только альтернативных
признаков (*белорус/иностранец,
черное/белое и т.п.*)**

Биномиальное распределение определяется двумя параметрами: p и n



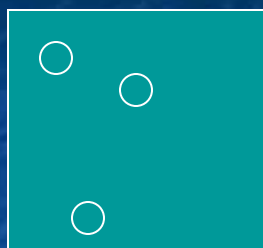
Кривая распределения вероятностей двучлена $(0,5+0,5)^{10}$



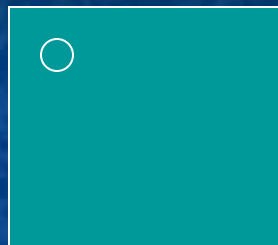
4.5. *Негативное биномиальное распределение*



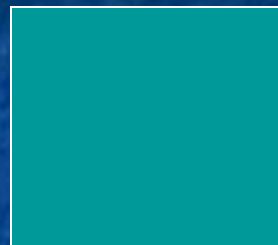
Метод учетных площадок



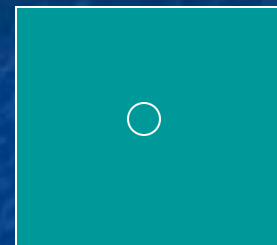
3



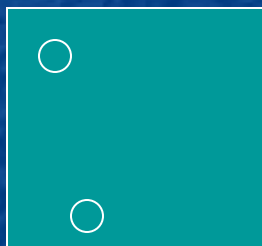
1



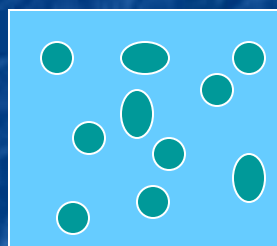
0



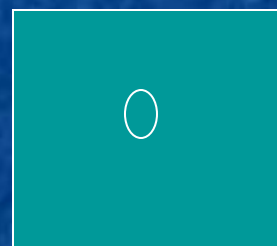
1



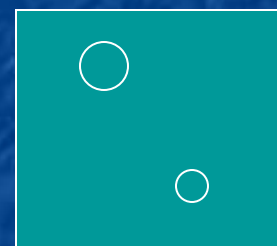
2



10

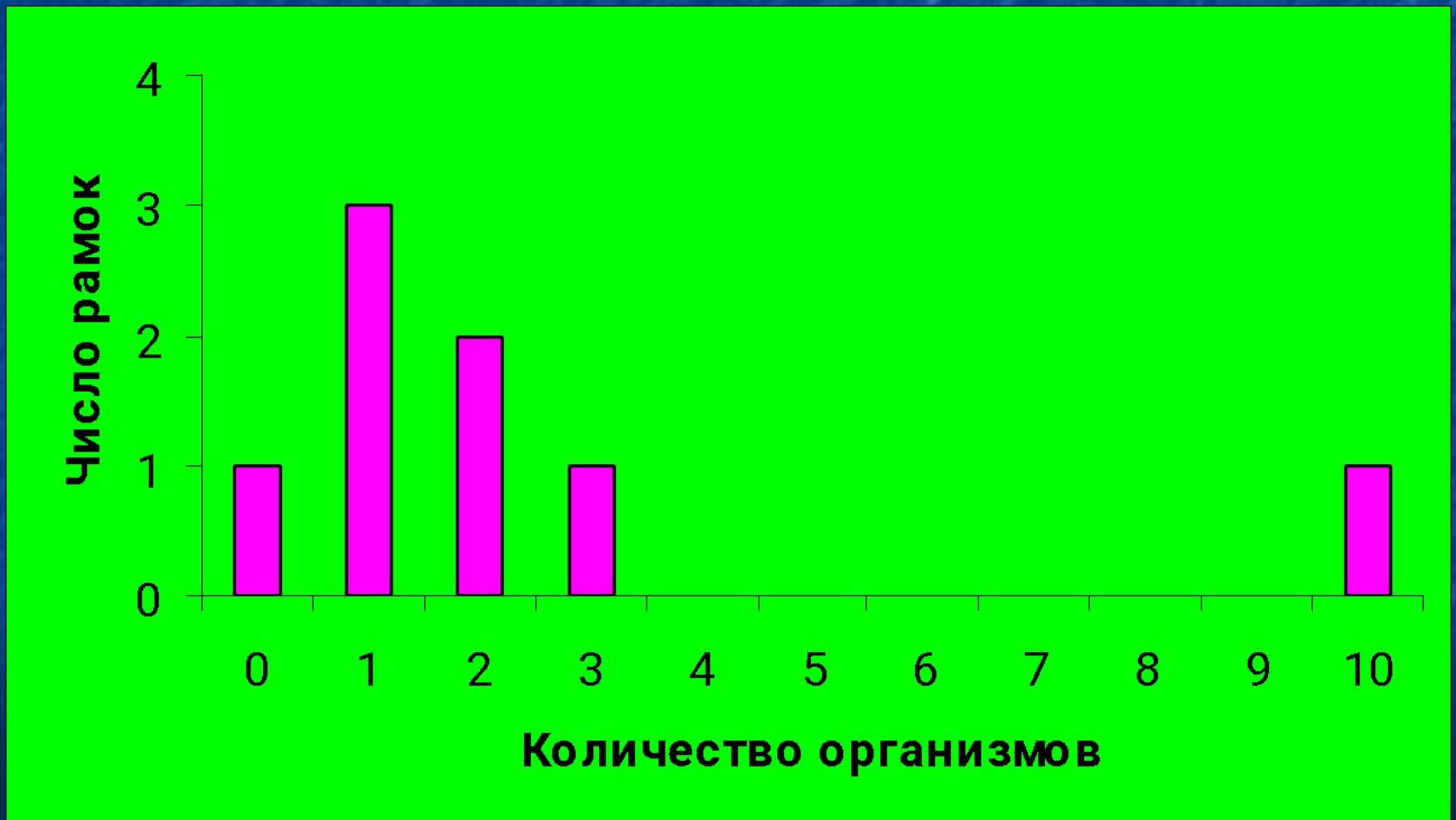


1



2

Негативное биномиальное распределение



Математическое описание негативного биномиального распределения

$$(p + q)^{-k}$$

p – вероятность обнаружения определенного числа организмов в рамке

k – параметр, характеризующий степень агрегированности организмов (чем меньше k , тем более агрегированны организмы)

4.6. Закон Пуассона



Распределение Пуассона – предельный случай биномиального распределения – проявляется, когда:

- n велико (например, $(p + q)^{100}$);
- Вероятность ожидаемого события p мала (например, 0.1).

Примеры случайных событий:

- Возникновение летальных мутаций у бактерий за одну генерацию;
- Заболевание гриппом летом;
- Рождение тройни;
- Встреча большого числа организмов в учетной рамке;
- И т.п....

Математическое выражение закона Пуассона:

$$P_n(m) = \frac{a^m}{m!e^a}$$

m – частота ожидаемого события в n независимых испытаниях;

$a \cong np$ – средняя частота наступления события;

$e = 2,7183$ – основание натурального логарифма.

Распределение Пуассона определяется только одним параметром: a (средней)

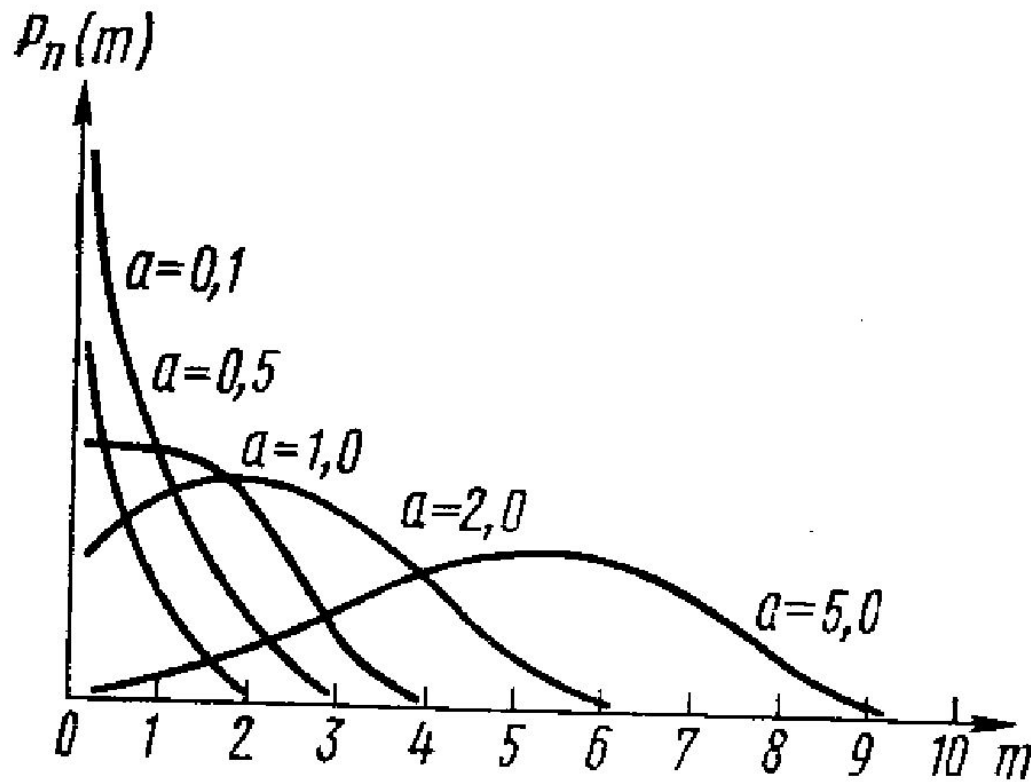


График функции $P_n(m) = \frac{a^m}{m!} \cdot e^{-a}$ для разных значений a